

DOI: 10.3901/JME.2021.24.039

# 足式机器人轻量化液压驱动执行器质量建模及灵敏度分析\*

巴凯先<sup>1,2</sup> 康岩<sup>2</sup> 俞滨<sup>1,2</sup> 付康平<sup>2</sup> 黄智鹏<sup>2</sup> 徐悦鹏<sup>2</sup>  
袁立鹏<sup>3</sup> 孔祥东<sup>1,2</sup>

- (1. 燕山大学河北省重型机械流体动力传输与控制实验室 秦皇岛 066004;
2. 燕山大学机械工程学院 秦皇岛 066004;
3. 哈尔滨工业大学机电工程学院 哈尔滨 150008)

**摘要:** 液压驱动执行器是航空航天、机器人和工程机械等高端移动装备中的核心执行元件,是液压系统的“肌肉”。对液压驱动执行器进行轻量化设计是提升上述高端移动装备的续航能力、机动性和承载能力的主要途径之一。以适用于足式机器人腿部关键驱动的液压执行器为研究对象,首先建立执行器各部件精确质量模型。然后,采用可以定量评估参数对模型影响的基于 Sobol 的全局灵敏度分析方法,并结合蒙特卡洛数值模拟方法增强其分析效率,揭示了质量参数变化对执行器质量的影响规律,最终得到了影响液压驱动执行器质量的关键参数,并通过系统建模验证了灵敏度分析结果的准确性。同时,所采用的分析方法为通用方法,可对不同液压驱动执行器进行质量建模并进行灵敏度分析,为其轻量化设计提供重要理论参考。

**关键词:** 液压驱动执行器;轻量化;足式机器人;质量建模;全局灵敏度分析

**中图分类号:** TH137

## Mass Modeling and Sensitivity Analysis of Lightweight Hydraulic Actuator for Legged Robot

BA Kaixian<sup>1,2</sup> KANG Yan<sup>2</sup> YU Bin<sup>1,2</sup> FU Kangping<sup>2</sup> HUANG Zhipeng<sup>2</sup>  
XU Yuepeng<sup>2</sup> YUAN Lipeng<sup>3</sup> KONG Xiangdong<sup>1,2</sup>

- (1. Hebei Provincial Key Laboratory of Heavy Machinery Fluid Power Transmission and Control, Yanshan University, Qinhuangdao 066004;
2. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004;
3. School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150008)

**Abstract:** Hydraulic actuator is the core actuator of high-end mobile equipment such as aerospace, robot and engineering machinery, and it is the "muscle" of hydraulic system. In order to improve the endurance, mobility and carrying capacity of the high-end mobile equipment, the lightweight design of the hydraulic actuator is one of the main solutions. The hydraulic actuator which is suitable for the key drive of the leg of the legged robot is taken as the research object. Firstly, the accurate mass model of each part of the actuator is established. Then, the global sensitivity analysis method based on Sobol, which can quantitatively evaluate the influence of parameters on the model, is adopted. Combined with Monte Carlo numerical simulation method, the analysis efficiency is enhanced, and the influence law of mass parameters on the quality of the actuator is revealed. Finally, the key parameters affecting the quality of the hydraulic actuator are obtained. The accuracy of sensitivity analysis results is verified by system modeling. At the same time, the analysis method used is a general method, which can be used for mass modeling and sensitivity analysis of different hydraulic actuators, and provide an important theoretical reference for lightweight design.

**Key words:** hydraulic actuator; lightweight; legged robot; quality modeling; global sensitivity analysis

\* 国家重点研发计划(2018YFB2000701)、国家自然科学基金(51905465)和河北省自然科学基金(E2019203021)资助项目。20210603 收到初稿, 20210926 收到修改稿

## 0 前言

近年来, 液压足式机器人成为国内外研究的热点, 足式机器人相对于轮式和履带式机器人, 对未知、非结构环境具有很好的适应能力, 能够跨越障碍, 特别适用于野外复杂环境下的探测、运输、救援、军事辅助等任务<sup>[1-4]</sup>。同时, 这也对液压足式机器人的性能提出了更高的要求, 如高效率、长寿命、快速响应、高功重比等。其中, 高功重比是一个重要的影响因素, 机器人减重 47%, 实现了从平地行走到高难度跳跃的突破, 且能降低燃油消耗, 提高载重, 降低运营成本, 通过轻量化、小型化与集成化来提高系统功重比是液压系统发展的重要趋势<sup>[5-7]</sup>。

该类足式机器人腿部关节执行器又称液压驱动单元<sup>[8-9]</sup>, 其轻量化设计是机器人整机轻量化设计的关键一步。影响液压驱动执行器的质量参数有很多, 主要有缸体、端盖、油路、活塞直径、活塞杆直径和流道参数等, 当精确建立执行器的质量模型后, 如果可以定量地掌握这些参数变化对其质量的影响, 并与结构参数优化理论相结合, 可得到该类执行器的轻量化设计方法。目前有很多学者对液压驱动执行器的轻量化进行了研究, LUIGI 等<sup>[10]</sup>验证了复合材料设计的执行器的可行性, 相比钢制液压缸重量明显降低, 在提高机器性能和增加能源利用率方面有一定的改善; MINHO 等<sup>[11]</sup>根据叶片总厚度、多层数和增材制造技术等对空心圆柱体执行器进行叠层制造, 进而对流体传热等性质进行分析, 论证了新工艺的可行性。OLAF D 等<sup>[12]</sup>设计了一种轻量级液压歧管的增材制造工艺, 优化了传统方式下执行器管路的设计过程, 减轻了执行器的整体重量。BALAVIGNESH 等<sup>[13]</sup>对铝合金材料下执行器液压缸的加工制造进行了有限元分析, 对执行器关键部件的优化设计提出了改进性的工艺方法。但上述研究工作主要集中在新材料、新工艺的应用, 同时结合 ANSYS 软件进行数值模拟分析, 上述方法无法掌握质量参数的变化对执行器质量的影响程度。

灵敏度分析是一种可以分析系统各参数变化对系统特性影响程度大小的有效方法。灵敏度分析方法很多, 从不同数学计算方法可分为: 轨迹灵敏度法<sup>[14]</sup>、矩阵灵敏度法<sup>[15]</sup>和全局灵敏度法等, 从求解精度上可分为: 一阶灵敏度法、二阶灵敏度法等<sup>[16-17]</sup>, 这些灵敏度计算方法具有不同的数学计算特点, 因此从计算精度、计算方式和计算繁琐程度

