DOI: 10.3901/JME.2021.21.055

基于标定和关节空间插值的工业机器人 轨迹误差补偿*

高贯斌 张石文 那靖 刘飞
(昆明理工大学机电工程学院 昆明 650500)

摘要: 轨迹精度是工业机器人重要的动态性能, 目前工业机器人的轨迹精度远低于定位精度, 提出一种基于机器人运动学标定和关节空间插值误差补偿的方法来提高机器人轨迹精度。基于 MD-H 方法建立机器人的运动学模型, 在此基础上运用机器人微分运动学理论建立末端位置误差模型和轨迹误差模型。为克服最小二乘法等传统方法在数据噪声较大且不符合高斯分布时收敛慢甚至发散的问题, 提出一种基于扩展卡尔曼滤波算法的机器人运动学参数辨识方法, 实现运动学参数辨识的快速收敛。经过分析发现机器人误差在关节空间具有连续性的特点, 为此提出一种关节空间插值误差补偿方法, 建立网格形式的误差补偿数据库, 并利用关节空间距离权重函数和已知的网格顶点误差计算各控制点的关节转角误差。通过试验对所提出的参数辨识和关节空间误差补偿方法进行了验证, 试验结果表明: 经过运动学参数辨识和补偿后机器人的绝对定位精度由 1.039 mm 提高到 0.226 mm, 轨迹精度由 2.532 mm 提高到 1.873 mm, 应用关节空间插值误差补偿后机器人的轨迹精度进一步提高到 1.464 mm。

关键词: 工业机器人; 轨迹精度; 扩展卡尔曼滤波; 误差补偿; 参数辨识

中图分类号: TP242

Compensation of Trajectory Error for Industrial Robots by Interpolation and Calibration Method in the Joint Space

GAO Guanbin ZHANG Shiwen NA Jing LIU Fei

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology,
Kunming 650500)

Abstract: Trajectory accuracy is an important dynamic performance of industrial robots, which is far lower than the positioning accuracy at present. A method based on kinematic parameter identification and interpolation error compensation in the joint space is proposed to improve the trajectory accuracy of industrial robots. The kinematics model of the robot is established based on MD-H method. Then, the positioning error model and the trajectory error model are established by using the differential kinematics theory of robots. To overcome the problem of slow convergence or even divergence of traditional methods such as the least square method when the data noise is large and does not conform to the Gaussian distribution, a robot kinematics parameter identification method based on extended Kalman filter (EKF) algorithm is proposed to realize the fast convergence of kinematic parameter identification. By analysis, we find that the error of robots in joint space has the characteristics of continuity. Therefore, an interpolation error compensation method in the joint space is proposed. The error compensation database in grid form is established. The joint angle error of each control point is calculated by using the distance weight function in the joint space. The experimental results show that the absolute positioning accuracy of the robot is increased from 1.039 mm to 0.226 mm, and the trajectory accuracy is increased from 2.532 mm to 1.873 mm. The trajectory accuracy of the robot is further improved to 1.464 mm after the interpolation error compensation in the joint space.

Key words: industrial robot; trajectory accuracy; extended Kalman filter; error compensation; parameter identification

* 国家自然科学基金(51865020)资助项目。20201014 收到初稿, 20210127 收到修改稿

0 前言

随着先进制造技术的发展和人工成本的不断提高,工业机器人逐渐应用于工业生产的各个领域。工业机器人传统上主要应用于搬运、喷涂、点焊和装配等只对重复精度有较高要求的行业^[1],且通常采用在线示教的形式编程,随着机器人定位精度的提高,其应用领域也在不断扩展,如机器人的离线编程、电路板焊接和元器件贴片,机械制造中的打磨、抛光等^[2]。但在某些领域,如弧焊、白车身滚边、切割、铣削、雕刻等,不仅要求机器人具有较高的定位精度^[3],还对机器人的轨迹精度有很高的要求^[4]。

与定位精度属于静态性能不同,工业机器人的轨迹精度是其动态性能指标^[5-6],影响轨迹精度的因素主要有运动学参数误差、杆件柔性形变误差、传动系统误差、控制系统响应时间误差和机器人工作环境中的各种干扰等^[7],这些影响因素的作用效果互相耦合,因此,针对每种影响因素都建立轨迹误差模型并分别进行补偿非常困难。

目前,提高机器人轨迹精度的方法主要可分为动力学方法和运动学方法两类。CORDES 等^[8]通过数值仿真的方法研究了关节反向误差对机器人切削路径偏差的影响,发现机器人末端以不同姿态沿同一轨迹运动时其轨迹误差不同。VERDONCK 等^[9]建立非线性动力学参数补偿模型,通过离线计算机器人轨迹预补偿值,有效提高了机器人轨迹跟踪精度。严浩等^[10]提出了基于改进傅里叶级数的辨识方法,并且采用最小二乘法作为参数估计方法,试验结果表明该方法可以有效辨识出 SCARA 机器人的动力学参数,辨识前后关节力矩测量值和预测值的残差均方根分别减少 11.5%和 26.35%,机器人的动态性能得到了提高。在机器人的控制算法中加入动力学模型,可以有效提高机器人的动态性能和轨迹跟踪精度,所以通过动力学建模和参数辨识可以有效提高机器人轨迹精度,但是工业机器人的控制器中动力学参数通常对用户是不开放的,只有生产厂家可以修改,因此,即使进行了动力学参数的建模和辨识,通常也难于应用于实际的工业机器人。

GAO 等^[11]使用神经网络和粒子群混合算法对机器人运动学参数进行辨识,有效提高了机器人的绝对定位精度,但是对于轨迹精度的改善非常有限。GAO 等^[12]提出一种基于距离的六自由度工业机器人轨迹规划算法,该算法可以使机器人更加准确和

平滑地移动,并且可以有效地避免和其他物体发生碰撞。GARRIZ 等^[13]将机器人运动学参数集成到卡尔曼滤波算法中来对机器人末端轨迹进行优化,该方法可以在已知机器人运动学参数的情况下,对机器人末端轨迹进行优化,以提高机器人的动态轨迹性能。目前,在运动学标定中使用最多的最小二乘法,具有算法简单、通用性强的优点,但是最小二乘法对辨识模型的线性度要求高,而且当计算用的数据包含较明显的噪声时,最小二乘法辨识的参数准确性变低,甚至无法收敛。刘飞等^[14]使用最小二乘法对工业机器人的 24 个运动学参数和 9 个坐标对齐参数误差进行辨识并补偿到机器人控制器中,提高了机器人定位精度,但对于机器人的动态性能提高有限。综上,仅仅通过运动学参数辨识和补偿可以有效提高机器人的定位精度,但运动学参数补偿只能补偿静态因素造成的误差,没办法把动态因素纳入进来,所以,其对于机器人的轨迹精度的提高有一定限度。

