

DOI: 10.3901/JME.2022.01.041

# 基于先验速度修正的工业机器人曲面跟踪 柔顺控制\*

曾令城<sup>1</sup> 李明富<sup>1,2,3</sup> 杨真真<sup>1</sup> 罗 威<sup>1</sup>

(1. 湘潭大学机械工程学院 湘潭 411105;

2. 复杂轨迹加工工艺及装备教育部工程研究中心 湘潭 411105;

3. 焊接机器人与应用技术湖南省重点实验室 湘潭 411105)

**摘要:** 在机器人曲面磨抛过程中, 当末端工具与工件曲面相对运动时, 控制机器人运动使二者间的接触力保持在某个恒定期望值, 对于曲面磨抛的质量控制具有重要的作用, 对于进一步展开机器人磨抛工艺研究也具有积极的意义。针对过去力信号难以及时补偿将来轮廓变化而导致法向接触力不平稳的问题, 提出一种基于力反馈和先验轮廓倾角的柔顺控制方法。首先基于阻抗控制方程建立机器人曲面跟踪柔顺接触模型, 引入法向控制速度, 推导出其与力反馈信息间的映射关系。同时, 设计在线轨迹生成器, 利用先验轮廓倾角计算法向先验速度, 并对法向控制速度进行实时修正。最后将所提方法运用至机器人曲面跟踪物理实验, 实验结果表明, 该方法相比无先验速度修正的柔顺控制, 能有效避免凸面/凹面区域下法向接触力震荡, 力方差减小 55%以上。

**关键词:** 曲面跟踪; 柔顺控制; 先验轮廓倾角; 法向控制速度

**中图分类号:** TP242

## Compliant Control of Industrial Robot Surface Tracking Based on Prior Velocity Correction

ZENG Lingcheng<sup>1</sup> LI Mingfu<sup>1,2,3</sup> YANG Zhenzhen<sup>1</sup> LUO Wei<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105;

2. Engineering Research Center of Complex Tracks Processing Technology and Equipment of Ministry of  
Education, Xiangtan 411105;

3. Key Laboratory of Welding Robot and Application Technology of Hunan Province, Xiangtan 411105)

**Abstract:** With regards to robot grinding and polishing, it is significant to control the contact force between the end tool and the workpiece surface as expected value, especially in the dynamic process of robot surface tracking. Aiming at the problem that the normal contact force is not stable, which is caused by the past force signal is difficult to compensate for the future contour changes, a compliance control method based on force feedback and priori inclination of contour is proposed. Firstly, the robot surface tracking contact model based on the impedance control equation is established to describe the position/force relationship between the end tool and the workpiece surface. Secondly, the mapping relationship between controlling velocity of normal direction and the feedback force is constructed. Thirdly, the priori normal velocity, which is calculated by the priori inclination of contour, is combined with a designed online trajectory generator and applied to correct the controlling velocity of normal direction. The experimental results show that, both of concave and convex surface of the workpiece, the method with priori velocity correction can decrease the vibration of the contact force effectively. Furthermore, compared with the method without priori velocity correction, the force variance of the

\* 国家自然科学基金面上项目(51775470)、湖南省自然科学基金省市联合基金(2018JJ4056, 2020JJ6016)、长株潭标志性工程计划重大标志性创新示范工程项目(2019XK2303)和湘潭市科技计划项目(ZD-ZD20191007)资助项目。20210323 收到初稿, 20210801 收到修改稿

proposed method is reduced by more than 55%.

**Key words:** surface tracking; compliant control; priori inclination of contour; controlling velocity of normal direction

## 0 前言

位置型工业机器人与力矩式协作机械臂相比, 具有刚度大、重复定位精度高等优点, 更适合抛光打磨这类接触作业任务。然而, 在机器人曲面磨抛过程中, 法向接触力往往随工件轮廓变化产生较大波动, 工件表面质量的均匀性难以得到保证。机器人曲面跟踪与曲面磨抛作业任务相似, 需驱动末端工具沿曲面轮廓运动。设计柔顺控制方法, 在机器人曲面跟踪过程中, 将末端工具与曲面轮廓间的接触力大小控制在期望范围内, 对工业机器人抛光打磨具有重要作用<sup>[1-5]</sup>。

目前国内外许多学者对机器人曲面跟踪柔顺控制方法进行研究, 研究内容主要包括以下两个方面。

(1) 未知环境下机器人曲面跟踪策略。此处未知环境是指待跟踪曲面的位置和刚度信息未知, 该策略的基本思路是通过力反馈在线估计环境或自适应调整阻抗方程参数实现。李正义等<sup>[6]</sup>采用神经网络离线学习方法, 在线估计环境等效刚度, 解决了未知刚度下传统阻抗控制难以稳定等问题。KIGUCHI 等<sup>[7]</sup>设计了一种模糊控制器用于实时估计未知曲面法矢量, 但实现过程较为复杂。JEON 等<sup>[8]</sup>提出了一种结合视觉和力觉的机器人曲面轮廓跟踪方法, 通过视觉传感器获取当前工件轮廓位置信息。甘亚辉等<sup>[9]</sup>基于力反馈偏差对阻抗方程中阻尼系数进行自适应调节。李琳等<sup>[10]</sup>提出了一种自适应迭代学习算法用于机器人曲面跟踪。上述方法大多利用过去的力反馈信息来补偿将来的轮廓变化, 实现较为复杂且容易造成接触力不平稳而不利于后续磨抛加工。

(2) 已知环境下机器人曲面跟踪策略。此处已知环境是指待跟踪曲面的 CAD/CAM 数据已知, 该策略的基本思路是利用曲面的几何轮廓信息提前规划机器人运动轨迹。肖文磊等<sup>[11]</sup>对加工 G 代码转机器人指令后处理进行研究, 实现了工件 CAD/CAM 数据向机器人加工轨迹转化。FENG 等<sup>[12]</sup>根据工件加工刀轨设计机器人轨迹生成器, 采用四元数插值算法保证机器人末端位姿平滑插补。LEE 等<sup>[13]</sup>提出了一种基于速度补偿的滑模控制方法用于机器人模具抛光, 其中抛光轨迹参考工件 CAM 数据。NAGATA 等<sup>[14]</sup>以工件轮廓加工刀轨为先验模型, 结

合阻抗控制计算机器人末端工具期望速度, 取得较好的曲面磨抛加工效果, 但整个控制基于电机速度环, 难以在位置型机器人上适用。TIAN 等<sup>[15]</sup>基于工件 CAD 数据搭建了机器人柔性抛光平台, 采用模糊 PID 控制实现机器人力控磨抛。杨林等<sup>[16]</sup>和许家忠等<sup>[17]</sup>分别提出基于阻抗和自适应阻抗力控方法, 用于有机玻璃研磨和复合材料打磨。黄婷等<sup>[18]</sup>设计了一种基于被动柔顺的机器人磨抛力位混合控制方法, 该方法能对外部作用力产生自然顺从, 但不能在线改变机器人预设轨迹。上述方法大多以工件加工数据为先验模型规划机器人末端轨迹, 适合曲面跟踪和力控打磨实现。