等方面均不尽相同, 使得上述灵敏度方法各具优势和适用范围。

全局灵敏度分析方法可以定量分析出单个变量或多个变量相互作用对输出响应的贡献程度, 并且具有全局性和稳定性, 广泛应用于可靠性分析、结构设计优化等多个领域。常见的全局灵敏度分析方法包括 Morris 分析方法、Sobol 分析方法、RSA 分析方法等<sup>[18-20]</sup>, 适用于多参数、非线性的模型进行分析, 目前应用较为广泛的全局灵敏度分析方法是由 Sobol 提出来的基于方差分析的全局灵敏度分析, 通过输入变量的方差波动对输出变量的波动来定量衡量输入变量对输出变量的影响, 能够有效的求解非线性模型中参数及参数与其他参数之间相互影响对输出的影响。因此本文选用 Sobol 分析方法并结合蒙特卡罗抽样法进行数值模拟计算。

综上所述, 本文的组织结构如下: 第 1 节, 从液压驱动执行器的质量模型建立入手, 通过各部件的建模找到液压驱动执行器的整体质量公式。第 2 节, 采用可以定量评估参数对模型影响的基于 Sobol 的全局灵敏度分析方法, 并结合蒙特卡罗数值模拟方法增强其分析效率, 揭示质量参数变化对执行器质量的影响规律, 最终得到了影响液压驱动执行器质量的关键参数。第 3 节, 通过系统建模, 以执行器壁厚和通径参数为例, 进行了其数值波动对执行器质量的影响, 验证灵敏度分析结果的准确性。

## 1 液压驱动执行器质量建模

### 1.1 液压驱动执行器模型介绍

以图 1 中作者团队前期设计的一款用于足式机器人关节驱动的高集成性液压执行器为例, 执行器模型主要包括缸体、活塞杆、活塞、前端盖和后端盖, 另外在缸体上端增加缸体壁厚, 内置进回油油路, A、B 腔油路, 伺服阀连接油路。一般情况下, 如果执行器采用非对称结构, 执行器的后端盖与缸体采用一体化结构。

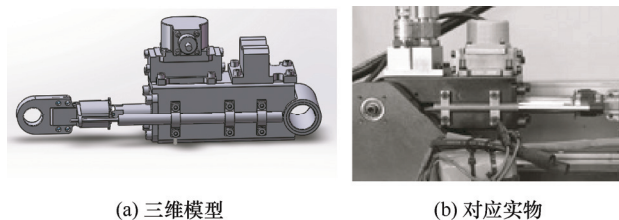


图 1 液压驱动执行器

液压驱动执行器中伺服阀、进回油口连接块、位移传感器及固定件、力传感器及固定件、前端固

定轴承等元件均为标准元器件, 为了方便推导质量模型公式, 对液压驱动执行器进行简化, 简化模型如图 2 所示。

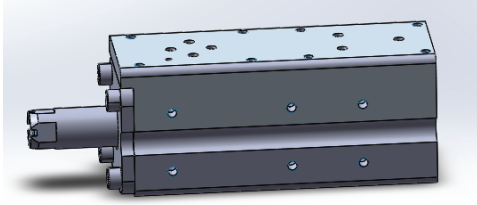


图 2 简化后液压驱动执行器三维

简化后的液压驱动执行器的结构主要包括前端盖和螺钉、活塞杆(活塞与活塞杆一体化)、缸体、后端盖。同时, 材料和结构是影响结构质量的关键因素, 本次建模的液压驱动执行器缸体和端盖拟采用铝合金 7075, 活塞杆拟采用 40Cr 钢。两种材料的材料属性见表 1。

表 1 材料属性表

属性	铝合金 7075	属性	40Cr 钢
抗拉强度 $\delta_{b1}$ /MPa	524	抗拉强度 $\delta_{b2}$ /MPa	810
屈服强度 $\delta_{s1}$ /MPa	455	屈服强度 $\delta_{s2}$ /MPa	785
弹性模量 $E_1$ /GPa	71	弹性模量 $E_2$ /GPa	210
密度 $\rho_1$ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	2 810	密度 $\rho_2$ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	7850
硬度 $H$ /HB	150	硬度 $H$ /HB	207
安全系数 $s_1$	3.5	安全系数 $s_2$	3.5
许用应力 [ $\delta_1$ ]/MPa	130	许用应力[ $\delta_2$ ]/MPa	230

## 1.2 缸筒质量建模

液压缸的缸筒为圆筒结构, 并在缸体上集成各类功能元器件, 所以液压驱动执行器的缸体结构为四棱柱结构, 中间为空心圆柱体, 并将四棱柱体结构周围做了圆角处理。其左视图如图 3 所示。

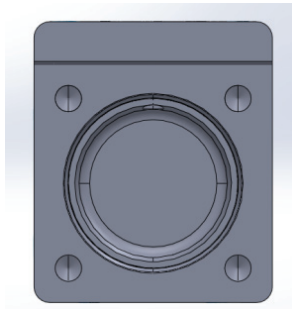


图 3 液压驱动执行器缸体三维模型

针对液压驱动执行器缸筒质量建模方法是将液

压驱动执行器的缸筒体积类比为正四棱柱, 再减去内部容腔圆柱体, 正四棱柱底面长方形的长和宽为活塞通径与 2 倍缸筒厚度之和, 高度为满足量程要求和导向要求的缸筒长度。得到整体体积乘上材料密度得到缸筒质量模型, 计算公式如下

$$m_G = \left[ (d + 2\delta_G)^2 - \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \right] \cdot (l_G + l_D + \delta_H) \cdot \rho_1 \quad (1)$$

式中,  $m_G$  为液压驱动执行器缸筒质量;  $l_G$  为液压驱动执行器行程;  $l_D$  为端盖导向套长度;  $\delta_H$  为活塞厚度;  $d$  为液压驱动执行器缸筒内径;  $\delta_G$  为液压驱动执行器缸筒厚度;  $\rho_1$  为铝合金 7075 密度。

