DOI: 10.3901/JME.2021.17.120

齿轮磨损故障动态响应特征与诊断指标研究^{*}

沈智宪^{1,2} 乔百杰^{1,2} 罗巍^{1,2} 杨来浩^{1,2} 陈雪峰^{1,2}

(1. 西安交通大学机械工程学院 西安 710049;

2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室 西安 710049)

摘要: 齿轮磨损属于典型的早期故障,为监测齿轮磨损状态,开展齿轮磨损故障机理与诊断指标研究。采用解析建模的方法,定量研究了齿轮磨损对时变啮合刚度和无负载静态传递误差动力学参数的影响规律;采用 Archard 磨损模型计算齿轮齿面磨损深度,获得沿齿廓方向的非均匀磨损分布;采用势能法计算齿轮啮合刚度,揭示了齿轮磨损对啮合刚度幅值影响的定量规律;将齿轮磨损等效为轮齿齿廓偏差,揭示了齿轮磨损对无负载静态传递误差影响的定量规律。采用集中参数法建立齿轮传动的动力学模型,通过两级直齿轮疲劳寿命试验对比验证了齿轮磨损动态响应特征。结果表明,齿轮磨损主要影响齿轮啮合频率及其谐波成分,同时啮合频率及其谐波的边频带以转频为主,且随磨损增加出现明显变化。基于获得的磨损动态响应特征,构造了四个基于振动信号啮合频率边带的诊断指标,该指标对磨损状态变化敏感,通过仿真和试验验证了指标的有效性和鲁棒性。

关键词: 齿轮磨损; 动力学模型; 时变啮合刚度; 传递误差; 动态响应; 诊断指标

中图分类号: TP277

Research on Dynamic Response Characteristics and Condition Indicators of Gear Wear Fault

SHEN Zhixian^{1,2} QIAO Baijie^{1,2} LUO Wei^{1,2} YANG Laihao^{1,2} CHEN Xuefeng^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049;

2. The State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract: Gear wear fault belongs to a typical incipient fault. In order to monitor gear wear status, the mechanism and condition indicators of gear wear fault are studied. The influence of gear wear on dynamic parameters such as time-varying meshing stiffness and unloaded static transmission error is quantitatively studied: the Archard wear model is used to calculate the wear depth of tooth surface, and the non-uniform wear distribution along the tooth profile is obtained. Time-varying mesh stiffness is calculated by the potential energy method, and the influence of gear wear on the amplitude of mesh stiffness is evaluated. Gear wear is equivalent to the tooth profile deviation, and the influence of gear wear on the unloaded static transmission error is calculated. The dynamics model of gear transmission is established by means of lumped parameter method and the dynamic response characteristics of gear wear fault is verified by fatigue life test of two stage spur gear. The results show that gear wear affects the meshing frequency and its harmonics. Meanwhile, the sidebands of meshing frequency and its harmonics are mainly composed of rotational frequencies, which changes obviously with the increase of wear depth. Based on the obtained dynamic response characteristics of wear fault, four condition indicators based on the meshing frequency sideband of vibration signal are constructed, which are sensitive to the change of wear state. The effectiveness and robustness of condition indicators are verified by simulation and experiments.

Key words: gear wear; dynamic model; time-varying mesh stiffness; transmission error; dynamic response; condition indicator

^{*} 国家重点研发计划(2018YFB1702400)、国家自然科学基金(51705397 和 51705398)和陕西省自然科学基金(2019KJXX-043)资助项目。20200916 收到初稿, 20210116 收到修改稿

0 前言

直升机传动系统包含数十对齿轮传动, 齿轮传动系统在长时间的运转下, 齿轮磨损难以避免且会逐渐加剧, 导致传动精度降低、振动噪声加剧等问题, 随着磨损加剧甚至会产生齿轮裂纹、断齿等严重事故的发生, 最后导致传动系统失效等毁灭性事故的发生。直升机健康与使用监控系统(Health and usage monitoring systems, HUMS)中针对传动系统各齿轮部件的状态监测主要通过诊断指标(Condition indicator, CI)实现。本文针对齿轮磨损的故障机理开展研究, 构造基于磨损故障动态响应特征的诊断指标对监测传动系统齿轮磨损状态, 避免严重故障的发生具有重要意义。

