DOI: 10.3901/JME.2021.21.138

相关奇异值比的 SVD 在轴承故障诊断中的应用*

李华^{1,2} 刘韬² 伍星^{2,3} 李少波¹

- (1. 贵州大学省部共建公共大数据国家重点实验室 贵阳 550025;
2. 昆明理工大学先进装备智能制造技术云南省重点实验室 昆明 650500;
3. 云南机电职业技术学院 昆明 650203)

摘要: 基于 Hankel 矩阵的奇异值分解(Singular value decomposition, SVD)方法在信号处理、故障诊断领域得到了广泛应用。其降噪性能受选取的重构分量、Hankel 矩阵结构、分析的数据点数的影响,对此进行了系统的研究,提出了基于相关奇异值比的 SVD (Correlated singular value ratio SVD, C-SVR SVD)方法,并成功应用于轴承故障诊断。首先,针对 SVD 的重构分量的确定问题,提出了奇异值比(Singular value ratio, SVR)和互相关系数相结合的方法;其次,对 Hankel 矩阵的结构进行研究,提出了基于 SVR 和峭度指标的结构优化方法。然后,对分析的数据点数进行了分析讨论,给定了约束。最后,将 C-SVR SVD 方法应用于轴承故障仿真信号和实际轴承故障案例分析,验证了 C-SVR SVD 方法的有效性和优越性。

关键词: 奇异值分解; 重构分量确定; 奇异值比; 互相关系数; Hankel 矩阵结构; 滚动轴承

中图分类号: TH165; TH17

Application of SVD Based on Correlated Singular Value Ratio in Bearing Fault Diagnosis

LI Hua^{1,2} LIU Tao² WU Xing^{2,3} LI Shaobo¹

- (1.State Key Laboratory of Public Big Data, Guizhou University, Guiyang 550025;
2. Yunnan Provincial Key Laboratory of Advanced Equipment Intelligent Manufacturing Technology, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500;
3. Yunnan Vocational College of Mechanical and Electrical Technology, Kunming 650203)

Abstract: The SVD method based on Hankel matrix is widely used in signal processing and fault diagnosis. Its noise reduction performance is affected by the selected reconstruction component, the structure of the Hankel matrix, and the number of points of the analysis data. Based on this, a systematic research is carried out, and the SVD based on correlated singular value ratio (C-SVR SVD) is proposed, and successfully applied to bearing fault diagnosis. First, for the problem of determining the reconstruction components of SVD, a method combining singular value ratio (SVR) and cross-correlation coefficient is proposed; secondly, the structure of Hankel matrix is studied, and a structure optimization method based on SVR and kurtosis indicator is proposed. The structure optimization method of the indicator. Then, the number of analyzed data points was analyzed and discussed, and constraints were given. Finally, the C-SVR SVD method is applied to the analysis of the bearing fault simulation signal and the actual bearing fault signal, which verifies the effectiveness and superiority of the C-SVR SVD method.

Key words: singular value decomposition; reconstructed component determination; singular value ratio; cross-correlation coefficient; Hankel matrix structure; rolling bearing

0 前言

由于滚动轴承在现代机械设备中所扮演的重要

角色,其被广泛应用于各种旋转机械,如风机、发电机、机床等设备中。滚动轴承的故障是导致旋转机械设备故障的主要原因之一。因此,对于滚动轴承的故障诊断研究一直受到研究者的高度关注^[1-3]。

当滚动轴承发生故障时,其振动信号中包含了大量的运行状态信息,表现为非平稳性和多分量性的调制信号,特别是在轴承故障早期,由于调制源

* 国家重点研发计划(2018YFB1306103)、国家自然科学基金(51875272, 52065030)和贵州大学自然科学专项(特岗)科研基金((2021)27)资助项目。20201014 收到初稿,20201228 收到修改稿

弱, 早期故障信号微弱, 并且受周围设备、环境的噪声干扰, 导致故障特征频率难以提取、识别。因此, 需要对原始振动信号进行降噪预处理, 然后提取轴承故障特征频率, 进而诊断出轴承故障^[4-5]。

奇异值分解技术已广泛应用于旋转机械的故障诊断领域^[6]。LAUB 提出了 SVD 理论, 并介绍了 SVD 的一些应用和算法实现^[7]。针对 SVD 的重构分量的确定问题, 研究者做了相关研究。KANJILAL 等^[8]提出了一种基于奇异值比(Singular value ratio, SVR)的重构阶次确定方法。杨文献等^[9]提出了基于奇异熵的 SVD 定阶方法。赵学智等^[10]提出了奇异值差分谱的概念, 可实现重构阶次的有效确定。王树青等^[11]提出了基于奇异值相对变化率的模型定阶方法。LI 等^[12]提出了基于奇异峭度值相对变换率的 SVD 定阶方法。另外, 研究人员也一直致力于增强 SVD 的降噪效果。汤宝平等^[13]将 SVD、形态滤波与经验模态分解(Empirical mode decomposition, EMD)相结合, 并应用于轴承故障诊断。张超等^[14]将 EMD 同奇异值差分谱理论相结合, 实现了强背景噪声下的滚动轴承故障诊断。张晓涛等^[15]将 SVD 与快速谱峭度算法相结合, 实现了齿轮箱的轴承故障监测。王建国等^[16]将 SVD 与局部均值分解相结合成功提取出滚动轴承故障特征。HAN 等^[17]提出了一种基于 EMD 和奇异值差分谱相结合的滚动轴承故障特征提取方法。文献[12]中, 作者将改进的 SVD 与改进的频带熵相结合, 增强了 SVD 的降噪性能。上述文献中, 往往需要与其他方法相结合来实现 SVD 降噪性能的增强。

