

DOI: 10.3901/JME.2021.23.097

静压圆柱导轨系统静态刚度理论模型研究^{*}

蒋书运 祝进波

(东南大学机械工程学院 南京 211189)

摘要: 静态刚度是静压圆柱导轨系统的重要性能指标,然而到目前为止尚未见到该类导轨静态刚度的理论模型。研究建立静压圆柱导轨五自由度静态刚度模型,考虑到静压圆柱导轨系统是由导柱与静压直线轴承的串联系统,首先,给出了工作台位移与导柱变形、静压直线轴承位移之间的几何关系,并根据静压圆柱导轨五自由度静态刚度的定义,推导了各刚度系数的数学表达式;其次,基于梁弯曲变形理论,采用线性叠加原理推导导柱在轴承油膜力作用下的变形方程;再次,基于静压理论,运用高斯积分推导了考虑导柱挠曲影响的轴承油膜承载能力模型,提出了轴瓦相对导柱的位移计算方法;最后,搭建了静压圆柱导轨刚度测试装置,完成了五自由度静态刚度的测试,验证了理论模型。结果表明:建立的静压圆柱导轨五自由度静态刚度模型精度高,可为静压圆柱导轨静态特性计算奠定理论基础。

关键词: 静压圆柱导轨;静态刚度;五自由度;梁弯曲变形;静压理论

中图分类号: TH133

Modeling on Static Siffness of Hydrostatic Linear Cylindrical Guide

JIANG Shuyun ZHU Jinbo

(School of Mechanical Engineering, Southeast University, Nanjing 211189)

Abstract: Static stiffness is an important performance index of hydrostatic cylindrical guide. The static stiffness of the hydrostatic cylindrical guide with five degrees of freedom is modeled. Considering that the hydrostatic cylindrical guide is a series system consisting of guide column and hydrostatic linear bearing, firstly, geometric relationship between displacement of worktable and deformation of the guide column and displacement of the hydrostatic linear bearing was given, and the mathematical expressions of the stiffness coefficients under five degrees of freedom were derived according to definition of the static stiffness of the hydrostatic linear cylindrical guide. Secondly, the linear superposition principle was used to deduce deformation equation of the guide column under bearing force by using the theory of beam bending deformation. Thirdly, formula for bearing capacity considering the influence of guide column deflection was derived by using the Gaussian integral and hydrostatic lubrication theory, and the displacement of the bearing bush relative to guide column was obtained. Finally, a test rig for the cylindrical hydrostatic guide rail was developed, and the static stiffness under five degrees of freedom were measured to verify the theoretical model in this study. The results show that the model for the static stiffness of the hydrostatic linear cylindrical guide with five degrees of freedom has high precision, which can lay a theoretical foundation for analyzing the static characteristic of the hydrostatic linear cylindrical guide.

Key words: hydrostatic linear cylindrical guide; static stiffness; 5 degrees of freedom; beam bending deformation theory; hydrostatic lubrication theory

0 前言

静压圆柱导轨系统是一类典型的直线运动支承

部件,已应用于如数控机床等精密机械中。静态刚度是静压圆柱导轨系统的一项重要性能指标,然而,到目前为止,尚未见到静压圆柱导轨系统静态刚度理论模型的文献报道。

国内外有学者开展普通静压导轨的静态刚度研究,概括起来,其方法可分为:①理论算法法。主

^{*} 国家自然科学基金资助项目(11472078)。20200506 收到初稿,20210428 收到修改稿

要是基于润滑理论的雷诺方程和流量连续方程,建立导轨系统的数学模型,再对模型进行修正或适当简化,求解获得导轨的刚度、阻尼^[1-4],也有学者运用有限差分法^[5-7]或有限元法^[8-11]直接求解数学模型,获得导轨的刚度、阻尼;②实验分析法。基于模态分析,建立系统的传递函数模型,通过实验采集激励信号和相应信号,或直接通过仿真模拟得到激励信号和响应信号,再运用参数识别从而获得系统刚度、阻尼等^[12-14]。

现有的静压导轨刚度理论计算涉及导轨垂向线刚度。严格地讲,位于三维空间的静压圆柱导轨,其刚度系数需要在 5 个自由度下加以描述。静压圆柱导轨为导柱与静压直线轴承串联系统,在外力作用下,两根导柱的挠曲变形对静压圆柱导轨刚度的影响是不可忽略。

本文基于材料力学之梁弯曲变形理论,推导导柱在轴承油膜力作用下的挠度数学表达式;基于静压理论,推导考虑导柱弯曲影响的静压直线轴承在外力作用下的位移量。基于计算得到的导柱在轴承油膜力作用下的挠度与静压直线轴承在外力作用下的位移量,根据两者的串联关系,建立静压圆柱导轨五自由度静态刚度模型。

1 导轨结构及其刚度参数定义

图 1 为静压圆柱导轨结构示意图,4 只直线静压轴承的轴瓦安装在两根导柱上,导柱两端安装在床身上,轴承外壳上方为工作台。导轨静压供油系统如图 2 所示,润滑油由液压泵泵出,经过毛细管节流器进入油腔中,在导柱和轴瓦之间形成静压油膜。

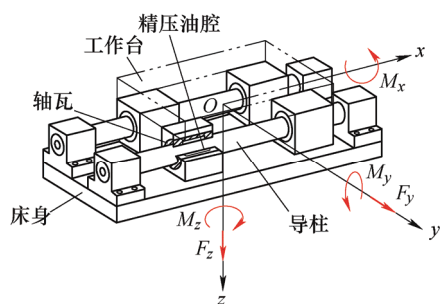


图 1 圆柱静压导轨系统(受力分析)