## 1.3 后端盖质量建模

液压驱动执行器的后端盖是较厚的正四边形圆板, 底面的长和宽为活塞通径与 2 倍缸筒厚度之和, 厚度为满足缸体尾部受力要求的最小厚度, 其形状如图 4 所示。

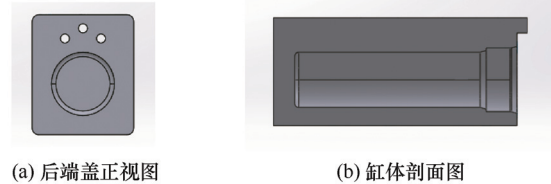


图 4 液压驱动执行器后端盖三维模型

液压驱动执行器的后端盖的底面长和宽为活塞通径与 2 倍缸筒厚度之和, 高度为后端盖厚度, 计算出体积乘以密度得到其质量模型, 计算公式为

$$m_D = (d + 2\delta_G)^2 \cdot \delta_D \cdot \rho_1 \quad (2)$$

式中,  $m_D$  为液压驱动执行器后端盖质量;  $\delta_D$  为液压驱动执行器后端盖壁厚。

## 1.4 前端盖质量建模

液压驱动执行器的前端盖主要由端盖和端盖导向部分组成。端盖部分为正四边形厚板(边角做圆角处理), 导向部分为空心圆柱, 空心圆柱通径为活塞杆直径, 在导向部分的内部和外部加工密封凹槽结构, 由于密封圈为标准件, 其密封槽尺寸为标准尺寸, 为了简化计算, 将减去凹槽的质量定义为定值  $m_{Q1}$ , 前端盖结构如图 5 所示。

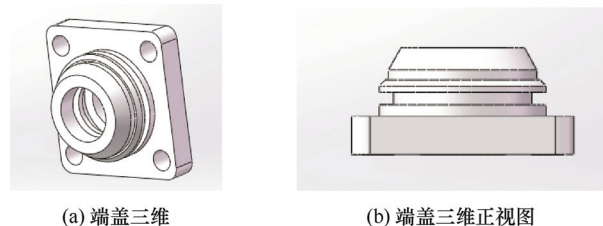


图 5 液压驱动执行器端盖三维模型

重量公式如式(3)所示

$$m_Q = \left[ (d + 2\delta_G)^2 - \pi \cdot \left( \frac{d_H}{2} \right)^2 \right] \cdot \delta_Q + \frac{\pi \cdot l_D}{4} (d_2^2 - d_H^2) \cdot \rho_1 - m_{Q1} \quad (3)$$

式中,  $m_Q$  为液压驱动执行器前端盖质量;  $m_{Q1}$  为液压驱动执行器前端盖密封槽质量;  $\delta_Q$  为液压驱动执行器前端盖壁厚;  $l_D$  为液压驱动执行器导向部分的长度;  $d_H$  为活塞杆直径。

### 1.5 活塞杆与活塞质量建模

通常情况下, 活塞杆和活塞为整体加工元件, 其结构图如图 6 所示。

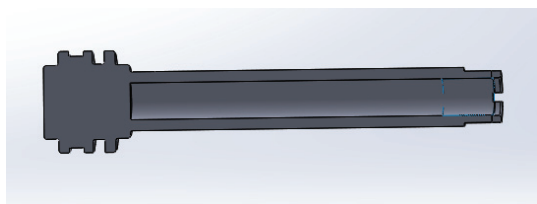


图 6 液压驱动执行器活塞杆三维模型

空心活塞杆的质量模型为

$$m_{H1} = \left( \frac{d_H^2 \cdot \pi \cdot l_H}{4} - \frac{d_N^2 \cdot \pi \cdot l_N}{4} \right) \rho_2 = \frac{\pi \rho_2}{4} (d_H^2 l_H - d_N^2 l_N) \quad (4)$$

式中,  $m_{H1}$  为液压驱动执行器前端盖质量;  $d_N$  为活塞杆空心圆柱体的直径;  $l_N$  为活塞杆空心圆柱体的长度;  $l_H$  为活塞杆长度。

液压驱动执行器活塞的几何结构为等厚度圆柱, 周围需要加工安装密封圈和导向环的凹槽结构, 由于密封圈为标准件, 其密封槽尺寸为标准尺寸, 为了简化计算, 将减去的凹槽质量定义为定值  $m_{Q2}$ , 则活塞的质量公式为

$$m_{H2} = \pi \frac{d^2}{4} \delta_H \rho_1 - m_{Q2} \quad (5)$$

式中,  $m_{H2}$  为液压驱动执行器活塞质量;  $m_{Q2}$  为液压驱动执行器活塞环形槽质量与导流槽质量之和;  $\delta_H$  为液压驱动执行器活塞厚度;  $l_D$  为液压驱动执行器前端盖壁厚;  $l_D$  为液压驱动执行器导向部分的长度;  $d_H$  为活塞杆直径。

### 1.6 油路质量建模

在方形液压缸缸体上端增加一定的壁厚作为阀块结构, 并根据不同油路分成不同的区域, 划分不同模块, 对油路进行质量建模。

油路模块划分方法如图 7 所示, 以伺服阀 A、P、

T 进油口为基准点, 伺服阀 A、P 进油口和 A、T 进油口垂直距离平分, 分出 P、T 油路区域和 A、B 油路区域, 在 A、B 油路区域以 A 油口和 B 油口为基准点, 以 A、B 两点的中点为分界点分成两个区域, 分别为 A 腔油路区域、B 腔油路区域。

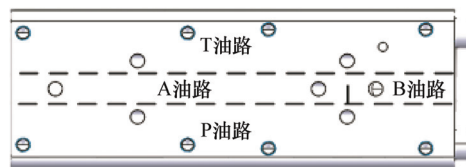


图 7 油路模块划分图

将油路的单位长度下的横截面积与密度的乘积定义为沿程质量系数, 计算得到的油路总质量计算公式如下

$$m_{Y总} = [l_A \cdot k_A + l_B \cdot k_B + l_P \cdot k_P + l_T \cdot k_T + l_T \cdot k_T] \cdot \rho_1 \quad (6)$$

式中,  $l_A$  为 A 腔油路长度;  $k_A$  为 A 腔质量系数;  $l_B$  为 B 腔油路长度;  $k_B$  为 B 腔质量系数;  $l_P$  为 P 腔油路长度;  $k_P$  为 P 腔质量系数;  $l_T$  为 T 腔油路长度;  $k_T$  为 T 腔质量系数。