为了解决动力学和运动学方法补偿机器人轨迹精度存在的问题,并在现有机器人控制器开放程度的基础上对机器人的轨迹精度进行有效补偿,本文提出了一种基于运动学和关节空间距离评价函数的轨迹误差补偿模型。首先建立了机器人的运动学模型,通过使用机器人微分运动学理论对运动学模型进行线性化处理得到误差模型,在误差建模的基础上提出一种基于卡尔曼滤波(EKF)算法的参数辨识方法对机器人运动学参数进行辨识和补偿,然后,通过分析机器人轨迹上离散点的误差,发现其在关节空间具有连续性的特点,为此,提出一种基于关节空间距离评价函数的轨迹误差插值补偿方法,对机器人运动轨迹误差进行补偿,从而提高其轨迹精度。最后,分别开展了仿真和试验对本文提出的轨迹误差补偿方法进行了验证。

1 机器人误差建模

1.1 运动学建模

工业机器人的运动学分为正向运动学和逆向运动学,正向运动学是在已知各个关节转角的情况下,通过坐标变换得到机器人末端工具在基坐标系下的位姿。而逆向运动学是已知机器人末端工具的位姿,反解出各个关节转角,由于通用型工业机器人具有六个自由度,属于冗余机器人,因此,通用型工业机器人逆解存在多解的情况^[15]。D-H 模型是目前机器人运动控制器中应用最广泛的运动学建模方

法^[16-17]，标准的 D-H 模型通过 4 个连杆参数，即关节扭转角 α 、连杆长度 a 、关节转角 θ 和连杆偏置 d 来描述相邻连杆的位姿关系，关节转角 θ 可以通过各轴上的编码器读取，但由于零件加工和装配误差的存在，机器人的关节转角零位和编码器的零位并不重合，它们之间存在一个零位偏差 θ_0 ，即关节转角 $\theta = \theta_{\text{coder}} + \theta_0$ ， θ_{coder} 是编码器的读数。如果机器人有互相平行的相邻关节，当关节轴线间夹角存在微小偏差而不再严格平时，根据 D-H 模型的定义，对应的连杆长度 a 将会突变为 0，连杆偏置 d 会由 0 突变为无穷大，这将破坏运动学模型的连续性，影响机器人的控制精度。MD-H 模型在 D-H 模型的基础上，在相邻的平行关节之间添加一个绕着连杆坐

标系 y 轴的微小转角 β ，当关节轴线存在平行误差时，可以通过 β 角度进行描述，这样运动学参数就不会出现突变，从而使 D-H 模型满足微分变换理论中微小变化的假设^[18]。本文的研究对象为某通用型六自由度工业机器人，如图 1 所示，关节 2 和关节 3 的轴线平行，其余相邻关节轴线均互相垂直。依据 MD-H 的规则建立了机器人的坐标系统，如图 2 所示，基于图 2 根据 MD-H 方法的规则，可以得到机器人的运动学参数的名义值，如表 1 所示。相邻连杆坐标系的关系可通过如下变换得到：绕着 x 轴的旋转 $\text{Rot}(\alpha_{i-1}, x)$ 和平移 $\text{Trans}(a_{i-1}, x)$ ，绕 z 轴的旋转 $\text{Rot}(\theta_i, z)$ 和平移 $\text{Trans}(d_i, z)$ ，绕 y 轴的微小旋转 $\text{Rot}(\beta_i, y)$ ，根据齐次变换原理，上述变换可记为

$${}^{i-1}T = \text{Rot}(\alpha_{i-1}, x) \cdot \text{Tran}(a_{i-1}, x) \cdot \text{Rot}(\theta_i, z) \cdot \text{Tran}(d_i, z) \cdot \text{Rot}(\beta_i, y) =$$

$$\begin{bmatrix} c\beta_i c\theta_i & -s\theta_i & s\beta_i c\theta_i & \alpha_{i-1} \\ s\alpha_{i-1} c\beta_i + c\alpha_{i-1} c\beta_i c\theta_i & c\alpha_{i-1} c\theta_i & c\alpha_{i-1} s\beta_i - c\beta_i s\alpha_{i-1} & -ds\alpha_{i-1} \\ c\beta_i c\alpha_{i-1} s\theta_i - c\alpha_{i-1} s\beta_i & s\alpha_{i-1} c\theta_i & c\alpha_{i-1} c\beta_i + s\alpha_{i-1} s\beta_i c\theta_i & d_i c\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中， c 、 s 表示三角函数 $\cos$ 、 $\sin$ ， α_{i-1} 是绕 x_{i-1} 轴旋转，从 z_{i-1} 旋转到 z_i 的角度； a_{i-1} 是沿 x_{i-1} 轴，从 z_{i-1} 移动到 z_i 的距离； θ_i 是绕 z_i 轴，从 x_{i-1} 旋转到 x_i 的角度； d_i 是沿 z_i 轴，从 x_{i-1} 移动到 x_i 的距离。需要特别说明的是，对于最常见的通用型六自由度工业机器人只有当 $i=2$ 时 $\beta_i \neq 0$ ，其他情况下 $\beta_i = 0$ 。

通过各相邻关节矩阵相乘，可以得到机器人末端工具在基坐标系 $\{x_0, y_0, z_0\}$ 下的位姿矩阵

$${}^0T = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_6 \quad (2)$$

表 1 ER20-C10 机器人运动学参数名义值

关节序号 i	关节扭转角 $\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	连杆长度 a_{i-1}/mm	关节转角 $\theta_{0i}/(^{\circ})$	连杆长度 d_i/mm	偏移量 $s_i/(^{\circ})$	关节平行度 $\beta_i/(^{\circ})$
1	0	0	0	504	0	—
2	90	166.605	0	0	-90	0
3	0	-782.27	0	0	0	—
4	-90	-138.826	0	761.35	0	—
5	90	0	0	0	0	—
6	-90	0	0	125	0	—

