DOI: 10.3901/JME.2021.21.150

时变位姿下行星齿轮传动系统动应力计算模型及其参数影响研究*

魏 静 姜 东 张爱强 程 浩

(重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆 400044)

摘要: 考虑行星轮系内部非惯性和机体时变位姿外部非惯性的综合影响, 推导了任意时变位姿下带有机匣的行星轮系构件运动方程, 计入时变啮合刚度、啮合误差、侧隙和啮入冲击, 建立了时变位姿下行星齿轮传动系统级动力学模型, 并采用精细积分时程法(Precision integration method, PIM)求解得到了动态啮合力序列。根据齿间载荷分配关系进一步得到单齿啮合力序列。最后结合修正 Heywood 公式与 Hertz 公式构建了时变位姿下行星齿轮传动系统齿根弯曲动应力和接触动应力计算模型, 并研究了机体平飞、滚转和筋斗位姿参数对接触动应力、弯曲动应力的影响规律。结果表明: 不同时变位姿参数对弯曲、接触动应力影响显著, 且对不同齿轮副影响不同, 即加剧了齿轮副间承载不均; 筋斗运动角速度对动应力影响比平飞加速度、滚转角速度以及筋斗回转半径对其影响复杂; 机匣对动应力影响随加速度增大而增加。研究成果为时变位姿下行星齿轮传动动应力计算与高可靠性设计提供了理论依据。

关键词: 行星齿轮传动; 时变位姿; 动应力; 系统级动力学模型; 非惯性

中图分类号: TG156

Dynamic Stress Calculation Model of Planetary Gear Transmission System under Time-varying Posture and its Parameter Influence Research

WEI Jing JIANG Dong ZHANG Aiqiang CHENG Hao

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044)

Abstract: Considering the comprehensive influence of the internal non-inertia of the planetary gear train and the external non-inertial of the body's time-varying posture, the motion equations of the planetary gear train components with casing in any time-varying posture of the body are derived. Taking into account the time-varying meshing stiffness, meshing error, clearance and meshing impact, the planetary gear transmission system-level dynamics model under time-varying posture is established, and the dynamic meshing force sequence is obtained by the precision integration method (PIM). According to the load distribution relationship between teeth, and the single-tooth meshing force sequence is further obtained. Finally, combining the modified Heywood formula and Hertz formula, a calculation model for the tooth root bending dynamic stress and contact dynamic stress of the planetary gear transmission system with time-varying posture is constructed, and the influence laws of the body's level flight, roll and somersault pose parameters on contact dynamic stress and bending dynamic stress are studied. The results indicate that: different time-varying pose parameters have a significant effect on dynamic bending and contact stress, and have different effects on different gear pairs, that is, aggravating the uneven load between gear pairs. The angular velocity of somersault motion has a more complicated effect on dynamic stress than that of horizontal acceleration, roll angular velocity and gyration radius. The effect of casing on dynamic stress increases with the acceleration. The research provides a theoretical basis for dynamic stress calculation and high-reliability design of planetary gears under time-varying postures.

* 国家自然科学基金(51775058)和国家重点研发计划(2020YFB2008101)资助项目。20201116 收到初稿, 20210611 收到修改稿

Key words: planetary gear transmission; time-varying posture; dynamic stress; system-level dynamic model; non-inertial

0 前言

行星齿轮传动以其大传动比、结构紧凑、高功重比等优势广泛应用于航空、船舶、风机、汽车等领域。运行中的轮系不仅承受内部激励,而且受到载体时变位姿外部非惯性作用,位姿时变会对轮系振动与动应力产生明显的影响。以往关于行星轮系动力学研究多是忽略了时变位姿的影响,而且集中在其固有特性和动态特性方面^[1],因此研究时变位姿对行星轮系动应力的影响具有重要意义。

国内外学者对机动飞行条件下转子系统动力学特性进行了研究:文献[2]研究了盘旋、俯冲拉起飞行对带挤压油膜阻尼器(Squeeze film damper, SFD)的 Jeffcott 转子系统振动特性的影响;文献[3]通过研究机动飞行时转子的动态特性发现飞行状态对转子不平衡响应有明显的影响;文献[4]利用多尺度法研究了基础做正弦转动时转子系统的稳定性,并通过试验进行了验证;文献[5]从理论与实验两方面研究了基础位移激励对支承-柔性转子系统动力学行为的影响;文献[6]建立了任意飞行条件下多盘、多集中质量和多轴承的柔性转子系统统一模型,研究了机动飞行对双盘悬臂柔性转子系统振动特性的影响;文献[7]研究了水平盘旋状态下含有裂纹的刚性支承 Jeffcott 转子系统的非线性响应;文献[8]讨论了不同基础激励和裂纹深度对系统动力学行为的影响;文献[9]考虑基础激励和质量不平衡作用建立了刚性转子-线性/非线性支承系统的广义拉格朗日方程,推导了基础谐波激励下线性支承转子系统的时域解析解;文献[10]认为忽略陀螺效应时,基础激励引起的运动可等效为加速度带来的振动,并提出一种平稳基础激励响应主动抑制方法;文献[11]将机动飞行建模为机动载荷,研究了悬停飞行时转子系统的非线性振动。文献[12]利用双转子模型实验台研究了飞机俯冲、偏航、横滚和俯冲-偏航耦合飞行对反向旋转双转子系统转子轴心轨迹和振动响应的影响;文献[13]研究了转速和机动载荷对双盘转子-滚动轴承-碰摩耦合系统动力学行为的影响;文献[14]研究了机动飞行过程中带 SFD 的轴承-转子系统动态特性。然而,关于机体时变位姿条件下齿轮系统动力学特性的研究尚不多见。文献[15]将横滚、