本文针对 SVD 的重构分量确定、Hankel 矩阵的结构以及分析的数据点数进行系统研究, 提出了基于相关奇异值比的 SVD(Correlated singular value ratio SVD, C-SVR SVD)方法用于实现 SVD 降噪性能的提升, 并用于实现轴承故障特征的提取。主要创新点为: 首先, 提出了一种基于 SVR 和互相关系数相结合的 SVD 最佳重构分量确定方法。其次, 基于 SVR 和峭度指标对 Hankel 矩阵的结构进行了优化。然后, 讨论了分析的数据点数对降噪性能的影响。最后, 将提出的 C-SVR SVD 方法用于轴承故障的仿真信号和实际信号, 以实现滚动轴承的故障特征频率的有效提取, 进而实现故障诊断。

1 奇异值分解(SVD)

假设有采集的轴承原始离散信号 $Y = [y(1), y(2), y(N)]$, 基于相空间重构理论, 构造

Hankel 矩阵如下^[16]

$$X = \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \cdots & y(n) \\ y(2) & y(3) & \cdots & y(n+1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y(m) & y(m+1) & \cdots & y(N) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, $1 < n < N$, 令 $m = N - n + 1$, 则有 $X \in R^{m \times n}$, 此矩阵即为重构吸引子轨道矩阵。

矩阵 X 通过重构吸引子的特征揭示了其在重构空间的动态特性, 故可将 X 表示为 $X = D + W$, 其中, D 表示光滑信号在重构空间的 $(N - n + 1) \times n$ 矩阵, W 表示噪声干扰信号的 $(N - n + 1) \times n$ 矩阵。

对矩阵 X 进行奇异值分解则有

$$X = USV^T \quad (2)$$

式中, 上标 “T” 表示矩阵转置。 U 和 V^T 分别为 $(N - n + 1) \times (N - n + 1)$ 和 $n \times n$ 矩阵, S 为 $(N - n + 1) \times n$ 的对角阵, 主对角线元素为 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, k)$, 且 $k = \min((N - n + 1), n)$, 即有

$$S = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k) \quad (3)$$

式中, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ 是矩阵 X 的奇异值, 且有 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_k \geq 0$, U 和 V^T 表示左右奇异阵。

2 提出的轴承故障诊断方法

针对基于 Hankel 矩阵的 SVD 的重构分量的确定、Hankel 矩阵的结构、分析的数据点数问题, 提出了基于 C-SVR SVD 的轴承故障特征提取方法。

2.1 SVD 重构分量的确定

文献[10]、[11]和[12]分别提出了利用奇异差分谱、奇异值相对变化率以及奇异峭度值相对变换率来确定 SVD 重构阶次的思想。它们的思想是保留确定的阶次前面的所有分量进行叠加, 获得重构信号。文献[10]已经证实, 当 SVD 基于 Hankel 矩阵时, 其本质是将原始信号分解为一系列分量信号的简单线性叠加。它的意义在于为我们提供了一个思想, 即可以选择几个感兴趣的分量进行简单的线性叠加, 从而达到消除噪声和提取特征信息的目的。在此结论的基础上, 提出了一种选择 SVD 重构分量的方法。

确定 SVD 的重构分量是非常关键的步骤, 一直是研究 SVD 的研究人员关注的焦点。在这里, 我们介绍一种基于 SVR 和互相关系数的 SVD 重构分量确定方法。该方法包括两个步骤, 详细说

明如下。

(1) SVR 可以用下列等式表示

$$SVR_i = \frac{s(i)}{s(i+1)} \quad i=1,2,\dots,k-1 \quad (4)$$

式中, $s(i)$ 表示第 i 个奇异值, $s(i+1)$ 表示第 $i+1$ 个奇异值, k 是获得的对角矩阵中非零奇异值的数量。 SVR_i 表示第 i 个奇异值与第 $i+1$ 个奇异值的比率。

当获得 SVR 的最大值时, 该阶次前面的所有分量均被保留作为备选分量。如果在第一个分量处获得 SVR 的最大值, 则将具有次大值的分量和其前面的全部分量作为备选分量。

(2) 在步骤(1)的基础上, 求保留的各备选分量之间的互相关系数。互相关系数反映了两个变量之间的相关程度。相关系数越大, 两个变量之间的相关性就越大。如果两个变量完全相同, 则它们的互相关系数值为 1。在获得备选分量之后, 使用互相关系数来选择最佳重构分量。这是因为, 如果任意两个分量的相关性很大, 可认为此两个分量之间存在很大的信息冗余, 因此, 只需选取其中一个分量即可。具体如下所述:

假设由 SVR 确定的保留阶次为 $I(I \leq k)$, 即保留该阶次及其前面的所有分量。 y_l 和 y_m 是保留分量中的任意两个分量 ($l=1,2,\dots,I$, 且 $m=1,2,\dots,I$)。则分量 y_l 和 y_m 之间的互相关系数可根据下式计算

$$\rho_{y_l, y_m} = \frac{\max(C_{y_l, y_m}(\tau))}{\max(A_{y_l}(\tau))} \quad (5)$$

式中, $C_{y_l, y_m}(\tau)$ 表示分量 y_l 和 y_m 之间的互相关, $A_{y_l}(\tau)$ 表示 y_l 分量的自相关。如果 $m=l$, 则表示 y_l 和 y_m 是同一分量, 有 $\rho_{y_l, y_m}=1$ 。