注： s 是机器人关节变量偏移量。

图 1 ER20-C10 工业机器人

图 2 ER20-C10 工业机器人坐标系

1.2 轨迹误差建模

工业机器人各关节的连续转动最终表现为末端位置的连续运动而形成末端轨迹, 所以机器人的轨迹可以看作是关节转角 θ 的函数。轨迹是由无数个离散的定位点组成, 当机器人定位精度很高时, 通常其轨迹精度也会相应较高。根据式(1)、(2)可以将机器人末端位姿写成位姿矩阵的形式

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & \gamma_x & p_x \\ n_y & o_y & \gamma_y & p_y \\ n_z & o_z & \gamma_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中, n_x, n_y, n_z 为末端坐标系 x 轴在基坐标下的姿态矢量; o_x, o_y, o_z 为末端坐标系 y 轴在基坐标系下的姿态矢量; $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ 表示末端坐标系 z 轴在基坐标系下的姿态矢量; p_x, p_y, p_z 表示末端坐标系原点在基坐标下的坐标值。

由于机器人在加工和装配过程中不可避免地都会存在误差: 机器人在实际运动过程在自重、负载重量和惯性力的作用下发生弹性变形、传动系统误差等, 这些误差会导致机器人实际的运动学参数和控制器中名义运动学参数不一致^[19-20], 用 D-H 模型逆解计算出的关节转角驱动机器人运动的指令位置和机器人实际到达的位置相应就会存在偏差, 这是造成机器人绝对定位误差的主要原因之一。基于式(3)设机器人末端位姿偏差为

$$\Delta \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \Delta n_x & \Delta o_x & \Delta \gamma_x & \Delta p_x \\ \Delta n_y & \Delta o_y & \Delta \gamma_y & \Delta p_y \\ \Delta n_z & \Delta o_z & \Delta \gamma_z & \Delta p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

根据刚体微分运动学理论, 可以将机器人的微小误差看作是沿着坐标轴的微分平移和微分旋转运动。机器人末端相对于基坐标的名义位姿矩阵 $\mathbf{T}$ 与机器人末端位姿偏差矩阵 $\Delta \mathbf{T}$ 之和, 即为机器人的实际变换矩阵: $\mathbf{T}_r = \mathbf{T} + \Delta \mathbf{T}$ 。相比较于机器人末端的位姿, 轨迹是动态性能, 机器人在连续运动过程中其运动学参数误差在受关节和杆件变形等动态误差因素的影响下是时变的, 因此, 可将机器人各运动学参数误差 ($\Delta \alpha_i, \Delta a_i, \Delta \theta_i, \Delta d_i, \Delta \beta_i$) 看作时间的函数

$$\begin{cases} \Delta \alpha_i = \Delta \alpha_i(t) \\ \Delta a_i = \Delta a_i(t) \\ \Delta \theta_i = \Delta \theta_i(t) \\ \Delta d_i = \Delta d_i(t) \\ \Delta \beta_i = \Delta \beta_i(t) \end{cases} \quad (5)$$

理想情况下机器人的末端轨迹函数可以表示为

$$\mathbf{F} = f(\alpha, a, \theta, d, \beta) \quad (6)$$

式中, $\alpha, a, \theta, d, \beta$ 为机器人运动学参数名义值矢量, 由于运动学参数存在误差, 导致实际的机器人末端运动轨迹与理论轨迹存在误差, 则机器人实际末端轨迹函数可表示为

$$\mathbf{F}' = f(\alpha + \Delta \alpha, a + \Delta a, \theta + \Delta \theta, d + \Delta d, \beta + \Delta \beta) \quad (7)$$

轨迹误差可表示为

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{F}' - \mathbf{F} \quad (8)$$

按照微小误差原理^[18], 将误差进行线性化处理得

$$\Delta \mathbf{F} = \frac{\partial f}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i + \frac{\partial f}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial f}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial f}{\partial d_i} \Delta d_i + \frac{\partial f}{\partial \beta_i} \Delta \beta_i \quad (9)$$

则运动学参数误差矢量 $\Delta \delta$ 为

$$\Delta \delta = [\Delta \alpha_i, \Delta a_i, \Delta \theta_i, \Delta d_i, \Delta \beta_i]^T \quad (10)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, n$, n 为机器人的自由度数, 则误差函数可写为矩阵形式

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{J} \Delta \delta \quad (11)$$

式中, $\mathbf{J}$ 为雅可比矩阵。

由式(9)~(11)可知, 机器人的轨迹误差可由其运动学参数误差体现, 运动学标定可以消除轨迹误差的静态部分, 但由式(5)可知机器人在运动过程中其运动学参数是变化的, 还需要对动态部分进行补偿。下面将研究通过运动学标定和关节空间插值来补偿机器人的轨迹静态和动态误差。

2 轨迹精度补偿建模

2.1 运动学标定

运动学标定是消除机器人静态误差的主要方法, 通常分为四个步骤^[18]: 建模、数据采集、参数辨识和在机器人控制器中补偿辨识出的参数。建模部分已在第 1 节中完成(如式(1)、(2)、(11)), 本文使用激光跟踪仪采集机器人的末端位置数据, 用于后续的参数辨识。由于六自由度机器人的运动学参数有二十几项之多, 一些参数之间存在着耦合关系^[19], 传统的最小二乘法、最速下降法^[21]等方法在处理这种高维度、强非线性参数辨识问题时很容易陷入局部最优解、甚至无法收敛。扩展卡尔曼滤波(EKF)算法是在卡尔曼滤波算法的基础上改进而来

的^[22-23]，主要用来解决非线性优化问题，其在抗噪声、可靠性、收敛速度和辨识结果的评估上有很大优势。式(11)对机器人的误差模型进行了线性化处理，可利用测量仪器测得机器人末端位置数据后，通过线性化得到的超定方程组去辨识运动学参数误差^[24]。

首先确定运动学参数误差的状态空间方程^[23]

$$\Delta \mathbf{x}_k = \Delta \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k \quad (12)$$

式中， $\Delta \mathbf{x}_k = [\Delta \alpha_i \ \Delta a_i \ \Delta \theta_i \ \Delta d_i \ \Delta \beta_i]^T$ ，是一个 25×1 的运动学参数误差矢量， $\mathbf{w}_k$ 是均值为 0，协方差为 $\mathbf{Q}_k$ ，并服从正态分布的过程噪声。在已知 $k-1$ 时刻的运动学参数误差就可以预估 k 时刻的误差。状态测量方程为