上述两种方法中, 工件的 CAD/CAM 数据只为机器人提供参考轨迹, 柔顺控制算法依靠过去的力反馈信息实现, 在曲面跟踪过程中存在一定滞后。为解决上述问题, 本文提出一种基于先验速度修正的机器人曲面跟踪柔顺控制方法。首先, 根据力反馈和先验轮廓倾角求解机器人末端工具法向控制速度、法向先验速度和切向进给速度, 其中法向先验速度对法向控制速度进行修正, 修正后的法向控制速度与切向进给速度的合速度为末端工具期望线速度。同时, 利用机器人期望姿态与实际姿态间的旋转矩阵计算末端工具期望角速度, 期望角速度与期望线速度构成末端工具期望速度。然后, 设计位置型机器人柔顺控制系统, 将期望速度转换成关节角增量。最后, 进行曲面跟踪物理实验, 实验结果表明, 该方法相比无先验速度修正的柔顺控制, 法向接触力更平稳。

## 1 力控柔顺接触模型及速度控制

机器人在曲面跟踪过程中, 需要控制末端工具与曲面轮廓间的法向接触力。本节通过力传感器和工件曲面的曲率变化信息, 对机器人末端工具和曲面轮廓间的法向接触力进行间接测量, 同时建立机器人力控柔顺接触模型, 推导出法向控制速度与法向接触力偏差间的映射关系, 从而控制法向接触力大小。

### 1.1 先验轮廓倾角

目前大多数工件具有较为准确的 CAD 模型, 通过 CAD 模型可以获取工件曲面的轮廓信息, 其中先验轮廓倾角  $\varphi$  可以反映出工件曲面轮廓的变化

率。对于任意类型曲面,可假想有多个相互平行的基准平面与其截交,这些截交线则可以定义为待跟踪曲线。以图 1 所示曲面模型为例,其中的一条待跟踪曲线为基准平面  $XOZ$  与工件曲面的截交线。以  $O$  点为坐标原点,在待跟踪曲线上采样  $n$  个轮廓信息点  $P_i(p_x(i), p_z(i))$  ( $i=1,2,\dots,n$ ),则第  $k$  点处 ( $1 \leq k \leq n-1, k \in N^+$ ) 的先验轮廓倾角  $\varphi(P_k)$  可以利用式(1)定义

$$\varphi(P_k) = \arctan \frac{p_z(k+1) - p_z(k)}{p_x(k+1) - p_x(k)} \quad (1)$$

为了对上述曲线进行有效的跟踪,控制机器人末端工具沿  $X$  轴方向以固定的步长  $\Delta x$  (位置更新增量)进行位置更新,其法向增量则由柔顺控制算法确定(法向控制速度与采样时间的乘积)。

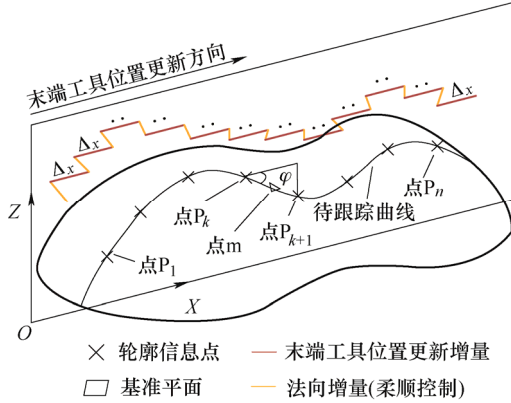


图 1 先验轮廓倾角示意图

如果实时对 CAD 模型的轮廓倾角进行计算,将会降低控制系统的实时性,因此本文的轮廓信息点  $P_i$  由 CAD 软件离线获取。 $P_i$  点的数量会影响跟踪精度,其数量的选取与机器人末端工具的位置更新增量  $\Delta x$  有关,  $\Delta x$  越大,所需轮廓信息点的数量越小,反之亦然。当离线获取的轮廓信息点的个数不能满足  $\Delta x$  的需求时,即末端工具与曲面轮廓间的接触点  $m(m_x, m_z)$  位于点  $P_k$  和点  $P_{k+1}$  中间任意位置,点  $m$  处的先验轮廓倾角  $\varphi(m)$  可利用式(2)进行线性插值计算

$$\begin{aligned} \varphi(m) &= \varphi(P_k) \frac{m_x - p_x(k+1)}{p_x(k) - p_x(k+1)} + \\ &\quad \varphi(P_{k+1}) \frac{m_x - p_x(k)}{p_x(k+1) - p_x(k)} \end{aligned} \quad (2)$$

## 1.2 法向接触力

在曲面跟踪过程中,末端工具与曲面轮廓间的法向接触力难以直接测量。本文将力传感器安装在机械臂法兰盘和末端工具间,通过对力传感器所测

力信号进行坐标转换,间接测量法向接触力大小。通过以下两步实现。

(1) 将力传感器坐标系所测力信号转换成工具坐标系下的接触力。假设机器人曲面跟踪坐标系配置如图 2 所示,工件坐标系  $\{P\}$  的  $\hat{x}_p$  轴方向与机器人世界坐标系  $\{W\}$  的  $\hat{x}_w$  轴方向相同,  $\hat{z}_p$  轴方向与  $\hat{z}_w$  轴方向相反,工具坐标系  $\{T\}$  的  $\hat{x}_t$  轴方向与  $\hat{x}_p$  轴方向相同,  $\hat{z}_t$  轴方向与  $\hat{z}_p$  轴方向相反。若力传感器所测信号为  $3 \times 1$  力信号  $^S \mathbf{F}$ ,则工具坐标系下末端工具与曲面工件间的接触力  $^T \mathbf{F}$  如式(3)所示

$$^T \mathbf{F} = {}^T_S \mathbf{R} {}^S \mathbf{F} \quad (3)$$

式中,  ${}^T_S \mathbf{R}$  为力传感器坐标系  $\{S\}$  与工具坐标系  $\{T\}$  间的  $3 \times 3$  旋转矩阵。

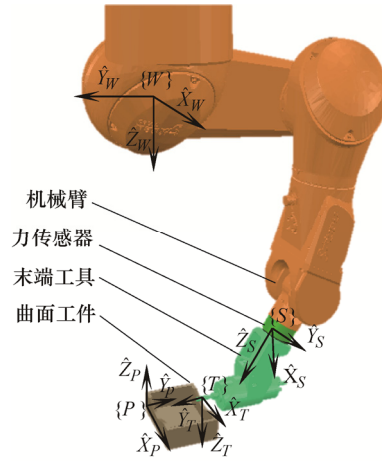


图 2 机器人曲面跟踪坐标系配置示意图

(2) 将工具坐标系所测接触力转换成法向接触力。在末端工具与曲面轮廓接触过程中,末端工具受力分析如图 3 所示,其中  $\mathbf{F}_n$  为法向接触力,方向与曲面轮廓接触点法矢量方向相同,  $\mathbf{F}_t$  为切向摩擦力,方向与曲面轮廓接触点切矢量方向相反,  $^T \mathbf{F}_x$ 、 $^T \mathbf{F}_z$  分别表示工具坐标系  $\hat{x}_t$  轴方向和  $\hat{z}_t$  轴方向的接触力,  $\varphi$  为接触点处的先验轮廓倾角,法向接触力  $\mathbf{F}_n$  的大小如式(4)所示

$$\mathbf{F}_n = -{}^T \mathbf{F}_x \sin \varphi - {}^T \mathbf{F}_z \cos \varphi \quad (4)$$