假设互相关系数的阈值为 ρ 。如果任意两个分量的互相关系数大于等于设定的阈值 ρ , 则仅保留其中一个分量; 若它们的互相关系数小于阈值 ρ , 则将此两个分量进行叠加。当两个分量之间的相关系数大于等于给定阈值时, 如何确定要保留的分量是值得探讨的。在这里, 我们提出一种基于峭度最大值原则的解决方案。此方法的思路是: 当任意两个分量的互相关系数大于等于设置的阈值时, 分别计算两个分量的峭度值, 保留具有更大峭度值的分量, 并舍弃另一个分量。

设 $\mathbf{P}=[p(1), \dots, p(i), \dots, p(N)]$ (其中, $i=1,2,\dots,N$) 是保留的分量中的任意两个分量(满足互相关系数大于设定的阈值)中的一个, 其峭度值可以被计算

$$kp = \frac{E(\mathbf{p} - \mu(\mathbf{p}))^4}{(\sigma(\mathbf{p}))^4} \quad (6)$$

式中, kp 表示 $\mathbf{P}$ 分量的峭度值, $\mu(\mathbf{p})$ 表示分量 $\mathbf{P}$ 的均值, $\sigma(\mathbf{p})$ 表示分量 $\mathbf{P}$ 的标准差, $E(\mathbf{p} - \mu(\mathbf{p}))^4$ 表示分量 $\mathbf{P}$ 的四阶中心矩。

如果分量 $\mathbf{P}$ 的峭度值大于此两个分量中的另一个分量的峭度值, 则将其保留, 另一个则被舍弃。如果存在多个这样的分量, 则将它们叠加以形成重构信号。

由于互相关系数阈值的选择对重构结果有很大影响, 因此有必要分析互相关系数阈值的设置以提供适当的阈值。根据所保留的各分量间的互相关系数值, 在本文中设定互相关系数的阈值范围为 0.5 到 1(如果互相关系数小于 0.5, 则说明两个分量之间的相关性相对较小), 步长为 0.01。理论上讲, 需要以步长 0.01 遍历在 0.5~1.0 范围内的所有互相关系数阈值, 以获取不同阈值下的重构信号, 并计算出重构信号的峭度值。但其相对繁琐。在保留的重构分量个数不多的情况下, 可根据各分量的峭度值对其进行衡量。

假设互相关系数阈值为 $\rho \in [0.50, 1.00]$, 则基于互相关系数阈值 ρ 选取适当的重构分量。假设获得的重构信号为 $y_r(i)$ ($i=1,2,\dots,N$), 根据公式(6)可计算出其峭度值。仅需要将 $\mathbf{P}$ 替换为 $y_r(i)$ 即可。即为

$$kp = \frac{E(y_r(i) - \mu(y_r(i)))^4}{(\sigma(y_r(i)))^4}, i=1,2,\dots,N \quad (7)$$

基于式(7)可得到重构信号 $y_r(i)$ 的峭度值。

在阈值范围[0.50, 1.00]中, 可通过比较各个峭度值得到峭度最大值, 将此时的互相关系数阈值记为最佳阈值, 标记为 ρ^* 。

根据备选分量之间的互相关系数确定 ρ 值, 通常不必遍历[0.50, 1.00]的所有 ρ 值。例如, 假设在经过 SVR 分析之后, 保留了三个分量。假设分量 1 和分量 2 的相关系数为 0.95, 分量 2 和分量 3 的相关系数为 0.85, 而分量 1 和分量 3 的相关系数为 0.75。在这种情况下, 只需要分别考虑 0.75、0.85 和 0.95 三种阈值情况即可, 而不需要以 0.01 为步长进行遍历。

至此, 基于 SVR 和互相关系数的 SVD 最佳重构分量的选取方法被提出, 简称为 C-SVR。

2.2 Hankel 矩阵结构和分析数据点数的探讨

由于滚动轴承中滚动体的个数满足 $N_b \geq 2$, 且在轴承的几种故障类型所对应的故障特征频率中,

保持架故障特征频率 f_c 的值最小, 且可由以下理论公式计算得到

$$f_c = \frac{f_r}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right) \quad (8)$$

式中, f_r 为轴转频, d 为滚动体直径, D 为轴承节径, α 为接触角。

由式(8)可知, 保持架故障特征频率除了与轴承的几何参数(接触角、滚动体直径、轴承节径)相关外, 仅与转频成正比关系。根据参考文献[18], f_c 的取值一般在如下范围内

$$f_c = [0.33f_r, 0.48f_r] \quad (9)$$

在实际应用中, 考虑到滑移的影响, 保持架故障特征频率可以向下取到 $0.2f_r$, 故而, 在本文中保持架故障特征频率取为 $0.2f_r$, 即有

$$f_c = 0.2 \cdot f_s \quad (10)$$

SVD 的最小分解阶次需要确保分解后的持续时间满足如下关系

$$\frac{n}{f_s} > \frac{1}{0.4 \cdot f_r} \quad (11)$$

在 Hankel 矩阵中, 行数 m 和列数 n 满足下式

$$n = N - m + 1 \quad (12)$$

将式(12)代入式(11), 可得

$$m < \left(N + 1 - \frac{f_s}{0.4 \cdot f_r} \right) \quad (13)$$

在式(11)~(13)中, f_r 为转频, f_s 为系统采样频率, N 为用于分解的数据点数。

当采样频率 f_s 和转频 f_r 被确定后, 行数 m 由分解的数据点数确定。确定行数 m 之后, 由式(12)即可确定 Hankel 矩阵的列数 n 。同样地, $m \leq \frac{N}{2}$ 需要被满足。由此, 行数 m 可由下列不等式组约束

$$\begin{cases} m < \left(N + 1 - \frac{f_s}{0.4 \cdot f_r} \right) \\ m \leq \frac{N}{2} \end{cases} \quad (14)$$