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{J}_k \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (13)$$

式中， $\mathbf{J}_k$ 是观测矩阵，在这里为式(11)所求得的雅可比矩阵 $\mathbf{J}$ ， $\mathbf{v}_k$ 是均值为 0，协方差为 $\mathbf{R}_k$ 并服从正态分布的测量噪声。

EKF 算法进行参数辨识主要分为预测、校正和更新三个过程。在预测过程中状态矢量是一个 25×1 的列矢量 $\Delta \mathbf{x}_k$ 。估计误差的协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 可以通过式(14)和(15)计算得到。

$$\Delta \mathbf{x}_{k|k-1} = \Delta \mathbf{x}_{k-1|k-1} \quad (14)$$

式中， $\Delta \mathbf{x}_{k-1|k-1}$ 是 $k-1$ 时刻的参数误差矢量值， $\Delta \mathbf{x}_{k|k-1}$ 是 k 时刻参数误差矢量的估计值。

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{P}_{k-1|k-1} + \mathbf{Q}_k \quad (15)$$

$\mathbf{P}$ 在每一次迭代过程中需要更新雅可比矩阵 $\mathbf{J}_k$ ，计算实际测量值和估计输出值之间的误差 $\tilde{\mathbf{y}}_k$ ，及其协方差 $\mathbf{S}_k$

$$\mathbf{J}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{T}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\Delta \mathbf{x}_{k|k-1}} \quad (16)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{m}_k - \mathbf{J}_k \Delta \mathbf{x}_{k|k-1} \quad (17)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{J}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{J}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (18)$$

式中， $\mathbf{m}_k$ 是机器人末端位置的实际测量值和机器人末端位置的名义值之间的偏差。

EKF 算法最后一步是计算出卡尔曼增益 $\mathbf{K}_k$ 并以此来更新 k 时刻的参数误差估计值 $\Delta \mathbf{x}_{k|k}$ 和误差的协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k}$ ，为下一次迭代做好准备

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{J}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \quad (19)$$

$$\Delta \mathbf{x}_{k|k} = \Delta \mathbf{x}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{J}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (21)$$

式中， $\mathbf{I}$ 是单位矩阵，初始值的设置对于 EKF 的收敛速度和精度有很大影响。由于无法准确地获取运动学参数误差的状态空间表达式，则 $\mathbf{w}$ 的初始值应该设置为非零矢量，本文试验和仿真中状态空间方程式(12)计算所用的 $\mathbf{w}$ 的初始值设取 $\mathbf{w}_0 = [0.0001, \dots, 0.0001]^T_{25 \times 1}$ 。

2.2 关节空间插值轨迹误差补偿

式(11)建立的微分运动学轨迹误差模型只考虑了机器人运动学参数静态误差对轨迹误差的影响，由于轨迹精度是机器人动态性能，机器人的轨迹误差还需要考虑机器人的自重、末端负载、轨迹规划、动力学参数等因素的影响。如前所述，这些因素很难建立统一的模型并进行补偿。

如式(1)~(3)，在机器人的正运动学模型中，关节转角是输入变量，每一组关节转角 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]$ 都对应一个机器人末端位姿 $\mathbf{T}$ ，关节转角的连续变化，使得机器人的末端位姿也连续变化，如式(9)所示，除奇异点之外，关节转角和末端位置存在连续可微的关系，即当机器人关节转角发生微小变化时，机器人末端位姿相应地也产生微小变化。这意味着关节转角对应的末端位置误差也是连续和光滑的，也就是如果两组关节转角向量的欧氏距离接近，那么与之对应的末端位姿误差也是相似的。由于通用的六自由度机器人是冗余机构，其逆解不唯一，通常机器人能够以无数多个姿态到达工作空间中的某一位置。受数控机床和三坐标测量机在笛卡儿空间中各导轨的误差补偿方法的启发^[25,26]，考虑到机器人各关节轴的误差存在连续性，且机器人的受力状态、机构变形都有连续性^[27]，本文提出一种机器人关节空间插值误差补偿的方法以提高机器人的定位精度和轨迹精度。首先，在工作空间中的轨迹起点和终点之间插入若干控制点，通过运动学逆解得到这些控制点对应的关节空间的各关节转角，再依据基于关节空间距离的评价函数^[28]对机器人的末端位置进行插值误差补偿。

本文对机器人工作空间进行网格划分，网格中每个立方体的八个顶点作为参考点^[29]，机器人在参考点的误差可由测量仪器^[30]，如激光跟踪仪，测量得到。设任一控制点的理论位置坐标为 (x, y, z) ，通过机器人逆解函数，可以得到其对应的机器人关节空间关节转角 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]$ 。控制点所在立方体八个顶点的理论位置坐标为 (x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}) ，其对应的机器人关

节空间姿态为 $\theta_{ci} = [\theta_{ci,1}, \theta_{ci,2}, \theta_{ci,3}, \theta_{ci,4}, \theta_{ci,5}, \theta_{ci,6}]$, 其中 $(i=1, 2, \dots, 8)$ 。通过测量仪器可以得到立方体八个顶点的实际位置坐标 $(x_{cri}, y_{cri}, z_{cri})$, 经由机器人的逆变换可以计算出机器人在各顶点的关节空间误差

$$\Delta\theta_{ci} = [\Delta\theta_{ci,1}, \Delta\theta_{ci,2}, \Delta\theta_{ci,3}, \Delta\theta_{ci,4}, \Delta\theta_{ci,5}, \Delta\theta_{ci,6}] \quad (22)$$

式中, $\Delta\theta_{ci,j} = \theta_{cri,j} - \theta_{ci,j}$, 其中 $i=1, 2, \dots, 8, j=1, 2, \dots, 6$ 。

机器人在运动过程中其控制点通常不会刚好处在立方体的某一项点上, 而是处在立方体内部, 因此, 如前所述, 根据机器人误差具有连续性的特点, 本文提出了将关节空间距离权重作为评价函数的插值误差补偿方法, 控制点与立方体第 i 个顶点关节空间距离权重 w_i 为

$$w_i = \frac{\left(\frac{1}{r_i}\right)^2}{\sum_{i=1}^8 \left(\frac{1}{r_i}\right)^2} \quad (23)$$