俯仰、偏航运动激励以谐波形式加在常数项上,研究了角运动激励下平行轴齿轮传动的动力学行为;文献[16]研究了基础俯仰运动的幅值、频率等对行星轮系频响和均载的影响;文献[17]建立了空天非惯性系下行星轮系耦合动力学模型,研究了轮系内部非惯性对行星轮轨迹的影响以及盘旋状态下系统的动态特性;文献[18]研究了基础平移、旋转时平行轴齿轮传动系统的动力学行为及非线性响应。此外,目前行星轮系动应力仿真方面研究尚且不足,学者们多基于实验或有限元仿真得到动态齿根弯曲应力和接触应力。文献[19]通过试验研究了行星轮数目、销孔位置误差以及齿圈轮缘厚度等对齿圈动应力的影响;文献[20]采用有限元分析和准静态法得到某风机行星齿轮传动系统齿轮接触应力-时间历程并用于可靠性分析;文献[21]通过试验测得齿圈齿根弯曲应力并对理论模型进行了验证。文献[22]测试得到了差动级齿圈和封闭级太阳轮齿根弯曲应力,并根据应变结果得到了系统均载系数;文献[23]基于有限元模型和实测电机输入载荷得到行星轮与太阳轮的动态接触应力;文献[1]结合 LTCA 提出了一种齿圈齿根动应力计算新方法,并通过与其他学者仿真以及试验结果对比验证了方法的有效性。

在文献[17]基础上推导了时变位姿下带机匣的行星齿轮传动系统的运动方程,综合考虑内部多源激励、内部与外部非惯性系影响,建立了 2K-H 行星齿轮系统级动力学模型;利用齿间载荷分配关系,基于修正 Heywood 公式和 Hertz 公式^[24-25]建立了时变位姿下行星轮系动应力计算模型,研究了平飞、滚转和筋斗位姿参数对行星齿轮传动系统动应力的影响,为时变位姿非惯性下行星齿轮传动动应力计算与高可靠性设计提供了理论依据。

1 系统坐标系设置

系统坐标系设置如图 1 所示。太阳轮轴、齿圈自由度及行星架轴平移自由度定义在行星架随动坐标系(内部非惯性系) $o_c-x_cy_cz_c$ 中;行星轮、销轴自由度定义在坐标系 $o_p-\xi\eta z_p$ 中;行星架扭转自由度 θ_c 和机匣自由度定义于坐标系 $o_0-x_0y_0z_0$ 中。为描述位姿,增设机体坐标系 $o_1-x_1y_1z_1$ 以描述机体绕自身转动,增设地面坐标系 $O-XYZ$ 以描述空间内机体复杂

(a) 行星轮系内部坐标系

(b) 外部非惯性系

图 1 行星轮系坐标系

位姿。其中, 坐标系 $o_1-x_1y_1z_1$ 各轴分别与坐标系 $o_0-x_0y_0z_0$ 各轴平行, o_1 为机体重心, 机体飞行方向与 o_1y_1 轴(机体对称轴)相同。

图 2 行星齿轮传动系统级动力学模型

2 时变位姿下系统动应力计算模型

2.1 行星齿轮传动系统级动力学模型

2.1.1 子结构建模

通过 Timoshenko 梁单元^[26]建立考虑柔性的轮系子结构节点有限元模型^[27]; 利用缩聚技术^[28], 建立机匣子结构高精度模型, 上、下机匣分别设置 38、16 个节点, 机匣超单元模型前 12 阶次的频率误差在 5.2% 以内。