在这里, 对行数进行初步讨论。

从式(14)中可知, 存在两种情况。

(1) 如果满足如下关系

$$\frac{N}{2} < N + 1 - \frac{f_s}{0.4 \cdot f_r} \quad (15)$$

计算不等式(15)可知, 在这种情况下分解的数据点数应满足下列不等式, 即

$$N > \frac{f_s}{0.2 \cdot f_r} - 2 \quad (16)$$

也就是说, 当分解的数据点数满足不等式(16)

时, Hankel 矩阵的行数满足 $m \leq \frac{N}{2}$ 。

(2) 若如下的不等式关系被满足

$$\frac{N}{2} > N + 1 - \frac{f_s}{0.4 \cdot f_r} \quad (17)$$

由此可计算出分解的数据点数应满足的约束条件为

$$N < \frac{f_s}{0.2 \cdot f_r} - 2 \quad (18)$$

即, 当分解的数据点数满足不等式(18)的约束条件时, Hankel 矩阵的行数满足

$$m < \left(N + 1 - \frac{f_s}{0.4 \cdot f_r} \right)。$$

对比不等式(16)、(18), 可知两种情况是相反的。因此, 在给定采样频率和转频的情况下, 行数的约束域由数据点数决定。当 Hankel 矩阵的结构不同时, SVD 的降噪性能会有明显差异。在这里, 直接使用从 SVR 获得的备选分量作为参考, 并使用峭度指标来研究 Hankel 矩阵的结构。这是因为, 如果根据提出的 C-SVR 获得重构分量, 并在此基础上计算峭度值, 则需要大量的计算(如上所述, 在 SVR 确定保留分量之后, 需要计算各个分量之间的相关性, 并进行讨论。)。优化 Hankel 矩阵结构的思路如下。

(1) 首先, 初始化行数 $m=2$ 。基于 SVR 获得重构信号, 并计算重构信号的峭度值。

(2) 然后, $m=m+1$, 重复进行步骤(1), 直到行数 $m \leq \frac{N}{2}$ 为止(行数取为约束 $m \leq \frac{N}{2}$ 的推导过程将在后续给出)。

(3) 比较在不同行数 m 下获得的重构信号的峭度值, 以获得峭度最大值。根据峭度最大值所对应的行数, 可以获得最优的行数和列数, 分别记为 m^* 和 n^* 。由此, 可确定 Hankel 矩阵的最佳结构。

上述对 Hankel 矩阵的结构分析是在确定分解的数据点数的前提下进行的, 且已推导出在已知采样频率和转频时, 行数的约束域由数据点数决定。那么, 不同的分解的数据点数如何影响 SVD 的降噪性能呢? 在此, 基于上述对 Hankel 矩阵结构的研究, 讨论分解的数据点数, 并最终确定 Hankel 矩阵的行数约束域。

在滚动轴承的几种故障类型中, 保持架故障特征频率的值最小, 所以保持架的故障周期是最大的。因此, 在相同的采样频率下, 保持架故障的整个周期内采样的数据点的数量是最大的。由于分解的数据点的最小数量应大于信号整个周期中的样本数量, 即在保持架故障的整周期中, 分解的数据点的

数量必须大于采样点的数量, 以确保能够检测到保持架故障。如上所述, 假设采样频率为 f_s , 而保持架故障特征频率为 f_c , 则有

$$T_c = \frac{1}{f_c} \quad (19)$$

式中, T_c 为保持架故障周期。

$$L_{T_c} = \frac{f_s}{f_c} \quad (20)$$

式中, L_{T_c} 为在保持架故障周期情况下的整周期采样点数。

因此, 分解的数据点数必须大于等于 L_{T_c} , 即

$$N \geq L_{T_c} = \frac{f_s}{f_c} \quad (21)$$

将式(10)代入式(21)中, 可得

$$N \geq \frac{f_s}{0.2 \cdot f_r} \quad (22)$$

式中, f_s 、 f_r 、 N 分别为采样频率、轴转频、分解的数据点数。

由不等式(16)和(18)已知在两种情况下数据点数完全不同。综合考虑式(22)可知, 第一种情况是满足的, 即 Hankel 矩阵的行数应满足约束条件 $m \leq \frac{N}{2}$ 。

综上所述可知, Hankel 矩阵的行数 m 应满足 $m \leq \frac{N}{2}$, 分解的数据点数 N 应满足 $N \geq \frac{f_s}{0.2 \cdot f_r}$ 。

在实际应用中, 采样频率 f_s 是事先设定的, 保持架故障特征频率 f_c 可通过轴承几何参数由式(8)计算得到(在本文基于式(10)直接得到)。因此, 如果已知轴转频 f_r , 则可以计算出保持架故障的整周期中的采样点数的下限值。

上述对于分解的数据点的讨论, 可以确定分解的数据点数的下限。我们意识到, 数据量越大, 构造的 Hankel 矩阵的维数越大, 这大大增加了计算负担。在本文中, 由于数据点数的增大带来的计算量的问题, 对分解的数据点数的最佳值不作讨论, 仅根据数据点数的下限值向上选择适当的数据点数。

2.3 基于 C-SVR SVD 的轴承故障特征提取

基于 2.1、2.2 节的分析提出了 C-SVR SVD 方法。本文主要做以下工作: 首先, 在 SVR 的基础上, 基于峭度指标研究了 Hankel 矩阵结构对 SVD 降噪性能的影响, 基于保持架故障周期限制了分解的数据点数, 并基于数据点数最终给定了 Hankel 矩阵的行数范围。然后, 根据 SVR 和互相关系数确定 SVD 的重构分量。最后, 将基于 Hankel 矩阵的 C-SVR