以工作台几何中心为原点建立坐标系,导轨系统承受外载荷为 $[F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]$,所产生的位移为 $[\delta_y, \delta_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z]$,五个自由度刚度分别为 $[k_y=dF_y/d\delta_y, k_z=dF_z/d\delta_z, k_{\theta_x}=dM_x/d\theta_x, k_{\theta_y}=dM_y/d\theta_y, k_{\theta_z}=dM_z/d\theta_z]$ 。

$$k_{\theta_x}=dM_x/d\theta_x, k_{\theta_y}=dM_y/d\theta_y, k_{\theta_z}=dM_z/d\theta_z]。$$

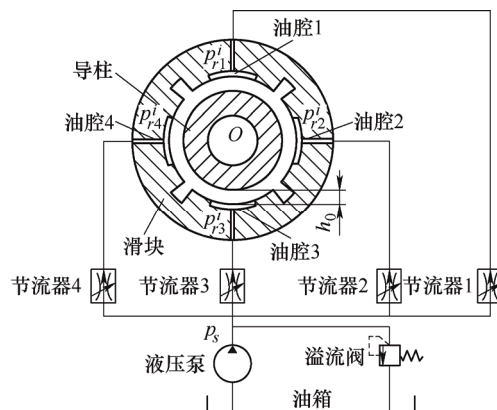


图 2 静压导轨液压系统

2 静压圆柱导轨刚度模型

2.1 垂向刚度 k_z 和水平刚度 k_y

2.1.1 垂向刚度 k_z 表达式

图 3 给出了导轨在垂向载荷 F_z 下的变形。假设工作台和床身为刚体,忽略滑块自身在外力下的变形。考虑结构的对称性,本文以滑块 1 和滑块 2 作为研究对象。对于滑块 1,其几何中心初始位置为 O_1 ,在载荷的作用下,该处导柱产生挠度 δ_{11} ,同时轴承相对于导柱产生位移量 δ_{12} ,滑块 1 中心将移动至 O'_1 ,位移量为 δ_1 。同理,滑块 2 处导柱挠度为 δ_{21} 、轴瓦相对于导柱位移量为 δ_{22} ,其几何中心将由 O_2 移动至 O'_2 ,位移量为 δ_2 。工作台几何中心将由 P 移动至 P' ,位移量为 δ_z 。

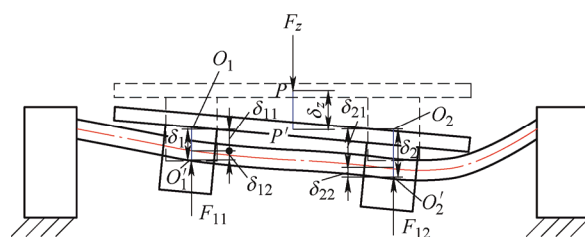


图 3 导轨垂向受力变形示意图

由于滑块位移量远小于工作台长度,可认为滑块位移方向垂直向下。因此,工作台几何中心处位移 δ_z 可表示为

$$\delta_z = \frac{1}{2}(\delta_{11} + \delta_{21}) + \frac{1}{2}(\delta_{12} + \delta_{22}) \quad (1)$$

按照刚度的定义,垂向刚度 k_z 可表示为

$$k_z = \frac{2F_z}{\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22}} \quad (2)$$

2.1.2 导柱变形 δ_{i1} 计算

为了分析工作台受到载荷 F_z 时导柱产生的挠度, 本文以其中一根导柱作为研究对象, 建立坐标系如图 4 所示。假设油垫长度为 l , 油腔内压力均布, 滑块 1 左端面到坐标系原点之间的距离为 s , 滑块之间距离为 L_1 , 导轨跨距为 L^* 。根据力的相互作用原理, 导柱上滑块受到的载荷与图 3 中导柱对工作台的支撑力 F_{11} 、 F_{12} 大小相等、方向相反, 因此可得作用在导柱上的均布力大小分别为 $q_1 = F_{11} / l$ 、 $q_2 = F_{12} / l$ 。

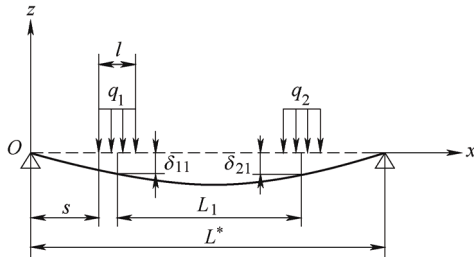


图 4 导柱受力变形示意图

由叠加原理可知, 作用于同一物体的合力所产生的变形, 等于各分力在同方向上所产生的变形量之和。再结合材料力学中梁弯曲变形理论, 可得出受到载荷 F_z 时导柱产生的挠度 $w(x)$, 从而可得载荷 F_z 作用下滑块处导柱变形 δ_{i1} 。

2.1.3 轴瓦相对导柱位移 δ_{i2} 计算

导柱产生变形后, 轴承内油膜厚度变化如图 5 所示。图中, h_0 为初始油膜间隙, h_j 表示该截面上油膜厚度, δ_i 表示第 i 个滑块中心处位移量。假设轴承内有一截面 j , 该截面上导柱挠度为 w_j , 导柱相对轴瓦偏心率为 ε_j 。由图中几何关系得, 截面 j 上偏心率 ε_j 可表示为

$$\varepsilon_j = \frac{\delta_{i1} + \delta_{i2} - w_j}{h_0} \quad (3)$$

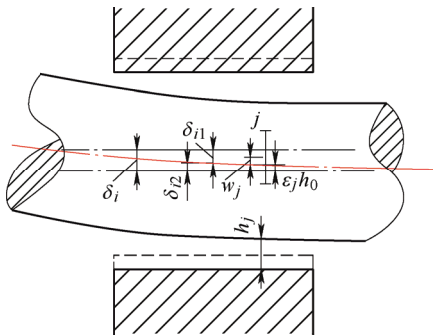


图 5 轴承内导柱弯曲示意图

这样, 截面 j 上油膜厚度方程可表示为

$$h_j = h_0(1 + \varepsilon_j \cos \theta) =$$

$$h_0 \left(1 + \frac{\delta_{i1} + \delta_{i2} - w_j}{h_0} \cos \theta \right) \quad (4)$$