式中, 关节空间距离 $r_i = \|\theta_{ci} - \theta\|_2$, 由式(23)可知 $\sum_{i=1}^8 w_i = 1$ 。

利用权重 w_i 和控制点与机器人在各顶点的关节空间误差计算控制点各关节的误差值

$$\Delta\theta_j = \sum_{i=1}^8 w_i \Delta\theta_{ci,j} \quad (24)$$

式中, $j=1, 2, \dots, 6$ 。

将得到的控制点处各关节的误差值补偿到理论姿态 θ 上, 即得到补偿后的关节转角

$$\theta_a = \theta + \Delta\theta \quad (25)$$

式中, $\Delta\theta = [\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3, \Delta\theta_4, \Delta\theta_5, \Delta\theta_6]$ 。

3 算法仿真

3.1 运动学参数辨识仿真

本文的试验对象是一六自由度通用型工业机器人 ER20-C10, 该工业机器人的第二关节和第三关节轴线相互平行, 所以需要加上绕 y 轴旋转的 β 角来描述关节二和关节三的关系。根据如表 1 所示的机器人运动学参数名义值的大小, 模拟机器人的参数误差, 随机生成了机器人各运动学参数的误差值, 如表 2 所示, 用于验证本文所提参数辨识方法的有效性, 把设定的误差值与机器人名义运动学参数相加得到机器人的实际运动学参数。

表 2 ER20-C10 机器人运动学参数误差值设置

关节序号 i	关节扭转角 误差 $\Delta\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	连杆长度 误差 $\Delta a_{i-1}/\text{mm}$	关节转角 误差 $\Delta\theta_{0i}/(^{\circ})$	关节长度 误差 $\Delta d_i/\text{mm}$	关节平行 度误差 $\Delta\beta_i/(^{\circ})$
1	-0.000 03	-0.8	-0.02	-1.03	—
2	0.03	-0.4	0.020 9	-0.003 2	0.399 92
3	0.0799 84	0.53	0.419 978	-0.002	—
4	-0.799 85	0.015	0.000 576	0.1	—
5	0.05	-0.059 3	0.025	0.000 5	—
6	-0.060 2	0.000 3	0	0.05	—

按照第 2.1 节运动学参数辨识方法制定了算法流程图, 如图 3 所示, 根据流程图编制了参数辨识算法程序。在机器人各关节的运动可达范围内随机生成 50 组关节转角数据用于机器人的运动学参数辨识。EKF 算法中的系统噪声协方差矩阵 Q_k 是一个对角矩阵, 对角线上的元素值为 0.000 1, 测量噪声协方差矩阵 R_k 也是一个对角矩阵, 对角线元素值为 0.000 1。运动学参数误差的初始化值设为 0, 算法的迭代终止条件为迭代次数大于 100 次或 $\|J\Delta x\| < 10^{-5}$, 仿真的结果如图 4 所示, 图 4a~4d 其分别为关节扭转角、连杆长度、关节转角和连杆偏置误差收敛图。

图 3 运动学参数误差辨识算法流程图

(a) 关节扭转角 α_i 误差收敛图 (e) 第二关节绕 y 轴旋转的误差 β 收敛图 (b) 连杆长度 a_i 误差收敛图 (c) 关节转角零位偏差 θ_{0i} 误差收敛图 (d) 连杆偏置 d_i 误差收敛图

图 4 基于扩展卡尔曼滤波算法运动学参数误差收敛图

从仿真结果可以看出,在迭代次数 $k=8$ 时,算法就已经完成收敛。为对比 EKF 辨识的效率,本文另外使用目前应用较多的 LM 算法进行了参数误差辨识^[31-32],发现同样的数据算法在迭代次数 $k=23$ 次时才收敛。可以看出 EKF 算法在机器人运动学参数误差辨识中收敛更快、效率更高。

为了验证辨识结果的有效性,随机生成 50 组关节转角数据,对参数辨识前后机器人的定位误差进行计算,图 5 和图 6 分别为补偿前和补偿后机器人末端的位置误差分布图,补偿前机器人末端在三个方向上的位置误差均在 $[-10 \text{ mm}, 8 \text{ mm}]$ 区间,补偿后缩减到 $[-5 \times 10^{-6} \text{ mm}, 4 \times 10^{-6} \text{ mm}]$ 区间。补偿前后机器人位置误差的最大值和平均值如表 3 所示。通过图 6 可以发现,通过参数辨识补偿后,机器人末端位置误差基本上被完全消除掉。从而,在理论上验证了本文所提出算法的有效性。

图 5 参数辨识补偿前位置误差

图 6 参数辨识补偿后位置误差

表 3 运动学参数补偿前后机器人误差对比

误差方向	补偿前		补偿后	
	最大误差/mm	误差均值/mm	最大误差/ $\times 10^{-6}$ mm	误差均值/ $\times 10^{-6}$ mm
x	8.952 8	5.768 2	3.941 5	1.054 9
y	6.884 9	2.418 2	4.962 2	1.321 5
z	6.162 2	3.631 0	5.304 2	9.762 6

3.2 关节空间插值补偿算法仿真

为了验证插值补偿算法的有效性,进行了机器人轨迹误差关节空间插值补偿方法的仿真验证,机器人的误差设置如表 2 所示,依据国标 GB/T 12642—2013 对机器人轨迹精度测试的规定,选择如图 7 所示边长为 400 mm 的立方体的对角线 C_1C_7 作为机器人末端轨迹进行测试,并分别对 C_1C_7 线段上的五个控制点 $A_1 \sim A_5$ 进行插值补偿,再计算机器人的轨迹误差。

图 7 测试轨迹

为分析插值网格大小对补偿效果的影响,将网格边长从大到小划分为 50 mm、20 mm 和 10 mm 三种,插值补偿前后机器人的轨迹误差(AT)如表 4 所示。

表 4 显示:插值补偿后机器人的轨迹精度得到了很大的提高,而且网格越小补偿的效果越显著。通过关节空间插值方法计算出的各关节转角值与逆运动学模型计算出来的转角值相比的误差如图 8 所示,由图 8 可以发现,随着网格边长的减小,机器人各关节转角的误差整体上呈现不断减小的趋势,这也说明随着网格边长的减小,算法在关节空间的补偿效果也越好,但是同样的工作空间下网格边长的减小会造成网格数量的快速增加,则测量的工作量也会相应增加。另外,从图 8 中还看出,前三个关节转角 θ_1 、 θ_2 和 θ_3 的误差较小,而后三个关节转角 θ_4 、 θ_5 和 θ_6 的误差较大,分析后发现这是由于计算机器人逆解的时候,后三个关节比前三个关节的运动幅度更大,因此补偿效果也相对较差,这表明机器人的运动范围较大的关节补偿后的精度会略低于运动范围较小的关节。

