DOI: 10.3901/JME.2021.15.091

一种基于变形运动矢量分析法的转子耦合故障机理建模

胡 军^{1,2} 杨德斌¹

(1. 北京科技大学机械工程学院 北京 100083;

2. 鞍钢股份有限公司设备工程部 鞍山 114021)

摘要: 为完善和丰富目前旋转机械耦合故障所普遍采用的数值解法, 提出一种松动—碰摩转子耦合故障的建模方法: 变形运动矢量分析法。首先, “变形运动”以故障定义变形, 然后利用傅里叶级数建立起故障变形和周期信号的关系; 其次, “矢量分析”利用动、静两套坐标系建立起故障变形运动和周期性激励力的关系, 并在动坐标系中分析故障运动; 第三, 利用谐波平衡求出解析解。变形运动分析法是一种全新的解析解法, 该解法能够对旋转机械耦合故障的发展走向做出理论并整体的把握, 在求解过程中能够从机理上解析耦合故障如何一层一层的被展开和发展, 以及故障的结构性存在。假如对解析解做更深入的推理分析, 可以对数值解法作为现象提出的混沌、分岔等故障特征得到机理层面的解释, 而在故障诊断实践中一直难以解释的分数倍频、和差频率等成分, 其实质也只是解析解中的一部分。最后, 采用工程实践的方法验证了建模方法的有效和解析解结论的正确。

关键词: 故障变形节点假设; 松动—碰摩耦合故障; 动、静坐标系; 变形运动矢量分析法

中图分类号: TG156

A Rotor Coupling Fault Mechanism Modeling Based on the Deformation Motion Vector Analysis Method

HU Jun^{1,2} YANG Debin¹

(1. School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology, Beijing 100083;

2. Equipment Engineering Department, Angang Steel Company Limited, Anshan 114021)

Abstract: In view of the special limitation of the numerical method commonly used in the coupling fault of rotating machinery, in order to explain the fault mechanism more deeply and widely, a modeling method of a rotor coupling fault mechanism modeling based on the deformation-motion vector analysis method is proposed. Firstly, "deformation movement" defines deformation by fault, and establishes the relationship between fault deformation and periodic signal by Fourier series; secondly, "vector analysis" analyzes fault movement in dynamic coordinate system, and establishes the relationship between fault deformation motion and periodic excitation force by using dynamic and static coordinate systems; thirdly, analytic solution is obtained by harmonic balance. The deformation motion vector analysis method is a new method of solving the analytic solution, which can make a theoretical and overall grasp of the development trend of the coupling fault of rotating machinery, it can explain mechanically how the coupling fault unfolded layer by layer and the fault structure. If the analytic solution is further rational analysis, the fault characteristics of chaos and bifurcation proposed by numerical solution as a phenomenon can be explained at the mechanism level. The fractional frequency multiplication and sum difference frequency which are difficult to explain in fault diagnosis practice are also part of the solution. Finally, the effectiveness of the modeling method and the correctness of the analytic solution are verified by engineering practice.

Key words: failure deformation node assumption; loose-rubbing coupling fault; dynamic and static coordinate systems; deformation motion vector analysis method

0 前言

在旋转机械振动信号的故障诊断中,设备状态劣化主要表现为转子系统的特征频率及其各级谐波的逐渐出现以及幅值的增长。这些特征往往是松动现象较普遍的表现形式,从某种程度上也可以说松动是故障的开始。从长期、大量的周期监测数据反映出,随着转子松动现象的发展将引发其他如不平衡、不对中、轴承不规则运动等故障,这些故障如果没有得到及时处理,一般都会发展到因运动幅度超过设计间隙而造成动、静转子碰摩,引发更严重的故障导致迅速损坏。因此对“松动-碰摩”相互作用机理的解析有利于预测故障的发展趋势。

国内外学者对旋转机械的松动、碰摩问题所做的探索工作主要分为“无模型实验检验法”和“建模-数值求解-非线性动力学特性”两类。

无模型实验检验法^[1-3]的基本思路是通过试验台模拟转子松动故障。

大多数学者通常都采用松动和碰摩故障机理建模再进行数值求解分析的方法来研究,基于分段刚度假设的方法^[4-5],在连续刚度假设方面有学者建立了简单的连续松动模型^[6-7],本文也借鉴了分段刚度假设的方法,认为在一个稳定的故障时间区间,刚度可以近似为常量。

基于轴承的非线性激励力假设,VILLA 和刘献栋等^[8-10]针对滚动轴承 Hertz 非线性接触理论建立动力学模型。利用大数据^[11-12]应对轴承问题。

基于单自由度和多自由度模型的选择,张靖等^[13-14]建立了带有两端支座松动故障的转子-轴承系统的非线性运动微分方程。罗跃纲等^[15-16]建立了含有支承松动故障的三轴承支承双跨弹性转子-轴承系统非线性动力学模型。卢艳军等^[17-19]建立松动-碰摩耦合故障轴承系统的力学模型。

基于数值积分方法以及解析近似解法^[20-23]采用 Runge-Kutta 法、Newmark- β 法、打靶法、渐进法和增量谐波平衡法等数值方法进行求解。李志农^[24]等提出了基于非线性输出频率响应函数的转子不对中-碰摩耦合故障诊断方法。

回顾国内外学者对旋转机械松动、碰摩故障的理论探索,为了给数值解法某些还不确定的结论提供參考,继承经典方法,论文以旋转机械松动-碰摩故障稳态的故障阶段为研究区间,因为非稳态故障也是在稳态基础上进一步发展的结果,所以,对于稳态故障的研究是故障诊断研究的基本要求,结合

应用于工程实际问题的实践成效,作者提出一种以故障变形运动为分析基础的解析方法:变形运动矢量分析法。

1 变形运动矢量分析法的理论基础

旋转机械振动的微分方程在质量不变的情况下研究的就是转子变形-转子变形状态的旋转运动-转子受力三方面的关系。而故障机理和故障的运动形式相统一是旋转机械振动分析的逻辑起点,即:特定的故障是与之相对应的特定的故障运动形式的原因,而特定的故障运动形式是这种故障的具体表现方式。

特定的故障运动形式可以表现为实测的时域波形,时域波形作为故障诊断分析的主体有以下三种性质。

(1) 原始性:代表着故障信号的时域波形在故障模型建立之前已经存在了。

(2) 直观型:时域波形是对故障模型的直观展开。

(3) 真实性:时域波形是故障模型中合理假设的真实存在。

所以,对时域波形解释越合理,就越可靠地解释了故障机理。

由以上分析作为理论基础,作者提出了一种求解耦合故障的建模方法,即变形运动矢量分析法。

由故障变形节点假设导入变形运动矢量分析法。故障的变形节点假设如图 1 所示,如果把故障变形前的转子看作刚性轴,当故障发生时转子在应力集中处产生了变形-即变形节点,此时的节点变形可以假设为刚体在故障点处加设一个铰接点,而变形量则设定为变形后的刚体对于此铰接点的相对位移量,这样通过特定故障的变形形状能确定力的方向,变形幅值能确定力的大小,这就是故障变形的节点假设。