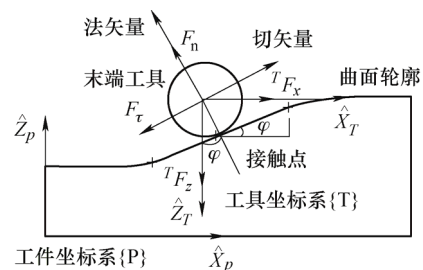


图 3 机器人曲面跟踪末端工具受力分析示意图

### 1.3 柔顺接触模型

假想在接触点法矢量方向, 机器人末端工具与曲面轮廓间存在一个参数可控的“弹簧-阻尼-质量”二阶系统。柔顺接触模型如图4所示, 其中 $K$ 、 $B$ 、 $M$ 分别为柔顺接触模型中的刚度系数、阻尼系数和质量系数(注: 机器人本体、末端工具、曲面轮廓的刚度系数、阻尼系数和质量系数都包含于该接触模型中),  $X_c$ 、 $X_d$ 分别代表末端工具法向实际位置和法向期望位置,  $F_n$ 、 $F_d$ 分别为法向实际接触力和法向期望接触力。若使 $F_n = F_d$ , 柔顺控制算法需不断在线修改末端工具法向期望位置 $X_d$ 。

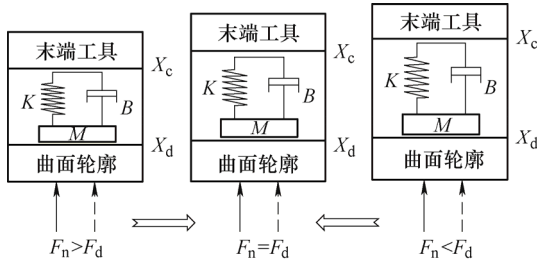


图4 机器人末端工具与曲面轮廓柔顺接触模型

定义法向接触力偏差 $\Delta F = F_d - F_n$ , 方向以接触点法矢量反方向为正, 系统动态方程如式(5)所示

$$\Delta F = K(X_d - X_c) + B(\dot{X}_d - \dot{X}_c) + M(\ddot{X}_d - \ddot{X}_c) \quad (5)$$

令 $K = 0$ , 有助于消除系统稳态误差, 式(5)可化简为式(6)

$$\Delta F = B(\dot{X}_d - \dot{X}_c) + M(\ddot{X}_d - \ddot{X}_c) \quad (6)$$

### 1.4 法向控制速度

以机器人末端工具法向期望速度 $\dot{X}_d$ 为自变量, 将式(6)转化成 $\dot{X}_d$ 关于时间 $t$ 的一阶非齐次线性微分方程, 如式(7)所示

$$\ddot{X}_d(t) + P(t)\dot{X}_d(t) = Q(t) \quad (7)$$

$$P(t) = \frac{B}{M} \quad Q(t) = \frac{\Delta F(t) + B\dot{X}_c(t) + M\ddot{X}_c(t)}{M}$$

求解方程式(7)可得式(8)

$$\dot{X}_d(t) = \dot{X}_d(0)e^{-\frac{B}{M}t} + e^{-\frac{B}{M}t} \int_0^t e^{\frac{B}{M}\tau} Q(\tau) d\tau \quad (8)$$

设采样周期为 $\Delta t$ ,  $n$ 表示第 $n$ 个采样周期, 定义 $\dot{X}_d(n) = \dot{X}_d(t)|_{t=n\Delta t}$ , 将式(8)离散化为式(9)和式(10)

$$\dot{X}_d(n) = \dot{X}_d(0)e^{-\frac{B}{M}n\Delta t} + e^{-\frac{B}{M}n\Delta t} \int_0^{n\Delta t} e^{\frac{B}{M}\tau} Q(\tau) d\tau \quad (9)$$

$$\dot{X}_d(n-1) = \dot{X}_d(0)e^{-\frac{B}{M}(n-1)\Delta t} + e^{-\frac{B}{M}(n-1)\Delta t} \times \int_0^{(n-1)\Delta t} e^{\frac{B}{M}\tau} Q(\tau) d\tau \quad (10)$$

联立式(9)和式(10)求解可得式(11)

$$\begin{aligned} \dot{X}_d(n) &= e^{-\frac{B}{M}\Delta t} \dot{X}_d(n-1) + \frac{M}{B} Q(n) - \frac{M}{B} Q(n-1) e^{-\frac{B}{M}\Delta t} - \\ &\quad \frac{M}{B} e^{-\frac{B}{M}n\Delta t} \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} e^{\frac{B}{M}\tau} d(Q(\tau)) \quad (11) \\ Q(n) &= \frac{\Delta F(n) + B\dot{X}_c(n) + M\ddot{X}_c(n)}{M} \end{aligned}$$

由于此处 $B$ 和 $M$ 均为二阶可控柔顺接触模型中的控制参数, 因此, 设置合适的 $B$ 、 $M$ 参数, 可使 $\frac{M}{B}$ 、 $e^{-\frac{B}{M}\Delta t}$ 和 $e^{-\frac{B}{M}n\Delta t}$ 趋向于0, 式(11)可简化成式(12)

$$\dot{X}_d(n) = \frac{1}{B} \Delta F(n) + \dot{X}_c(n) \quad (12)$$

由式(12)可知, 机器人末端工具法向期望速度 $\dot{X}_d$ 与法向接触力偏差 $\Delta F$ 、法向实际速度 $\dot{X}_c$ 有关。由于 $\dot{X}_c$ 较小, 且控制目标是使 $\Delta F$ 趋向于零, PID控制律可设计为以 $\Delta F$ 为输入,  $\dot{X}_d$ 为输出的函数表达式, 则在第 $n$ 个采样周期内, 机器人法向控制速度 $v_{pid}$ 的大小如式(13)所示

$$\begin{aligned} v_{pid}(n) = \dot{X}_d(n) &= K_p \Delta F(n) + K_i \sum_{i=1}^n \Delta F(i) + \\ &\quad K_d \frac{\Delta F(n) - \Delta F(n-1)}{\Delta t} \quad (13) \end{aligned}$$

式中,  $K_p$ 、 $K_i$ 、 $K_d$ 分别为PID控制律中比例、积分、微分系数, 其中 $K_p$ 为阻尼系数 $B$ 的倒数。

## 2 基于先验轮廓倾角的控制速度修正

当末端工具与曲面轮廓的凸面或凹面接触时, 末端工具与曲面轮廓呈脱离或压紧趋势, 二者间的法向接触力容易出现波动, 即依靠过去力反馈信息的柔顺控制难以及时补偿将来的轮廓变化。针对该问题, 本节设计在线轨迹生成器计算末端工具参考线速度和切向进给速度, 同时结合接触点处的先验轮廓倾角, 求解法向速度补偿项并对法向控制速度进行修正, 从而减少轮廓变化对法向接触力的影响。