表 4 插值仿真补偿前后机器人的轨迹误差

补偿前/mm	补偿后/mm		
	50 mm 网格	20 mm 网格	10 mm 网格
AT	12.263	0.118	0.091

(a) 50 mm 边长网格补偿后控制点上各关节转角误差

(b) 20 mm 边长网格补偿后控制点上各关节转角误差

(c) 10 mm边长网格补偿后控制点上各关节转角误差

图8 关节空间插值补偿后机器人各关节转角误差分布

4 试验

本文以 ER20-C10 工业机器人为试验对象,以激光跟踪仪为测量设备开展了误差测量、参数辨识、运动学参数误差补偿、空间网格顶点误差测量和关节空间误差补偿及验证试验。为了能够方便、准确地测试出机器人的轨迹精度,依据国标 GB/T 12642—2013^[5]和国际标准 ISO9823:1998^[6]设计了一款机器人性能测试软件,通过该软件配合激光跟踪仪可以评价机器人的静态和动态性能。试验测试的软硬件平台如图 9 所示。与仿真部分相同,依据国标 GB/T 12642—2013 对机器人轨迹精度测试的规定,选择图 7 中立方体对角线 $C_1 \sim C_7$ 作为机器人末端轨迹进行测试。

图9 工业机器人性能测试软硬件平台

4.1 坐标系统参数预辨识

使用激光跟踪仪测量得到的机器人工具靶球反射中心的坐标,是在激光跟踪仪测量坐标系中的位置,而机器人控制器给出的末端坐标是在机器人基坐标系中的位置,在参数辨识前需要先对两个坐标

系进行对齐,找出机器人基坐标系在测量坐标系下的位姿变换矩阵 m_0T ^[33],以及靶球反射中心相对于机器人末端法兰中心的位姿变换矩阵 fT ,机器人末端工具固定在法兰盘上,位姿变换矩阵中的姿态矩阵是单位阵,为了方便计算 fT 可以变换为机器人末端靶球反射中心相对于测量坐标系的位置 fP ,根据式(2)可以得出其计算公式

$${}^m_1P = {}^m_0T \cdot {}^0_1T \cdot {}^1_2T \cdot {}^2_3T \cdot {}^3_4T \cdot {}^4_5T \cdot {}^5_fT \cdot {}^fP \quad (26)$$

式中, m_0T 可以由式(2)得到, ${}^m_1P=(x,y,z)^T$ 可以通过激光跟踪仪测量得到,机器人的运动学参数采用名义值,故方程式(26)有 9 个未知参数,试验过程中通过激光跟踪仪采集机器人 20 组位姿数据,代入式(26)得到超定方程组,求其最小二乘解,结果为

$${}^m_0T = \begin{bmatrix} -0.7840 & 0.6207 & -0.00692 & 878.9651 \\ -0.6207 & -0.7840 & -9.550 \times 10^{-5} & 3060.7767 \\ -0.0054 & 0.00422 & 1.000 & -671.5514 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^fP = [101.1687, -102.9996, 30.5853]$$

4.2 运动学参数辨识

在预辨识的基础上,利用 EKF 算法对机器人 25 个运动学参数进行辨识,将辨识得到的结果补偿到控制器中,再通过机器人性能评价软件对机器人的定位精度和轨迹精度进行评价,补偿前后测量得到的机器人定位误差如图 10 和 11 所示。补偿前机器人位置误差最大值、均值和方差分别为 1.039 mm, 0.437 mm, 0.051 mm 补偿后机器人位置误差的最大值、均值和方差分别为 0.226 mm, 0.108 mm, 0.003 mm。从结果可以看出基于 EKF 算法在机器人运动学参数辨识中不仅收敛速度快,而且辨识效果明显,补偿后机器人位置精度提高了约 67%。实际数据存在一定的噪声,而扩展卡尔曼滤波算法相比于最小二乘法和 LM 算法有更好的抗噪声能力。

图10 参数辨识补偿前的位置误差

图 11 参数辨识补偿后的位置误差

通过 RPT 测试软件对补偿前后机器人的轨迹误差进行了计算,结果如表 5 所示,补偿前后轨迹重复性基本没有变化,轨迹准确度提高了 26.02%。与位置精度补偿后可达 0.226 mm 相比,作为动态性能的轨迹准确度补偿后只能达到 1.873 mm。下面将进一步利用关节空间插值补偿方法对机器人的轨迹精度进行补偿。

表 5 运动学参数补偿前后机器人的轨迹误差

	补偿前/mm	补偿后/mm
轨迹重复性(RT)	0.021	0.021
轨迹准确度(AT)	2.532	1.873

4.3 关节空间插补误差补偿

选取 GB/T 12642—2013 规定的性能测试立方体作为工作空间,如图 7 所示立方体的顶点 C_1 在机器人基坐标系中的坐标为 (1 290.95, 588.28, 1 220.21),边长为 400 mm。为便于分析对比,分别对工作空间进行精细程度不同的网格划分,网格划分越细,测量和补偿计算的工作量就越大,补偿效果理论上应该也会越好,本文将网格的边长分为三种:50 mm、20 mm 和 10 mm,根据第 2.2 节所示采用空间距离插值法建立补偿模型,并根据激光跟踪仪测量得到的各顶点机器人误差建立误差数据库^[34]。根据 GB/T 12642—2013 的规定,选取立方体中的 P_2P_4 作为试验轨迹,本文通过采用不同网格大小来对关节空间目标点插值补偿,以此来研究不同网格大小对轨迹补偿效果的影响。采用网格大小为 50 mm、20 mm、10 mm 进行试验,分别对轨迹上的控制点 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5 进行补偿,根据误差数据库并结合式(25)计算出控制点上各关节转角的补偿值如表 6、表 7、表 8 所示,从表中可以看出