在过去的 20 多年间, 国内外诸多学者针对齿轮磨损的计算模型、齿轮磨损对齿轮几何参数和动力学参数的影响等方面开展了理论和试验研究。FLODIN 等^[1-2]率先将 Archard 模型应用到直齿轮和斜齿轮的磨损计算中, 得到齿轮磨损量在齿廓上的分布规律, 为齿轮磨损的机理研究奠定基础。随后, BAJPAI 等^[3]用基于有限元的接触力学模型预测定轴轮系斜齿轮磨损的状况, 对比分析了有无齿面修形和有无制造误差的齿轮齿面磨损特征。AKBARZADEH 等^[4-6]分析了齿轮齿面状况和润滑条件对齿轮磨损的影响, 得到了不同润滑条件下齿轮磨损的变化。DING 和 KAHRAMAN^[7-8]提出了时变磨损系数情况下的齿轮磨损计算模型, 获得了相对于静态模型更为准确的齿面磨损深度分布。AMARNATH 等^[9]、BRETHEE 等^[10]、冯松等^[11]、杨勇等^[12]、CHEN 等^[13]和 SHEN 等^[14-15]分析了直齿轮和斜齿轮磨损对齿轮刚度的影响, 结果表明齿轮磨损会明显降低齿轮啮合刚度。ATANASIU 等^[16]将斜齿轮磨损等效为齿廓误差, 并由此分析了斜齿轮磨损对斜齿轮动态响应的影响。DING、KAHRAMAN^[7-8]和 LIU 等^[17]分析了直齿轮和斜齿轮磨损与动态传递误差的相互影响, 结果表明齿轮磨损会明显影响振动响应的幅值和幅频响应。FENG 等^[18-19]和 CHIN 等^[20]采用振动信号和传递误差信号评估齿轮磨损状态。总的来说, 目前齿轮磨损的理论计算模型已趋于成熟, 在分析齿轮磨损对齿轮动力学参数的影响方面, 集中于时变啮合刚度的定性描述, 同时也缺乏齿轮磨损对静态传递误差影响的定量研究。

在齿轮磨损的动态响应特征研究中, 需要综合

考虑齿轮磨损对各个动力学参数的影响。本文定量研究了齿轮磨损对时变啮合刚度和静态传递误差的影响规律, 分析了磨损故障的振动响应特征, 并通过疲劳寿命试验进行验证。基于本文的磨损响应特征先验, 提出了四个基于振动信号啮合频率边带的诊断指标, 通过仿真和试验验证了指标的有效性。

1 齿轮磨损机理

1.1 齿轮磨损计算模型

齿轮啮合时, 由于两齿面啮合点的速度不同, 导致齿轮啮合点出现相对滑动, 在齿面接触压力的作用下, 齿轮齿面会出现磨损。如图 1 所示, 齿轮磨损在齿面上呈现非均匀分布的状况。

图 1 沿齿廓方向的轮齿齿面不同程度磨损分布示意图

经典的 Archard 磨损方程如下

$$\frac{V}{s} = K \frac{W}{H} \quad (1)$$

式中, V 为磨损材料的体积; s 为接触面的相对滑动距离; K 为无量纲的磨损系数; W 为接触面的法向负载; H 为表面硬度。

在齿轮的啮合过程中, 齿轮啮合点的磨损深度可以写成如下形式

$$\frac{h}{s} = kp \quad (2)$$

式中, p 为齿轮啮合点的接触压力; k 为有量纲的磨损系数; h 为啮合点的磨损深度。

同时, 该方程的微分形式如下

$$\frac{dh}{ds} = kp \quad (3)$$

对于啮合点 P 来说, 齿轮的磨损深度 h_p 可以写成如下积分形式

$$h_p = \int_0^s kp ds \quad (4)$$

基于单点观测法,在一次啮合循环后,啮合点 P 的磨损深度可以写成如下形式

$$h_{p,n} = h_{p,n-1} + kp_{p,n-1}s_p \quad (5)$$

式中, $h_{p,n}$ 为啮合点 P 在 n 次啮合后的磨损深度; $h_{p,n-1}$ 为上一次的磨损深度; $p_{p,n-1}$ 为上一次啮合时的齿面接触压力; s_p 为啮合点 P 从入啮到出啮过程的相对滑动距离。详细的推导过程见文献[14]。

在静态的齿轮磨损模型中,齿轮的接触压力和相对滑动距离不会随着磨损的增加而变化,因此,可以将齿轮磨损的计算公式写成如下形式

$$h_p = N \times kps_p = N \times C \quad (6)$$

式中, C 为啮合深度 h 和啮合次数 N 的相关系数。此模型中,齿轮磨损的深度与啮合次数成正比。

1.2 齿轮磨损计算结果

根据齿轮磨损计算模型,可以得到齿轮在不同啮合次数下的磨损结果。齿轮传动的几何参数和运行工况设置如表 1 所示,与后续齿轮疲劳寿命试验中的参数设置一致。由此计算得到不同啮合次数下齿轮齿面磨损分布的结果。

表 1 齿轮传动的几何参数和运行工况

参数	主动轮	从动轮
齿数	24	26
压力角/(°)	20	20
模数/mm	6	6
齿宽/mm	50	50
泊松比	0.3	0.3
弹性模量/ $\times 10^{11}$ Pa	2.05	2.05
磨损系数/(m^2/N)	1×10^{-18}	
输入转频/Hz	16.64	
输出转频/Hz	15.36	
输入扭矩/($\text{N} \cdot \text{m}$)	1 300	