图 1 故障变形节点假设

变形运动矢量分析法的变形节点基本假设借鉴了变形固体基本假设的小变形假设;激励力的矢量分析借鉴了平面连杆运动机构的位移、速度、加速度矢量分析方法;所采用的谐波平衡法^[25-27]在航空领域得到了较广泛的应用。

通过故障变形节点假设使复杂的转子弹性变形运动问题转化为刚体的平面连杆运动机构问题,由

故障的变形节点假设可以合理地导入平面连杆机构运动分析。应用此方法使耦合故障的建模更简洁明晰并更符合故障变形机理。此方法求解微分方程的过程如图 2 所示。

图 2 变形运动矢量分析法求解微分方程的流程图

首先，变形运动矢量分析法通过分析转子在故障状态下的变形特征，以故障定义变形，建立故障和变形的联系，得到在特定故障状态下的转子变形模型，利用傅里叶级数展开把故障转子变形模型转换为解析表达式，从而建立起故障变形和周期信号的关系；第二，利用运动坐标系把傅里叶级数转化为运动矢量，在动坐标系中分析故障运动，利用动、静两套坐标系建立起故障变形运动和周期性激励力的关系；最后利用谐波平衡法求解。

本方法的适用范围：对处于稳态的故障状态区间，其故障变形运动可定义，并可以用傅里叶级数展开的周期性故障如松动、碰摩等耦合故障，均可以建立微分方程并得到解析解。对于非稳定性的故障，如共振，由于其故障变形及运动规律已不可定义，故此方法不适用。

本文以单自由度 Jeffcott 转子为理想状态的初始模型，以系统刚度的变化是造成故障持续劣化的客观原因为依据，应用变形运动矢量分析法解析典型的松动、碰摩故障，通过进一步分析松动、碰摩两类方程的解析解，并应用分析结论在实践中解决了工程难题，同时也验证了理论的正确性。

2 松动耦合故障变形运动理论模型

2.1 理想状态(初始状态)下转子的变形运动模型

旋转机械转子运行的理想状态或初始状态指的是转子仅在制造和装配偏差所造成的有限的初始变形条件下，单自由度转子的恒速定轴转动运动。

此时转子的变形运动如图 3 所示，基本表现为一种持续等幅的强迫振动，轴心轨迹为椭圆，此运动处于初始的未扰动状态，称为稳态振动，其解为

$$m\ddot{x}_c + c\dot{x}_c + k_c x_c = F_c \sin \omega t \quad (1)$$

$$x_c = \frac{F_c}{k_c \sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}} \sin(\omega t - \varphi) \quad (2)$$

$$X_c = \frac{F_c}{k_c \sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}} \quad (3)$$

式中， m 为质量； c 为黏性阻尼系数； $F_c(t)$ 为初始条件下的负荷； x_c 为初始状态的幅值； k_c 为初始状态的刚度； ω 为角频率； λ 为频率比； φ 为相角； ξ 为相对阻尼系数； c_c 为临界阻尼系数； ω_n 为固有频率； X_c 为初始状态的峰值。

图 3 转子初始状态的变形运动

2.2 松动故障与初始状态耦合的转子变形运动模型

旋转机械转子运行的松动状态指的是转子每运行至松动处由于刚度变小造成变形加大，此时的变形是转子轴心位置的移动，移动变形的方向沿着刚度减小最大的方向，所以这种运动可以认为是转子旋转运动和转子沿着刚度减小方向按惯性切线直线运动的叠加。在变形最大处惯性力和弹性力平衡后，转子应按对称方式被弹性恢复力返回，所以松动故障将引起转子的类似三角波的变形波动。

松动状态下转子的变形运动如图 4 所示，可分解为初始变形的正弦波和松动处发生移动变形的三角波，此时转子的运动由定轴转动变成有平面运动叠加的复杂运动。

图 4 松动状态转子的变形运动

复杂运动中的旋转运动构成初始的简谐振动，平面运动构成松动变形的周期性三角波振动。周期性三角波振动与简谐振动拥有共同的 2π 周期，设周期三角波的脉冲宽度为 τ ，脉冲幅度为 $\kappa_\Delta X$ ，其一周运动的表达式

$$\kappa_\Delta X = \begin{cases} X_c \sin \omega t & \left[-\pi - \frac{\tau}{2}, -\pi \right] \\ X_c \cos \frac{\omega \tau}{2} + \kappa_\Delta X \left(1 - \frac{2}{\tau} |t| \right) & |t| \leq \frac{\tau}{2} \\ X_c \sin \omega t & \left[\frac{\tau}{2}, \pi \right] \end{cases} \quad (4)$$

周期性三角波振动信号的傅里叶级数展开

$$x_s = X_c \sin \omega t + \frac{\frac{\kappa}{\Delta} X}{2} + \frac{4 \frac{\kappa}{\Delta} X}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos(n\omega t) \quad (5)$$

2.3 松动耦合故障变形运动矢量分析

2.3.1 理想状态(初始状态)下转子的变形运动位移、速度、加速度矢量

理想状态(初始状态)下转子的变形运动位移、速度、加速度矢量分析如图 5 所示。

为使式(2)计算方便,不影响结果,忽略相角得

$$\mathbf{x}_c = X_c \sin \omega t \quad (6)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_c = \omega X_c \cos \omega t \quad (7)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_c = -\omega^2 X_c \cos \omega t \quad (8)$$

图 5 初始状态转子的变形运动矢量

2.3.2 松动变形运动位移、速度、加速度矢量

为便于式(5)计算,令

$$\varepsilon_n = \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right) \quad (9)$$

$$\mathbf{x}_s = X_c \sin \omega t + \frac{\frac{\kappa}{\Delta} X}{2} + \varepsilon_n \frac{\kappa}{\Delta} X \cos(n\omega t) \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_s = -n\omega \varepsilon_n \frac{\kappa}{\Delta} X \sin(n\omega t) \quad (11)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_s = -(n\omega)^2 \varepsilon_n \frac{\kappa}{\Delta} X \cos(n\omega t) \quad (12)$$

2.3.3 建立运动坐标系

由于松动($\mathbf{x}_s$)的故障变形运动叠加在定轴转动状态下初始变形($\mathbf{x}_c$)的基础上,因此,需要将松动故障变形运动的位移、速度、加速度转化到观察转子的固定参考坐标系中加以分析。所以,需要建立动、静两套坐标系。

相对地球不动的静(惯性)坐标系:以静止状态转子轴心 O 为坐标原点,以对应于单位矢量 $\mathbf{I}$ 、 $\mathbf{J}$ 、 $\mathbf{K}$ 的 X 、 Y 、 Z 为坐标轴。

随转子作定轴转动的动坐标系:以初始状态转子位移矢量为动坐标系坐标原点 o ,以对应于单位矢量 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ 的 x 、 y 、 z 为坐标轴如图 6 所示。