润滑油通过封油边流出油腔的流量如图 6 所示。流量由通过轴向封油面的流量(Q_1 , Q_3)和通过周向封油面的流量(Q_2 , Q_4)组成, 总流量可表示为

$$Q = \sum_{i=1}^4 Q_i = \int_{-\theta_e}^{\theta_e} \frac{h_1^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} R d\theta + \int_{-\theta_e}^{\theta_e} \frac{h_3^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} R d\theta + 2 \int_L \frac{h_2^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial R} \theta dx \quad (5)$$

式中, h_1 、 h_2 、 h_3 为边界上油膜厚度函数; θ_e 为油垫半角; R 为轴承半径; η 为润滑油黏度; L 为滑块长度。

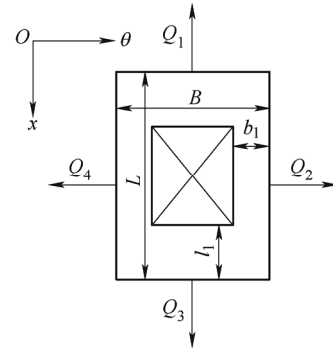


图 6 流量示意图

由于轴向封油面宽度 l 远小于轴承长度、周向封油面宽度 b_1 远小于轴承直径, 可认为挠度 $w(x)$ 在沿轴向封油面宽度、沿周向封油面宽度内线性变化, 轴向流量(Q_1 , Q_3)可表示为

$$Q_1 = \frac{p_r R h_0^3}{12\eta l_1} \int_{-\theta_e}^{\theta_e} (1 + \varepsilon_1 \cos \theta)^3 d\theta \quad (6)$$

$$Q_3 = \frac{p_r R h_0^3}{12\eta l_1} \int_{-\theta_e}^{\theta_e} (1 + \varepsilon_3 \cos \theta)^3 d\theta \quad (7)$$

式中, p_r 为油腔内液体压力; ε_1 、 ε_3 分别表示边界 1 和边界 3 上偏心率。

由于难以直接式(6)和式(7)积分求解, 因此本文采用数值方法进行计算, 具体过程如下:

记第 i 个油腔中心角坐标为 θ_{ic} ($i=1, 2, 3, 4$),

定义函数 $f_k(\theta) = (1 + \varepsilon_k \cos \theta)^3$ ($k=1, 3$),

$\Delta_k = \int_{-\theta_e + \theta_{ic}}^{\theta_e + \theta_{ic}} f_k(\theta) d\theta$, 由三点高斯积分可得^[2]

$$\Delta_k \approx \theta_e \left[\frac{5}{9} f_k \left(-\frac{\sqrt{15}}{5} \theta_e + \theta_{ic} \right) + \frac{8}{9} f_k(\theta_{ic}) + \frac{5}{9} f_k \left(\frac{\sqrt{15}}{5} \theta_e + \theta_{ic} \right) \right] \quad (8)$$

周向流量(Q_2 , Q_4)可表示为

$$Q_2 = Q_4 = \frac{p_r h_0^3}{12\eta b_1} \int_L (1 + \varepsilon_j \cos \theta_e)^3 dx \quad (9)$$

在计算周向流量时直接采用前述方法计算精度不高,为此本文采用复合高斯积分以减小误差。定义函数 $f_2(\theta) = (1 + \varepsilon_j \cos \theta_e)^3$, $\Delta_2 = \int_L f_2(x) dx$, 将积分区间 L 等分成 m 个子区间,对于第 i 个子区间,由积分公式有

$$\Delta_2^i \approx \frac{\Delta h}{2} \left[\frac{5}{9} f_3 \left(-\frac{\sqrt{15}}{5} \frac{\Delta h}{2} + x_i + \frac{\Delta h}{2} * i \right) + \frac{8}{9} f_1 \left(\frac{\Delta h}{2} * i + x_i \right) + \frac{5}{9} f_1 \left(\frac{\sqrt{15}}{5} \frac{\Delta h}{2} + x_i + \frac{\Delta h}{2} * i \right) \right] \quad (10)$$

式中, $\Delta h = \frac{L}{m}$ 。

在轴承长度上对 Δ_2^i 求和,从而有

$$\Delta_2 \approx \sum_{i=0}^m \Delta_2^i \quad (11)$$

将式(8)、(11)代入式(5),可得流出油腔流量表达式

$$Q = h_0^3 \frac{p_r R}{12\eta l_1} (\Delta_1 + \Delta_3) + h_0^3 \frac{p_r}{6\eta b_1} \Delta_2 \quad (12)$$

由流量连续方程有

$$Q = C_g (p_s - p_r) \quad (13)$$

式中, p_s 为供油压力; $C_g = \frac{128\eta l_d}{\pi d^4}$, l_d 为毛细管长度, d 为毛细管直径。

将式(13)代入式(12),可得油腔压力表达式

$$p_r = \frac{p_s C_g}{h_0^3 \frac{R}{12\eta l_1} (\Delta_1 + \Delta_3) + h_0^3 \frac{1}{6\eta b_1} \Delta_2 + C_g} \quad (14)$$