图 2 表示齿轮传动中主动轮和从动轮在不同啮合次数下的齿轮磨损深度(N_s 为主动轮啮合的次数)。图中,横坐标表示齿轮齿廓上不同啮合点的压力角,较小的压力角表示靠近齿根处的啮合点,较大的压力角表示靠近齿顶处的啮合点。从齿根到齿顶的磨损分布来看,齿轮磨损量呈现先减小后增大的趋势,且在压力角为 20° 附近接近 0。这是由于压力角 20° 处为节圆啮合点,此处两啮合点圆周速度相同,没有相对滑动,因此节圆附近磨损较小。同时,节圆附近会出现磨损量的突变,这是由于轮齿啮合出现的单-双和双-单的交替现象,导致交替区域磨损大小对比明显。最后,图中也可以看出,齿轮磨损量的大小与啮合次数成正比,啮合次数增加,磨损程度加剧。

(a) 不同啮合次数下的主动轮磨损深度

(b) 不同啮合次数下的从动轮磨损深度

图 2 不同啮合次数下齿轮磨损沿齿廓方向的分布

2 齿轮时变啮合刚度

2.1 齿轮时变啮合刚度计算模型

齿轮啮合过程中,齿轮的势能包括四个部分:赫兹能 U_h 、弯曲势能 U_b 、径向压缩变形能 U_a 、剪切变形能 U_s 。对应地可以计算出四种势能对应的刚度:赫兹刚度 k_h 、弯曲刚度 k_b 、径向压缩刚度 k_a 、剪切刚度 k_s 。对于一对啮合齿轮,总的势能可以写成两啮合齿轮的势能之和

$$U = \frac{F^2}{2k} = U_h + U_{b1} + U_{b2} + U_{s1} + U_{s2} + U_{a1} + U_{a2} = \frac{F^2}{2} \left(\frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{s2}} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{k_{a2}} \right) \quad (7)$$

式中,下标 1, 2 分别为主动轮和从动轮; F 为齿面法向接触载荷。

另外,根据 Muskhelishvili 弹性理论,齿轮基体变形的刚度写为

$$\frac{1}{k_f} = \frac{\delta_f}{F} = \frac{\cos^2 \alpha_m}{Eb} \times \left\{ L^* \left(\frac{u_f}{S_f} \right)^2 + M^* \left(\frac{u_f}{S_f} \right) + P^* (1 + Q^* \tan^2 \alpha_m) \right\} \quad (8)$$

式中,齿轮基体变形的详细参数见文献[21]。

因此, 单齿啮合的刚度计算公式如下

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{s2}} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{k_{a2}} + \frac{1}{k_{f1}} + \frac{1}{k_{f2}}} \quad (9)$$

双齿啮合的刚度计算公式如下

$$k = \sum_{i=1}^2 k_{1,i} \quad (10)$$

式中, 下标 $i=1$ 为第一对啮合轮齿; $i=2$ 为第二对啮合轮齿。

图3 轮齿悬臂梁模型

对齿轮进行刚度求解时, 将轮齿简化为齿根圆上的变截面悬臂梁, 如图3所示。由于主动轮和从动轮齿数分别为24和26, 基圆半径大于齿根圆半径, 因此, 齿轮的势能包括两部分: 齿顶到基圆的势能和基圆到齿根圆的势能。图中, F 为沿啮合线方向的作用力; h 为啮合点到对称截面的距离; h_x 为任意点到对称截面的距离; x 为啮合点到齿根截面的距离; d_1 为基圆截面到齿根圆截面的距离; R_r 和 R_b 分别为齿根圆和基圆半径。根据渐开线理论, F 可以展开为两个正交力 F_a 和 F_b

$$\begin{cases} F_a = F \sin(\alpha_1) \\ F_b = F \cos(\alpha_1) \end{cases} \quad (11)$$

几何参数 h , h_x , d , I_x , A_x 计算公式如下

$$h = R_b[(\alpha_1 + \alpha_2) \cos(\alpha_1) - \sin(\alpha_1)] \quad (12)$$

$$h_x = \begin{cases} R_b \sin(\alpha_2) & 0 \leq x \leq d_1 \\ R_b[(\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) + \sin(\alpha)] & d_1 \leq x \leq d_2 \end{cases} \quad (13)$$

$$d = R_b[(\alpha_1 + \alpha_2) \sin(\alpha_1) + \cos(\alpha_1)] - R_r \cos(\alpha_3) \quad (14)$$

$$I_x = \frac{1}{12} (2h_x)^3 b, \quad A_x = (2h_x) b \quad (15)$$

根据悬臂梁理论, 单齿势能与其刚度的关系可以表达为如下形式

$$U_h = \frac{F^2}{2k_h} \quad k_h = \frac{\pi E b}{4(1-\nu^2)} \quad (16)$$

$$U_b = \frac{F^2}{2k_b} = \int_0^d \frac{[F_b(d-x) - F_a h]^2}{2EI_x} dx \quad (17)$$