图 6 观察松动转子变形的运动坐标系

松动转子的总位移矢量

$$\mathbf{x}_{c+s} = \mathbf{x}_c + \mathbf{x}_s = X_c \sin \frac{\omega t}{2} + \cos \theta \left[\frac{\frac{\kappa}{\Delta} X}{2} + \varepsilon_n \frac{\kappa}{\Delta} X \cos(n\omega t) \right] \quad (13)$$

松动转子的速度矢量

$$\dot{\mathbf{x}}_{c+s} = \dot{\mathbf{x}}_c + \dot{\mathbf{x}}_s + \omega \mathbf{x}_s \quad (14)$$

松动转子的加速度矢量

$$\ddot{\mathbf{x}}_{c+s} = \ddot{\mathbf{x}}_c + \ddot{\mathbf{x}}_s + 2\omega \dot{\mathbf{x}}_s + \omega^2 \mathbf{x}_s \quad (15)$$

至此,完成了松动故障建模、求解的准备工作。比较初始和松动两种状态的矢量分析结果,可以看到松动不仅仅是对初始状态的几何叠加,还有相对运动和科氏加速度两项,它们是松动故障非线性的主要原因,并将对系统的稳定性产生影响,对系统的稳定性有另文讨论。

3 建立转子松动状态微分方程并求解

3.1 松动故障时转子刚度假设

转子系统由于局部刚度降低,产生松动。松动时转子运行一个周期的刚度是松动处刚度 k_s 和初始刚度 k_c 组成的非线性阶梯状刚度,松动转子周期刚度

$$k_{c+s} = \begin{cases} k_c & \frac{\kappa}{\Delta} X = 0 \\ k_s & 0 < X_s = \frac{\kappa}{\Delta} X < X_p \end{cases} \quad (16)$$

3.2 松动状态转子的微分方程

虽然 Jeffcott 转子运行从初始的定轴转动叠加了松动变形运动,但转子为封闭系统,仍然满足原状态力的平衡条件,因为所受外力形式没变,所以松动状态转子的微分方程为

$$-m\ddot{\mathbf{x}}_{c+s} + c\dot{\mathbf{x}}_{c+s} + k_{c+s}\mathbf{x}_{c+s} = F_c \sin \omega t \quad (17)$$

将式(13)~(16)代入式(17)中经分解、合并

$$(m\ddot{x}_c + c\dot{x}_c + k_c x_c) + (m\ddot{x}_s + c\dot{x}_s + k_s x_s) + m(\omega^2 x_s + 2\omega\dot{x}_s) + c\omega x_s = F_c \sin \omega t \quad (18)$$

式中, $m\ddot{x}_c + c\dot{x}_c + k_c x_c = F_c \sin \omega t$ 是初始状态微分方程; $m\ddot{x}_s + c\dot{x}_s + k_s x_s = 0$ 是松动运动在动坐标系的微分方程; $m\ddot{x}_s + c\dot{x}_s + k_s x_s = -m\omega^2 x_s - 2m\omega\dot{x}_s - c\omega x_s$ 是松动运动在静坐标系的微分方程。

从以上微分方程的解构可以看出, 初始状态是系统在静坐标系为松动运动提供的初始条件, 现在问题转化为松动运动在静坐标系中微分方程的求解

$$m\ddot{x}_s + c\dot{x}_s + k_s x_s = -m\omega^2 x_s - 2m\omega\dot{x}_s - c\omega x_s \quad (19)$$

由于方程是线性的, 所以它的特解等于右端各项激励的特解之和。

微分方程中 $m\omega^2 x_s$ 是由于系统松动引起的幅值增长而产生的惯性力, $2m\omega\dot{x}_s$ 和 $c\omega x_s$ 是转子定轴转动和松动变形移动之间的相互作用项, $c\omega x_s$ 是固定坐标系的角速度与移动坐标系位移量的交叉乘积, 而 $2m\omega\dot{x}_s$ 则是科氏加速度项, 现在 $m\omega^2 x_s$ 、 $2m\omega\dot{x}_s$ 和 $c\omega x_s$ 三项是松动微分方程在静坐标系中的激励力。

3.3 求微分方程解析解

松动故障转子微分方程解构为以下四组方程的解

$$(1) \quad m\ddot{x}_c + c\dot{x}_c + k_c x_c = F_c \sin \omega t$$

$$x_c = \frac{F_c}{k_c \sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}} \sin(\omega t - \varphi)$$

$$\text{初始瞬时 } X_{c0} = X_c \sin \omega\tau/2, \quad \dot{x}_{c0} = 0$$

$$(2) \quad m\ddot{x}_s + c\dot{x}_s + k_s x_s = -m\omega^2 x_s$$

$$x_{s1} = -\frac{m\omega^2 (2X_c \sin \omega t + {}^k_\Delta X)}{2k_s} - \frac{\lambda_s^2 \epsilon_n {}^k_\Delta X}{\sqrt{(1-\lambda_s^2)^2 + (2\xi_s \lambda_s)^2}} \cos(n\omega t - \varphi_s) \quad (20)$$

$$\lambda_s = \frac{n\omega}{\omega_{ns}} \quad \tan \varphi_s = \frac{2\xi_s \lambda_s}{1-\lambda_s^2} \quad \xi_s = \frac{c}{c_{cs}} \quad c_{cs} = 2m\omega_{ns}$$

$$(3) \quad m\ddot{x}_s + c\dot{x}_s + k_s x_s = -2m\omega\dot{x}_s$$

$$x_{s2} = \frac{2\lambda_s^2 \epsilon_n {}^k_\Delta X}{\sqrt{(1-\lambda_s^2)^2 + (2\xi_s \lambda_s)^2}} \sin(n\omega t - \varphi_s) \quad (21)$$

$$(4) \quad m\ddot{x}_s + c\dot{x}_s + k_s x_s = -c\omega x_s$$

$$x_{s3} = -\frac{c\omega (2X_c \sin \omega t + {}^k_\Delta X)}{2k_s} - \frac{2\xi_s \lambda_s \epsilon_n {}^k_\Delta X}{\sqrt{(1-\lambda_s^2)^2 + (2\xi_s \lambda_s)^2}} \sin(n\omega t - \varphi_s) \quad (22)$$

初始条件和松动激励响应叠加构成的特解

$$x_{c+s} = \frac{F_c}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}} \sin \frac{\omega\tau}{2} - \frac{m\omega^2 (2X_c \sin \omega t + {}^k_\Delta X) + c\omega (2X_c \sin \omega t + {}^k_\Delta X)}{2k_s} - \frac{4\lambda_s^2 {}^k_\Delta X \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\pi^2 \sqrt{(1-\lambda_s^2)^2 + (2\xi_s \lambda_s)^2}} \cos(n\omega t - \varphi_s) + \frac{8\lambda_s^2 {}^k_\Delta X \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\pi^2 \sqrt{(1-\lambda_s^2)^2 + (2\xi_s \lambda_s)^2}} \sin(n\omega t - \varphi_s) - \frac{8\xi_s \lambda_s {}^k_\Delta X \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\pi^2 \sqrt{(1-\lambda_s^2)^2 + (2\xi_s \lambda_s)^2}} \sin(n\omega t - \varphi_s) \quad (23)$$