上述针对液压驱动执行器的组成部分进行质量建模, 为建立液压驱动执行器整体质量模型提供良好的基础。

## 2 液压驱动执行器灵敏度分析

### 2.1 基于 Sobol 的全局灵敏度分析理论建模

基于 Sobol 的全局灵敏度分析方法是定量评估参数对模型影响的方法之一, 其原理主要基于方差分析原理计算, 具体如下。

假设  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$  为定义在  $\Omega^k$  上的独立输入变量,  $\Omega^k$  可以表示为

$$\Omega^k = \{\mathbf{x} | 0 \leq x_i \leq 1; i = 1, 2, \dots, k\} \quad (7)$$

$f(\mathbf{x})$  为基于函数高维模型表示的平方可积函数, 可分解为  $2^k$  个子函数之和

$$f(\mathbf{x}) = f_0 + \sum_{i=1}^k f_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} f_{ij} + \dots + f_{12 \dots k} \quad (8)$$

式中,  $f_i = f_i(x_i)$ ,  $f_{ij} = f_{ij}(x_i, x_j)$ ,  $f_{12 \dots k} = f_{12 \dots k}(x_1, x_2, \dots, x_k)$ ,  $f_0$  为常数。

所有分解项均可由函数  $f(\mathbf{x})$  的积分形式得到

$$\begin{cases} f_0 = \int_{\Omega^k} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ f_i = -f_0 + \int \dots \int f(\mathbf{x}) d\mathbf{x}_{-i} \\ f_{ij} = -f_0 - f_i - f_j + \int \dots \int f(\mathbf{x}) d\mathbf{x}_{-(ij)} \end{cases} \quad (9)$$

对分解式(9)平方并积分可得

$$\int f^2(\mathbf{x})d\mathbf{x} - f_0^2 = \sum_{i=1}^k \int f_i^2 d\mathbf{x}_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} \int f_{ij}^2 d\mathbf{x}_i d\mathbf{x}_j + \cdots + \int f_{12 \cdots k}^2 d\mathbf{x} \quad (10)$$

则函数  $f(\mathbf{x})$  的总方差和偏方差分别为

$$V = \int f^2(\mathbf{x})d\mathbf{x} - f_0^2 \quad (11)$$

$$V_{i \cdots j} = \int f_{i \cdots j}^2 d\mathbf{x}_i \cdots d\mathbf{x}_j \quad (12)$$

由此可得

$$V = \sum_{i=1}^k V_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} V_{ij} + \cdots + V_{12 \cdots k} \quad (13)$$

$$\begin{cases} f_0 = E(Y) \\ f_i = E_{X_{-i}}(Y | X_i) - E(Y) \\ f_{ij} = E_{X_{-ij}}(Y | X_i, X_j) - E(Y) - f_i - f_j \end{cases} \quad (14)$$

方差和函数的关系为

$$V_i = V(f_i(X_i)) = V_{X_i}[E_{X_{-i}}(Y | X_i)] \quad (15)$$

$$\begin{aligned} V_{ij} &= V(f_{ij}(X_i, X_j)) = V_{X_i X_j}(E_{X_{-ij}}(Y | X_i, X_j)) - \\ &V_{X_i}[E_{X_{-i}}(Y | X_i)] - V_{X_j}[E_{X_{-j}}(Y | X_j)] \end{aligned} \quad (16)$$

则定义输入变量的灵敏度如下

$$\begin{cases} S_i = \frac{V_i}{V} \\ S_{ij} = \frac{V_{ij}}{V} \\ S_{Ti} = S_i + \sum_{j \neq i} S_{ij} + \cdots + S_{12 \cdots k} \end{cases} \quad (17)$$

综上所述, 给出函数模型为  $f=f(X_1, X_2, \cdots, X_k)$ ,

对于参数  $X_i$  对模型方差的单效应影响和总效应影响可以如下表示

单效应影响指数  $S_i$  公式

$$S_i = \frac{V_{X_i}(E_{X_{-i}}(Y | X_i))}{V(Y)} \quad (18)$$

总效应影响指数  $S_{Ti}$  公式

$$S_{Ti} = \frac{E_{X_{-i}}[\text{Var}_{X_i}[Y | X_{-i}]]}{\text{Var}(Y)} = 1 - \frac{\text{Var}_{X_{-i}}(E_{X_i}[Y | X_{-i}])}{\text{Var}(Y)} \quad (19)$$

式中,  $x_i$  为第  $i$  个输入变量,  $\mathbf{x}_{-i}$  为除了  $x_i$  变量外所有变量的矩阵,  $V(*)$  为  $*$  的方差;  $E_{X_{-i}}(*)$  为所有输入参数中不包括变量  $x_i$  的  $*$  的期望值;  $y | x_i$  为  $x_i$  值不变,  $\mathbf{x}_{-i}$  值变化的输出参数  $y$ 。  $S_i$  只反映  $x_i$  对输出结果的贡献程度,  $S_{Ti}$  包括  $x_i$  单独对输出结果的影响和  $x_i$  与其他元素的交互效应对输出结果的影响。

## 2.2 基于蒙特卡洛抽样法的数值计算

若模型  $Y=f(X_1, X_2, \cdots, X_k)$  的输入变量都是不相关的, 则联合概率密度函数为

$$P(X_1, X_2, \cdots, X_k) = \prod_{i=1}^k p_i(X_i) \quad (20)$$

$Y$  的均值和方差可以表示为

$$E(Y) = \int \int \cdots \int f(X_1, X_2, \cdots, X_k) \prod_{i=1}^k p_i(X_i) dX_i \quad (21)$$

$$V(Y) = \int \int \cdots \int f^2(X_1, X_2, \cdots, X_k) \prod_{i=1}^k p_i(X_i) dX_i - E^2(Y) \quad (22)$$

如果其中一个输入变量  $X_j$  为某一固定值  $\bar{X}_j$ ,

由此得到的方差为

$$\begin{aligned} V(Y|X_j = \bar{X}_j) &= \int \int \cdots \int (f(X_1, X_2, \cdots, \bar{X}_j, \cdots, X_k) - E(Y|X_j = \bar{X}_j))^2 \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k p_i(X_i) dX_i = \\ &\int \int \cdots \int f^2(X_1, X_2, \cdots, \bar{X}_j, \cdots, X_k) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k p_i(X_i) dX_i - E^2(Y|X_j = \bar{X}_j) \end{aligned} \quad (23)$$

可通过在  $\bar{X}_j$  的概率密度函数上积分  $V(Y|X_j = \bar{X}_j)$  来消除对值  $\bar{X}_j$  的依赖, 得到

$$E(V(Y|X_j)) = \int \int \cdots \int f^2(X_1, X_2, \cdots, X_j, \cdots, X_k) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k p_i(X_i) dX_i - \int E^2(Y|X_j = \bar{X}_j) p_j(\bar{X}_j) d\bar{X}_j \quad (24)$$