### 2.1 在线轨迹生成器与参考线速度

在曲面跟踪过程中, 柔顺控制算法需要规划末端工具沿曲面轮廓运动, 其中末端工具的位姿信息可以通过工具坐标系 $\{T\}$ 在机器人世界坐标系 $\{W\}$

中的位置坐标和旋转矩阵来描述。因此,本文设计在线轨迹生成器结构如图 5 所示,其中  $\mathbf{X}_d = [x_d \ y_d \ z_d]^T$  表示机器人世界坐标系下末端工具期望位置,  $\mathbf{R}_d$  为  $3 \times 3$  期望旋转矩阵,  $\mathbf{X}(t)$ 、 $\mathbf{R}(t)$  分别表示  $3 \times 1$  位置更新增量和  $3 \times 3$  旋转矩阵更新增量。

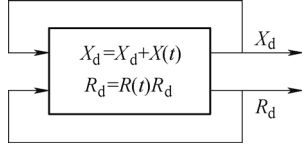


图 5 在线轨迹生成器结构图

由于本文中工具坐标系  $\{T\}$  与机器人世界坐标  $\{W\}$  方向相同,末端工具的期望姿态在机器人世界坐标系中保持不变。假设在一个采样周期  $\Delta t$  内,末端工具沿机器人世界坐标系的  $\hat{X}_w$  轴方向位置更新增量为  $\Delta x$ , 则在第  $n$  个采样周期内,机器人在线轨迹生成器表达式如式(14)和式(15)所示

$$x_d(n) = x_d(n-1) + \Delta x \quad (14)$$

$$\mathbf{R}_d(n) = \mathbf{R}_d(n-1) \quad (15)$$

末端工具参考线速度  $\mathbf{v}_{\text{refer}}$  的大小如式(16)所示

$$\mathbf{v}_{\text{refer}}(n) = \frac{x_d(n) - x_c(n-1)}{\Delta t} \quad (16)$$

式中  $x_c(n-1)$  表示在第  $n-1$  个采样周期内机器人世界坐标系  $\hat{X}_w$  轴方向末端工具实际位置。

## 2.2 切向进给速度

定义切向进给速度  $\mathbf{v}_{\text{feed}}$  为末端工具沿曲面轮廓接触点切矢量方向的运动速度,其示意图如图 6 所示。其中  $\mathbf{v}_{\text{refer}}$  为末端工具参考线速度,  $\varphi$  表示当前接触点处的先验轮廓倾角,  $\mathbf{v}_{\text{feed}}$  与  $\mathbf{v}_{\text{refer}}$  间的几何关系如式(17)所示

$$\mathbf{v}_{\text{feed}} = \mathbf{v}_{\text{refer}} \cos \varphi \quad (17)$$

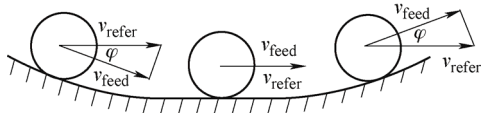
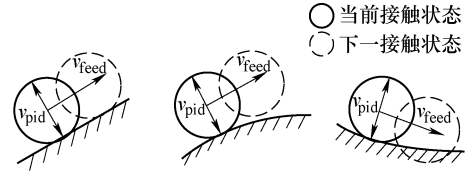


图 6 末端工具切向进给速度示意图

## 2.3 轮廓变化对法向接触力影响

由于切向进给速度  $\mathbf{v}_{\text{feed}}$  方向与接触点切矢量方向相同,当接触点位于凸面或凹面区域时,末端工具与曲面轮廓呈脱离或压紧趋势。不同区域下,末端工具与曲面轮廓间的接触状态如图 7 所示,其中  $\mathbf{v}_{\text{pid}}$  表示法向控制速度。



(a)接触点位于平面 (b)接触点位于凸面 (c)接触点位于凹面  
图 7 不同区域下末端工具与曲面轮廓的接触状态

以分析凸面区域对法向接触力的影响为例,定义  $\mathbf{v}_{\text{pid}}$  方向以接触点法矢量反向为正,  $F_n$ 、 $F_d$  分别表示法向实际接触力和法向期望接触力。假设在当前采样周期下,  $F_n > F_d$ ,  $\mathbf{v}_{\text{pid}} < 0$ , 由于末端工具与轮廓呈脱离趋势且  $\mathbf{v}_{\text{pid}}$  方向沿接触点法矢量方向,  $F_n$  将突然减小。为避免  $F_n$  过小,在下一采样周期内,柔顺控制算法将计算得到  $\mathbf{v}_{\text{pid}} > 0$ , 使末端工具快速靠近轮廓法向而又产生过大法向接触力。依此类推,当接触点位于凸面或凹面区域时,法向接触力将以过大或过小的振幅交替出现,即在曲面跟踪过程中,依靠过去力反馈信息的柔顺控制存在一定滞后,不能及时补偿轮廓变化而导致法向接触力不平稳。

## 2.4 法向控制速度的修正

为减小轮廓变化对法向接触力的影响,在计算法向控制速度和切向进给速度的同时,可根据当前接触点处先验轮廓倾角求解法向先验速度并对法向控制速度进行修正。

以接触点位于凸面区域为例,速度修正示意图如图 8 所示。其中  $\mathbf{v}_{\text{pri}}$  表示法向先验速度,方向始终沿接触点法矢量反向,以减少末端工具和曲面轮廓间的脱离趋势,  $\mathbf{v}_{\text{control}}$  为修正后的法向控制速度,由  $\mathbf{v}_{\text{pid}}$  和  $\mathbf{v}_{\text{pri}}$  构成,  $\mathbf{v}_d$  表示修正后的末端工具期望线速度,为  $\mathbf{v}_{\text{control}}$  和  $\mathbf{v}_{\text{feed}}$  的合速度,  $\varphi$  表示当前接触点处的先验轮廓倾角,  $\mathbf{v}_{\text{pri}}$  与  $\mathbf{v}_{\text{refer}}$  的几何关系如式(18)所示

$$\mathbf{v}_{\text{pri}} = \mathbf{v}_{\text{refer}} |\sin \varphi| \quad (18)$$

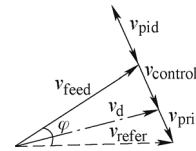


图 8 凸面区域下法向控制速度修正

定义先验速度权重  $\varepsilon \in [0,1]$ ,使得修正后的法向控制速度  $\mathbf{v}_{\text{control}}$  如式(19)所示

$$\mathbf{v}_{\text{control}} = (1 - \varepsilon) \mathbf{v}_{\text{pid}} + \varepsilon \operatorname{sgn}(-\Delta \varphi) \mathbf{v}_{\text{pri}} \quad (19)$$

式中  $\operatorname{sgn}()$  为符号函数,  $\Delta \varphi$  表示当前接触点与上一接触点的先验轮廓倾角差。当  $\Delta \varphi$  分别小于零、等



于零和大于零时,表示接触点分别处于凸面、平面和凹面区域。当  $\varepsilon = 0$  时,表示修正后的法向控制速度完全依靠过去力反馈信息计算得到;当  $\varepsilon = 1$  时,表示柔顺控制完全取决于工件先验模型。