$$U_s = \frac{F^2}{2k_s} = \int_0^d \frac{1.2 F_b^2}{2GA_x} dx \quad (18)$$

$$U_a = \frac{F^2}{2k_a} = \int_0^d \frac{F_a^2}{2EA_x} dx \quad (19)$$

式中, E 和 G 分别为齿轮的杨氏模量和剪切模量; I_x 和 A_x 分别为任意截面 x 的截面矩和面积。

由此, 得到单齿刚度如下

$$\frac{1}{k_b} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{3(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \times D^2}{2EbH^3} d\alpha + \int_0^{R_b-R_r} \frac{[(d-x) \cos \alpha_1 - h \sin \alpha_1]^2}{EI_x} dx \quad (20)$$

$$\frac{1}{k_s} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1.2(1+\nu)(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \cos^2 \alpha_1}{EbH} d\alpha + \int_0^{R_b-R_r} \frac{1.2 \cos^2 \alpha_1}{GA_x} dx \quad (21)$$

$$\frac{1}{k_a} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \sin^2 \alpha_1}{2EbH} d\alpha + \int_0^{R_b-R_r} \frac{\sin^2 \alpha_1}{EA_x} dx \quad (22)$$

式中

$$D = 1 + \cos \alpha_1 ((\alpha_2 - \alpha) \sin \alpha - \cos \alpha)$$

$$H = \sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha$$

由此得到五种刚度: 赫兹刚度 k_h 、弯曲刚度 k_b 、径向压缩刚度 k_a 、剪切刚度 k_s 和齿轮基体变形刚度 k_f , 将其代入式(9)和(10)得到齿轮啮合的单齿和双齿啮合刚度。

2.2 磨损故障的齿轮时变啮合刚度

当齿轮发生磨损故障时, 相对于式(12)和(15), 齿轮的几何参数变化如下

$$h = R_b[(\alpha_1 + \alpha_2) \cos(\alpha_1) - \sin(\alpha_1)] - h_{\text{wear}}(\alpha_1) \cos \alpha_1 \quad (23)$$

$$\begin{cases} I_x = \frac{1}{12} (2h_x - h_{\text{wear}} \cos \alpha)^3 b \\ A_x = (2h_x - h_{\text{wear}} \cos \alpha) b \end{cases} \quad (24)$$

式中, h_{wear} 为啮合齿轮的磨损深度。

根据齿轮几何参数的变化, 得到含磨损的单齿啮合刚度如下

$$\frac{1}{k_b} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{3(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \times D^2}{2EbH^3} d\alpha + \int_0^{R_b - R_f} \frac{[(d - x) \cos \alpha_1 - h \sin \alpha_1]^2}{EI_x} dx \quad (25)$$

$$\frac{1}{k_s} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1.2(1 + \nu)(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \cos^2 \alpha_1}{EbH} d\alpha + \int_0^{R_b - R_f} \frac{1.2 \cos^2 \alpha_1}{GA_x} dx \quad (26)$$

$$\frac{1}{k_a} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \sin^2 \alpha_1}{2EbH} d\alpha + \int_0^{R_b - R_f} \frac{\sin^2 \alpha_1}{EA_x} dx \quad (27)$$

齿轮磨损仅影响齿轮的弯曲刚度 k_b 、径向压缩刚度 k_a 、剪切刚度 k_s 。根据计算得到的齿轮磨损分布和时变啮合刚度计算模型, 计算得到含磨损故障的单齿和双齿啮合刚度。图4表示齿轮磨损对单齿

图4 不同磨损深度下的单齿啮合刚度

啮合刚度的影响, 可以看出, 齿轮磨损会降低单齿啮合刚度幅值, 随着磨损程度加深, 单齿啮合刚度减幅越大。图5表示齿轮磨损对双齿啮合刚度的影响, 其结果与单齿啮合刚度一致, 磨损程度加深, 啮合刚度减幅越大。

图5 不同磨损深度下的双齿啮合刚度

3 齿轮无负载静态传递误差

齿轮传递误差是齿轮啮合的重要位移激励, 并周期性地发生变化。静态传递误差表示输出齿轮轴理论位置与实际位置之差, 主要由齿轮变形和轮齿偏差造成。无负载静态传递误差(Unloaded static transmission error, USTE)主要由齿廓偏差造成的, 主要包括制造误差、齿廓修形和齿轮失效等偏差。将无负载静态传递误差分为长周期误差 e_{A1} 、短周期误差 e_{A2} 、随机误差 e_{error} 和由齿轮磨损造成的传递误差 e_{wear} 。

$$USTE = e_{A1} + e_{A2} + e_{error} + e_{wear} \quad (28)$$

长周期误差 e_{A1}

$$e_{A1} = A_1 \sin(2\pi f_p t) \quad (29)$$

式中, f_p 为主动轮转频; A_1 为切向综合总偏差, 可按照机械设计手册^[22]选取, 本文中 A_1 取 $73 \mu\text{m}$ 。

短周期误差 e_{A2}

$$e_{A2} = A_2 \sin(2\pi f_m t) \quad (30)$$

式中, f_m 为齿轮啮合频率; A_2 为一齿切向综合偏差, 按照机械设计手册^[22]选取, 本文 A_2 取 $30 \mu\text{m}$ 。

随机误差 e_{error}

$$e_{\text{error}} = 0.2\text{rand} \quad (31)$$

式中, rand 为均匀分布在 $[0, 1]$ 之间的随机数。

在齿轮磨损造成的传递误差 e_{wear} 的计算过程中, 将齿轮磨损等效为一种特殊的齿廓修形, 并由此计算齿廓偏差下的无负载静态传递误差。将齿轮磨损等效为轮齿偏差 E_p 和 E_g