用式(22)减去式(24)可得



$$\begin{aligned}
V(Y) - E(V(Y|X_j)) + E^2(Y) &= \int E^2(Y|X_j = \bar{X}_j) p_j(\bar{X}_j) d\bar{X}_j = \\
&= \int \left\{ \int \int \cdots \int (f(X_1, X_2, \dots, \bar{X}_j, \dots, X_k) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k p_i(X_i) dX_i \right\}^2 p_j(\bar{X}_j) d\bar{X}_j = \\
&= \int \int \cdots \int (f(X_1, X_2, \dots, \bar{X}_j, \dots, X_k) f(X'_1, X'_2, \dots, \bar{X}'_j, \dots, X'_k) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k p_i(X_i) dX_i \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k p_i(X'_i) dX'_i p_j(\bar{X}_j) d\bar{X}_j = \\
&= \int \int \cdots \int (f(X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_k) f(X'_1, X'_2, \dots, X'_j, \dots, X'_k) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k p_i(X_i) dX_i \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k p_i(X'_i) dX'_i \quad (25)
\end{aligned}$$

积分式(25)可以用一个蒙特卡罗循环来计算。生成两个输入样本矩阵  $\mathbf{M}_1$  和  $\mathbf{M}_2$

$$\mathbf{M}_1 = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix} \quad \mathbf{M}_2 = \begin{pmatrix} x'_{11} & x'_{12} & \cdots & x'_{1k} \\ x'_{21} & x'_{22} & \cdots & x'_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x'_{n1} & x'_{n2} & \cdots & x'_{nk} \end{pmatrix} \quad (26)$$

式中,  $n$  为蒙特卡罗估计所用的样本量, 为估计一个通用因子  $X_j$  的灵敏度测度, 即

$$S_j = \frac{V(E(Y|X_j))}{V(Y)} = \frac{(U_j - (E^2(Y)))}{V(Y)} \quad (27)$$

计算需要  $E(Y)$  和  $U_j$  的估计值, 前者可以由  $\mathbf{M}_1$  或  $\mathbf{M}_2$  中计算的样本值得到  $Y$ ,  $U_j$  可以从在矩阵  $\mathbf{M}_1$  和  $N_j$  上计算的  $Y$  值获得

$$\mathbf{N}_j = \begin{pmatrix} x'_{11} & x'_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x'_{1k} \\ x'_{21} & x'_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x'_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x'_{n1} & x'_{n2} & \cdots & x_{nj} & \cdots & x'_{nk} \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$\hat{U}_j = \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n f(x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rk}) f(x'_{r1}, x'_{r2}, \dots, x'_{r(j-1)}, x'_{rj}, x'_{r(j+1)}, \dots, x'_{rk}) \quad (29)$$

Sobol 采用现有的估计方法, 以便在一组模拟中计算两组指标  $S_i$  和  $S_{Ti}$ 。

$S_i$  计算得到

$$V_{X_i}(E_{X_{-i}}(Y|X_i)) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{A})_j f(\mathbf{B}_A^{(i)})_j - f_0^2 \quad (30)$$

式中,  $(\mathbf{A})_j$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  的第  $j$  列, 则

$$\begin{aligned}
V_{X_{-i}}(E_{X_i}(Y|X_{-i})) &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{A})_j f(\mathbf{A}_B^{(i)})_j - f_0^2 = \\
&= \int E^2_{X_{-i}}(Y|X_i) dX_i - \left( \int E_{X_{-i}}(Y|X_i) dX_i \right)^2 - \\
&= \left( \int E_{X_{-i}}(Y|X_i) dX_i \right)^2 \quad (31)
\end{aligned}$$

式(31)的后一项为  $E^2(Y) = f_0^2$ , 前一部分可通过积分来展开, 得到如下公式

$$\begin{aligned}
E^2_{X_{-i}}(Y|X_i) &= E_{X_{-i}}(Y|X_i) E_{X_{-i}}(Y|X_i) = \\
&= \int \int f(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_k) \times f(X'_1, X'_2, \dots, X'_i, \dots, X'_k) dX_{-i} dX'_{-i} \quad (32)
\end{aligned}$$

则

$$\int E^2_{X_{-i}}(Y|X_i) dX_{-i} = \int \int f(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_k) \times f(X'_1, X'_2, \dots, X'_i, \dots, X'_k) dX dX'_{-i} \quad (33)$$

式(33)也是  $(2k-1)$  个变量的函数  $f(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_k) f(X'_1, X'_2, \dots, X'_i, \dots, X'_k)$  的均值。推导过程证明了式(25)中的蒙特卡罗估计。

基于上述蒙特卡罗抽样方法, 得出简便、高效的灵敏度分析计算方法。即

$$\begin{aligned}
S_i &= V_{X_i}(E_{X_{-i}}(Y|X_i)) / V(Y) = \\
&= \left[ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{A})_j f(\mathbf{B}_A^{(i)})_j - f_0^2 \right] / V(Y) = \\
&= \left[ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{B})_j (f(\mathbf{A}_B^{(i)})_j - f(\mathbf{A})_j) \right] / V(Y) \quad (34)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{Ti} &= V_{X_{-i}}(E_{X_i}(Y|X_{-i})) / V(Y) = \\
&= [V(Y) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{A})_j f(\mathbf{A}_B^{(i)})_j + f_0^2] / V(Y) = \\
&= \left[ \frac{1}{2N} \sum_{j=1}^N (f(\mathbf{A})_j - f(\mathbf{A}_B^{(i)})_j)^2 \right] / V(Y) \quad (35)
\end{aligned}$$

通过蒙特卡罗数值模拟方法能够提高多参数模型 Sobol 全局灵敏度分析效率, 广泛应用于多参数的全局灵敏度分析方法的计算与分析。

### 2.3 质量模型全局灵敏度分析

根据适用于足式机器人关节驱动的液压驱动执行器设计需求, 得到其设计参数表如表 2 所示。

表 2 液压驱动执行器设计参数

参数变量	数值	参数变量	数值
通径 $d/mm$	25	活塞厚度 $\delta_H/mm$	8
行程 $l_G/mm$	85	活塞杆长度 $l_H/mm$	125
壁厚 $\delta_G/mm$	8	活塞杆通径 $d_H/mm$	14
前端盖厚度 $\delta_H/mm$	10	导向长度 $l_D/mm$	20
后端盖厚度 $\delta_D/mm$	15	活塞杆空心通径 $d_N/mm$	23
活塞导流槽 $l_d/mm$	4	油路壁厚 $\delta_Y/mm$	4
A 腔油路长度 $l_A/mm$	50	A 腔油路质量系数 $k_A/(g/mm)$	0.23
B 腔油路长度 $l_B/mm$	88	B 腔油路质量系数 $k_B/(g/mm)$	0.23
P 腔油路长度 $l_P/mm$	138	P 腔油路质量系数 $k_P/(g/mm)$	0.53
T 腔油路长度 $l_T/mm$	138	T 腔油路质量系数 $k_T/(g/mm)$	0.53