2.1.2 子结构耦合

通过啮合关系、行星轮与销轴轴承连接、空间耦合销轴与行星架轴耦合轮系; 通过螺栓、轴承耦合机匣与轮系子结构, 螺栓连接、轴承连接方程

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{X}}_i \\ \ddot{\mathbf{X}}_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_i + \mathbf{K}_B & -\mathbf{K}_B \\ -\mathbf{K}_B & \mathbf{K}_j + \mathbf{K}_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_i \\ \mathbf{X}_j \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{X}}_i \\ \ddot{\mathbf{X}}_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_b & -\mathbf{K}_b \\ -\mathbf{K}_b & \mathbf{K}_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_i \\ \mathbf{X}_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{F}_j \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{M}_i$ 、 $\mathbf{M}_j$ 分别为机匣与轮系节点的质量矩阵; $\mathbf{X}_i$ 、 $\mathbf{X}_j$ 分别为机匣与轮系节点的位移矩阵; $\mathbf{K}_i$ 与 $\mathbf{K}_j$ 分别为机匣与轮系节点的刚度矩阵; $\mathbf{K}_B$ 为螺栓连接刚度矩阵; $\mathbf{K}_b$ 为轴承连接刚度矩阵; $\mathbf{F}_i$ 、 $\mathbf{F}_j$ 分别为机匣与轮系节点力矢。

最终形成图 2 所示 472 自由度行星齿轮传动系统级动力学模型, 采用 PIM 法^[27]求解得到各齿轮副动态啮合力。

系统耦合动力学方程

$$\mathbf{M}\mathbf{A}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{T}(t) + \mathbf{G}(t) \quad (3)$$

式中, $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ 依次是系统整体质量、阻尼和刚度矩阵; $\mathbf{A}(t)$ 表示绝对加速度; $\mathbf{X}(t)$ 表示考虑非线性因素的位移矢量; $\mathbf{T}(t)$ 表示外激励; $\mathbf{G}(t)$ 表示重力矢量。

仅有内部非惯性作用, $\mathbf{A}(t)$ 与 $\mathbf{G}(t)$ 如式(4)所示, $(a_{cn})_{xyz} = a_{cnx}, a_{cny}, a_{cnz}$, 其余项同之。

$$\begin{cases} \mathbf{A}(t) = [\underbrace{(a_{cn})_{xyz}, \ddot{\theta}_z}_{\text{太阳轮轴节点}}, \dots, \underbrace{(a_{pn})_{xyz}, \ddot{\theta}_z}_{\text{行星轮节点}}, \dots, \underbrace{(a_m)_{xyz}, \ddot{\theta}_z}_{\text{齿圈节点}}, \\ \dots, \underbrace{(a_{ppn})_{xyz}, \ddot{\theta}_z}_{\text{销轴节点}}, \dots, \underbrace{(a_{cn})_{xyz}, \ddot{\theta}_z}_{\text{行星架轴节点}}, \dots, \underbrace{(a_{can})_{xyz}, \ddot{\theta}_{xyz}}_{\text{机匣节点}}]^T \\ \mathbf{G}(t) = [\underbrace{0, 0, G_1, 0}_{\text{节点1}}, \dots, \underbrace{0, 0, G_i, 0}_{\text{节点i}}, \dots, \underbrace{0, 0, G_j, 0}_{\text{节点j}}, \\ \dots, \underbrace{0, 0, G_{cak}, 0, 0, 0}_{\text{机匣节点k}}]^T \end{cases} \quad (4)$$

其中, 下标“n”表示轮系内部非惯性系。考虑时变位姿外部非惯性时, 构件受内、外双重非惯性系作用, 重力分量随之时变

$$\begin{cases} \mathbf{A}(t) = [\underbrace{(a_{cn})_{xyz} + (a_{ca})_{xyz}, \ddot{\theta}_z}_{\text{太阳轮轴节点}}, \dots, \underbrace{(a_{pn})_{xyz} + (a_{pa})_{xyz}, \ddot{\theta}_z}_{\text{行星轮节点}}, \\ \dots, \underbrace{(a_m)_{xyz} + (a_{ra})_{xyz}, \ddot{\theta}_z}_{\text{齿圈节点}}, \dots, \underbrace{(a_{ppn})_{xyz} + (a_{ppa})_{xyz}, \ddot{\theta}_z}_{\text{销轴节点}}, \\ \dots, \underbrace{(a_{cn})_{xyz} + (a_{ca})_{xyz}, \ddot{\theta}_z}_{\text{行星架轴节点}}, \dots, \underbrace{(a_{can})_{xyz} + (a_{caa})_{xyz}, \ddot{\theta}_{xyz}}_{\text{机匣节点}}]^T \\ \mathbf{G}(t) = [\underbrace{(G_1)_{xyz}, 0}_{\text{节点1}}, \dots, \underbrace{(G_i)_{xyz}, 0}_{\text{节点i}}, \dots, \underbrace{(G_j)_{xyz}, 0}_{\text{节点j}}, \\ \dots, \underbrace{(G_{cak})_{xyz}, 0, 0, 0}_{\text{机匣节点k}}]^T \end{cases} \quad (5)$$