SVD 应用于轴承的故障诊断中。具体步骤如下。

(1) 基于相空间重构获取的滚动轴承原始振动信号, 得到初始 Hankel 矩阵。

(2) 对信号进行基于 Hankel 矩阵的 SVD 分析, 在 SVR 基础上研究了 Hankel 矩阵结构和分解的数据点数对 SVD 降噪性能的影响。首先, 以峭度为指标评估不同 Hankel 矩阵结构条件下 SVD 的去噪性能。与最大峭度值相对应的 Hankel 矩阵结构被认为是最佳矩阵结构。然后, 限制了分解数据点的数量。分解数据点的数量必须大于保持架故障的整周期的采样点数量, 将该数量用作分析的分解数据点数量的下限, 并反向确定了行数的约束域。

(3) 在确定 Hankel 矩阵最佳结构的基础上, 基于 C-SVR 确定最佳的重构分量。首先, 计算 SVR, 当 SVR 最大值不是出现在第一阶时, 保留此分量及其前面的所有分量为备选; 当最大的 SVR 出现在第一阶时, 保留次大值及其前面的所有分量为备选。然后, 计算这些备选分量之间的互相关系数, 并据此设置互相关系数阈值。在计算互相关系数的任意两个分量中, 如果相关系数大于等于给定的阈值, 则峭度指标更大的分量将被保留, 而另一个分量则被舍弃; 如果互相关系数小于给定的阈值, 则将此两个分量相叠加。其他分量的取舍依此类推。而最佳阈值的确定是基于峭度指标衡量的。

(4) C-SVR SVD 方法实现轴承故障诊断。基于提出的 C-SVR SVD 方法处理原故障信号, 最终获得重构分量, 将每个重构分量叠加以获得重构信号, 对其进行包络功率谱分析实现轴承故障诊断。

故障诊断流程如图 1 所示。

图 1 诊断方法流程图

3 信号仿真分析

为了验证本文提出的 C-SVR SVD 方法在滚动

轴承故障特征提取中的有效性和优势, 分析滚动轴承内圈点蚀故障的仿真信号^[19]。设定系统采样频率 f_s 为 10 000 Hz, 结构共振频率 f_n 为 3 000 Hz, 内圈故障频率 f_i 为 81 Hz, 转频 f_r 为 28 Hz, 阻尼比 B 为 500。为了更接近实际情况, 添加随机噪声使信号的信噪比为 -5 dB。

图 2 内圈故障仿真信号

图 2 给出了原信号的时域波形和包络谱。图 2a 中, 由于噪声的影响, 故障冲击特征几乎无法被提取出来; 而图 2b 中, 虽然可以提取故障特征频率 f_i , 但却几乎被噪声淹没, 而且在整个频带上噪声都很严重。因此, 利用提出的 C-SVR SVD 方法对原始信号进行降噪预处理。

3.1 Hankel 矩阵的结构

由式(22), 可知数据点数满足 $N \geq 1\,786$ 。在此基础上设定分析数据的点数为 4 000 是可行的, 此时行数 $m \leq 2\,000$ 。因此, Hankel 矩阵的行数满足 $m \in [2, 2\,000]$ 。将此区间作为搜索域, 步长设置为 1, 并根据 SVR 和峭度指标确定行数 m 的最优值。

在图 3 中, Hankel 矩阵的最佳行数为 $m^* = 12$ 。在该行数的基础上确定重构的分量。

图 3 不同分量的重构信号的峭度值

3.2 重构分量的确定

Hankel 矩阵的最佳行数在第 3.1 节中已确定为 12, 基于此, 在本节中确定 SVD 的重构分量。SVR 分析结果如图 4 所示。在第 2 个奇异值处取得最大值, 故而保留前两个分量作为备选分量。

图 4 SVR 分析

在上述保留分量的基础上, 计算它们的互相关系数, 以获得它们之间的相关性。由图 5 所示, 分量 1 和分量 2 之间的互相关系数平铺图(自相关置 0)。分量 1 和分量 2 的互相关系数为 0.97。由于仅保留了两个分量, 则可设定相关系数的阈值为 0.97。假若相关系数小于 0.97, 则重构信号为分量 1 和分量 2 的叠加。此时, 可计算出重构信号的峭度值为 4.146。此处相关系数大于等于 0.97, 则需要分别计算分量 1 和分量 2 的峭度值, 峭度值更大的分量被保留, 另一个分量则被舍弃。计算得分量 1 的峭度值为 4.18, 分量 2 的峭度值为 4.11。与叠加信号的峭度值相比, 说明阈值设置是合理的。因此, 分量 1 被保留作为最佳重构分量, 分量 2 则被舍弃。综合这两种情况, 分量 1 具有更大的峭度值, 所以阈值取为大于等于 0.97 视为最佳(这是因为当阈值为大于等于 0.97 的任意值时, 所得的结果是一致的。)

图 5 保留分量间的互相关系数

如图 6 所示, 给出了分量 1 的包络功率谱。从其中可以很清晰地提取出轴承内圈故障特征频率 f_i 及其若干倍频成分($2f_i$, $3f_i$, $4f_i$), 转频 f_r 和故障特征频率的边带也能被识别出来。故而可判断