如式(23)所示, 松动故障表现出故障的结构性, 解析解第一项代表系统松动发生时的初始条件, 也就是系统的初始运动; 第二项代表系统对直流成分的响应, 不会形成振动; 第三项代表松动惯性力所造成的强迫振动, 它也是按激励频率进行的稳态运动; 第四项主要代表科氏加速度所造成的强迫振动, 它是按激励频率进行的稳态运动, 此项一般被忽视; 第五项是阻尼的影响。

由解析解的激振源和频率成分可以看出松动故障的一些带有普遍性质的特征: 松动故障带有转频的多次谐波, 谐波幅度以 $1/n^2$ 的规律收敛, 多次谐波是判断转子系统松动故障的主要理论依据。

变形运动矢量分析法的特点是可以完成复杂耦合故障的解析求解。本文通过分析松动故障解析解的激振源和频率成分, 可以得到关于特定故障的明确的物理意义。

4 建立碰摩耦合故障微分方程并求解

4.1 碰摩与松动故障的耦合

随着设备状态劣化, 松动现象的加重, 转子振动幅值 $O_1 O_2 = X_{c+s}$ 的增加将超过与定子间的设计间隙值而发生碰摩, 如姚红良等^[28-29]提出的剩余振动量, 可见碰摩是松动运动加剧的结果, 其本质是松动加剧的质量偏心与定子相干涉发生了碰摩耦合, 所以松动是碰摩的初始状态。碰摩与松动故障的耦合如图7所示。

图 7 碰摩与松动故障的耦合

碰摩动力学模型基本可分为约束微分系统和分段光滑系统两类^[30]。约束微分系统侧重研究碰摩的初始冲击阶段是关于点碰摩和局部碰摩的理论分析,而分段光滑系统则侧重研究碰摩持续接触阶段。碰摩过程是一个完整的物理运动过程,上述两类力学模型部分的研究了整个过程。本文在建立碰摩力模型时根据碰摩过程的不同阶段考虑了完整的物理运动过程。

碰摩力模型如图 8 所示,当碰摩发生时,在接触面上既有法向作用力 F_n ,也有与旋转运动反向的切向摩擦力 F_τ 。

图 8 碰摩力模型

本文对法向作用力 F_n 采用适用范围更宽的非线性弹簧阻尼模型

$$F_n = \begin{cases} k\delta_d + c\delta_d^p \dot{\delta}_d & \delta_d > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (24)$$

式中, δ_d 为碰撞面的接触变形量; k 为碰摩刚度系数; c 为阻尼系数; p 为常数,根据 Hertz 理论,通常 $p=2$ 。

在所采用的非线性弹簧阻尼模型中,用一个非线性弹簧—阻尼系统来模拟碰摩时在 F_n 作用下的受力情况^[31],在接触过程中以弹性变形表示碰摩,阻尼用来模拟能量耗散^[32-33]。

本文对切向摩擦力 F_τ 采用近似效果较好的线性库仑力模型

$$F_\tau = fF_n \operatorname{sgn}(v_r) \quad (25)$$

式中, f 为转子与定子间的摩擦因数; sgn 为符号函

数; v_r 为转子与定子间的相对滑动速度。

切向摩擦忽略了弹性变形,在接触过程中以削顶表现碰摩。在碰摩与松动耦合后的故障发生时,法向作用力 F_n 和切向摩擦力 F_τ 同时产生作用,但在故障的不同阶段所产生的作用不同,所以建立一个能全面描述碰摩过程各阶段物理现象的力学模型是完全必要的。

碰摩与松动耦合故障微分方程

$$m\ddot{x}_{c+s+p} + c\dot{x}_{c+s+p} + k_p x_{c+s+p} = F_c \sin \omega t + F_n + F_\tau \quad (26)$$

4.2 碰摩与松动耦合的变形运动模型

如果把法向作用力 F_n 和切向摩擦力 F_τ 模型直接带入碰摩与松动耦合故障微分方程则很难求出解析解。如果从分析手段和工具方向做进一步的研究,可以发现在法向作用力 F_n 和切向摩擦力 F_τ 的共同作用下,最终影响的还是转子运动轨迹的变形,对运动轨迹的变形做出合理的假设可以成为解决碰摩问题的关键。

在碰摩发生初期转子和定子接触面积较少,基本以无弹性变形的切向摩擦力 F_τ 为主,此时接触处的运动轨迹由原来的三角波顶,可以近似地被摩擦削顶为直线段(图 9),近似信号与此阶段实测信号(图 10)基本是相符合的。

图 9 F_τ 主作用下矩形激励力转化局部示意 图 10 切向摩擦力 F_τ 为主碰摩与松动故障耦合的实测信号

此时碰摩与松动耦合故障微分方程为

$$m\ddot{x}_{c+s+p} + c\dot{x}_{c+s+p} + k_p x_{c+s+p} = F_c \sin \omega t + F_\tau \quad (27)$$

随着碰摩加剧, 并且碰摩是在耦合了松动故障的基础上, 法向作用力 F_n 逐渐开始发生作用, 所以法向的弹性变形不能被忽略, 此时接触处的运动轨迹由原来的三角波顶, 可以近似被反弹为反三角波(图 11), 近似信号与此阶段实测的信号(图 12)也是相符合的。

图 11 F_n 主作用下倒三角形激励力转化局部示意

图 12 法向作用力 F_n 为主碰摩与松动故障耦合的实测信号

此时碰摩与松动耦合故障微分方程

$$m\ddot{x}_{c+s+p} + c\dot{x}_{c+s+p} + k_p x_{c+s+p} = F_c \sin \omega t + F_n \quad (28)$$

转子由原来的松动故障发展为碰摩故障后, $\omega\tau$ 既是松动极限角, 也是碰摩开始角, 此时 ${}^k_\Delta X$ (随刚度变化的松动转子轴心位移) $\approx {}^k_\Delta X_p$ (随刚度变化的碰摩转子轴心位移)。

碰摩状态下转子的变形运动如图 9、11 所示, 碰摩运动可以认为是松动三角波削顶简化的周期性矩形波和反弹简化的周期性反三角波, 并且与松动振动有共同的 2π 周期, 设周期碰摩的脉冲宽度为 l , 脉冲幅度为 ${}^k_\Delta X_p$, 其一周期平面运动矩形波 ${}^k_\Delta X_{pj}$