下标“a”表示外部非惯性作用时绝对加速度衍生项。

2.2 时变位姿下传动系统运动学分析

作者对非惯性系下构件运动方程做过较为详细的推导^[17], 但未对耦合机匣情况做相应分析:

仅考虑内部非惯性这样时, 机匣节点位于惯性坐标系中, 如图 3a 所示。机匣节点存在初始位矢 $\mathbf{r}_{ca0}$ = $x_{ca0}\mathbf{i}_0 + y_{ca0}\mathbf{j}_0 + z_{ca0}\mathbf{k}_0$, x_{ca0} 、 y_{ca0} 、 z_{ca0} 为机匣节点相对于 O_0 点坐标。节点 M_{ca} 位矢 $\mathbf{r}_{can} = \mathbf{r}_{ca0} + \mathbf{r}_{ca}$, $\mathbf{r}_{ca} = x_{ca}\mathbf{i}_0 + y_{ca}\mathbf{j}_0 + z_{ca}\mathbf{k}_0$, 求导得到节点 M_{ca} 绝对加速度

$$\mathbf{a}_{can} = \ddot{\mathbf{x}}_{ca} \cdot \mathbf{i}_0 + \ddot{\mathbf{y}}_{ca} \cdot \mathbf{j}_0 + \ddot{\mathbf{z}}_{ca} \cdot \mathbf{k}_0 \quad (6)$$

受时变位姿影响, 机匣节点位矢关系如图 3b 所示, 节点 M_{ca} 位矢 $\mathbf{r}_{Mca} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_{ca0} + \mathbf{r}_{ca}$, 求导得到加速度衍生项(去掉 $\mathbf{a}_{can}$ 中各项)

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{caa} = & \ddot{\mathbf{X}} \cdot \mathbf{i} + \ddot{\mathbf{Y}} \cdot \mathbf{j} + \ddot{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{k} + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_1 + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_1) + \\ & \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times (\mathbf{r}_{ca} + \mathbf{r}_{ca0}) + \boldsymbol{\Omega} \times [\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{r}_{ca} + \mathbf{r}_{ca0})] + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_{ca} \end{aligned} \quad (7)$$

结合式(6)可知, 机匣绝对加速度附加项均由外部非惯性产生。

图 3 机匣位矢

2.3 时变位姿下行星齿轮传动动应力计算模型

根据啮合刚度关系可以得到啮合位置 j 处齿对 i 齿间载荷分配系数^[29] Lsf_{ij} , 求解式(3)就可以得到不同齿轮副啮合力时域序列, 即不同齿轮副啮合位置 j 处总啮合力 F_{ny} , 啮合位置 j 处齿对 i 啮合力为 $F_{ij} = Lsf_{ij} F_{ny}$ 。

修正 Heywood 公式与 Hertz 接触应力公式如下

$$\sigma_{Fij} = \frac{F_{ij} \cos \alpha_j}{W} \left[1 + 0.26 \left(\frac{h_f}{2r_f} \right)^{0.7} \right] \cdot \left[6 \frac{l_f - h_L \cdot \tan \alpha_j / 2}{h_f^2} + \left(\frac{0.72}{h_f l_f} \right)^{0.5} \left(1 - \frac{h_L}{h_f} \cdot \nu \cdot \tan \alpha_j \right) - \frac{\tan \alpha_j}{h_f} \right] \quad (8)$$

$$\sigma_{Hij} = \sqrt{\frac{F_{ij} \cos \alpha_j}{\pi W \cos \alpha} \times \frac{\frac{1}{\rho_{ij}}}{\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}}} \quad (9)$$

其中, σ_{Fij} 、 α_j 与 h_L 分别是啮合位置 j 处齿对 i 对应轮齿齿根最大弯曲应力、负载角和齿厚, h_f 、 l_f 与 r_f 分别是啮合位置 j 处齿根应力峰值位置齿厚、高度及齿根圆角半径, 如图 4 所示, W 是齿宽, ν 取 1/4。 σ_{Hij} 、 ρ_{ij} 分别是啮合位置 j 处齿对 i 接触应力与综合曲率^[30], α 是压力角, ν_1 、 ν_2 与 E_1 、 E_2 分别是两齿轮的泊松比与弹性模量。

图 4 修正 Heywood 公式参数

轮系齿轮参数如表 1 所示;计入时变啮合刚度、啮合误差、侧隙与啮入冲击^[31]内部激励,不考虑位姿影响,输入功率 285 kW、输入转速 4 000 r/min 时轮系动应力如图 5 所示。可以看到,由于行星轮安装相位不同,4 对齿轮副应力有时间先后之分,但不同齿轮副应力走势及数值差异很小;内啮合接触应力小于外啮合,行星轮参与外啮合时齿根弯曲应力略大于参与内啮合的弯曲应力;齿圈的齿根弯曲应力大于太阳轮与行星轮。