### 3 基于修正速度的机器人柔顺控制系统设计

#### 3.1 末端工具期望速度

机器人末端工具期望速度包含期望线速度  $\mathbf{v}_d$  和期望角速度  $\mathbf{w}_d$ , 其中  $\mathbf{v}_d$  为修正后的法向控制速度  $\mathbf{v}_{\text{control}}$  和切向进给速度  $\mathbf{v}_{\text{feed}}$  的合速度。为方便控制机器人运动,需将  $\mathbf{v}_{\text{control}}$  和  $\mathbf{v}_{\text{feed}}$  转换至机器人世界坐标系  $\hat{X}_w$  轴和  $\hat{Z}_w$  轴方向上,映射关系如式(20)所示

$$\begin{cases} v_x = v_{\text{control}} \sin \varphi + v_{\text{feed}} \cos \varphi \\ v_z = v_{\text{control}} \cos \varphi - v_{\text{feed}} \sin \varphi \end{cases} \quad (20)$$

式中,  $\varphi$  表示当前接触点处的先验轮廓倾角,  $v_x$ 、 $v_z$  分别为末端工具在机器人世界坐标系  $\hat{X}_w$  轴和  $\hat{Z}_w$  轴方向上的速度大小,则机器人世界坐标系下末端工具期望线速度  $\mathbf{v}_d$  可由式(21)表示

$$\mathbf{v}_d = [v_x \quad 0 \quad v_z]^T \quad (21)$$

在曲面跟踪过程中,机器人末端工具实际姿态  $\mathbf{R}_c$  并不能与期望姿态  $\mathbf{R}_d$  完全一致,二者间的偏差  $\mathbf{R}_{\text{error}}$  如式(22)所示

$$\mathbf{R}_{\text{error}} = \mathbf{R}_d \mathbf{R}_c^T \quad (22)$$

$$\text{假设 } \mathbf{R}_{\text{error}} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \quad \text{令}$$

$$l = \sqrt{(a_{32} - a_{23})^2 + (a_{13} - a_{31})^2 + (a_{21} - a_{12})^2}, \quad \text{通过轴}$$

角公式可将  $\mathbf{R}_{\text{error}}$  转换成旋转角  $\alpha$  和  $3 \times 1$  单位轴矢量  $\mathbf{n}$ , 如式(23)和式(24)所示

$$\alpha = \arccos \psi \quad (23)$$

$$\mathbf{n} = [n_x \quad n_y \quad n_z]^T \quad (24)$$

$$\psi = \frac{1}{2}(a_{11} + a_{22} + a_{33} - 1)$$

$$n_x = \frac{a_{32} - a_{23}}{l}, \quad n_y = \frac{a_{13} - a_{31}}{l}, \quad n_z = \frac{a_{21} - a_{12}}{l}$$

则一个采样周期  $\Delta t$  内机器人末端工具期望角速度  $\mathbf{w}_d$  如式(25)所示

$$\mathbf{w}_d = \frac{\alpha \cdot \mathbf{n}}{\Delta t} \quad (25)$$

由式(21)和式(25)可知,机器人末端工具期望速度  $\mathbf{v}_{d\_full}$  可由式(26)表示

$$\mathbf{v}_{d\_full} = [\mathbf{v}_d \quad \mathbf{w}_d]^T \quad (26)$$

#### 3.2 力控制器设计

目前大多数工业机器人为位置伺服机器人,需要通过雅可比矩阵将末端工具期望速度  $\mathbf{v}_{d\_full}$  转换成关节角增量  $\Delta \theta$ , 从而求得机器人期望关节角  $\theta_d$ 。转换方式如式(27)和式(28)所示

$$\Delta \theta = \mathbf{J}(\theta_c)^{-1} \mathbf{v}_{d\_full} \Delta t \quad (27)$$

$$\theta_d = \theta_c + \Delta \theta \quad (28)$$

式中  $\theta_c$  为  $6 \times 1$  矢量,表示当前机器人 6 个关节角,  $\mathbf{J}(\theta_c)$  为  $6 \times 6$  矩阵,表示当前关节角下机器人雅可比矩阵,  $\Delta t$  为采样周期。

结合前文所提机器人曲面跟踪柔顺控制方法,设计位置型机器人力控制器如图 9 所示。系统输入包括力偏差  $\Delta F$ 、先验轮廓倾角  $\varphi$ 、期望位姿  $\mathbf{X}_d$ 、 $\mathbf{R}_d$  和机器人当前关节角  $\theta_c$ , 系统输出为机器人期望关节角  $\theta_d$ 。

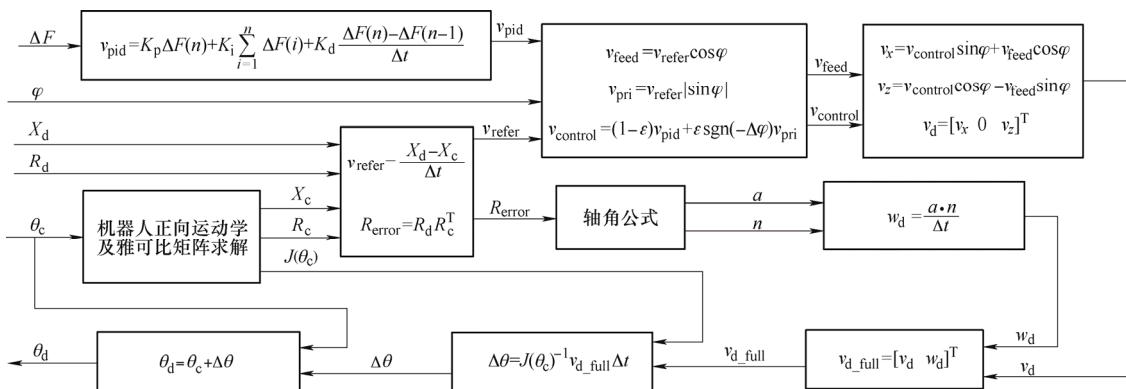


图 9 力控制器结构框图

#### 3.3 位置型机器人曲面跟踪柔顺控制系统

本文设计的含先验轮廓倾角的位置型机器人曲面跟踪柔顺控制系统结构框图,如图 10 所示。其中

$\mathbf{X}_c$ 、 $\mathbf{X}_e$  分别表示当前机器人末端工具实际位置和工件轮廓表面位置,  $\Delta \mathbf{x}$  表示末端工具与曲面轮廓接触过程中发生的变形,  $\mathbf{F}_c$  表示实际接触力,可通

过六维力传感器间接测得,  $F_n$  为  $F_c$  的法向分量, 由  $F_c$  和先验轮廓倾角经坐标转换后获得,  $F_d$  表示法向期望接触力大小。在一个采样周期  $\Delta t$  内, 位置型机器人曲面跟踪柔顺控制系统运行步骤如下。