和反三角波 ${}^k_\Delta X_{ps}$ 的表达式分别为

$${}^k_\Delta X_{pj} = \begin{cases} X_c \cos \frac{\omega\tau}{2} + {}^k_\Delta X \left[t - \frac{\tau}{2} / -\frac{\tau}{2} \right] & [-\tau/2 \quad -l/2] \\ {}^k_\Delta X_p \left(t + \frac{l}{2} \right) - {}^k_\Delta X_p \left(t - \frac{l}{2} \right) & (-l/2 \quad l/2) \\ X_c \cos \frac{\omega\tau}{2} + {}^k_\Delta X \left[t + \frac{\tau}{2} / \frac{\tau}{2} \right] & (l/2 \quad \tau/2] \end{cases} \quad (29)$$

$${}^k_\Delta X_{ps} = \begin{cases} X_c \cos \frac{\omega\tau}{2} + {}^k_\Delta X \left[t - \frac{\tau}{2} / -\frac{\tau}{2} \right] & [-\tau/2 \quad -l/2] \\ -{}^k_\Delta X_p \left(1 - \frac{2}{l} |t| \right) & |t| \leq \frac{l}{2} \\ X_c \cos \frac{\omega\tau}{2} + {}^k_\Delta X \left[t + \frac{\tau}{2} / \frac{\tau}{2} \right] & (l/2 \quad \tau/2] \end{cases}$$

周期性矩形波的傅里叶级数展开

$$F_\tau(t) = \frac{{}^k_\Delta X_p l}{T} + \frac{{}^k_\Delta X_p l \omega}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \text{Sa}\left(\frac{n\omega l}{2}\right) \cos(n\omega t) \quad (30)$$

周期性反三角波的傅里叶级数展开

$$F_n(t) = -\frac{{}^k_\Delta X}{2} - \frac{4{}^k_\Delta X}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos(n\omega t) \quad (31)$$

$${}^k_\Delta X_p \approx {}^k_\Delta X$$

建立故障转子的变形运动模型是变形运动分析法的关键一步, 初始状态转子的变形是后续故障发生的最初始状态, 而故障状态是故障变形对初始状态基础变形的叠加。本文用周期性反三角波和矩形波模拟碰摩故障, 考虑到不同设备特性不同, 所以不排除其他更精确的模拟波形, 把选择的模拟波形按傅立叶级数展开之后, 就建立起了故障变形和周期信号之间的转换关系。

4.3 碰摩故障时转子刚度假设

在发生碰摩的接触局部客观上起到了辅助的支撑作用。碰摩转子周期刚度 k_p , 碰摩时转子运行一个周期的刚度是非线性的阶梯状刚度

$$k_{c+s+p} = \begin{cases} k_c & {}^k_\Delta X = 0 \\ k_s & {}^k_\Delta X \\ k_p & {}^k_\Delta X_p \end{cases} \quad (32)$$

4.4 建立碰摩状态转子的微分方程

碰摩故障的发生将会改变转子的松动特征, 除了系统初始阶段的激励力 $F_c \sin \omega t$ 外, 转子系统还受到摩擦激励力的作用, 并且从惯性坐标系观察激励力总是发生于静坐标系中的某个固定点。因为没有相对运动, 所以系统对碰摩故障激励力的响应就可以转化为系统在松动故障的初始条件

下对周期性矩形波摩擦激励力 F_τ 和周期性反三角波 F_n 的响应。

系统对周期矩形波摩擦激励力 F_τ 的响应

$$m\ddot{x}_p + c\dot{x}_p + k_p x_p = F_\tau(t) \quad (33)$$

$$x_{p-\tau}(t) = \frac{\Delta X_l}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{k}{\Delta} X_l \omega \text{Sa}\left(\frac{n\omega t}{2}\right)}{\pi \sqrt{(1-\lambda_{p-\tau}^2)^2 + (2\xi_{p-\tau} \lambda_{p-\tau})^2}} \cos(n\omega t - \varphi_{p-\tau})$$

$$\tan \varphi_{p-\tau} = \frac{2\xi_{p-\tau} n \lambda_{p-\tau}}{1 - (n \lambda_{p-\tau})^2} \quad \lambda_p = \frac{n\omega}{\omega_{p-\tau}}$$

$$\xi_{p-\tau} = \frac{c}{c_{p-\tau}} \quad c_{p-\tau} = 2m\omega_{np-\tau}$$

系统对周期矩形反三角波激励力 F_n 的响应

$$m\ddot{x}_p + c\dot{x}_p + k_p x_p = F_n(t) \quad (34)$$

$$x_{p-n}(t) = -\frac{\frac{k}{\Delta} X_l}{2T} -$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \frac{k}{\Delta} X_l \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos(n\omega t)}{\pi^2 \sqrt{(1-\lambda_{p-n}^2)^2 + (2\xi_{p-n} \lambda_{p-n})^2}} \times$$

$$\cos(n\omega t - \varphi_{p-n})$$

$$\tan \varphi_{p-n} = \frac{2\xi_{p-n} n \lambda_{p-n}}{1 - (n \lambda_{p-n})^2} \quad \lambda_p = \frac{n\omega}{\omega_{p-n}}$$

$$\xi_{p-n} = \frac{c}{c_{p-n}} \quad c_{p-n} = 2m\omega_{p-n}$$

系统的总响应为

$$x_{c+s+p} = x_c + x_{c+s} + x_{p-\tau} + x_{p-n} =$$

$$\frac{F_c}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}} \sin \frac{\omega\tau}{2} -$$

$$\frac{m\omega^2 (2X_c \sin \omega t + \frac{k}{\Delta} X) + c\omega (2X_c \sin \omega t + \frac{k}{\Delta} X)}{2k_s} -$$

$$\frac{4\lambda_s^2 \frac{k}{\Delta} X \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\pi^2 \sqrt{(1-\lambda_s^2)^2 + (2\xi_s \lambda_s)^2}} \cos(n\omega t - \varphi_s) +$$

$$\frac{8\lambda_s^2 \frac{k}{\Delta} X \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\pi^2 \sqrt{(1-\lambda_s^2)^2 + (2\xi_s \lambda_s)^2}} \sin(n\omega t - \varphi_s) -$$

$$\frac{8\xi_s \lambda_s \frac{k}{\Delta} X \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\pi^2 \sqrt{(1-\lambda_s^2)^2 + (2\xi_s \lambda_s)^2}} \sin(n\omega t - \varphi_s) +$$

$$\frac{\frac{k}{\Delta} X_l}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{k}{\Delta} X_l \omega \text{Sa}\left(\frac{n\omega t}{2}\right)}{\pi \sqrt{(1-\lambda_{p-\tau}^2)^2 + (2\xi_{p-\tau} \lambda_{p-\tau})^2}} \times$$

$$\cos(n\omega t - \varphi_{p-\tau}) -$$

$$\frac{\frac{k}{\Delta} X_l}{2T} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \frac{k}{\Delta} X_l \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos(n\omega t)}{\pi^2 \sqrt{(1-\lambda_{p-n}^2)^2 + (2\xi_{p-n} \lambda_{p-n})^2}} \times$$

$$\cos(n\omega t - \varphi_{p-n}) \quad (35)$$

本文对碰摩故障解析解式没有做最后的整理、合并，其目的是希望在解析解故障的结构中观察到故障如何一层一层的被展开和发展。在解析解故障的结构中包含作为碰摩运动初始状态时的第一项，松动运动时的第二～第五项。松动项的存在有较为重要的意义，它规定了碰摩的初始条件和先于碰摩故障信号的必要的信号成分。第六项和第七项分别为法向作用力 F_n 和切向摩擦力 F_τ 作用下的系统响应，代表碰摩运动所造成的强迫振动，它是按与转频同步的激励频率进行的稳态振动，即使振动系统有阻尼也並不衰减。