表 1 齿轮参数

参数	太阳轮	行星轮	齿圈
齿数	34	36	106
模数/mm		2.5	
压力角/(°)		25	
螺旋角/(°)		0	
变位系数	0.018 5	-0.018 5	-0.018 5
齿宽/mm	43	45	26

图 5 稳态额定工况下构件动应力

3 时变位姿下构件动应力

考虑机体时变位姿时,同一齿轮副太阳轮、行星轮、齿圈齿根弯曲应力随位姿参数变化趋势一致,外、内齿轮副接触应力随位姿参数变化趋势也一致,因此分别以太阳轮齿根弯曲应力、外啮合接触应力为例讨论时变位姿对动应力均方根值影响。

3.1 平飞时构件动应力

机体变速平飞示意图如图 6 所示,机体以加速度 a_e 直线飞行,“ $a_e < 0$ ”、“ $a_e > 0$ ”分别表示减速平飞和加速平飞。

图 6 机体变速平飞示意图

不同平飞加速度下动应力(均方根值)如图 7a 与图 7b 所示。轮齿齿根弯曲应力随加速度呈抛物线状变化,随加速度正负不同增减变化不同。加速过程中,齿轮副 s-p1/s-p2/s-p4 随加速度增大非线性增加,齿轮副 s-p3 随加速度增大先减小后增加,减速过程中,齿轮副 s-p1 随加速度增大先减小后增加,齿轮副 s-p2/s-p3/s-p4 随加速度增大非线性增加,而且不同齿轮副齿根应力变化并不同步,抛物线极值(最小值)对应的加速度值也各不相同,如图 7a 所示。接触应力随加速度近似线性变化,但加/减速过程中各齿轮副增减变化不尽相同,加速过程中,齿轮副 s-p1/s-p4 接触应力随加速度增加而增加,减速过程中,齿轮副 s-p1/s-p4 随加速度增加而减小,齿轮副 s-p2、s-p3 接触应力变化分别与齿轮副 s-p1、s-p4 相反。此外,根据图 7a 与 b,不同齿轮副之间应力值差异随 a_e 增加而增大,而且齿轮副 s-p1/s-p3 应力变化幅度明显大于齿轮副 s-p2/s-p4,即加速度增大引起了齿轮副间载荷分配不均:均载系数^[32]随加速度呈“V”字形变化,在机体加/减速过程中随加速度增大近乎线性增加,如图 7c 所示。

变速平飞时耦合机匣对动应力均方根值影响如图 8 所示。 $a_e = 0$ 时,耦合机匣后系统级模型动应力与未耦合机匣模型基本一致,4 对齿轮副对应太阳轮齿根弯曲应力以及轮对接触应力变化率分别在 0.13%、0.06% 以内。随加速度增大,系统级模型与齿轮转子模型应力差异增加,其中齿轮副 s-p2 与 s-p4 应力变化趋势基本一致,而齿轮副 s-p1 应力变化趋势随加/减速不同与齿轮副 s-p3 趋势相反;此外,较大加速度加剧了齿轮副间承载不均,齿轮副 s-p1/s-p3 应力变化率明显大于齿轮副 s-p2/s-p4。

图 7 不同平飞加速度下动应力及均载系数

图 8 耦合机匣对应力影响

3.2 滚转运动时构件动应力

不同于平飞, 当机体以角速度 Ω_a 绕自身纵轴 o_1y_1 滚转时, 如图 9 所示, 重力 F_g 在坐标轴各分量将发生改变, 并随位姿改变而改变, 如式(10)所示。

图 9 机体滚转运动示意图

$$\begin{cases} F_{cj}^m = m_j \cdot g \cdot (\sin \theta_a \cdot \cos \theta_c \cdot i_c - \sin \theta_a \cdot \sin \theta_c \cdot j_c + \cos \theta_a \cdot k_c) \\ F_{pj}^m = m_j \cdot g \cdot [\sin \theta_a \cdot \cos(\varphi_n + \theta_c) \cdot i_p - \sin \theta_a \cdot \sin(\varphi_n + \theta_c) \cdot j_p + \cos \theta_a \cdot k_p] \\ F_{caj}^m = m_j \cdot g \cdot (\sin \theta_a \cdot i_0 + \cos \theta_a \cdot k_0) \end{cases} \quad (10)$$

不同滚转角速度下动应力(均方根值)如图 10a 与图 10b 所示。与变加速度的情况不同, 随角速度 Ω_a 增加, 齿轮副 s-p1/s-p3/s-p4 齿根弯曲应力非线性增加, 齿轮副 s-p2 弯曲应力先减小后增加, 但整体上非线性增加, 而且增加幅度随角速度增加而增大, 齿轮副 s-p1 对应弯曲应力在区间[0,12]、[12,24]内分别增加 0.80%、5.55%, 如图 10a 所示。受角速度 Ω_a 影响, 接触应力增减变化随齿轮副不同而不同, 齿轮副 s-p1 非线性减小, 齿轮副 s-p2 非线性先减小后增加, 齿轮副 s-p3、s-p4 变化趋势分别与齿轮副 s-p1、s-p2 相反, 各齿轮副应力变化幅度整体上呈增加趋势。此外, 当角速度 Ω_a 增加到一定值后, 齿轮副