通过 Matlab 的编辑器模块,并依据式(38)和(39)编写 Sobol 灵敏度分析计算程序。将液压驱动执行器结构参数表 1 数据代入程序中,得到的 Sobol 全局灵敏度分析结果如图 8 所示。

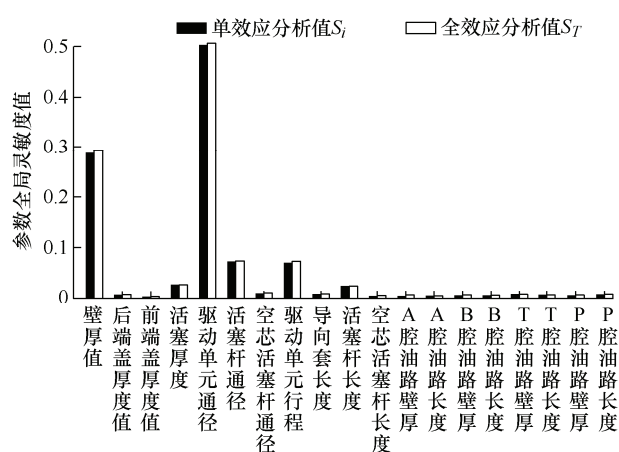


图 8 全局灵敏度分析柱状图

通过全局灵敏度分析结果可以看出：液压驱动执行器在 19 个结构参数中单效应值和全效应值较大的变量依次为驱动单元通径 ( $S_i=0.502$ ,  $S_T=0.523$ )、壁厚值 ( $S_i=0.286$ ,  $S_T=0.291$ )、活塞杆通径 ( $S_i=0.07$ ,  $S_T=0.072$ )、驱动单元行程 ( $S_i=0.068$ ,  $S_T=0.069$ )、活塞厚度 ( $S_i=0.024$ ,  $S_T=0.025$ )、活塞杆长度 ( $S_i=0.021$ ,  $S_T=0.022$ )。驱动单元通径和壁厚值的全效应分析明显高于单效应分析,说明在质量模型中通径、壁厚值与其他变量相互作用对质量输出影响较大,说明通径和壁厚值是影响其他参数的关键变量,对液压驱动执行器质量影响较大。

经验分析可以得出,液压驱动执行器的通径大

小直接影响结构的基础大小,直接影响体积和重量。壁厚大小进一步影响驱动单元结构的大小,直接影响体积和质量。所以在实际应用中要合理设置液压缸的通径,并结合 ANSYS 软件对液压缸的壁厚进行拓扑优化,以得到满足轻量化设计要求的液压驱动单元。另外行程、活塞厚度、导向长度影响液压驱动执行器的长度大小,直接影响结构的体积和重量。由于活塞杆采用的是密度更大的 40Cr 钢,所以活塞杆长度等结构参数对质量影响也较大。模型分析结果符合经验分析结果,说明质量模型的全局灵敏度分析对质量模型的分析具有参考价值。

通过液压驱动执行器的全局灵敏度分析可以得出影响结构质量的关键参数为驱动单元通径、壁厚值、活塞杆通径、驱动单元行程、活塞厚度、活塞杆长度,帮助实现液压驱动执行器轻量化减重目标。

### 3 液压驱动执行器质量模型全局灵敏度分析验证

液压驱动执行器质量模型的全局灵敏度分析定量分析了液压驱动执行器结构变量对质量的影响程度,基于 Sobol 方法的全局灵敏度分析是通过参数的方差对整体方差的影响来定量分析参数对质量的影响,是定量分析参数的不确定性对输出结果不确定的影响。前面通过经验分析的角度对灵敏度分析结果进行了论述分析,得到分析结果与经验分析相一致,证明了分析结果的准确性和应用价值。

液压驱动执行器的设计变量之间存在耦合关系,变动一个设计变量对整个结构的设计均有影响,为了验证灵敏度分析结构的可靠性,根据关键参数的变动情况设计液压驱动执行器结构,与初始参数结构的液压驱动执行器进行质量对比,验证灵敏度分析结果,单效应分析验证方式为单个参数变化,其他结构参数不随该参数的变化而变化,全效应分析主要方式是单个参数变化,其他结构参数也根据该参数的变化而变化,通过参数变化百分比,测量整个液压驱动执行器质量变动百分比。由于 Sobol 采用基于方差分析的方法来定量分析参数的影响,所以不能通过某一个固定值来判断波动值的情况,所以可以根据参数在不同波动情况下,对质量波动影响的大小比较,来判断不同参数对质量影响大小,是否满足灵敏度分析结果中的大小关系,来验证全局灵敏度分析结果的准确性。

根据基础参数对液压驱动执行器进行三维建模,并通过软件计算模型质量,研究参数波动对质

量波动的影响。液压驱动执行器的质量模型中参数较多,为了简化验证流程,在多个参数中选择壁厚、通径两个设计参数来进行验证,其他参数的验证方式同理。

### 3.1 液压驱动执行器壁厚参数波动计算

#### 3.1.1 壁厚参数单效应灵敏度分析

壁厚参数的单效应灵敏度分析主要考虑壁厚值在波动情况下对质量的影响,其他参数不随壁厚值的波动而变化。分别计算模型中壁厚参数单独波动 5%、10%、20%情况下模型的质量波动情况,三维模型及质量系数如图 9~11 所示。

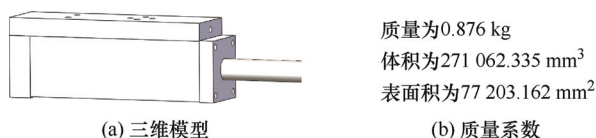


图 9 壁厚降低 5%模型及质量



图 10 壁厚降低 10%模型及质量



图 11 壁厚降低 20%模型及质量

通过对模型中参数波动对模型的影响可以算出,当壁厚值波动 5%时,质量波动  $(899-876)/899=0.026=2.6\%$ 。当壁厚值波动 10%时,质量波动  $(899-854)/899=0.05=5\%$ 。当壁厚值波动 20%时,质量波动  $(899-812)/899=0.096=9.6\%$ 。