出轴承故障为内圈故障, 而且其降噪效果很优秀。

图 6 C-SVR SVD 的分析结果

为了说明提出的 C-SVR 方法在选取重构分量时所具有的优势, 将其与 SVR、奇异值相对变化率 (Relative change rate of singular value, RCSV)、奇异峭度值相对变化率 (Relative change rate of singular kurtosis value, RSVK) 进行了比较, 结果如图 7 所示。首先, 给出了 RCSV 和 RSVK 选取重构阶次的结果, 如图 7a 和 7b 所示。由图 7a、b 可知, 两种方法确定的最佳阶次分别为 2 和 3。基于 SVR 确定的最佳阶次为 2, 在图 4 中已经给出。在图 7c 中, 描绘了基于这些方法选择的重构信号的峭度值的直方图。尽管与原始信号相比, 通过 SVR, RCSV 和 RSVK 选择的重构信号有了很大的改进, 但与 C-SVR 相比仍然存在一些差距。

(a) RCSV 的结果

(b) RSVK 的结果

(c) 分析结果的峭度指标对比

图 7 几种方法对比

为了进一步说明 C-SVR SVD 方法的降噪效果, 在图 8 中给出了降噪前后的时域波形对比图。从图中可知, 与原始信号相比, 重构信号的噪声得到了极大地消除。这也表明 C-SVR SVD 方法的降噪性能相当可观。

图 8 降噪前后的时域波形对比

4 试验验证及分析

为了验证 C-SVR SVD 方法在实际应用中的有效性, 对以下两个实际案例进行分析。

4.1 案例 1

此案例来源于美国西储大学公开的轴承内圈故障数据。故障尺寸为 0.014 英寸 (1 英寸=2.54 cm), 轴转速为 1 797 r/min, 即转频 f_s 为 29.95 Hz, 采样频率 f_s 为 12 000 Hz, 内圈故障特征频率 f_i 为 162.19 Hz。

(a) 内圈故障时域波形

(b) 内圈故障包络谱

图 9 原故障信号的时域和包络

由图 9 可知, 在时域波形中, 由于噪声的影响, 故障冲击特征很难被提取出来; 虽然可以从包络谱中提取轴承内圈故障特征频率, 但通频带上受到较为严重的噪声干扰。因此, 利用提出的 C-SVR SVD 对原故障信号进行降噪预处理。

4.1.1 Hankel 矩阵的结构

由式(22), 可知数据点数需满足 $N \geq 2\ 003$ 。在

此基础上设定分析的数据点数为 4 000, 此时行数满足 $m \leq 2\,000$ 。因此, Hankel 矩阵的行数满足 $m \in [2, 2\,000]$ 。将此区间作为搜索域, 步长设定为 1, 依据 SVR 和峭度值确定行数 m 的最优值。

由图 10 可知, Hankel 矩阵的最佳行数 $m^* = 3$ 。在此基础上确定重构分量。

图 10 不同分量的重构信号的峭度值

4.1.2 重构分量的确定

SVR 分析的结果如图 11 所示。在第 1 个奇异值处取得最大值, 这种情况下, 选取次大值所在的阶次为最佳重构阶次, 故而保留前两个分量为备选分量。

图 11 SVR 分析结果

计算保留分量间的互相关系数, 以获得它们之间的相关性。由图 12 所示, 分量 1 和分量 2 之间的互相关系数平铺图(自相关取 0)。由于仅保留了两个分量, 根据分量 1 和分量 2 的互相关系数可设定相关系数的阈值为 0.61。同样地, 假若相关系数小于 0.61, 则重构信号为分量 1 和分量 2 的叠加。此时,

图 12 保留分量间的互相关系数

可计算出重构信号的峭度值为 3.739 1。由于此处相关系数大于等于 0.61, 则需要分别计算分量 1 和分量 2 的峭度值, 峭度值更大的分量被保留, 另一个分量则被舍弃。计算可得分量 1 的峭度值为 4.429 6, 分量 2 的峭度值为 4.1。与叠加信号的峭度值相比, 说明阈值设置是合理的。因此, 分量 1 被保留作为最佳重构分量, 分量 2 则被舍弃。综合这两种情况, 分量 1 具有更大的峭度值, 所以阈值取为大于等于 0.61 视为最佳(这是因为当阈值为大于等于 0.61 的任意值时, 所得的结果是一致的。)

如图 13 所示, 给出了分量 1 的包络功率谱。从中可以清晰地提取出轴承内圈故障特征频率 f_i , 转频 f_r , 且降噪效果很明显。

图 13 C-SVR SVD 的分析结果

为了说明提出的 C-SVR 方法在选取重构分量时所具有的优势, 将其与 SVR、RCSV、RSVK 的分析结果进行了比较, 如图 14 所示。首先, 在图 14a 和 14b 中给出了基于 RCSV 和 RSVK 的重构阶次的选取结果。由图可知, 两种方法确定的最佳重构阶次分别为 2 和 1。SVR 的最佳阶次确定为 2, 在图 11 中已经给出。在图 14c 中, 给出了基于这几种方法选择的重构信号的峭度直方图。尽管与原始信号相比, 通过 SVR, RCSV 选择的重构信号的信噪比有了一定的提升, 但与 RSVK 和 C-SVR 相比仍然存在一些差距。在此案例中, C-SVR 取得的效果与 RSVK 一致。

(a) RCSV 分析结果

(b) RSVK 分析结果

图 14 几种典型方法对比

为了进一步说明 C-SVR SVD 方法的降噪效果, 在这里给出降噪前后的时域波形的比较图。从图 15 可知, 与原始信号相比, 重构信号的噪声冲击得到了有效地抑制, 表明 C-SVR SVD 方法具有良好的降噪性能。