假定滑块均匀承载,由静力平衡条件可得

$$A_e (p_{r1} - p_{r3}) = \frac{F_z}{4} \quad (15)$$

式中, A_e 为油腔有效承载面积; p_{r1} 为油腔 1 内液体压力; p_{r3} 为油腔 3 内液体压力。

对于同一个截面上相对的两个油腔,其对应的封油面上油膜厚度之和为常数

$$h'_j + h''_j = 2h_0 \quad (16)$$

式中, h'_j 、 h''_j 分别为上下油腔封油面上的油膜厚度。

将式(4)、(14)、(16)代入(15),建立油膜位移 δ_{i2} 与载荷 F_z 的关系表达式,再运用 Matlab 编程,迭代求解 δ_{i2} 。

通过以上的分析,可分别得到滑块处导柱的挠度 δ_{11} 、 δ_{21} 和轴瓦相对于导柱的位移 δ_{12} 、 δ_{22} ,再由式(2),即可求得静压圆柱导轨系统垂向刚度 k_z 。考虑到导轨结构的对称性,导轨水平刚度 k_y 和垂向刚度 k_z 计算方法相同,本文不再赘述。

2.2 角刚度 $k_{\theta x}$

2.2.1 角刚度 $k_{\theta x}$ 表达式

图 7 给出了导轨在力矩 M_x 作用下的变形。考虑导轨的结构对称性,左右滑块受力情况是关于工作台中心 O 对称的,本文选定滑块 1 为对象进行计算。滑块 1 中心和当地导柱中心初始位置为 O_1 ,在力矩 M_x 作用下,工作台中心处产生转角 θ_x ,导柱几何中心将移动至 O'_1 ,滑块 1 的几何中心将移动至 O''_1 。图中 L_2 表示两个滑块中心 $O_1 O_4$ 的水平距离, H_1 表示滑块中心距工作台几何中心的竖直距离, θ_{x1} 为滑块 1 处转角, δ_{11} 为滑块中心处导柱挠度, δ_{12} 为滑块中心处轴瓦相对导柱位移量, R_1 为滑块中心到工作台中心的距离,由图中的几何关系可知, $R_1 = \sqrt{H_1^2 + L_2^2 / 4}$ 。

考虑到导柱变形量和轴瓦相对导柱位移量远小于 L_2 ,可近似认为 O_1 、 O'_1 、 O''_1 三点共线,从而有

$$l_{O_1 O''_1} \approx \delta_{11} + \delta_{12} \quad (17)$$

$$\theta_{x1} = \frac{\delta_{11} + \delta_{12}}{R_1} \quad (18)$$

同理,滑块 2 处转角 θ_{x2} 可表示为

$$\theta_{x2} = \frac{\delta_{21} + \delta_{22}}{R_1} \quad (19)$$

由于工作台为刚体,工作台中心截面处转角可用滑块 1 与滑块 2 处转角的平均值表示,因而有

$$\theta_x = \frac{\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22}}{2R_1} \quad (20)$$

按照定义,角刚度 $k_{\theta x}$ 可表示为

$$k_{\theta x} = \frac{2M_x R_1}{\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22}} \quad (21)$$

2.2.2 导柱变形 δ_{i1} 计算

工作台在力矩 M_x 和反力 F_{ij} ($i, j=1, 2$) 的共同作用下达到平衡, 如图 7 所示, 由力矩平衡有

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} F_{ij} L_2 = M_x \quad (22)$$

假设滑块均匀承载, 从而可得

$$F_{ij} = \frac{M_x}{2L_2} \quad (23)$$

再按照第 2.1 节中计算导柱变形的步骤, 可计算出各个滑块中心处导柱变形 δ_{i1} 。

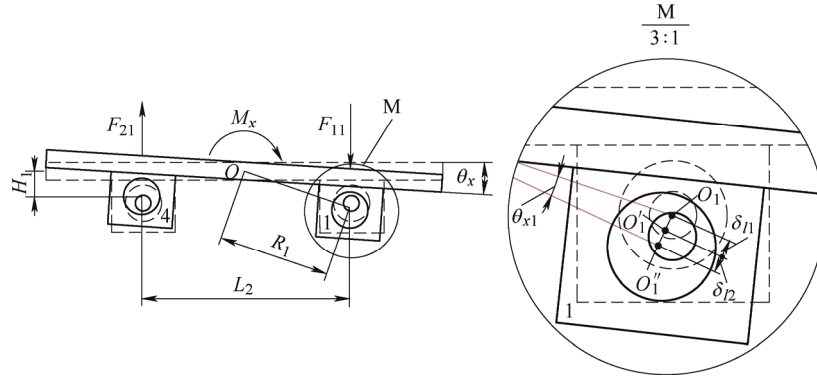


图 7 力矩 M_x 作用下导轨变形示意图

通过以上的分析, 可分别得到滑块处导柱的挠度 δ_{11} 、 δ_{21} 和轴瓦相对于导柱的位移 δ_{12} 、 δ_{22} , 再由公式(21)即可求得静压圆柱导轨系统角刚度 $k_{\theta x}$ 。

2.2.3 导柱变形 δ_{i1} 计算

运用第 2.1 节中所叙述的油腔内压力计算方法, 分别计算第 i 个滑块内上下油腔压力 p_{ri}^1 、 p_{ri}^3 ($i=1, 2, 3, 4$), 由力矩平衡有

$$A_e (p_{ri}^1 - p_{ri}^3) = \frac{M_x}{2L_2} \quad (24)$$

从而建立了 δ_{i2} 与 M_x 的关系, 再运用 Matlab 编程, 迭代求解 δ_{i2} 。

通过以上的分析, 可分别得到滑块处导柱的挠度 δ_{11} 、 δ_{21} 和轴瓦相对于导柱的位移 δ_{12} 、 δ_{22} , 再由公式(21)即可求得静压圆柱导轨系统