图 10 不同滚转角速度下动应力及均载系数

s-p1/s-p2/s-p3 齿根弯曲动应力明显大于齿轮副 s-p4, 齿轮副 s-p2/s-p4 接触应力变化幅度明显大于齿轮副 s-p1/s-p3, 所有齿轮副接触动应力差异明显增加, 而均载系数也相应增加, 如图 10c 所示。

3.3 筋斗运动时系统动应力

目前关于机动飞行对转子动力学领域影响的研究较少涉及筋斗运动, 当机体翻筋斗时, 即机体以角速度 Ω_d 、半径 R 绕地面固定坐标系 OX 轴回转飞行, 如图 11 所示, 重力 F_g 在坐标轴各分量

$$\begin{cases} F_{cj}^m = m_j \cdot g \cdot (-\sin \theta_d \cdot \sin \theta_c \cdot i_c \\ \quad -\sin \theta_d \cdot \cos \theta_c \cdot j_c + \cos \theta_d \cdot k_c) \\ F_{pj}^m = m_j \cdot g \cdot [-\sin \theta_d \cdot \sin(\varphi_n + \theta_c) \cdot i_p \\ \quad -\sin \theta_d \cdot \cos(\varphi_n + \theta_c) \cdot j_p + \cos \theta_d \cdot k_p] \\ F_{caj}^m = m_j \cdot g \cdot (-\sin \theta_d \cdot j_0 + \cos \theta_d \cdot k_0) \end{cases} \quad (11)$$

图 11 机体翻筋斗示意图

筋斗半径 $R = 5 \text{ m}$ 时, 动应力(均方根值)随筋斗运动角速度 Ω_d 变化趋势如图 12 所示, 不同于变速平飞与绕机体自身纵轴滚转的情况, 齿轮动应力受 Ω_d 影响变化趋势较为复杂, 而且值得一提的是, 同一齿轮副对应接触应力、齿根弯曲应力近乎同步变化。角速度 Ω_d 较小时, 应力值变化幅度较小; 当角速度增加到一定值后, 应力变化幅度明显增大, 齿

轮副 s-p1 太阳轮齿根弯曲应力、轮对接触应力在区间 $[2, 8.5]$ 内变化幅度分别为 0.67% 与 0.23%, 而在区间 $[8.5, 15]$ 内分别达到 12.47% 与 4.84%, 如图 12a 与 b 所示, 而且应力曲线呈抛物线状, 但各曲线极值(最大值或最小值)对应角速度值也不尽相同。与变速平飞与滚转位姿相比, 均载系数受筋斗位姿参数 Ω_d 影响较大。如图 13 所示, 随回转角速度 Ω_d 增加, 均载系数以较大幅度增加, 相应地, 图 12 中每一对齿轮副动应力曲线变化规律与其他齿轮副均不相同。

图 12 不同筋斗角速度下动应力

图 13 筋斗运动参数对均载系数影响

回转半径 R 增加同样会导致齿轮副间载荷不均: 均载系数在一定范围内近似线性增加, 当 R 达到一定值 ($R = 11 \text{ m}$) 后, 均载系数非线性增加, 如图 13b 所示; 相应地, 图 14 中各齿轮副间应力差异随回转半径 R 增加而增加。 $R = 1 \text{ m}$ 时, 4 对齿轮副

应力间虽有差异,但是齿轮副 s-p1、s-p2 之间、齿轮副 s-p3、s-p4 之间应力值相近;随 R 值增大,齿轮副之间应力差异增加,而且增减变化不同。齿轮副 s-p1/s-p4 齿根弯曲应力先减小后增加,而齿轮副 s-p2/s-p3 对应弯曲应力非线性增加,且后二者弯曲应力变化幅度明显大于前二者;接触应力随 R 值近似线性变化,齿轮副 s-p1/s-p4 接触应力随 R 值增加而减小,齿轮副 s-p2、s-p3 接触应力变化分别与齿轮副 s-p1、s-p4 相反。

图 14 不同筋斗半径下动应力

4 结论

本文建立了时变位姿下行星齿轮传动系统动应力计算模型,研究了不同时变位姿条件下,如:机体平飞、滚转和筋斗运动参数对轮系动应力的影响,结论如下所述。

(1) 各齿轮副对应齿根弯曲动应力随平飞加速度非同步抛物线状变化;接触动应力随加速度正负不同近似线性增减。耦合机匣对动应力影响受位姿参数影响,随平飞加速度增加而增加。