$$\begin{cases} E_p = h_p \\ E_g = h_g \end{cases} \quad (32)$$

式中, p 和 g 分别为主动轮和从动轮。

根据文献[23], 得到齿轮磨损造成的传递误差

$$e_{\text{wear}} = \min \left([E_{pi} + E_{gi}]_{i=1,2,\dots,N} \right) \quad (33)$$

式中, E_{mk} 为齿对 k 的轮齿偏差值, 且 $m = p, g$ 和 $k = i$; N 为同时参与啮合的齿对数。

根据已获得的齿轮磨损在齿廓上的分布, 计算得到不同啮合次数下的 e_{wear} 如图 6 所示。从图中可以看出, 齿轮磨损会使 e_{wear} 出现以齿轮啮合频率为周期的变化, 且随着磨损的增加, 传递误差的幅值也会明显增加。同时, 根据无负载静态传递误差模型, 获得不同磨损深度下的无负载静态传递误差, 如图 7 所示。图 7a~7d 分别为啮合次数 $N_s = 0, 5 \times 10^7, 15 \times 10^7, 25 \times 10^7$ 下的 USTE, USTE 主要包含主动轮转频和齿轮啮合频率成分, 齿轮磨损会影响 $uste$ 的幅值, 且随着磨损量的增加, 对 USTE 的影响增加。

图 6 齿轮磨损造成的传递误差

图 7 不同磨损深度下的无负载静态传递误差

4 齿轮磨损故障的动态响应特征与诊断指标

4.1 齿轮传动的动力学模型

由于齿轮具有质量集中的特点, 集中参数法被广泛应用于定轴齿轮的动力学建模中。本文建立如

图 8 表示的四自由度平动-扭转齿轮动力学模型, 每个齿轮具有一个转动自由度 θ 和一个平动自由度 y 。

图 8 齿轮传动典型动力学模型

该模型的动力学方程如下

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\theta}_1 + c \dot{x}_m R_1 + k(t) x_m R_1 = T_1 \\ m_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 + k_1 y_1 - c \dot{x}_m - k(t) x_m = 0 \\ I_2 \ddot{\theta}_2 - c \dot{x}_m R_2 - k(t) x_m R_2 = -T_2 \\ m_2 \ddot{y}_2 + c_2 \dot{y}_2 + k_2 y_2 + c \dot{x}_m + k(t) x_m = 0 \end{cases} \quad (34)$$

相对位移 x_m

$$x_m = R_1 \theta_1 - R_2 \theta_2 - y_1 + y_2 - e(t) \quad (35)$$

式中, T_1 、 T_2 分别为齿轮输入和输出力矩; k_1 、 k_2 分别为主动轮和从动轮轴承支承刚度; 对应的 c_1 、 c_2 分别为轴承支承阻尼; I_1 、 I_2 分别为主动轮和从动轮的转动惯量; m_1 、 m_2 分别为主动轮和从动轮的质量; R_1 、 R_2 分别为主动轮和从动轮的基圆半径; $k(t)$ 、 c 分别为时变啮合刚度和啮合阻尼; θ_1 、 θ_2 分别为主动轮和从动轮的转动自由度; y_1 、 y_2 分别为主动轮和从动轮的平动自由度; $e(t)$ 为无负载的静态传递误差。