角刚度 $k_{\theta x}$ 。

2.3 角刚度 $k_{\theta y}$ 和角刚度 $k_{\theta z}$

2.3.1 角刚度 $k_{\theta z}$ 表达式

图 8 给出了导轨在力矩 M_z 作用下的变形。考虑结构对称性, 本文以滑块 1 为对象进行分析, 滑块中心与导柱中心初始位置均为 O_1 。在力矩的作用下, 工作台中心处产生转角 θ_z , 导柱中心移动至 O_1' , 滑块中心移动至 O_1'' 。图中, α 为滑块中心与工作台中心连线 OO_1 与 y 轴的夹角, β 为 O_1O_1' 与 y 轴的夹角, θ_{z1} 为滑块 1 处转角, δ_{12} 为轴瓦相对导柱位移。由几何关系可知 $\alpha = \arctan(L_1 / L_2)$, $\beta = (\pi + \theta_z) / 2 - \alpha$ 。考虑到转角 θ_z 很小, 导柱在 P 点的挠度可用 O_1 点挠度 δ_{11} 近似表示, 因此可得

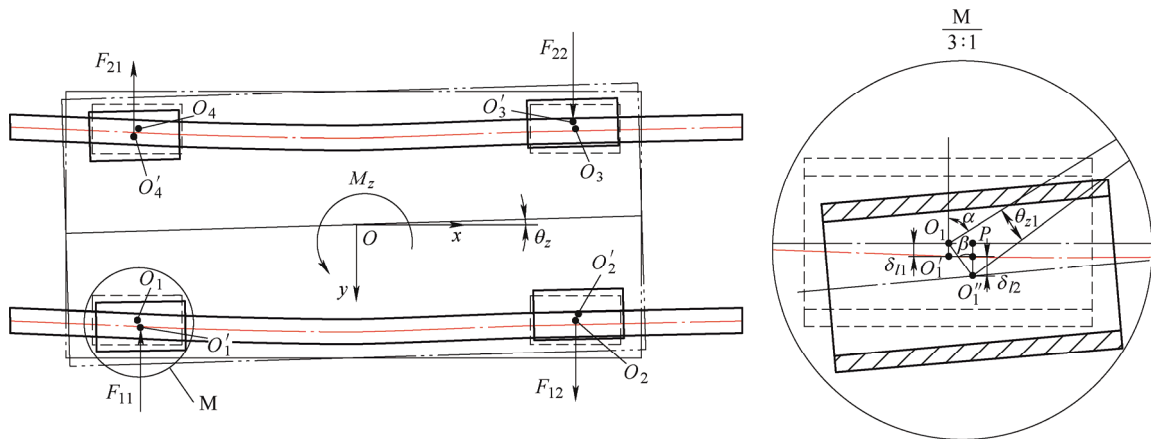


图 8 力矩 M_z 作用下导轨变形示意图

$$\theta_{z1} \approx \frac{\delta_{i1} + \delta_{i2}}{\frac{\sqrt{L_1^2 + L_2^2}}{2} \cos \beta} = \frac{2(\delta_{i1} + \delta_{i2})}{L_1} \quad (25)$$

同理, 第 i 个滑块处转角 θ_{zi} 可表示为 ($i=2, 3, 4$)

$$\theta_{zi} = \frac{2(\delta_{i1} + \delta_{i2})}{L_1} \quad (26)$$

由于工作台为刚体, 工作台中心处转角 θ_z 可用 4 个滑块转角 θ_{zi} 的平均值表示

$$\theta_z = \frac{1}{2L_1} \sum_{i=1}^4 (\delta_{i1} + \delta_{i2}) \quad (27)$$

按照定义, 角刚度 $k_{\theta z}$ 可表示为

$$k_{\theta z} = \frac{2M_z L_1}{\sum_{i=1}^4 (\delta_{i1} + \delta_{i2})} \quad (28)$$

2.3.2 导柱变形 δ_{i1} 计算

工作台在力矩 M_z 和反力 F_{ij} ($i, j=1, 2$) 的共同作用下达到平衡, 如图 8 所示, 由力矩平衡有

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} F_{ij} L_1 = M_z \quad (29)$$

再按照第 2.1 节中计算导柱变形的步骤, 可依次计算出各个滑块中心处导柱变形 δ_{i1} 。

2.3.3 轴瓦相对导柱位移 δ_{i2} 计算

运用第 2.1 节中油腔内压力计算方法, 分别计算第 i 个滑块内左右油腔压力 p_{ri}^2 、 p_{ri}^4 ($i=1, 2, 3, 4$), 第 i 个滑块的平衡方程可表示为

$$A_e (p_{ri}^4 - p_{ri}^2) = \frac{M_z}{2L_1} \quad (30)$$

从而建立 δ_{i2} 与 M_z 的关系, 再运用 Matlab 编程, 迭代求解 δ_{i2} 。

由式(28)即可求得静压圆柱导轨系统角刚度 $k_{\theta z}$ 。角刚度 $k_{\theta y}$ 与 $k_{\theta z}$ 计算方法相同, 不再赘述。

3 结果与讨论

以某款静压圆柱导轨为算例, 运用建立的理论模型, 计算其五自由度静态刚度参数, 并分析静压导轨轴向位置对刚度系数的影响。静压导轨和油腔的参数列于表 1 和表 2。

表 1 导轨参数

参数	设计载荷 W/N	供油压力 P_s/MPa	跨距 L/mm	导柱外径 D/mm
数值	2000	3.5	980	100
参数	导柱内径 d/mm	几何距离 H_1/mm	几何距离 L_1/mm	几何距离 L_2/mm
数值	35	190	420	390