(2) 随滚转角速度增加,各齿轮副对应弯曲动应力整体非线性增加,不同齿轮副接触动应力增减不同,但各应力曲线变化幅度整体增加。

(3) 受筋斗运动角速度影响,动应力变化较为复杂,但同一齿轮副齿根弯曲动应力、接触动应力变化近乎同步;当角速度增加到一定值后,动应力

变化幅度明显增加;随筋斗回转半径增加,齿根弯曲应力非线性变化,接触应力近似线性变化,但不同齿轮副应力增减变化不同。

(4) 不同齿轮副应力差异随时变位姿参数增加而增加,相应地,不同时变位姿会不同程度地加剧齿轮副间承载不均。

参 考 文 献

- [1] 王成龙, 周建星, 孙文磊, 等. 行星齿轮传动柔性齿圈齿根动应力计算及光纤光栅检测方法[J]. 西安交通大学学报, 2020, 54(6): 122-132.
WANG Chenglong, ZHOU Jianxing, SUN Wenlei, et al. Dynamic stress calculation and experimental comparative analysis for flexible ring gear root of planetary gear transmission system[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54(6): 122-132.
- [2] 徐敏, 廖明夫. 机动飞行条件下带挤压油膜阻尼器的 Jeffcott 转子系统的振动特性[J]. 航空动力学报, 2003(3): 394-401.
XU Min, LIAO Mingfu. The vibration performance of the Jeffcott rotor system with SFD in maneuver flight[J]. Journal of Aerospace Power, 2003(3): 394-401.
- [3] LIN F, MENG G. Study on the dynamics of a rotor in a maneuvering aircraft[J]. Journal of Vibration & Acoustics, 2003, 125(3): 324-327.
- [4] DUCHEMIN M, BERLIOZ A, FERRARIS G. Dynamic behavior and stability of a rotor under base excitation[J]. Journal of Vibration & Acoustics, 2006, 128(5): 576-585.
- [5] DRIOT N, LAMARQUE C, BERLIOZ A. Theoretical and experimental analysis of a base-excited rotor[J]. Journal of Computational & Nonlinear Dynamics, 2006, 1(3): 257-263.
- [6] 祝长生, 陈拥军. 机动飞行时发动机转子系统动力学统一模型[J]. 航空动力学报, 2009, 24(2): 371-377.
ZHU Changsheng, CHEN Yongjun. General dynamic model of aeroengine's rotor system during maneuvering flight[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(2): 371-377.
- [7] YANG Y, REN X, QIN W, et al. Analysis on the nonlinear response of cracked rotor in hover flight[J]. Nonlinear Dynamics, 2010, 61(1-2): 183-192.
- [8] HAN Q, CHU F. Dynamic response of cracked rotor-bearing system under time-dependent base movements[J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(25): 6847-6870.
- [9] DAKEL M, BAGUET S, DUFOUR R. Steady-state