机器人在不同网格下的关节空间误差补偿值的变化较小。

表 6 边长 50 mm 网格关节空间角度误差补偿值(°)

控制点	1	2	3	4	5	6
$A_1/(^\circ)$	-0.001	0.024	-0.029	-0.003	0.005	0.003
$A_2/(^\circ)$	0.004	-0.005	0.018	0.004	-0.014	-0.003
$A_3/(^\circ)$	0.010	-0.027	0.048	0.012	-0.023	-0.009
$A_4/(^\circ)$	0.015	-0.055	0.076	0.016	-0.023	-0.009
$A_5/(^\circ)$	0.023	-0.076	0.096	0.025	-0.023	-0.013

表 7 边长 20 mm 网格关节空间角度误差补偿值(°)

控制点	1	2	3	4	5	6
$A_1/(^\circ)$	0.001	0.025	-0.032	0.003	0.007	-0.003
$A_2/(^\circ)$	0.003	-0.007	0.018	0.003	-0.012	-0.002
$A_3/(^\circ)$	0.010	-0.032	0.048	0.014	-0.017	-0.011
$A_4/(^\circ)$	0.013	-0.048	0.077	0.011	-0.030	-0.004
$A_5/(^\circ)$	0.023	-0.075	0.097	0.025	-0.025	-0.013

表 8 边长 10 mm 网格关节空间角度误差补偿值(°)

控制点 A_i	1	2	3	4	5	6
$A_1/(^\circ)$	-0.001	0.027	-0.037	-0.004	0.009	-0.001
$A_2/(^\circ)$	0.001	-0.010	0.017	0.001	-0.007	0.001
$A_3/(^\circ)$	0.010	-0.022	0.037	0.015	-0.016	0.010
$A_4/(^\circ)$	0.010	-0.056	0.079	0.009	-0.024	0.010
$A_5/(^\circ)$	0.023	-0.078	0.095	0.026	-0.021	0.023

为了验证所提方法的有效性,本文使用 API 激光跟踪仪和性能测试软件 RPT 分别对机器人补偿前后的轨迹重复性和准确度进行评价,评价过程中分别使用边长为 50 mm 网格、20 mm 网格和 10 mm 网格进行测试,计算出的补偿前后机器人轨迹重复性和轨迹准确度结果如表 9 所示,从表 9 中可以看出机器人末端轨迹插值补偿后,网格边长为 50 mm 时机器人轨迹准确度提高到 1.689 mm,轨迹准确度提高 9.82%,网格边长为 20 mm 时机器人轨迹准确度提高到 1.532 mm,轨迹准确度提高 18.27%,网格边长为 10 mm 时机器人轨迹准确度从 1.873 mm 提高到 1.464 mm,轨迹准确度提高 19.75%。因此,网格划分得越细、越密,补偿后精度就越高,但是,需要注意的是网格划分越细,需要的测量工作量就

越大,如在 400 mm×400 mm×400 mm 的工作空间内网格边长分别为: 50 mm、20 mm、10 mm 时对应的网格数分别为: 512 个、8 000 个、64 000 个,对应的顶点数分别为: 729 个、9 261 个、64 000 个,则相比 50 mm 边长网格,20 mm 和 10 mm 边长网格测量所需要的工作量分别增加了约 12 倍和 82 倍。对比网格边长从 50 mm 减小到 20 mm 时精度提高的程度和 20 mm 减小到 10 mm 时精度提高的程度还可以发现: 网格划分细到一定程度后,通过进一步细分网格可以提高轨迹精度,但提高的成本效益比越来越大。

表 9 补偿前后轨迹精度比较

补偿前/mm	补偿后/mm		
	50 mm 网格	20 mm 网格	10 mm 网格
RT	0.021	0.022	0.021
AT	1.873	1.532	1.464

5 结论

(1) 基于 MD-H 法建立了机器人的运动学模型,在此基础上基于微分运动学理论建立了末端位置误差和轨迹误差模型。

(2) 提出一种基于 EKF 算法的机器人运动学参数辨识方法,克服了最小二乘法等传统方法在数据噪声较大且不符合高斯分布时收敛慢甚至发散的问题,实现了运动学参数辨识的快速收敛,通过仿真和试验分别验证了算法的正确性。

(3) 经过分析发现机器人误差在关节空间具有连续性的特点,据此提出一种关节空间插值误差补偿方法,建立误差补偿数据库,并利用关节空间距离权重函数计算各控制点的关节转角误差。

(4) 搭建了轨迹精度补偿试验平台,试验结果显示,基于 EKF 的运动学参数辨识和补偿将机器人的定位精度提高了 67%,轨迹精度提高了 26%,在参数辨识和补偿的基础上应用本文提出的关节空间误差插值补偿方法可将轨迹精度进一步提高 19.75%,并基于空间网格边长与补偿精度的试验结果讨论了空间网格划分的合理性。

参 考 文 献

- [1] IGLESIAS I, SEBASTIÁN M A, ARES J E. Overview of the state of robotic machining: Current situation and future potential[J]. Procedia Engineering, 2015, 132: 911-917.
- [2] CHEN C, PENG F, YAN R, et al. Stiffness performance index based posture and feed orientation optimization in robotic milling process[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2019, 55: 29-40.
- [3] CHEN Xizhang, ZHU Zhenyou, CHEN Wenjie, et al. Vision-based recognition and guiding of initial welding position for arc-welding robot[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005(3): 382-384.
- [4] XIONG G, DING Y, ZHU L M, et al. Stiffness-based pose optimization of an industrial robot for five-axis milling[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2019, 55: 19-28.
- [5] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局, 中国国家标准化管理委员会. GB/T 12642-2013 工业机器人性能规范及其试验方法[S]. 北京: 中国标准出版社, 2013. General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, Standardization Administration of the People's Republic of China. GB/T 12642-2013 industrial robots — performance criteria and related test methods[S]. Beijing: Standards Press of China, 2013.
- [6] ISO 9283. Manipulating industrial robots — performance criteria and related test methods[S]. Geneva: International Standards Organization, 1998.
- [7] 柯振辉, 朱华炳, 何双华. 六自由度串联机器人轨迹误差分析与试验研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2018(10): 64-67, 72. KE Zhenghui, ZHU Huabin, HE Shuanghua. Error analysis and experimental study of six-DOF serial robot[J]. Modular Machine Tool and Automatic Manufacturing Technique, 2018(10): 64-67, 72.
- [8] CORDES M, HINTZE W. Offline simulation of path deviation due to joint compliance and hysteresis for robot machining[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 90(1): 1075-1083.
- [9] VERDONCK W, SWEVERS J. Improving the dynamic accuracy of industrial robots by trajectory pre-compensation[C]// Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.02CH37292), 2002: 3423-3428.
- [10] 严浩, 白瑞林, 吉峰. 一种改进的 SCARA 机器人动力学参数辨识方法[J]. 中国机械工程, 2017, 28(22): 2707-2713. YAN Hao, BAI Ruilin, JI Feng. An improved dynamics parameter identification method for SCARA