表 2 油腔参数

参数	油腔长度 l/mm	封油边长度 l_1/mm	油腔宽度 b/mm	封油边长度 b_1/mm
数值	140	10	64.3	10.4
参数	油腔半角 $\theta_1/^\circ$	封油边半角 $\theta_2/^\circ$	初始膜厚 $h_0/\mu\text{m}$	润滑油黏度 $\eta/(\text{Pa} \cdot \text{s})$
数值	15	40	30	2.76×10^{-2}

3.1 五自由度刚度系数

3.1.1 垂向刚度 k_z 和水平刚度 k_y

图 9 为静压导轨垂向刚度 k_z 随其工作台轴向位置的变化曲线。可以看出, 静压导轨工作台中心位于导柱中点处, 其垂向刚度 k_z 最小; 当工作台沿着导柱向两端移动时, 其垂向刚度 k_z 逐渐增大。具体地讲, 当工作台中心位于导柱中点处, k_z 达到最小值 $165.2 \text{ N}/\mu\text{m}$; 当工作台从导柱中点向两端移动 $\pm 170 \text{ mm}$ 时, k_z 为 $221.4 \text{ N}/\mu\text{m}$, 刚度值增大了 25%。分析其原因, 主要是导柱的两端固定梁结构所致, 根据材料力学原理, 当静压导轨工作台中心位于导柱中点处, 作用于工作台上单位垂向力产生的垂向变形量最大, 随着工作台向着导柱两端移动, 工作台垂向变形量逐渐变小。从导轨的结构特点易知, 静压导轨水平刚度 k_y 随其工作台轴向位置的变化曲线, 与垂向刚度 k_z 相同, 这里就不再赘述。

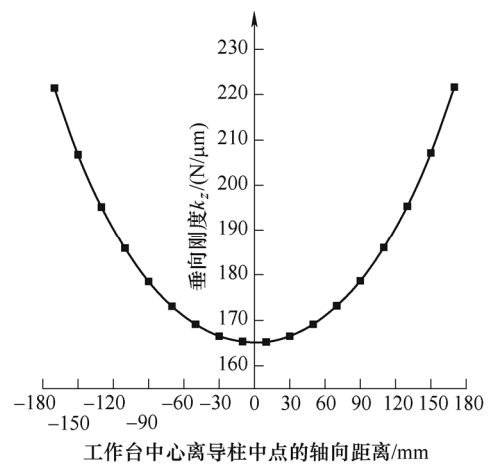


图 9 垂向线刚度 k_z 随工作台位置变化曲线

3.1.2 垂向刚度 k_z 和水平刚度 k_y

图 10 为静压导轨角刚度 $k_{\theta x}$ 随其工作台轴向位置的变化曲线。由图可知, 静压导轨工作台中心位于导柱跨中处, 其角刚度 $k_{\theta x}$ 最小; 当工作台由导柱中点向两端移动时, 角刚度 $k_{\theta x}$ 逐渐增大。当工作台中心位于导柱中点处, $k_{\theta x}$ 达到最小值 $3.62 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$; 当工作台从导柱中点向两端移动 $\pm 170 \text{ mm}$ 时, $k_{\theta x}$ 为 $4.05 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$, 刚度值增大了约 11%。角刚度 $k_{\theta x}$ 变化原因与垂向刚度相似, 不再赘述。

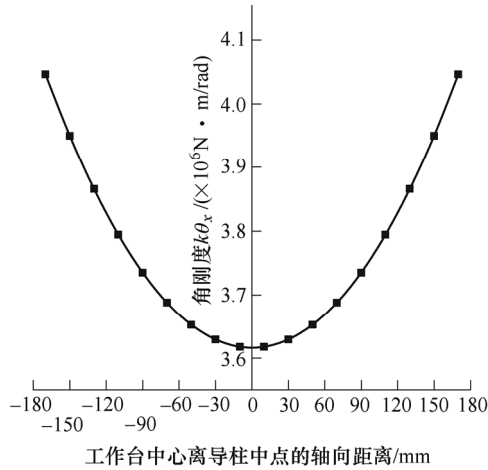


图 10 角刚度 $k_{\theta x}$ 随工作台位置变化曲线

3.1.3 角刚度 $k_{\theta y}$ 和角刚度 $k_{\theta z}$

图 11 为静压导轨角刚度 $k_{\theta z}$ 随工作台轴向位置的变化曲线。可以看出, 静压导轨工作台中心位于导柱中点处, 其角刚度 $k_{\theta z}$ 最大; 当工作台沿着导柱向两端移动时, 角刚度 $k_{\theta z}$ 逐渐减小。当工作台中心位于导柱中点处, $k_{\theta z}$ 达到最大值 $5.90 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$; 当工作台从导柱中点向两端移动 $\pm 170 \text{ mm}$ 时, k_z 为 $3.14 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$, 刚度值减小了 47%。分析其原因, 主要是导柱变形所致, 由于