由解析解的激振源和频率成分可以分析出碰摩故障的一些带有普遍性质的特征：碰摩故障与松动故障相似也带有转频的多次谐波，但与松动故障随着频率阶次升高幅值逐次递减的特征不同，松动故障谐波幅度以 $1/n^2$ 的规律收敛，而碰摩故障谐波幅度以 $1/n$ 的规律收敛，所以碰摩故障在一些特征频率的幅值与松动比较是升高的，再结合削顶和反三角波的特征，就形成了判断转子系统由松动故障发展到碰摩故障并能与松动故障相互区分的理论依据。

值得注意的是：碰摩故障解析解在最后变成由初始状态到松动阶段再到碰摩层层逐次发展出来的结果，由不同状态的幅值在频谱图中叠加在一起，这样一来，作为碰摩状态之前的故障原因则在最后得到的频谱各次谐波中被隐藏起来。

5 数值解法与变形运动分析法的比较

目前，对于耦合故障研究的方法一般是从建立动力学模型开始，然后直接进行数值计算，即数值解法，然后再进行时域波形和频谱分析。

如果考虑到时域波形就是故障动力学模型在实际中的具体展开形式，而频谱+相位是对时域波形的再转化，因此时域波形与故障动力学模型和频谱+相位在故障诊断中的作用可以认为是等价的，

具有同等的分析作用。这也构成了故障诊断频谱分析的理论基础,数值解法^[34]与变形运动分析法的比较如表 1 所示。

表 1 数值解法与变形运动分析法的比较

	动力学模型	时域波形	频谱+相位	问题
数值解法	直接赋值, 计算求解	分析赋值后的 时域波形	数值解 频谱分析	数值计算的精度 直接影响到对系 统解的长期发展 预测及全局特性 分析
变形运动分析 矢量法	转化为等价 的微分方程, 解析求解	以分析、转换故 障变形特征为 解法入口	解析解 频谱分析	方法的准确性取 决于故障变形定 义的合理性

动力学模型 $\equiv$ 时域波形 $\equiv$ 频谱+相位

因为时域波形的原始性、直观性和真实性,所以时域波形更有利于观察和分析故障状态下转子的变形运动特征。

变形运动矢量分析法以时域波形特征为起点,通过对故障变形后的时域波形特征做傅里叶级数展开就实现和完成了动力学模型中周期性故障激励力的有效转化,本文的松动和碰摩耦合故障研究就是从与动力学模型等价的时域波形为入口开始解析求解的。

6 工程验证

转子“松动-碰摩-共振”故障在工程中最典型的故障形式^[47],下面应用松动-碰摩故障的解析解来诊断与处理一组实际发生的故障。

6.1 故障设备原理介绍

故障设备是某冶金企业热轧生产线新采用的 ZD 系列高压除磷泵及泵的工作原理如图 13 所示。多级离心泵流体经泵进水段法兰流入,通过第一级叶轮加压后流入导叶,将流体减速并导引到下一级叶轮进口,如此循环经逐级叶轮加压后流到出水段的低压环腔,至此泵的低压端加压完成,流体经内流管将流动方向转 180° ,流入高压进水段,再经高压端逐级叶轮加压后流到出水段环腔,流体减速后,经出口法兰流出,至此泵整个加压过程完成。泵的机械结构特征:转子为一通腔光轴,光轴上叶轮分高低压区两段对称布置,轴向力相互抵消、高低压段分区设计、滑动轴承承受径向力承载,推力盘承载残余轴向力。泵体内高低压区中部隔断密封用多头螺旋密封,隔断密封与转子之间理论设计间隙 0.15 mm 。工艺要求压力不足时补水,所以除磷

期间频繁的升降速是此类泵的工作特点,电动机转频在 $46\sim 49\text{ Hz}$ 之间。

图 13 水泵现场测试照片及水泵原理图

6.2 泵稳定运行时的振动特征描述与分析

在水泵安装初期,转子在额定转速下运行状态如频谱图 14 所示,水泵在额定转速工作时各频率幅值均较小,工作状态稳定,对应于图 1 转子初始状态,振动状态从机理上可以表示为式(3)。

式(3)中 X_c 代表图 15 中的振动幅值,其在频谱图中看到的是初始的不平衡和不对中成分。

图 14 水泵在额定转速工作

第一周期日测试水泵在补水升降速过程中振动速度值的变化记录如图 15 所示,水泵在升速和降速过程中分别有一个突出峰值,分别表示水泵两次通过临界转速。两个峰值之间的低幅值阶段代表水泵在额定转速下的正常工作状态。

图 15 水泵升速和降速振动速度值变化过程记录

初始阶段水泵升降速的瀑布图如图 16 所示,图中清晰地测到水泵转子在正常工作状态的固有频率为 43.5 Hz 。

图 16 水泵升降速瀑布图

6.3 泵的松动-碰摩故障引发共振故障时的振动特征描述与分析

根据周期测试(1次/周)数据趋势图 17 发现水泵在运行第二周期开始, 振动速度值发生了较大的增长。

图 17 水泵振动趋势图

振动测量值从机理上可以表示为: X_{c+s} 其幅值的增长是由于松动惯性力和科氏力所造成的强迫振动。

图 18 第二周期测试瀑布图

第二周期测试瀑布图如图 18 所示, 第三周期测试瀑布图如图 19 所示, 图中有大量的多次谐波成分, 其中测到共振频率-系统固有频率分别是 41.25 Hz 和 40 Hz, 小于水泵正常工作时的 43.5 Hz, 系统固有频率降低说明系统发生了松动故障, 并且从系统固有频率的持续变小现象可以清楚分析出由于刚度变小引起的持续松动劣化, 此阶段对应于图 2 在松动故障状态下的转子力学模型(式(17))。

图 19 第三周期测试瀑布图

第四周期测试时, 发现幅值的增长集中在转频幅值(即高压水泵的额定工作频率 46~49 Hz), 达到 12.26 mm/s, 整个工作过程突出表现为在额定转速下的多次谐波的故障工作状态, 如图 20 所示。同时测到的水泵在升速和降速过程中的振动速度始终保持突出峰值, 如图 21 所示。

图 20 第四周期测试到的幅值增大后的频谱图

图 21 故障状态下的水泵升速和降速振动速度值变化过程

此时在额定转速下(46~49 Hz)的幅值是初始状态的 9 倍, 是转子正常通过临界转速时幅值的 1.73 倍。分析此时的水泵瀑布图如图 22 所示, 在 46~49 Hz 的工作转速时, 转子一直处于升降速的峰值阶段, 说明水泵转子此时正工作在共振状态下。