(1) 获取当前机器人关节角  $\theta_c$ , 求解末端工具位置  $X_c$ , 计算当前接触点处先验轮廓倾角  $\varphi$ 。

(2) 计算法向接触力偏差  $\Delta F$ 。

(3) 在线轨迹生成器生成期望位姿  $X_d$ 、 $R_d$ 。

(4) 力控制器计算期望关节角  $\theta_d$ 。

(5) 位置控制器控制机器人运动。

(6) 判断是否继续曲面跟踪, 是, 则转至(1); 否, 则结束。

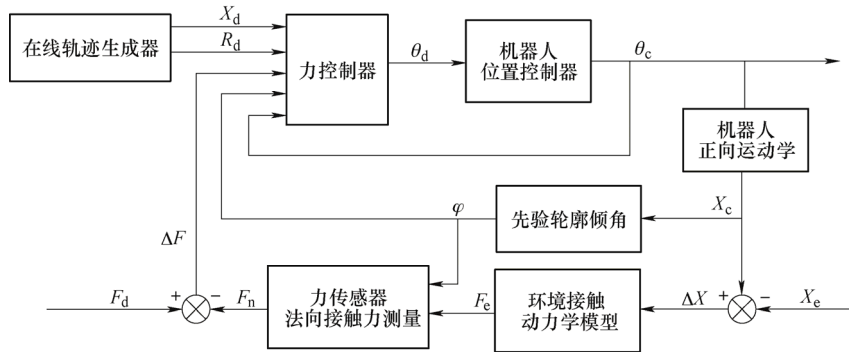


图 10 含先验轮廓倾角的位置型机器人曲面跟踪柔顺控制系统结构框图

## 4 机器人曲面恒力跟踪试验

### 4.1 物理实验配置

本文利用史陶比尔 TX90 机器人(CS8 控制器)、本地 PC 机、力传感器、末端工具和曲面工件构建的机器人曲面跟踪实验平台, 如图 11 所示。

(1) 力传感器: 力传感器为 OptoForce HEX-70 六维力传感器, 标准量程  $\pm 200$  N, 分辨率 0.1 N, 采样频率 100 Hz, 滤波频率 15 Hz, 安装在机械臂法兰盘和末端工具间。

(2) 末端工具: 末端工具由夹具、电主轴和磨抛头组成, 其中磨抛头直径 14 mm, 直接与曲面工件接触。

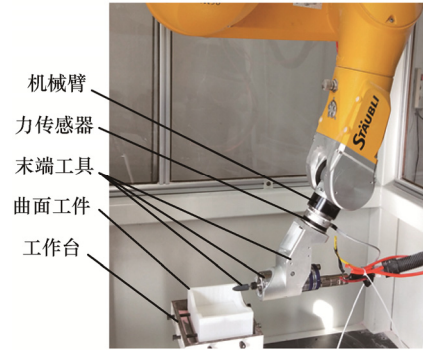


图 11 机器人曲面跟踪实验平台

(3) 曲面工件: 曲面工件由 PLA 材料 3D 打印制成, 固定在工作台上。

本文构建的机器人曲面跟踪系统, 如图 12 所

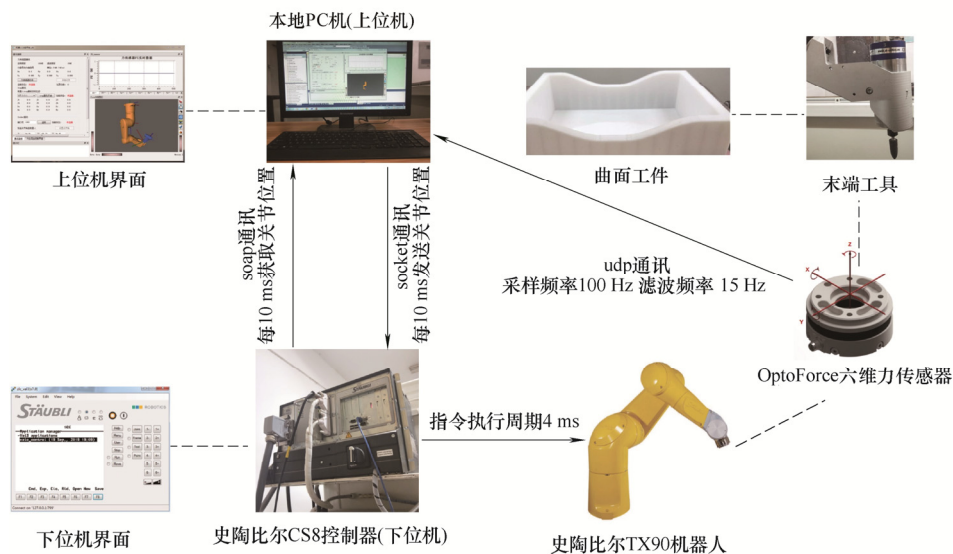


图 12 机器人曲面跟踪系统示意图

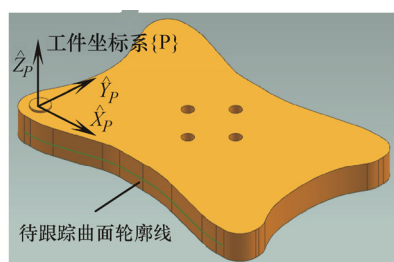
示: 力传感器通过 udp 通讯将采集的力信号数据传入本地 PC 机; 本地 PC 机与 CS8 控制器通过以太网相连, 利用 soap 通信包和 socket 通信机制分别实现机器人关节位置的获取与发送; 本地 PC 机内上位机程序由 VS2010+QT5.3.1 开发, CS8 控制器内下位机程序通过机器人 VAL3 语言编写, 系统采样周期为 10 ms。

## 4.2 曲面跟踪实验I(连续曲面)

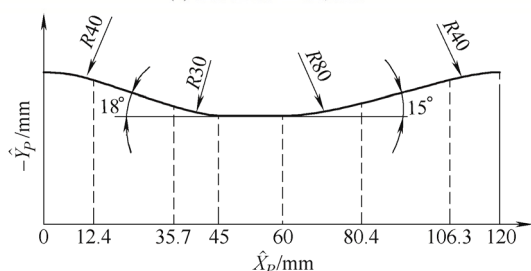
机器人曲面跟踪实验I场景如图 13 所示, 其中曲面工件由 3D 打印技术制成。打印过程中, 待跟踪曲面垂直于打印平面, 表面连续且较为光滑。曲面工件三维模型及曲面轮廓线的几何参数如图 14 所示。



图 13 机器人曲面跟踪实验I场景图



(a) 曲面工件三维模型



(b) 曲面轮廓线几何参数

图 14 实验I曲面工件模型及轮廓几何参数

在一个采样周期内, 设置末端工具沿  $\hat{X}_p$  轴方向位置更新增量  $\Delta x$  为 0.012 mm, 法向期望接触力  $F_d$  为 15 N, 取先验速度权重  $\varepsilon = 0$  表示无先验速度修正的柔顺控制,  $\varepsilon \neq 0$  表示含先验速度修正的柔顺控制。经多组实验验证, 当  $\varepsilon = 0.12$  时, 能取得较好的法向接触力控制, 控制参数如表 1 所示。

表 1 曲面跟踪实验I控制参数

序号	控制参数			
	先验速度权重 $\varepsilon$	$K_p$	$K_i$	$K_d$
1	$\varepsilon = 0$ (无先验速度修正)	1.88	0.06	0.002 2
2	$\varepsilon = 0.12$ (含先验速度修正)	1.88	0.06	0.002 2

实验I运行时长约为 115 s, 实验结果如图 15 所示。由实验结果可知, 无先验速度修正的柔顺控制 ( $\varepsilon = 0$ ) 和含先验速度修正的柔顺控制 ( $\varepsilon = 0.12$ ) 均能取得较好的法向接触力控制效果。当接触点在  $\hat{X}_p$  轴方向的位置位于 5~12 mm(凸面区域)和 65~85 mm(凹面区域)时, 含先验速度修正的柔顺控制 ( $\varepsilon = 0.12$ ) 相比无先验速度修正的柔顺控制 ( $\varepsilon = 0$ ), 能有效减少轮廓变化对法向接触力的影响, 法向接触力更平稳。