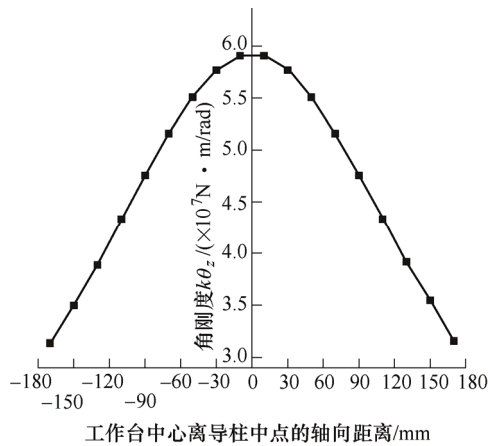


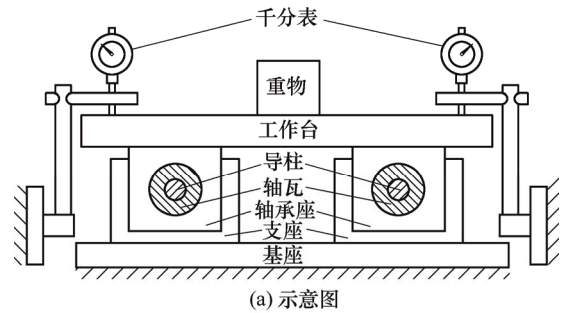
图 11 角刚度 $k_{\theta z}$ 随工作台位置变化曲线

滑块位置越接近导柱跨距的中部, 滑块位移量越大, 导致单位力矩作用下工作台的转角越大。随着工作台向导柱中心移动, 其转角逐渐减小。根据导轨的对称结构可知, 角刚度 $k_{\theta y}$ 随工作台轴向位置的变化曲线与角刚度 $k_{\theta z}$ 相同, 此处不再赘述。

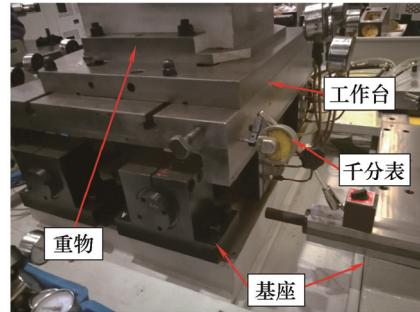
3.2 试验验证

3.2.1 测试装置

为了验证所提出模型的正确性, 搭建了圆柱导轨静态刚度测试试验台, 如图 12 所示。测试装置由导柱、工作台、基座、重物 and 千分表组成。导柱通过两端的支座固定安装在基座上, 工作台通过轴承座安装在导柱上。运用重物加载, 用千分表测量加载后工作台的相对位移。



(a) 示意图



(b) 实物图

图 12 静压圆柱导轨刚度测试平台

3.2.2 测试方法

图 13 为静压圆柱导轨刚度测试原理图, 具体测试方法如下。

(1) 垂向刚度 k_z 测试: 将千分表放置于工作台左右两端测量点 1、2 处, 重物放置于工作台中心处, 读取测量点 1、2 处位移 δ_1 、 δ_2 。

(2) 角刚度 $k_{\theta x}$ 测试: 将千分表放置于工作台左右两端测量点 3、4 处 (两个测量点间距为 l_a), 重物放置于点 P 处 (距工作台中心距离为 l_b), 读取测量点 3、4 处位移 δ_3 、 δ_4 。

(3) 角刚度 $k_{\theta z}$ 测试: 将千分表放置于工作台前后两端测量点 5、6 处 (两个测量点间距为 l_b), 重物

放置于点 Q 处(距工作台中心距离为 l_Q)，读取测量点 5、6 处位移 δ_5 、 δ_6 。

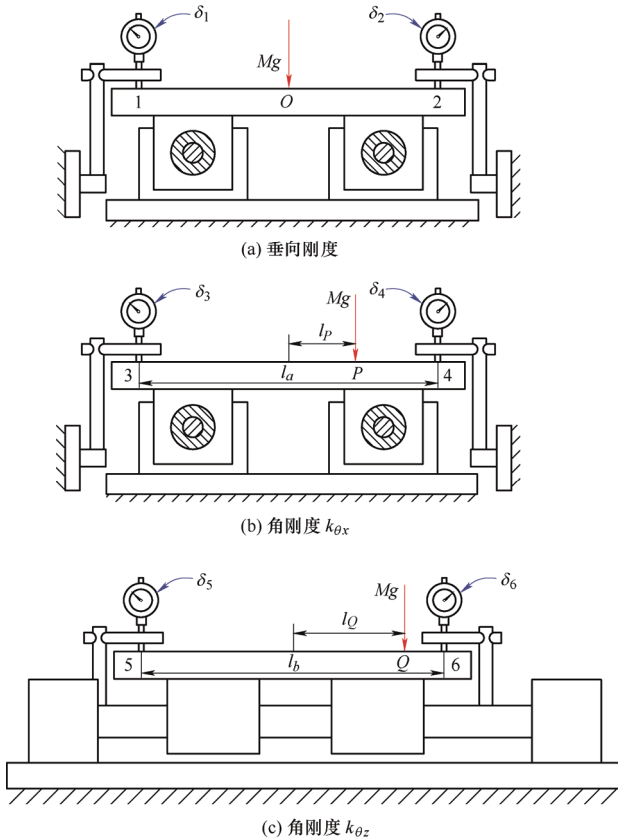


图 13 静压圆柱导轨刚度测试原理图

通过测点位移量，可计算得到导轨垂向刚度 k_z 、角刚度 k_{θ_x} 和角刚度 k_{θ_z}

$$\begin{cases} k_z = \frac{2Mg}{\delta_1 + \delta_2} \\ k_{\theta_x} = \frac{Mgl_a}{\delta_3 - \delta_4} \\ k_{\theta_z} = \frac{Mgl_b}{\delta_5 - \delta_6} \end{cases} \quad (31)$$