图 22 水泵故障时升降速瀑布图

时域信号经细化, 可以清晰地看到周期性的削波特征, 频率 48.58 Hz(与转频 46~49 Hz 频率范围相同), 产生削波的原因是由于前期转子的松动故障, 光轴产生的变形位移量过大, 过临界时, 转子接近并超过了泵体内高低压隔断区的螺旋密封处间隙, 造成转子与密封间产生刮碰, 引发摩擦如图 23 所示, 在碰摩处客观上造成了额外的支撑刚度。在此碰摩故障状态下使系统的固有频率由松动状态下的 40 Hz 左右增加到 48.75 Hz, 达到水泵转频范围,

此状态与在碰摩故障状态下的转子力学模型式(26)相对应。

振动状态从机理上可以表示为式(35)。其幅值增长是在初始和松动故障的基础上, 水泵转子和泵体的碰摩运动中的法向作用力 F_n 为主所造成的强迫振动, 它是按与转频同步的激励频率进行的受迫振动。

图 23 转子摩擦状态下的削波信号

6.4 诊断结论

水泵由松动故障发展成为碰摩故障, 由于碰摩故障引起系统共振, 在共振状态下工作的水泵, 很快就会失效损坏。此类水泵不适用于频繁升降的工作条件, 需要改型。

6.5 解体验证

水泵返厂 6 周解体, 发现水泵中段高低压区隔断密封处有较大面积刮碰, 如图 24 所示。最后, 通过改型彻底地解决了这一工程难题并验证了变形运动矢量分析法应用于转子松动-碰摩故障的有效性。

图 24 水泵中段高低压区隔断密封处刮碰现象

7 结论

(1) 提出一种旋转机械耦合故障建模和解析求解的方法: 变形运动矢量分析法。该方法的优势在于对故障变形可定义并可以用傅里叶级数展开的周期性变形运动, 如松动、碰摩等耦合叠加的故障形式都能建立微分方程并求得解析解。解析解的结论同时也提供了对松动、碰摩故障判断依据的证明。

(2) 通过变形运动矢量分析法能够从机理上解释耦合故障一层一层被展开和发展的过程, 在解析解中揭示了耦合故障是以结构性故障的方式存在。

(3) 不同故障的幅值在频谱图中叠加在一起, 作为碰摩状态之前的故障原因在最后得到的频谱各次谐波中被隐藏遮蔽起来, 但是耦合故障的本质应理解为故障的结构性。

(4) 应用新方法的结论解决了工程实践中松动→碰摩→共振的难题, 并使结论得到了验证。

参 考 文 献

- [1] 孙卫祥, 陈进, 伍星, 等. 基于信息融合的支撑座早期松动故障诊断[J]. 上海交通大学学报, 2006, 40(2): 239-242.
SUN Weixiang, CHEN Jin, WU Xing, et al. Early loosening fault diagnosis of clamping support based on information fusion[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2006, 40(2): 239-242.
- [2] 马辉, 赵群超, 宋雪萍, 等. 基于重分配小波尺度图的转子系统支座松动故障的研究[J]. 中国机械工程, 2007, 18(8): 962-966.
MA Hui, ZHAO Qunchao, SONG Xueping, et al. Study on pedestal looseness faults of a rotor system based on reassigned wavelet scalograms[J]. China Mechanical Engineering, 2007, 18(8): 962-966.
- [3] 董广明, 陈进, 雷宣扬, 等. 导弹支撑座连接螺栓松动故障诊断的实验研究[J]. 振动、测试与诊断, 2005, 25(3): 174-178.
DONG Guangming, CHEN Jin, LEI Xuanyang, et al. Study on diagnosing attachment bolt looseness in missile clamping support[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2005, 25(3): 174-178.
- [4] CHU F, TANG Y. Stability and non-linear responses of a rotor-bearing system with pedestal looseness[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 241(5): 879-893.
- [5] 刘元峰, 赵玫, 朱厚军. 转子有碰摩和支承松动故障时的混沌特性研究[J]. 振动与冲击, 2002, 21(4): 36-38.
LIU Yuanfeng, ZHAO Mei, ZHU Houjun. Chaotic behavior of a rotor under rub and looseness[J]. Journal of Vibration and Shock, 2002, 21(4): 36-38.
- [6] 刘挺, 冯霏, 赵增晖, 等. 松动条件下刚度慢变转子的研究[J]. 中国工程机械学报, 2011, 9(2): 229-232.
LIU Ting, FENG Fei, ZHAO Zenghui, et al. Rotors with slowly-variable stiffness under looseness condition[J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2011, 9(2): 229-232.
- [7] 曹青松, 向琴, 熊国良. 机械松动现象与故障特性研究综述[J]. 噪声与振动控制, 2015, 35(2): 1-6.
CAO Qingong, XIANG Qin, XIONG Guoliang. Review of mechanical looseness phenomena and failure characteristics study[J]. Noise and Vibration Control, 2015, 35(2): 1-6.
- [8] VILLA C, SINOU J J, THOUVEREZ F. Stability and vibration analysis of a complex flexible rotor bearing system[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2008, 13(4): 804-821.
- [9] 刘献栋, 何田, 李其汉. 支承松动的转子系统动力学模型及其故障诊断方法[J]. 航空动力学报, 2005, 20(1): 54-59.
LIU Xiandong, HE Tian, LI Qihan. Dynamic model of rotor system with support loosening and its diagnosis method[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(1): 54-59.
- [10] 陈果. 滚动轴承支承下的不平衡转子系统非线性动力响应分析[J]. 中国机械工程, 2007, 20(4): 362-367.
CHEN Guo. Nonlinear dynamic response analysis of unbalanced rotor system under the rolling bearing support[J]. China Mechanical Engineering, 2007, 20(4): 362-367.
- [11] 沈长青, 汤盛浩, 江星星, 等. 独立自适应学习率优化深度信念网络在轴承故障诊断中的应用研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(7): 81-88.
SHEN Changqing, TANG Shenghao, JIANG Xingxing, et al. Bearings fault diagnosis based on improved deep belief network by self-individual adaptive learning rate[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(7): 81-88.
- [12] 王奉涛, 刘晓飞, 敦泊森, 等. 基于萤火虫优化的核自动编码器在中介轴承故障诊断中的应用[J]. 机械工程学报, 2019, 55(7): 58-64.
WANG Fengtao, LIU Xiaofei, DUN Bosen, et al. Application of kernel auto-encoder based on firefly optimization in intershaft bearing fault diagnosis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(7): 58-64.
- [13] 张靖, 闻邦椿. 两端支座松动转子系统的频率特性分析[J]. 中国机械工程, 2008, 19(1): 68-71.
ZHANG Jing, WEN Bangchun. A study of frequency characteristics of rotor system with pedestal looseness at