轮齿啮合阻尼的计算公式如下

$$c = 2\zeta_g \sqrt{k \frac{I_1 I_2}{I_1 R_1^2 + I_2 R_2^2}} \quad (36)$$

式中, ζ_g 为齿轮啮合阻尼比, 取值范围一般为 0.03~0.17。

另外, 本文中齿轮负载扭矩设置为 1 300 N·m, 齿轮处于重载工况, 齿轮的啮合表面始终处于接触

状态^[24], 因此本文不考虑齿侧间隙对齿轮动态响应的影响。

4.2 齿轮磨损动力学响应特征分析与试验验证

根据建立的定轴齿轮传动动力学模型, 代入含齿轮磨损的齿轮时变啮合刚度和无负载静态传递误差, 采用 Runge-Kutta 法数值求解得到不同磨损状态下的齿轮系统动态响应。为表现不同磨损状态的齿轮动态响应, 总计生成了 50 组仿真数据, 每组仿真数据设置不同的啮合次数 $N_s (\times 10^7) = 0, 1, \dots, 49$, 齿轮运行工况和参数设置如表 1 所示。本文采用求解得到的主动轮平动自由度 y_1 进行振动响应分析。在试验方面, 本文采用重庆大学秦毅教授团队^[25]开源的定轴齿轮疲劳寿命数据进行试验验证。如图 9 所示, 传动试验台包含两级传动, 对应的四个齿轮齿数分别为 $z_1 = 24$, $z_2 = 26$, $z_3 = 26$, $z_4 = 24$, 输入轴转速为 $f_1 = 16.64$ Hz, 中间轴转速为 $f_2 = 15.36$ Hz, 输出轴转速为 $f_3 = 16.64$ Hz, 齿轮啮合频率为 $f_m = 399.4$ Hz, 负载为 1 300 N·m。为保证验证结果的一致性, 本文中仿真与试验参数设置基本一致, 且试验中两级传动为先减速后增速, 两级传动的齿数相同, 传递比相反, 可与仿真数据进行对比验证。该试验取齿轮全寿命最后 600 分钟的数据进行分析(每分钟选取 10 s 信号, 共计 600 段数据), 最终齿轮出现点蚀故障。疲劳寿命试验中, 点蚀故障一般由齿轮磨损加剧产生, 因此本文针对齿轮全寿命试验进行齿轮磨损动态响应特征的验证。本文选取试验数据中的第四组开源数据(20190507_1200_1000_geardeg4_10-60)进行试验验证。

图 9 试验齿轮传动示意图

齿轮磨损故障动力学响应特征和试验验证从原始信号的时域、频谱和包络谱三个方面进行描述。

原始仿真信号和试验振动信号经过 5~

2 000 Hz 带通滤波, 对信号进行时域、频谱和包络谱分析。图 10 和图 11 分别表示齿轮啮合次数为 $N_s = 0 \times 10^7$ 和 $N_s = 30 \times 10^7$ 的时域信号、频谱和包络谱。随着磨损增加, 时域信号幅值明显增加。另外, 频谱和包络谱仅提取齿轮转频、啮合频率及其谐波成分。可以看出频谱和包络谱中齿轮啮合频率及其谐波占主要成分, 且随着磨损的增加, 频谱和包络谱结构未发生明显变化, 但啮合频率及其谐波幅值明显增加。另外, 低阶转频成分幅值较小且变化不明显, 但啮合频率及其谐波的边频带以转频成分为主且变化明显。图 12 和图 13 分别表示试验振动信号中第 1 段和第 400 段数据的时域、频谱和包络谱。随着试验运行时间增加, 时域信号幅值未出现明显变化。频谱和包络谱仅提取齿轮转频、啮合频率及其谐波成分, 可以看出频谱和包络谱中齿轮啮合频率及其谐波占主要成分, 且随着试验运行时

图 10 仿真信号的时域、频谱和包络谱($N_s = 0 \times 10^7$)

间的增加, 频谱和包络谱结构未发生明显变化, 啮合频率及其谐波幅值变化明显但有增有减。和仿真信号类似, 低阶转频成分幅值较小且变化不明显。

图 11 仿真信号的时域、频谱和包络谱($N_s = 30 \times 10^7$)

从齿轮动力学的角度来说, 齿轮磨损对动态响应的影响主要通过刚度激励和误差激励实现。在刚度激励中, 齿轮磨损会使以啮频为周期的齿轮时变啮合刚度幅值降低; 在误差激励中, 齿轮磨损会改变以转频和啮频成分为主的静态传递误差幅值。因此, 在动态响应中齿轮磨损的影响会表现在齿轮各阶啮频幅值及其调制信号的转频幅值上。由此, 可以将齿轮各阶啮合频率及其边带成分作为构造齿轮磨损故障诊断指标的先验。

图 12 试验振动信号的时域、频谱和包络谱(第 1 段)

图 13 试验振动信号的时域、频谱和包络谱(第 400 段)

4.3 齿轮磨损故障的诊断指标构造

与齿轮裂纹、断齿等局部式故障不同, 齿轮磨损属于典型的分布式故障, 监测齿轮磨损状态时需要构造能够反应振动变化趋势的诊断指标(以下简称 CI 指标)。另外, 针对齿轮磨损的动态响应特征, 构造能体现齿轮各阶啮合频率及其边带幅值/能量的 CI 指标。

本文选取常用的两个 CI 指标进行对比验证: 均方根(Root-mean-square, RMS)和峭度(Kurtosis, Kur)。根据上述齿轮磨损的动态响应特征先验, 构造的四个啮合频率边带 CI 指标如下。