剔除末端工具与曲面轮廓在接触前和接触瞬间阶段(2.4~3.0 mm), 分离瞬间和分离后阶段(116.7~117.3 mm)两个时间段的实验数据, 实验结果分析如表 2 所示: 当  $\varepsilon = 0$  时, 法向接触力平均值为 15.0 N, 力波动范围为[14.2 N, 15.9 N], 力方差为 0.063 7; 当  $\varepsilon = 0.12$  时, 法向接触力平均值为 15.0 N, 力波动范围为[14.4 N, 15.5 N], 力方差为 0.025 5。由上述结果可知, 含先验速度修正的柔顺控制 ( $\varepsilon = 0.12$ ) 相比无先验速度修正的柔顺控制 ( $\varepsilon = 0$ ), 力波动范围更小, 整体受力更加均匀, 力方差减小了 60.03%。

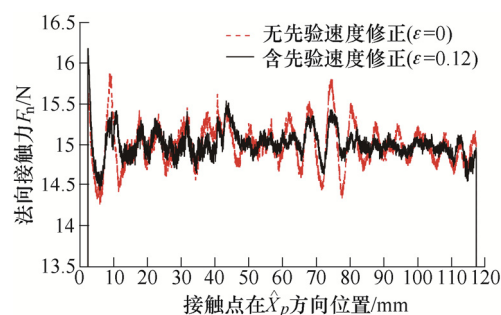


图 15 实验I曲面跟踪法向接触力控制结果图

表 2 曲面跟踪实验I实验结果

序号	先验速度权重 $\varepsilon$	实验结果			
		平均值/N	最小值/N	最大值/N	方差
1	$\varepsilon = 0$ (无先验速度修正)	15.0	14.2	15.9	0.063 7
2	$\varepsilon = 0.12$ (含先验速度修正)	15.0	14.4	15.5	0.025 5

与相关文献中的模糊 PI 控制<sup>[15]</sup>、阻抗控制<sup>[16]</sup>、自适应阻抗控制<sup>[17]</sup>相比, 本文所提的将 PID 控制与曲面先验轮廓倾角相结合的方法, 能够有效减小因轮廓变化导致的接触力波动, 具体的接触力波动范



围与波动率(力波动范围/期望接触力)如表 3 所示。

表 3 实验结果对比

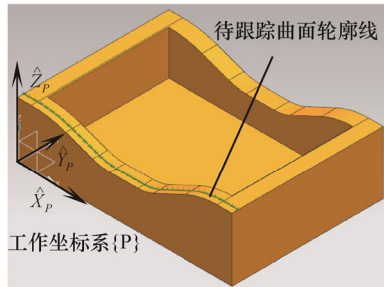
序号	控制方法	期望接触力 /N	力波动范围/N	波动率(%)
1	模糊 PI 控制 <sup>[15]</sup>	10	$\pm 1$	$\pm 10$
2	阻抗控制 <sup>[16]</sup>	3	$\pm 0.5$	$\pm 16.7$
3	自适应阻抗控制 <sup>[17]</sup>	17	$\pm 1.5$	$\pm 8.8$
4	本文算法	15	$\pm 0.5$	$\pm 3.3$

#### 4.3 曲面跟踪实验II(较粗糙分层曲面)

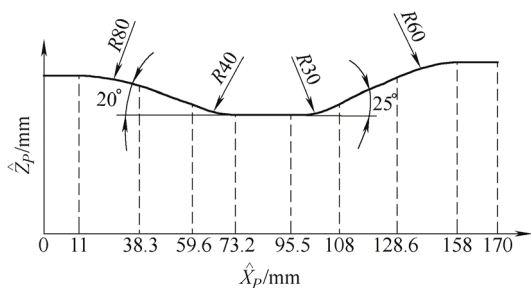
为了进一步验证柔顺控制算法的鲁棒性, 探讨先验速度权重  $\varepsilon$  的选取对法向接触力控制的影响, 将实验II中的工件曲面打印成具有一定分层断面的较粗糙曲面。图 16、17 分别为机器人曲面跟踪实验II场景和曲面工件的三维模型及曲面轮廓线的几何参数示意图。



图 16 机器人曲面跟踪实验II场景图



(a) 工件曲面三维模型



(b) 曲面轮廓线几何参数

图 17 实验II曲面工件模型及轮廓几何参数

实验中的期望接触力  $F_d$  为 6 N, 位置更新增量与实验I相同。由于该实验中曲面表面与实验 I 有较大差别, 经过试验发现取  $\varepsilon = 0.15$  时可以获得更好的控制效果。为了说明  $\varepsilon$  的取值对跟踪力的平稳性的

影响, 分别对  $\varepsilon = 0, 0.15, 0.5$  的情况进行对比, 具体控制参数如表 4 所示。

表 4 曲面跟踪实验II控制参数

序号	控制参数			
	先验速度权重 $\varepsilon$	$K_p$	$K_i$	$K_d$
1	$\varepsilon = 0$ (无先验速度修正)	0.96	0.015	0.002 2
2	$\varepsilon = 0.15$ (含先验速度修正)	0.96	0.015	0.002 2
3	$\varepsilon = 0.5$ (含先验速度修正)	0.96	0.015	0.002 2

实验II运行时长约为 135 s, 实验结果如图 18 所示。当接触点在  $\hat{X}_p$  轴方向的位置位于 125~145 mm(凸面区域)时, 由于末端工具与曲面轮廓呈脱离趋势, 无先验速度修正的柔顺控制( $\varepsilon = 0$ )在该区域内法向接触力出现震荡, 而含先验速度修正的柔顺控制( $\varepsilon = 0.15$ )能有效避免在该区域法向接触力不稳定。

剔除末端工具与曲面轮廓在接触前和接触瞬间阶段(12.6~12.8 mm), 分离瞬间和分离后阶段(160.0~160.4 mm)两个时间段的实验数据, 实验结果分析如表 5 所示: 当  $\varepsilon = 0$  时, 法向接触力平均值为 6.0 N, 力方差为 1.209 8; 当  $\varepsilon = 0.15$  时, 法向接触力平均值为 6.0 N, 力方差为 0.518 4, 相比  $\varepsilon = 0$  的实验结果, 力方差减小了 57.15%; 当  $\varepsilon = 0.5$  时, 法向接触力平均值为 6.0 N, 力方差为 1.021 3, 相比  $\varepsilon = 0.15$  的实验结果, 法向接触力方差更大。由上述结果可知, 选取合适的先验速度权重  $\varepsilon$ , 对法向接触力控制具有重要的作用。