[1] IGLESIAS I, SEBASTIÁN M A, ARES J E. Overview of the state of robotic machining: Current situation and future potential[J]. Procedia Engineering, 2015, 132:

- robots[J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(22): 2707-2713.
- [11] GAO G, LIU F, SAN H, et al. Hybrid optimal kinematic parameter identification for an industrial robot based on BPNN-PSO[J]. Complexity, 2018(1): 1-11.
- [12] GAO M, CHEN D, YANG Y, et al. A fixed-distance planning algorithm for 6-DOF manipulators[J]. Industrial Robot: An International Journal, 2015, 42: 586-599.
- [13] GARRIZ C, DOMINGO R. Development of trajectories through the kalman algorithm and application to an industrial robot in the automotive industry[J]. IEEE Access, 2019, 7: 23570-23578.
- [14] 刘飞. 工业机器人运动学参数辨识及误差补偿研究[D]. 昆明: 昆明理工大学, 2018.
- LIU Fei. Kinematics parameter identification and compensation of an industrial robot[D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2018.
- [15] CHEN Li, MA Ying, ZHANG Yu, et al. Obstacle avoidance and multitarget tracking of a super redundant modular manipulator based on bezier curve and particle swarm optimization[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2020, 33(1): 71.
- [16] HENAVIT J, HARTENBERG R S. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices[J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1955, 77: 215-221.
- [17] HARTENBERG R S, DENAVIT J. Kinematic synthesis of linkages[M]. New York: McGraw-Hill, 1964.
- [18] MOORING B W, ROTH Z S, DRIELS M R. Fundamentals of manipulator calibration[M]. New York: John Wiley & Sons, 1991.
- [19] GAO G, SUN G, NA J, et al. Structural parameter identification for 6 DOF industrial robots[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 113: 145-155.
- [20] 任永杰, 郝继贵, 杨学友, 等. 利用激光跟踪仪对机器人进行标定的方法[J]. 机械工程学报, 2007, 43(9): 195-200.
- REN Yongjie, ZHU Jigui, YANG Xueyou, et al. Method of robot calibration based on laser tracker[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(9): 195-200.
- [21] VEITSCHEGGER W K, WU C. Robot calibration and compensation[J]. IEEE Journal on Robotics and Automation, 1988, 4(6): 643-656.
- [22] JAZWINSKI A H. Stochastic processes and filtering theory[M]. New York: Dover Publications, 2007.
- [23] SORENSON H. Kalman filtering: Theory and application[M]. New York: IEEE Press, 1985.
- [24] PARK I, LEE B, CHO S, et al. Laser-based kinematic calibration of robot manipulator using differential kinematics[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2012, 17(6): 1059-1067.
- [25] 赵壮, 姜志峰, 张忠宁, 等. 符合阿贝原则的数控机床几何误差建模[J]. 光学精密工程, 2020, 28(4): 885-897.
- ZHAO Zhuang, LOU Zhifeng, ZHANG Zhongning, et al. Geometric error model of CNN machine tools based on Abbe principle[J]. Optics and Precision Engineering, 2020, 28(4): 885-897.
- [26] 朱嘉, 李醒飞, 谭文斌, 等. 基于激光干涉仪的测量机几何误差检定技术[J]. 机械工程学报, 2010, 46(10): 25-30.
- ZHU Jia, LI Xingfei, TAN Wenbin, et al. Method of geometric error detection for measuring machine based on laser interferometer[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(10): 25-30.
- [27] ZENG Y, TIAN W, LI D, et al. An error-similarity-based robot positional accuracy improvement method for a robotic drilling and riveting system[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 88(9): 2745-2755.
- [28] 刘爱利, 王培法, 丁园园. 地统计学概论[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- LIU Aili, WANG Peifa, DING Yuanyuan. Introduction to geostatistics[M]. Beijing: Science Press, 2012.
- [29] 周炜, 廖文和, 田威, 等. 面向飞机自动化装配的机器人空间网格精度补偿方法研究[J]. 中国机械工程, 2012, 23(19): 2306-2311.
- ZHOU Wei, LIAO Wenhe, TIAN Wei, et al. Robot accuracy compensation method of spatial grid for aircraft automatic assembly[J]. China Mechanical Engineering, 2012, 23(19): 2306-2311.
- [30] 田威, 廖文和. 工业机器人精度补偿技术及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2019.
- TIAN Wei, LIAO Wenhe. Accuracy compensation technology and application of industrial robot[M]. Beijing: Science Press, 2019.
- [31] LEVENBERG K. A method for the solution of certain problems in least squares[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1944, 2: 164-168.
- [32] MARQUARDT D W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters[J]. Journal of the

- Society for Industrial and Applied Mathematics, 1963, 11(2): 431-441.
- [33] CRAIG J. Introduction to robotics: Mechanics and control[M]. London: Pearson Education International, 2005.
- [34] 周炜, 廖文和, 田威. 基于空间插值的工业机器人精度补偿方法理论与试验[J]. 机械工程学报, 2013, 49(3): 42-48.
- ZHOU Wei, LIAO Wenhe, TIAN Wei. Theory and experiment of industrial robot accuracy compensation method based on spatial interpolation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(3): 42-48.

作者简介: 高贯斌, 男, 1979 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器人学、精密测量与控制。

E-mail: gbgao@163.com

张石文, 男, 1994 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为机器人精度控制。

E-mail: 2983439137@qq.com

那靖, 男, 1982 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为复杂机电系统建模及智能控制。

E-mail: najing25@163.com

刘飞, 男, 1991 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机器人学、精密测量与控制。

E-mail: liufei2017@foxmail.com