(1) 对一阶啮频 f_m 的一阶转频 f_1 边带进行带通滤波, 计算时域信号 RMS

$$Fm1_Ft1_RMS = RMS(\text{filter}(f_m - f_1, f_m + f_1)) \quad (37)$$

(2) 对一阶啮频 f_m 的二阶转频 $2 \times f_1$ 边带进行带通滤波, 计算时域信号 RMS

$$Fm1_Ft2_RMS = RMS(\text{filter}(f_m - 2f_1, f_m + 2f_1)) \quad (38)$$

(3) 对二阶啮频 $2 \times f_m$ 的一阶转频 f_1 边带进行带通滤波, 计算时域信号 RMS

$$Fm2_Ft1_RMS = RMS(\text{filter}(2f_m - f_1, 2f_m + f_1)) \quad (39)$$

(4) 对二阶啮频 $2 \times f_m$ 的二阶转频 $2 \times f_1$ 边带进行带通滤波, 计算时域信号 RMS

$$Fm2_Ft2_RMS = RMS(\text{filter}(2f_m - 2f_1, 2f_m + 2f_1)) \quad (40)$$

图 14 表示仿真信号中常用 CI 指标 RMS、Kur 和构造的四个啮频边带指标的变化趋势, 可以看出, 部分指标前期出现下降的趋势, 可以解释为齿轮啮合初期处于跑合阶段, 后期这些指标均随磨损加剧而持续上升, 可监测齿轮磨损状态。为验证本文所构造指标的有效性和鲁棒性, 采用开源试验数据的全部四组点蚀故障数据进行 CI 指标验证, 每组数据取齿轮全寿命最后 600 分钟的数据进行分析(每分钟选取 10 s 信号, 共计 600 段数据)。图 15 表示四组

图 14 仿真信号 CI 指标(最大-最小值归一化)

图 15 试验振动信号 RMS 和 Kur 指标(最大-最小值归一化)

数据中 RMS 和 Kur 的变化趋势,可以看出, RMS 和 Kur 在前两组数据中无明显变化趋势,表明 RMS 和 Kur 不能保证在所有疲劳寿命试验中均有效。由此,基于磨损振动响应特征先验,本文构造了四个基于振动信号的啮频边带 CI 指标。图 16 表示构造的四个啮频边带指标在第一组数据中的变化趋势,

可以看出,四个指标随时间增长而变化剧烈,无明显增长趋势,与 RMS 和 Kur 一致,难以判断齿轮磨损状态。图 17 表示四个啮频边带指标在第二组数据中的变化趋势,可以看出,四个指标均随运行时间增加而出现明显增加趋势,较 RMS 和 Kur 更为鲁棒,但出现部分异常值,在实际监测中需要剔除。图 18 和图 19 表示四个啮频边带指标在第三和四组数据中的变化趋势,可以看出,四个指标均随运行时间增加而出现明显增加,与 RMS 和 Kur 具有同样的有效性。

图 16 第一组试验振动信号 CI 指标(最大-最小值归一化)

图 17 第二组试验振动信号 CI 指标(最大-最小值归一化)

通过四组试验的对比,本文根据磨损动态响应特征先验构造的四个基于原始振动信号啮频边带 CI 指标可有效监测齿轮磨损状态,相较于 RMS 和 Kur 具有更好的鲁棒性,可以作为齿轮磨损状态的监测指标。同时,四个 CI 指标的变化趋势与动态响应特征一致,验证了齿轮动力学模型的有效性。

图 18 第三组试验振动信号 CI 指标(最大-最小值归一化)

图 19 第四组试验振动信号 CI 指标(最大-最小值归一化)

5 结论

(1) 本文定量研究了齿轮磨损故障对啮合刚度和无负载静态传递误差动力学参数的影响规律: 齿轮磨损在齿廓上呈现非均匀的分布, 且磨损深度随着啮合次数的增加而增加; 齿轮磨损会降低啮合刚度幅值, 随着磨损的增加, 啮合刚度幅值降低加剧; 齿轮磨损会产生以啮频为周期的无负载静态传递误差, 从而改变总体无负载静态传递误差的幅值。通过磨损对动力学参数影响的定量研究, 为齿轮磨损故障振动响应特征分析提供基础。

(2) 采用集中参数法建立齿轮传动动力学模型, 通过齿轮疲劳寿命试验对比验证齿轮磨损动态响应特征。结果表明, 齿轮磨损影响齿轮啮合频率及其谐波成分, 同时啮合频率及其谐波的边频带以转频为主, 且随着磨损增加出现明显变化。因此, 可以将齿轮各阶啮合频率及其边带成分的作为构造齿轮磨损故障诊断指标的先验。

(3) 基于磨损振动响应特征先验, 本文构造了四个基于振动信号啮频边带的诊断指标, 仿真和试验结果表明所构造指标的有效性, 且该指标较均方根 RMS 和峭度 Kur 更为鲁棒。同时, 该指标的变化趋势与仿真的动态响应特征一致, 验证了齿轮动力学模型的有效性。