#### 3.1.2 壁厚参数全效应灵敏度分析

壁厚参数的全效应灵敏度分析主要考虑壁厚值在波动情况下,各项设计参数随之改变的情况下对质量的影响。分别计算模型中壁厚参数波动 5%、10%、20%情况下模型的质量波动情况,三维模型及质量参数如图 12~14 所示。



图 12 壁厚降低 5%,其他参数随动模型及质量



图 13 壁厚降低 10%,其他参数随动模型及质量



图 14 壁厚降低 20%,其他参数随动模型及质量

通过对模型中参数波动对模型的影响可以算出,当壁厚值波动 5%时,质量波动  $(899-868)/899=0.034=3.4\%$ 。当壁厚值波动 10%时,质量波动  $(899-838)/899=0.068=6.8\%$ 。当壁厚值波动 20%时,质量波动  $(899-812)/899=0.133=13.3\%$ 。

### 3.2 液压驱动执行器通径参数波动计算

液压驱动执行器的通径参数是质量模型中的关键参数,按照前文中壁厚参数的建模方法,对通径参数进行单效应灵敏度分析和全效应灵敏度分析计算。

(1) 通径参数单效应灵敏度分析。分别计算模型中通径参数单独波动 5%、10%、20%情况下模型的质量波动情况,三维模型及质量参数如图 15~17 所示。



图 15 通径降低 5%模型及质量



图 16 通径降低 10%模型及质量

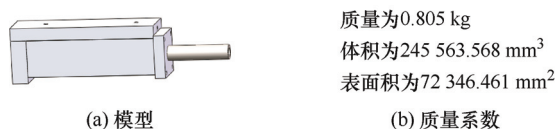


图 17 通径降低 20%模型及质量

计算模型中参数波动对模型的影响可以算出,当通径值波动 5%时,质量波动  $(899-870)/899=0.026=3.2\%$ 。当壁厚值波动 10%时,质量波动



(899-841)/899=0.05=6.5%。当孔径值波动 20%时, 质量波动(899-805)/899=0.096=10.5%。

(2) 孔径参数全效应灵敏度分析。计算模型中孔径参数分别波动 5%、10%、20%, 其他参数数值波动的情况下模型的质量波动情况, 三维模型和质量参数如图 18~20 所示。

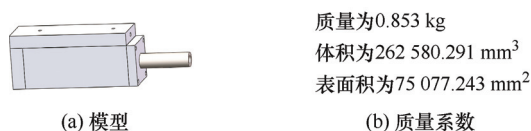


图 18 孔径降低 5%模型及质量

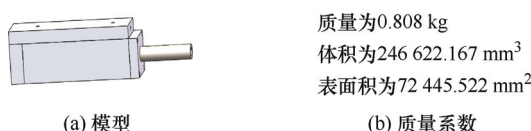


图 19 孔径降低 10%模型及质量

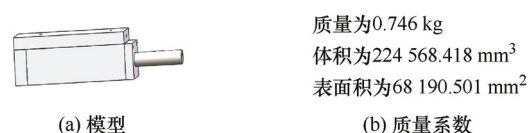


图 20 孔径降低 20%模型及质量

计算模型中参数波动对质量的影响, 当孔径值波动 5%时, 质量波动(899-853)/899=0.026=5.2%。当孔径值波动 10%时, 质量波动(899-808)/899=0.05=10.1%。当孔径值波动 20%时, 质量波动(899-746)/899=0.096=17%。

### 3.3 质量波动对比验证

根据第 3.2 节中, 壁厚与质量波动关系、孔径与质量波动关系, 绘制单效应与全效应质量波动对比表, 分别如表 3 和表 4 所示。

表 3 单效应质量波动对比表 %

参数波动比例	壁厚质量波动	孔径质量波动
5	2.6	3.2
10	5	7
20	9.6	10.5

通过表 3 可以看出, 当参数波动情况为 5%、10%、20%时, 孔径引起的单效应质量波动均大于壁厚参数的单效应质量波动, 说明在质量模型中就单效应影响来说, 孔径参数大于壁厚参数, 与灵敏度分析的单效应结果相一致。

表 4 全效应质量波动对比表 %

参数波动比例	壁厚参数质量波动	孔径参数质量波动
5	3.4	5.2
10	6.8	10.0
20	13.3	17

通过表 4 可以看出: 当参数波动情况为 5%、10%、20%时, 孔径引起的全效应质量波动均大于壁厚参数的全效应质量波动, 说明在质量模型中就全效应影响来说, 孔径参数大于壁厚参数, 与灵敏度分析的全效应结果相一致。

相同的计算方法, 分别对其他参数进行单效应灵敏度和全效应灵敏度参数验证, 分别见表 5 和表 6 所示。

表 5 单效应质量波动对比表 %

波动比例	孔径	壁厚	行程	活塞杆长度	活塞厚度
5	3.2	2.6	1.6	0.89	0.3
10	7	5	3.2	1.6	0.6
20	10.5	9.6	6.3	3.4	1.3

表 6 全效应质量波动对比表 %

波动比例	孔径	壁厚	行程	活塞杆长度	活塞厚度
5	5.2	3.4	2.2	0.89	0.78
10	10.0	6.8	4.4	1.6	1.4
20	17	13.3	8.6	3.4	2.9

综上所述, 图 8 计算的灵敏度数值对应的大小关系, 与实际结构的参数波动对质量波动的影响规律是一致的, 证明了全局灵敏度分析方法的正确性, 分析结果可直接为后续的轻量化设计提供重要理论参考。

## 4 结论

本文以某型号足式机器人腿部关节液压驱动执行器为研究对象, 以执行器轻量化设计为目标, 建立了其各部件的质量模型。并基于 Sobol 的全局灵敏度分析理论, 验证得到影响液压驱动执行器的质量的关键参数为: 驱动单元孔径、壁厚值、活塞杆孔径、驱动单元行程、活塞厚度、活塞杆长度, 并测试得出壁厚和孔径两个参数的波动对质量的影响