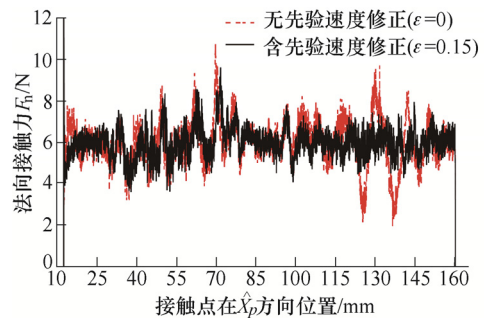


图 18 实验II曲面跟踪法向接触力控制结果图

表 5 曲面跟踪实验II实验结果

序号	先验速度 权重 $\varepsilon$	实验结果			
		平均值 /N	最小值 /N	最大值 /N	方差
1	$\varepsilon = 0$ (无先验速度修正)	6.0	1.9	10.8	1.209 8
2	$\varepsilon = 0.15$ (含先验速度修正)	6.0	3.6	9.6	0.518 4
3	$\varepsilon = 0.5$ (含先验速度修正)	6.0	3.0	9.5	1.021 3

#### 4.4 结果与讨论

上述两个实验中, 实验II的力方差与力波动范围相比实验I更大, 可能的原因如下。

(1) 与工件表面质量有关。实验I和实验II中的待跟踪曲面均较为粗糙, 但实验II中的曲面具有一定的分层断面, 在跟踪过程中, 末端工具与曲面轮廓可能存在接触不平稳。

(2) 与末端工具与和传感器整体刚度有关。力传感器本身具有弹性, 且在不同方向上刚度不同, 实验I中力传感器与末端工具的整体刚度较小。

综上所述, 实验I和实验II结果均表明, 本文所提的柔顺控制算法能有效控制法向接触力大小。在选取合适的先验速度权重 $\varepsilon$ 下, 含先验速度修正的柔顺控制相比无先验速度修正的柔顺控制, 能有效抑制轮廓变化对法向接触力的影响, 力方差减小55%以上。

## 5 结论

(1) 建立了机器人曲面跟踪柔顺接触模型, 推导出法向控制速度与法向接触力偏差间的映射关系。

(2) 分析了轮廓变化对法向接触力的影响, 提出了一种基于先验速度修正的机器人曲面跟踪柔顺控制方法。通过物理实验验证了该方法能有效减小轮廓变化对法向接触力的影响, 实验结果表明工件轮廓受力均匀性显著提高, 对工业机器人抛光打磨具有重要意义。

(3) 实验初步验证了先验速度权重 $\varepsilon$ 对法向接触力控制具有重要的影响。后续研究可将该柔顺控制算法运用至工业机器人抛光打磨中, 通过智能学习型算法对 PID 控制参数和先验速度权重 $\varepsilon$ 进行优化。

## 参 考 文 献

- [1] AVERY R, FENG F X, GUANG L. Modelling and analysis of contact stress for automated polishing[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2006, 46(3-4): 424-435.
- [2] 赵吉宾, 尹东. 有机玻璃曲面的柔性抛光机理与试验[J]. 光学精密工程, 2016, 24(10s): 428-437.  
ZHAO Jibin, YIN Dong. Mechanism and experiment of flexible polishing for freeform surface of plexiglass[J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(10s): 428-437.
- [3] TIAN F, LI Z, LV C, et al. Polishing pressure investigations of robot automatic polishing on curved surfaces[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016, 87(1-4): 639-646.
- [4] 董恣, 张立建, 易旺民, 等. 基于动力学前馈的空间机器人多销孔装配力柔顺控制[J]. 机械工程学报, 2019, 55(4): 207-217.  
DONG Que, ZHANG Lijian, YI Wangmin, et al. Force compliance control of multi-peg-in-hole assembling by space robot based on dynamic feedforward[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(4): 207-217.
- [5] ZHU D, FENG X, XU X, et al. Robotic grinding of complex components: A step towards efficient and intelligent machining - challenges, solutions, and applications[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2020, 65: 101908.
- [6] 李正义, 曹汇敏. 适应环境刚度、阻尼参数未知或变化的机器人阻抗控制方法[J]. 中国机械工程, 2014, 25(12): 1581-1585.  
LI Zhengyi, CAO Huimin. Robot impedance control method adapting to unknown or changing environment stiffness and damping parameters[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(12): 1581-1585.
- [7] KIGUCHI K, FUKUDA T. Position/force control of robot manipulators for geometrically unknown objects using fuzzy neural networks[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47(3): 641-649.
- [8] JEON S W. Object contour following task based on integrated information of vision and force sensor[C]// 2007 International Conference on Control, Automation and Systems. Seoul: IEEE, 2007: 1040-1045.
- [9] 甘亚辉, 段晋军, 戴先中. 非结构环境下的机器人自适应变阻抗力跟踪控制方法[J]. 控制与决策, 2019, 34(10): 2134-2142.  
GAN Yahui, DUAN Jinjun, DAI Xianzhong. Adaptive variable impedance control for robot force tracking in unstructured environment[J]. Control and Decision, 2019, 34(10): 2134-2142.
- [10] 李琳, 肖佳栋, 张铁, 等. 基于自适应迭代的机器人曲面恒力跟踪[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(4): 641-649.  
LI Lin, XIAO Jiadong, ZHANG Tie, et al. Constant-force curved-surface-tracking with robotic manipulator based on adaptive iterative algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(4):

- 641-649.
- [11] 肖文磊, 邹极. 切削加工机器人与 CAD/CAM 系统集成化[J]. 机械工程学报, 2011, 47(15): 52-60.  
XIAO Wenlei, HUAN Ji. Integration of a cutting robot with CAD/CAM system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(15): 52-60.
- [12] FENG Y L, TIAN S L. Development of a robot system for complex surfaces polishing based on CL data[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2005, 26(9-10): 1132-1137.
- [13] LEE M C, GO S J, LEE M H, et al. A robust trajectory tracking control of a polishing robot system based on CAM data[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2001, 17(1-2): 177-183.
- [14] NAGATA F, HASE T, HAGA Z, et al. CAD/CAM-based position/force controller for a mold polishing robot[J]. Mechatronics, 2007, 17(4-5): 207-216.
- [15] TIAN F, LV C, LI Z, et al. Modeling and control of robotic automatic polishing for curved surfaces[J]. CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology, 2016, 14: 55-64.
- [16] 杨林, 赵吉宾, 李论, 等. 有机玻璃研磨抛光机器人力控制研究[J]. 机械设计与制造, 2015(4): 105-107.  
YANG Ling, ZHAO Jibin, LI Lun, et al. A study of grinding and polishing robot force control for plexiglass[J]. Machinery Design&Manufacture, 2015(4): 105-107.
- [17] 许家忠, 郑学海, 周洵. 复合材料打磨机器人的主动柔顺控制[J]. 电机与控制学报, 2019, 23(12): 151-158.  
XU Jiazhong, ZHENG Xuehai, ZHOU Xun. Active and compliant control of the composite polishing robot[J]. Electric Machines and Control, 2019, 23(12): 151-158.
- [18] 黄婷, 孙立宁, 王振华, 等. 基于被动柔顺的机器人抛磨力/位混合控制方法[J]. 机器人, 2017, 39(6): 776-785.  
HUANG Ting, SUN Lining, WANG Zhenhua, et al. Hybrid force/position control method for robotic polishing based on passive compliance structure[J]. ROBOT, 2017, 39(6): 776-785.
- 
- 作者简介: 曾令城, 男, 1996 年出生。主要研究方向为机器人控制。  
E-mail: 13365899218@163.com  
李明富(通信作者), 男, 1979 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为智能机器人、智能制造。  
E-mail: mingfuli@xtu.edu.cn; limingfu2001@foxmail.com