参考文献

- [1] FLODIN A, ANDERSSON S. Simulation of mild wear in spur gears[J]. Wear, 1997, 207(1-2): 16-23.
- [2] FLODIN A, ANDERSSON S. Simulation of mild wear in helical gears[J]. Wear, 2000, 241(2): 123-128.
- [3] BAJPAI P, KAHRAMAN A, ANDERSON N E. A surface wear prediction methodology for parallel-axis gear pairs[J]. ASME Journal of Tribology, 2004, 126(3): 597-605.
- [4] AKBARZADEH S, KHONSARI M M. Prediction of steady state adhesive wear in spur gears using the EHL load sharing concept[J]. ASME Journal of Tribology, 2009, 131(2): 5.
- [5] BERGSETH E, OLOFSSON U, LEWIS R, et al. Effect of gear surface and lubricant interaction on mild wear[J]. Tribology Letters, 2012, 48(2): 183-200.
- [6] INOUE S, IKEJO K, NAGAMURA K, et al. A prediction method of wear on tooth surface for spur gears[M]. New York: ASME, 2014.
- [7] DING H, KAHRAMAN A. Interactions between nonlinear spur gear dynamics and surface wear[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 307(3-5): 662-679.
- [8] KAHRAMAN A, DING H L. A methodology to predict surface wear of planetary gears under dynamic conditions[J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines, 2010, 38(4): 493-515.
- [9] AMARNATH M, CHANDRAMOHAN S, SEETHARAMAN S. Experimental investigations of surface wear assessment of spur gear teeth[J]. Journal of Vibration and Control, 2012, 18(7): 1009-1024.
- [10] BRETHER K F, ZHEN D, GU F, et al. Helical gear wear monitoring: modelling and experimental validation[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 117(20): 210-229.
- [11] 冯松, 毛军红, 谢友柏. 齿面磨损对齿轮啮合刚度影响的计算与分析[J]. 机械工程学报, 2015, 51(15): 27-32.

FENG Song, MAO Junhong, XIE Youbai. Analysis and calculation of gear mesh stiffness with tooth wear[J].

- Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(15): 27-32.
- [12] 杨勇, 王家序, 周青华, 等. 考虑摩擦的磨损和修形齿轮啮合刚度计算[J]. 工程科学与技术, 2018, 50(2): 212-219.
- YANG Yong, WANG Jiaxu, ZHOU Qinghua, et al. Stiffness calculation considering friction for a spur gear pair with tooth wear and profile modification[J]. Advanced Engineering Sciences, 2018, 50(2): 212-219.
- [13] CHEN W, LEI Y, FU Y, et al. A study of effects of tooth surface wear on time-varying mesh stiffness of external spur gear considering wear evolution process[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 155: 104055.
- [14] SHEN Z, QIAO B, YANG L, et al. Evaluating the influence of tooth surface wear on TVMS of planetary gear set[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 136(18): 206-223.
- [15] SHEN Z, QIAO B, YANG L, et al. Fault mechanism and dynamic modeling of planetary gear with gear wear[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 155: 104098.
- [16] ATANASIU V, OPRIŞAN C, LEOHCHI D. The effect of tooth wear on the dynamic transmission error of helical gears with smaller number of pinion teeth[J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 657(4): 649-653.
- [17] LIU X Z, YANG Y H, ZHANG J. Investigation on coupling effects between surface wear and dynamics in a spur gear system[J]. Tribology International, 2016, 101(12): 383-394.
- [18] FENG K, SMITH W A, BORGHESEANI P, et al. Use of cyclostationary properties of vibration signals to identify gear wear mechanisms and track wear evolution[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 150: 107258.
- [19] FENG K, SMITH W A, PENG Z. Use of an improved vibration-based updating methodology for gear wear prediction[J]. Engineering Failure Analysis, 2021, 120: 105066.
- [20] CHIN Z Y, SMITH W A, BORGHESEANI P, et al. Absolute transmission error: A simple new tool for assessing gear wear[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 146: 107070.
- [21] CHAARI F, FAKHFAKH T, HADDAR M. Analytical modelling of spur gear tooth crack and influence on gearmesh stiffness[J]. European Journal of Mechanics A-Solids, 2009, 28(3): 461-468.
- [22] 闻邦椿. 机械设计手册(第2卷)[M]. 5版. 北京: 机械工业出版社, 2010.
- WEN Bangchun. Mechanical design manual (Volume 2) [M]. 5th ed. Beijing: China Machine Press, 2010.
- [23] CHEN Z, SHAO Y. Mesh stiffness calculation of a spur gear pair with tooth profile modification and tooth root crack[J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 62(4): 63-74.
- [24] 王建军, 李其汉, 李润方. 齿轮系统非线性振动研究进展[J]. 力学进展, 2005, 035(001): 37-51.
- WANG Jianjun, LI Qihan, LI Runfang. Research advances for nonlinear vibration of gear transmission systems[J]. Advances in Mechanics, 2005, 35(1): 37-51.
- [25] QIN Y, XIANG S, CHAI Y, et al. Macroscopic-microscopic attention in LSTM networks based on fusion features for gear remaining life prediction[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(12): 10865-10875.

作者简介: 沈智宪, 男, 1994 年出生, 博士研究生。主要研究方向为齿轮系统动力学。

E-mail: shenzhixian1994@gmail.com

陈雪峰(通信作者), 男, 1975 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机械装备动态分析与故障诊断。

E-mail: chenxf@mail.xjtu.edu.cn