3.2.3 测试结果

加载重物质量为 150 kg，重物作用点至工作台中心距离 l_p 、 l_Q 分别为 100 mm、200 mm，位移测量点之间距离 l_a 、 l_b 分别为 250 mm、300 mm。按照上述方法，测试当工作台位于 $x=-30$ mm 处导轨的垂向刚度 k_z 、角刚度 k_{θ_x} 和角刚度 k_{θ_z} ，测试结果列于表 3。从表中可以看出，用本文理论模型计算的刚度值略微小于测试值。分析其原因，可能是在加载时，导柱产生弯曲变形，同时轴瓦相对于导柱产生位移，本文在建立模型时，假设这两个位移共线，导致计算得出的总位移略大于实际位移，因此理论值稍小于测试值是可以理解的。

表 3 导轨刚度理论值与测试值比较

参数	理论值	测试值
垂向刚度 k_z / (N/μm)	166.5	160
角刚度 k_{θ_x} / (N·m/rad)	3.63×10^6	3.81×10^6
角刚度 k_{θ_z} / (N·m/rad)	5.77×10^7	5.88×10^7

4 结论

(1) 考虑静压圆柱导轨系统为导柱与静压轴承的串联关系，根据位于空间的静压圆柱导轨的静态刚度的定义，推导了静压圆柱导轨五自由度静态刚度数学表达式。

(2) 基于材料力学之梁弯曲变形理论并采用线性叠加原理，推导了导柱在轴承油膜力作用下的挠曲变形公式；基于静压润滑理论，运用高斯积分法，推导了考虑导柱弹性变形影响的静压轴承承载力计算公式，可用于计算轴承在外力作用下的位移量。

(3) 随着工作台从导柱跨距的中点向导柱两安装端移动，静压圆柱导轨的垂向线刚度、横向线刚度和角刚度 k_{θ_x} 逐渐增大，而角刚度 k_{θ_y} 、 k_{θ_z} 逐渐减小。

参 考 文 献

- [1] GAO D, ZHENG D, ZHANG Z. Theoretical analysis and numerical simulation of the static and dynamic characteristics of hydrostatic guides based on progressive mengen flow controller[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2010, 23(6): 709-716.
- [2] LIANG P, LU C, PAN W, et al. A new method for calculating the static performance of hydrostatic journal bearing[J]. Tribology International, 2014, 77: 72-77.
- [3] 高殿荣, 赵建华, 张作超. 液体静压导轨单一导轨面内油腔数目的分析[J]. 工程力学, 2013, 30(04): 423-428. GAO Dianrong, ZHAO Jinhua, ZHANG Zuochao. Analysis of number of oil-pockets in one slide surface of liquid hydrostatic slide[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(4): 423-428.
- [4] 赵建华, 高殿荣, 张作超. 液体静压导轨定压供油式油腔承载力的超静定力学模型[J]. 机械工程学报, 2012, 48(22): 168-176. ZHAO Jinhua, GAO Dingrong, ZHANG Zuochao. Indeterminate mechanics model of bearing capacity of constant pressure oil pockets in hydrostatic slide[J].

- Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(22): 168-176.
- [5] BOUZIDANE A, THOMAS M. Equivalent stiffness and damping investigation of a hydrostatic journal bearing[J]. Tribology Transactions, 2007, 50(2): 257-267.
- [6] SAWANO H, NAKAMURA Y, YOSHIOKA H, et al. High performance hydrostatic bearing using a variable inherent restrictor with a thin metal plate[J]. Precision Engineering, 2015, 41: 78-85.
- [7] 熊万里, 侯志泉, 吕浪, 等. 基于动网格模型的液体动静压轴承刚度阻尼计算方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(23): 118-126.
- XIONG Wanli, HOU Zhiquan, LÜ Lang, et al. Method for calculating stiffness and damping coefficients of hybrid bearings based on dynamic mesh model[J]. Journal of Mechanical Engineering. 2012, 48(23): 118-126.
- [8] JEON S Y, KIM K H. A fluid film model for finite element analysis of structures with linear hydrostatic bearings[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2004, 218(3): 309-316.
- [9] YADAV S K, SHARMA S C. Finite element analysis of tilted thrust pad bearings of various recesses shapes considering thrust pad flexibility[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2015, 230(7): 872-893.
- [10] 夏毅敏, 王洋, 胡均平, 等. 节流器结构参数对 Nanosys-1000 液体静压导轨承载特性的影响[J]. 光学精密工程, 2015, 23(9): 2586-2594.
- XIA Yimin, WANG Yang, HU Junping, et al. Influence of restrictor structural parameters on load-bearing characteristics of Nanosys-1000 hydrostatic guideway[J]. Optics and Precision Engineering. 2015, 23(9): 2586-2594.
- [11] SHARMA S C, JAIN S C, BHARUKA D K. Influence of recess shape on the performance of a capillary compensated circular thrust pad hydrostatic bearing[J]. Tribology International, 2002, 35(6): 347-356.
- [12] DU Y, MAO K, ZHU Y, et al. Dynamic modeling of hydrostatic guideway considering compressibility and inertia effect[J]. Frontiers of Mechanical Engineering, 2015, 10(1): 78-88.
- [13] 高殿荣, 魏云, 王凯. 液体圆柱静压导轨设计参数对其性能的影响[J]. 机械工程学报, 2014, 50(24): 186-190.
- GAO Dianrong, WEI Yun, WANG Kai. Influence of design parameters of cylindrical hydrostatic slide on its' performance[J]. Journal of Mechanical Engineering. 2014, 50(24): 186-190.
- [14] ZHOU H, ZHAO S, XU H, et al. An experimental study on oil-film dynamic coefficients[J]. Tribology International, 2004, 37(3): 245-253.
-
- 作者简介: 蒋书运(通信作者), 男, 1966 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为高速加工机床、机械动力学与摩擦学等。
- E-mail: jiangshy@seu.edu.cn
- 祝进波, 男, 1995 年出生。主要研究方向为机械动力学。
- E-mail: 464993151@qq.com