程度,说明本文的全局灵敏度分析方法对质量模型的分析具有参考价值。通过三维软件质量计算模块计算的模型物理质量与液压驱动执行器质量模型计算得到的质量进行比对,相对误差仅为 0.1%,证明本文推导的液压驱动执行器的质量模型的准确性,从而可为液压驱动执行器的轻量化设计提供重要理论参考。

## 参 考 文 献

- [1] WIEDEBACH G, BERTRAND S, WU Tingfang, et al. Walking on partial footholds including line contacts with the humanoid robot atlas[C]//2016 IEEE-RAS 16th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids). Cancun, Mexico: International Robot for Optical Engineering, 2016: 1312-1319.
- [2] 柯贤锋,王军政,何玉东,等. 基于力反馈的液压足式机器人主/被动柔顺性控制[J]. 机械工程学报, 2017, 53(1): 13-20.  
KE Xianfeng, WANG Junzheng, HE Yudong, et al. Active/Passive compliance control of hydraulic legged robot based on force feed back[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(1): 13-20.
- [3] PLAVTER R, BUEHLER M, RAIBERT M. BigDog[C]//SPIE 6230, San Jose: Unmanned Systems Technology VIII. 2016, 574-596.
- [4] SEMINI C, BARASUOL V, GOLDSMITH J, et al. Design of the Hydraulically Actuated, Torque-Controlled Quadruped Robot HyQ2Max[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 47(5): 106-113.
- [5] 杨华勇,邹俊. 液压技术轻量化与智能化发展的一些探索[J]. 液压气动与密封, 2021, 41(1): 1-3.  
YANG Huayong, ZOU Jun. some exploration of lightweight and intelligent development of hydraulic technology[J]. Hydraulics Pneumatics and Seals, 2021, 41(1): 1-3.
- [6] ZHU Y, YANG Y, WANG Y, et al. Localized property design and gradient processing of a hydraulic valve body using selective laser melting[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2020, 59(99): 1-1.
- [7] 孔祥东,朱琦歆,姚静,等. 高端移动装备液压元件与系统轻量化发展综述[J]. 燕山大学学报, 2020, 44(3): 203-217.  
KONG Xiangdong, ZHU Qixin, YAO Jing, et al. Overview of lightweight development of hydraulic components and systems for high-end mobile equipment[J]. Journal of Yanshan University, 2020, 44(3): 203-217.
- [8] BA Kaixian, LOU Wentao, YU Bin, et al. Dynamics compensation of impedance based motion control for LHDS of legged robot[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2020, 301(3): 10-36.
- [9] MANTIAN L, JIANG Zhenyu, WANG Pengfei, et al. Control of a quadruped robot with bionic springy legs in trotting gait[J]. Journal of Bionic Engineering, 2014, 11(2): 314-318.
- [10] LUIGI S. Feasibility study of hydraulic cylinder subject to high pressure made of aluminum alloy and composite material[J]. Composite Structures, 2018, 20(9): 167-183.
- [11] MINHO B, KIM S, PARK H. Impingement/effusion cooling with a hollow cylinder structure for additive manufacturing: Effect of channel gap height[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2021, 17(5): 69-74.
- [12] OLAF D, JUAN S, ARNO F. Design for additive manufacturing process for a lightweight hydraulic manifold[J]. Additive Manufacturing, 2020, 36: 287-296.
- [13] BALAVIGNESH V N, BADRINATH B, NITIN K. Numerical investigations of fracture parameters for a cracked hydraulic cylinder barrel and its redesign[J]. Materials Today: Proceedings, 2017, 4(2): 119-128.
- [14] 程鑫,许亮,周姝灿,等. 基于新能源出力保证率轨迹灵敏度分析的储能配置方法[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(13): 25-31.  
CHENG Xin, XU Liang, ZHOU Shucan, et al. Energy storage allocation method based on new energy output guarantee rate trajectory sensitivity analysis[J]. Power System Automation, 2020, 44(13): 25-31.
- [15] BA Kaixian, YU Bin, KONG Xiangdong, et al. Parameters sensitivity characteristics of highly integrated valve-controlled cylinder force control system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2018, 31(2): 159-175.
- [16] BA Kaixian, YU Bin, ZHU Qixin, et al. Second order matrix sensitivity analysis of force-based impedance control for leg hydraulic drive system[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2019, 121: 125226.
- [17] 张淼,于澜,鞠伟. 实模态参数的二阶灵敏度算法与对比分析[J]. 计算力学学报, 2020, 37(4): 511-516.  
ZHANG Miao, YU Lan, JU Wei. Second-order sensitivity algorithm and comparative analysis of real modal parameters[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2020, 37(4): 511-516.
- [18] RANDALL E, NICHOLAS Z, METTE S. Global sensitivity analysis informed model reduction and

(下转第 82 页)

hydraulic systems with multilayer neural-networks[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, PP(99): 1-1.

- [19] MAKKAR C, DIXON W E, SAWYER W G, et al. A new continuously differentiable friction model for control systems design[C]// IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. IEEE, 2005.
- [20] YAO J, JIAO Z, MA D. RISE-based precision motion control of DC motors with continuous friction compensation[J]. IEEE Transactions on Industrial

Electronics, 2014, 61(12): 7067-7075.

作者简介: 米君杰, 男, 1994 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机电系统非线性控制、刚柔耦合体动力学分析。

E-mail: meeji@njust.edu.cn

姚建勇(通信作者), 男, 1984 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机电液系统伺服控制, 动态系统故障检测与容错, 半实物动态仿真技术。

E-mail: jerryao.buaa@gmail.com

邓文翔, 男, 1991 年出生, 博士, 讲师。主要研究方向为机电液系统伺服控制。

E-mail: wxdeng\_njust@163.com



(上接第 48 页)

selection applied to a Valsalva maneuver model[J]. Journal of Theoretical Biology, 2021, 43(9): 858-867.

- [19] WANG Pengcheng, ZHU Hao, TIAN Hui. Analytic target cascading with fuzzy uncertainties based on global sensitivity analysis for overall design of launch vehicle powered by hybrid rocket motor[J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 48(15): 90-95.
- [20] DAMBLIN G, GHIONE A. Adaptive use of replicated Latin hypercube designs for computing Sobol' sensitivity

indices[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2021, 212(3): 700-711.

作者简介: 巴凯先, 男, 1989 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为机器人控制理论。

E-mail: bkx@ysu.edu.cn

俞滨(通信作者), 男, 1985 年出生, 博士, 副教授, 博士研究生导师。

主要研究方向为机器人控制理论与电液伺服控制系统。

E-mail: yb@ysu.edu.cn