- two supports[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(1): 68-71.
- [14] 马辉, 孙伟, 任朝晖, 等. 多盘悬臂转子系统支座松动故障研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(7): 1512-1517. MA Hui, SUN Wei, REN Zhaohui, et al. Research on pedestal looseness fault of multi-disc-over-hung rotor system[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(7): 1512-1517.
- [15] 罗跃纲, 闻邦椿. 双跨松动转子-轴承系统周期运动稳定性[J]. 振动与冲击, 2007, 26(8): 9-12. LUO Yuegang, WEN Bangchun. Stability of two-span rotor-bearing system with pedestal looseness fault[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(8): 9-12.
- [16] 罗跃纲, 张松鹤, 闻邦椿. 双跨松动-碰摩转子-轴承系统周期运动稳定性[J]. 机械强度, 2010, 32(6): 894-898. LUO Yuegang, ZHANG Songhe, WEN Bangchun. Stability of two-span rotor-bearing system with coupling faults of pedestal looseness and rub-impact[J]. Journal of Mechanical Strength, 2010, 32(6): 894-898.
- [17] 卢艳军, 任朝晖, 陈宏, 等. 双盘悬臂转子轴承系统松动碰摩耦合故障分析[J]. 振动、测试与诊断, 2007, 27(2): 102-107. LU Yanjun, REN Zhaohui, CHEN Hong, et al. Analysis of rubbing fault in a dual-disc over-hung rotor-bearing system[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2007, 27(2): 102-107.
- [18] 刘杨, 太兴宇, 马辉, 等. 双盘三支撑转子轴承系统松动-碰摩耦合故障分析[J]. 航空动力学报, 2013, 28(5): 977-982. LIU Yang, TAI Xingyu, MA Hui, et al. Looseness-rubbing Coupling fault of dual-disk three-support rotor-bearing system[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(5): 977-982.
- [19] 李振平, 闻邦椿, 张金换, 等. 松动-裂纹耦合故障转子系统的非线性动力学行为研究[J]. 中国机械工程, 2003, 14(22): 1891-1895. LI Zhenping, WEN Bangchun, ZHANG Jinhuan, et al. Nonlinear dynamics of a rotor-bearing system with coupling faults of pedestal looseness and crack[J]. China Mechanical Engineering, 2003, 14(22): 1891-1895.
- [20] 刘长利, 郑建荣, 周炜, 等. 松动裂纹转子轴承系统周期运动分岔及稳定性分析[J]. 振动与冲击, 2007, 26(11): 13-15. LIU Changli, ZHENG Jianrong, ZHOU Wei, et al. On the stability of periodic motion of a rotor-bearing system with a crack[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(11): 13-15.
- [21] 陈果. 具有不平衡-碰摩耦合故障的转子-滚动轴承系统非线性动力学研究[J]. 振动与冲击, 2008, 4(27): 43-48. CHEN Guo. Nonlinear dynamic study on a rotor-ball bearing system with unbalance-rubbing coupling fault[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 44(27): 43-48.
- [22] MA H, ZHAO X, TENG Y, et al. Analysis of dynamic characteristics for a rotor system with pedestal looseness[J]. Shock and Vibration, 2011, 18(1-2): 13-27.
- [23] XIONG G L, XIANG Q, CAO Q S. Bearing looseness fault characteristics analysis of rotor system based on incremental harmonic balance method[C]//Applied Mechanics and Materials. Trans. Tech. Publications, 2013, 397: 517-523.
- [24] 李志农, 李云龙, 刁海洋. 基于非线性输出频率响应函数的转子不对中-碰摩耦合故障诊断方法研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(19): 84-91. LI Zhinong, LI Yunlong, DIAO Haiyang. Research on diagnosis method of rotor misalignment-bumping coupling fault based on nonlinear output frequency response function[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(19): 84-91.
- [25] 路振勇, 侯磊, 侯升亮, 等. 含裂纹故障的航空发动机转子系统动力学特性分析[J]. 振动与冲击, 2018, 37(3): 40-46. LU Zhenyong, HOU Lei, HOU Shengliang, et al. Dynamic characteristics of an aeroengine rotor system with crack faults[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(3): 40-46.
- [26] 徐梅鹏, 侯磊, 李洪亮, 等. 外转子支点不同心的双转子系统振动特性[J]. 振动与冲击, 2019, 38(4): 1-6. XU Meipeng, HOU Lei, LI Hongliang, et al. Dynamic characteristics of a dual-rotor system with outer-rotor misalignment[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(4): 1-6.
- [27] 阳刚, 周标, 臧朝平. 含接触界面的叶盘结构强迫振动响应快速预测方法[J]. 航空动力学报, 2019, 34(9): 1953-1961. YANG Gang, ZHOU Biao, ZANG Chaoping. Fast response prediction method for bladed disks with contact interfaces[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(9): 1953-1961.
- [28] 姚红良, 韩清凯, 李凌轩, 等. 基于谐波分量的转子系统碰摩故障定量诊断方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(5): 43-48. YAO Hongliang, HAN Qingkai, LI Lingxuan, et al. Method for detecting rubbing fault in rotor system based on harmonic components[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(5): 43-48.
- [29] 姚红良, 李鹤, 李小彭, 等. 旋转机械局部故障力的模

- 型诊断及瞬时故障力识别[J]. 机械工程学报, 2007, 43(1): 120-124.
- YAO Hongliang, LI He, LI Xiaopeng, et al. Diagnosis of local fault and identification of transient fault force in rotating machinery[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(1): 120-124.
- [30] 马辉, 太兴宇, 李焕军, 等. 旋转叶片-机匣碰摩模型及试验研究综述[J]. 航空动力学报, 2013, 28(9): 2055-2069.
- MA Hui, TAI Xingyu, LI Huanjun, et al. Literature survey of rub-impact model and experiment of rotating blade and casing[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(9): 2055-2069.
- [31] 陈松霆, 吴志强. 反向旋转双转子碰摩振动分析[J]. 振动与冲击, 2012, 31(23): 142-147.
- CHEN Songting, WU Zhiqiang. Rubbing vibration analysis for a counter-rotating dual-rotor system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(23): 142-147.
- [32] 戴兴建, 董金平, 张小章. 不平衡量对转子碰摩振动的影响[J]. 机械工程学报, 2001, 37(6): 90-93.
- DAI Xingjian, DONG Jinping, ZHANG Xiaozhang. Effects of unbalance on the rotor/stop rubbing[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2001, 37(6): 90-93.
- [33] 文才山, 陈滨, 王玉玲. 考虑摩擦作用的多柔体系统点-面碰撞模型[J]. 中国机械工程, 2000, 11(6): 616-620.
- WEN Caishan, CHEN Bin, WANG Yuling. The point-surface impact model considering the friction effect in flexible multi-body system[J]. China Mechanical Engineering, 2000, 11(6): 616-620.
- [34] 侯磊, 陈予恕. 非线性共振及其计算和应用[J]. 机械工程学报, 2019, 55(13): 1-12.
- HOU Lei, CHEN Yushu. Nonlinear resonance and its calculations and applications[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(13): 1-12.

作者简介: 胡军, 男, 1969 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机械
设备故障诊断。

E-mail: hujun_ag@126.com