- dynamic behavior of an on-board rotor under combined base motions[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2014, 20(15): 2254-2287.
- [10] 蒋科坚, 祝长生, 乔晓利, 等. 移动载体上电磁轴承-转子系统的基础激励振动主动抑制[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(11): 108-118.
- JIANG Kejian, ZHU Changsheng, QIAO Xiaoli, et al. Suppressing vibration due to base motion for active magnetic bearings-rotor system equipped on moving carrier[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(11): 108-118.
- [11] HOU L, CHEN Y, CAO Q. Nonlinear vibration phenomenon of an aircraft rub-impact rotor system due to hovering flight[J]. *Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation*, 2014, 19(1): 286-297.
- [12] 白雪川, 曹树谦, 杨蛟, 等. 机动飞行时航空发动机反向旋转双转子动力学实验研究[J]. *机械科学与技术*, 2015, 34(4): 623-628.
- BAI Xuechuan, CAO Shuqian, YANG Jiao, et al. Experiment research on aero-engine counter-rotating dual-rotor[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2015, 34(4): 623-628.
- [13] 李小彭, 李加胜, 李木岩, 等. 机动飞行中转子轴承系统新型碰摩的动力学行为[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2017, 38(8): 1118-1122.
- LI Xiaopeng, LI Jiasheng, LI Muyan, et al. Dynamics of rotor bearing system with new rubbing model in maneuvering flight[J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2017, 38(8): 1118-1122.
- [14] HAN B, DING Q. Forced responses analysis of a rotor system with squeeze film damper during flight maneuvers using finite element[J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2018, 122: 233-251.
- [15] HAN Q, CHU F. Dynamic behaviors of a geared rotor system under time-periodic base angular motions[J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2014, 78: 1-14.
- [16] QIU X, HAN Q, CHU F. Dynamic modeling and analysis of the planetary gear under pitching base motion[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, 141: 31-45.
- [17] 魏静, 史磊, 张爱强, 等. 飞行环境非惯性系下行星齿轮传动系统耦合动力学建模及其动态特性[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(23): 162-172.
- WEI Jing, SHI Lei, ZHANG Aiqiang, et al. Modeling and dynamic characteristics of planetary gear transmission in non-inertial system of aerospace environment[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(23): 162-172.
- [18] ZHANG A, WEI J, SHI L, et al. Modeling and dynamic response of parallel shaft gear transmission in non-inertial system[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 98(2): 997-1017.
- [19] KAHRAMAN A, LIGATA H, SINGH A. Influence of ring gear rim thickness on planetary gear set behavior[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2010, 132(2): 021002.
- [20] 秦大同, 周志刚, 杨军, 等. 随机风载作用下风力发电机齿轮传动系统动态可靠性分析[J]. *机械工程学报*, 2012, 48(3): 1-8.
- QIN Datong, ZHOU Zhigang, YANG Jun, et al. Time-dependent reliability analysis of gear transmission system of wind turbine under stochastic wind load[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(3): 1-8.
- [21] 李发家, 朱如鹏, 鲍和云, 等. 行星齿轮系动力学特性分析及试验研究[J]. *南京航空航天大学学报*, 2012, 44(4): 511-519.
- LI Fajia, ZHU Rupeng, BAO Heyun, et al. Dynamics characteristics and experiment research on planetary gear system[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2012, 44(4): 511-519.
- [22] 谭援强, 胡聪芳, 张跃春, 等. 封闭差动行星齿轮箱动态均载性能试验研究[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(9): 28-35.
- TAN Yuanqiang, HU Congfang, ZHANG Yuechun, et al. Testing research on dynamic load sharing performance of encased differential planetary gearbox[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(9): 28-35.
- [23] 张义民, 王婷, 黄婧. 采煤机摇臂系统行星轮系疲劳可靠性灵敏度设计[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2016, 37(10): 1426-1431.
- ZHANG Yimin, WANG Ting, HUANG Jing. Fatigue reliability-based sensitivity design of planet gear for shearer rocker arm system[J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2016, 37(10): 1426-1431.
- [24] LIN P, LIN H, OSWALD F, et al. Using dynamic analysis for compact gear design[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2002, 124(1): 91-97.
- [25] CORNELL R. Compliance and stress sensitivity of spur gear teeth[J]. *Journal of Mechanical Design*, 1981, 103(2): 447-459.
- [26] HAN Q, ZHAO J, CHU F. Dynamic analysis of a geared rotor system considering a slant crack on the shaft[J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2012, 331(26): 5803-5823.
- [27] WEI J, ZHANG A, QIN D, et al. A coupling dynamics analysis method for a multistage planetary gear system[J].

Mechanism and Machine Theory, 2017, 110: 27-49.

- [28] 贺朝霞, 常乐浩, 刘岚. 耦合箱体振动的行星齿轮传动系统动态响应分析[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2015, 43(9): 128-134+148.

HE Zhaoxia, CHANG Lehao, LIU Lan. Dynamic response analysis of planetary gear transmission system coupled with gearbox vibrations[J]. Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition), 2015, 43(9): 128-134+148.

- [29] 陈再刚. 行星轮系齿轮啮合非线性激励建模和振动特征研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2013.

CHEN Zaigang. Study on gear mesh nonlinear excitation modelling and vibration features of planetary gear system[D]. Chongqing: Chongqing University, 2013.

- [30] 张策. 机械原理与机械设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 2018.

ZHANG Ce. Mechanical principle and mechanical design[M]. Beijing: China Machine Press, 2018.

- [31] 戴麟. 相位调谐与啮入冲击对行星齿轮系统辐射噪声影响的研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016.

DAI Lin. Research on the effect of phase adjustment and

meshing impact on noise radiation in planetary gear transmission[D]. Nanjing : Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016.

- [32] 朱增宝, 朱如鹏, 李应生, 等. 安装误差对封闭差动行星齿轮传动系统动态均载特性的影响[J]. 机械工程学报, 2012, 48(3): 16-24.

ZHU Zengbao, ZHU Rupeng, LI Yingsheng, et al. Impact of installation error on dynamics load sharing characteristic for encased differential herringbone train[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(3): 16-24.

作者简介: 魏静(通信作者), 男, 1978 年出生, 博士, 教授。主要研究方向为机电传动系统动力学。

E-mail: weijing_slmt@163.com

姜东, 男, 1995 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为机械传动、齿轮传动动力学。

E-mail: jiangdong_sklmt@163.com

张爱强, 男, 1990 年出生, 博士, 助理研究员。主要研究方向为机械传动、齿轮传动动力学。

E-mail: zaq_sklmt@163.com

程浩, 男, 1998 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为机械传动、齿轮传动动力学。

E-mail: 1594140775@qq.com