图 15 时域波形对比

4.2 案例 2

对实际轴承故障数据[20]进行分析, 试验台如图 16 所示。在试验台上进行轴承疲劳寿命试验, 利用加速度传感器采集了一系列振动加速度数据。选用一组拆开确定为外圈故障的初始故障数据进行分析。采样频率为 $f_s = 25\,600\text{ Hz}$, 轴转速为 $2\,100\text{ r/min}$, 即转频 f_r 为 35 Hz , 理论计算的轴承外圈故障特征频率为 $f_o = 108\text{ Hz}$ 。

图 16 试验台

原故障信号的时域波形和包络谱如图 17 所示。

由于在故障初始阶段, 故障信号较微弱, 且受周围背景噪声的影响较为严重, 使得时域波形中故障冲击特征不明显, 而包络谱中虽然能提取出故障特征频率, 但在通频带上存在明显的干扰。

图 17 外圈故障信号时域和频域

4.2.1 Hankel 矩阵结构

数据点数应满足 $N \geq 3\,658$ 。由此可设定分析的数据点数为 $4\,000$, 此时行数 $m \leq 2\,000$, Hankel 矩阵的行数满足 $m \in [2, 2\,000]$ 。在此搜索域内根据 SVR 和峭度指标确定最佳行数 m 。

由图 18 可知, Hankel 矩阵的最佳行数为 $m^* = 23$ 。在此基础上确定重构分量。

图 18 不同分量的重构信号的峭度值

4.2.2 确定重构分量

SVR 分析的结果如图 19 所示。在第 2 个奇异值处取得最大值, 故而保留前两个分量作为备选分量。

图 19 SVR 分析结果

计算分量 1 和分量 2 的互相关系数, 平铺图(自相关置 0)如图 20 所示。根据此互相关系数设定阈值为 0.565 9。同样地, 假设相关系数小于 0.565 9, 则将分量 1 和分量 2 叠加。此时, 重构信号的峭度值为 2.835 5。由于此处的相关系数为 0.565 9, 分别计算出分量 1 和分量 2 的峭度值为 2.751 8, 3.607 3。与叠加信号的峭度值相比, 说明阈值设置的合理性。因此, 仅分量 1 被保留作为最佳重构分量。阈值取为大于等于 0.565 9 可视为最佳。

图 20 保留分量间的互相关系数

在图 21 中给出了分量 2 的包络功率谱。从中可以清晰地提取出轴承外圈故障特征频率 f_o 及其倍频成分($2f_o, 3f_o, \dots, 6f_o$), 转频 f_r , 降噪作用明显。

图 21 C-SVR SVD 的分析结果

同样地, 为了说明 C-SVR 方法在此案例中的优势, 将其与 SVR、RCSV、RSVK 的选取结果作比较, 如图 22 所示。首先, 由图 22a、22b 可知, 两种方法确定的最佳阶次均为 2(RSVK 取为 2 是因为最大值是负值的绝对值得到的)。SVR 的最佳阶次确定为 2, 在图 19 中已给出。在图 22c 中给出了基于这四种方法确定的重构信号的峭度直方图。由此可知, 通过 SVR、RCSV、RSVK 选择的重构信号的峭度指标有所减小。而 C-SVR 的峭度指标值有明显地增大。

同样地, 在这里给出降噪前后的时域波形对比图以说明 C-SVR SVD 的降噪效果。从图 23 可知, 对比原始信号, 重构信号的噪声被极大地去除, 且保留了有用信号, 表明 C-SVR SVD 方法具有优秀

的降噪性能。

(a) RCSV 分析结果

(b) RSVK 分析结果

(c) 分析结果的峭度指标对比

图 22 几种典型方法对比

图 23 时域波形对比

5 结论

本文针对基于 Hankel 矩阵的 SVD 方法进行了一系列研究, 提出了 C-SVR SVD 方法。

(1) 针对 SVD 重构分量的确定问题, 提出了基于奇异值比和互相关系数相结合的重构分量确定方法, 即 C-SVR。基于峭度指标讨论了互相关系数阈值的设定问题。与其他现有的几种重构分量确定方法相比, 在仿真分析和实际轴承故障数据分析中都表现出优势。

(2) 针对 Hankel 矩阵的结构问题, 研究并给出了行数的取值范围与数据点数的关系, 提出了基于奇异值比和峭度指标的 Hankel 矩阵结构优化方法,

并将其成功应用于轴承仿真信号与实际故障信号的处理中。

(3) 针对分解的数据点数对 Hankel 矩阵的影响, 利用保持架故障周期对数据点数进行了初步分析, 给出了数据点数选择的建议。推导出数据点数的下限值, 在此基础上可适当选取分解的数据量。

在本文中, C-SVR SVD 优秀的降噪性能在轴承仿真分析和实际轴承故障案例的分析中都得到了验证。

参 考 文 献

- [1] WANG Huaqing, HOU Wei, TANG Gang, et al. Fault detection enhancement in rolling element bearings via peak-based multi-scale decomposition and envelope demodulation[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014(1): 135-142.
- [2] 陈祥龙, 冯辅周, 张兵志, 等. 基于平方包络谱相关峭度的最优共振解调诊断滚动轴承故障[J]. 机械工程学报, 2018, 54(21): 90-100.
CHEN Xianglong, FENG Fuzhou, ZHANG Bingzhi, et al. Rolling bearing fault diagnosis with optimal resonant frequency band demodulation based on squared envelope spectral correlated kurtosis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(21): 90-100.
- [3] 李华, 伍星, 刘韬, 等. 变分模态分解和改进的自适应共振技术在轴承故障特征提取中的应用[J]. 振动工程学报, 2018, 31(4): 718-726.
LI Hua, WU Xing, LIU Tao, et al. Application of variational mode decomposition and improved adaptive resonance technology in bearing fault feature extraction[J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(4): 718-726.
- [4] 李华, 伍星, 刘韬, 等. 基于信息熵优化变分模态分解的滚动轴承故障特征提取[J]. 振动与冲击, 2018, 37(23): 219-225.
LI Hua, WU Xing, LIU Tao, et al. Research on bearing fault feature extraction based on information entropy optimized variational modal decomposition[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(23): 219-225.
- [5] 崔玲丽, 王鑫, 王华庆, 等. 基于改进开关卡尔曼滤波的轴承故障特征提取方法[J]. 机械工程学报, 2019, 55(7): 44-51.
CUI Lingli, WANG Xin, WANG Huaqing, et al. Feature extraction of bearing fault based on improved switching Kalman filtering[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(7): 44-51.
- [6] GOLAFSHAN R, SANLITURK K Y. SVD and Hankel matrix based de-noising approach for ball bearing fault detection and its assessment using artificial faults[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 70-71(3): 36-50.
- [7] LAUB A J. The singular value decomposition: Its computation and some applications[J]. Automatic Control IEEE Transactions on, 1980, 25(2): 164-176.
- [8] KANJIL P P, PALIT S, SAHA G. Fetal ECG extraction from single-channel maternal ECG using singular value decomposition[J]. Biomedical Engineering, IEEE Transactions on, 1997, 44(1): 51-59.
- [9] 杨文献, 任兴民, 姜节胜. 基于奇异熵的信号降噪技术研究[J]. 西北工业大学学报, 2001, 19(3): 368-371.
YANG Wenxian, REN Xingmin, JIANG Jiesheng. On improving the effectiveness of the new noise reduction technique based on singularity spectrum[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2001, 19(3): 368-371.
- [10] 赵学智, 叶邦彦, 陈统坚. 奇异值差分谱理论及其在车床主轴箱故障诊断中的应用[J]. 机械工程学报, 2010, 46(1): 100-108.
ZHAO Xuezhi, YE Bangyan, CHEN Tongjian. Difference spectrum theory of singular value and its application to the fault diagnosis of headstock of lathe[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(1): 100-108.
- [11] 王树青, 林裕裕, 孟元栋, 等. 一种基于奇异值分解技术的模型定阶方法[J]. 振动与冲击, 2012, 31(15): 87-91.
WANG Shuqing, LIN Yuyu, MENG Yuandong, et al. Model order determination based on singular value decomposition[J]. Journal of Vibration & Shock, 2012, 31(15): 87-91.
- [12] LI Hua, LIU Tao, WU Xing, et al. Research on bearing fault feature extraction based on singular value decomposition and optimized frequency band entropy[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 118: 477-502.
- [13] 汤宝平, 蒋永华, 张详春. 基于形态奇异值分解和经验模态分解的滚动轴承故障特征提取方法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(5): 37-42.
TANG Baoping, JIANG Yonghua, ZHANG Xiangchun. Feature extraction method of rolling bearing fault based on singular value decomposition-morphology filter and empirical mode decomposition[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(5): 37-42.
- [14] 张超, 陈建军, 徐亚兰. 基于 EMD 分解和奇异值差分

- 谱理论的轴承故障诊断方法[J]. 振动工程学报, 2011, 24(5): 539-545.
- ZHANG Chao, CHEN Jianjun, XU Yalan. A bearing fault diagnosis method based on EMD and difference spectrum theory of singular value[J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24(5): 539-545.
- [15] 张晓涛, 唐力伟, 王平, 等. 基于 SVD 与 Fast Kurtogram 算法的滚动轴承声发射故障诊断[J]. 振动与冲击, 2014, 33(10): 101-105.
- ZHANG Xiaotao, TANG Liwei, WANG Ping, et al. Acoustic emission fault diagnosis of rolling bearings based SVD and Fast Kurtogram algorithm[J]. Journal of Vibration & Shock, 2014, 33(10): 101-105.
- [16] 王建国, 李健, 万旭东. 基于奇异值分解和局域均值分解的滚动轴承故障特征提取方法[J]. 机械工程学报, 2015, 51(3): 104-110.
- WANG Jianguo, LI Jian, WAN Xudong. Fault feature extraction method of rolling bearings based on singular value decomposition and local mean decomposition[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(3): 104-110.
- [17] HAN Te, JIANG Dongxiang, WANG Nanfei. The fault feature extraction of rolling bearing based on EMD and difference spectrum of singular value[J]. Shock and Vibration, 2016, 2016(13):1-14.
- [18] WILLIAM P E, HOFFMAN M W. Identification of bearing faults using time domain zero-crossings[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(8): 3078-3088.
- [19] LIU Tao, CHEN Jin, DONG Guangming, et al. The fault detection and diagnosis in rolling element bearings using frequency band entropy[J]. Proceedings of Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 2013, 227(1): 87-99.
- [20] WANG Biao, LEI Yaguo, LI Naipeng, et al. A hybrid prognostics approach for estimating remaining useful life of rolling element bearings[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2020, 69(1): 401-412.
-
- 作者简介: 李华, 男, 1988 年出生, 博士讲师, 硕士研究生导师。主要研究方向为机电系统故障诊断、现代信号处理。
E-mail: lihua.41@163.com
- 刘韬(通信作者), 男, 1980 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为振动信号处理和故障诊断、设备的性能评估和健康预测。
E-mail: kmliutao@aliyun.com