DOI: 10.3901/JME.2021.15.062

2UPR&2RPS 型冗余驱动并联机器人的运动学标定*

张俊 蒋舒佳 池长城
(福州大学机械工程及自动化学院 福州 350116)

摘要: 运动学标定能够有效提高并联机器人的运动精度。以一类 2UPR&2RPS 型冗余驱动并联机器人为研究对象, 提出了该类装置的运动学标定方法。通过将误差闭环矢量方程分别投影到运动支链的驱动方向和约束方向建立了该机器人的几何误差模型, 并分离出可补偿误差源和不可补偿误差源。基于误差映射矩阵建立了误差灵敏度指标, 随后通过灵敏度分析找出了对末端误差影响较大的不可补偿误差源。利用正则化算法建立了基于激光跟踪仪末端位置测量的几何误差辨识模型。标定试验结果表明, 所提出的运动学标定方法是有效的。

关键词: 运动学标定; 冗余驱动并联机构; 误差建模; 灵敏度分析; 误差辨识

中图分类号: TP24

Kinematic Calibration of a 2UPR&2RPS Redundantly Actuated Parallel Robot

ZHANG Jun JIANG Shujia CHI Changcheng
(School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350116)

Abstract: Kinematic calibration is an effective way to improve the kinematic accuracy of parallel robots. An approach of kinematic calibration is proposed to improve the kinematic accuracy of a 2UPR&2RPS redundantly actuated parallel robot. By projecting the error loop closure equations in the directions of actuation and constraint of each limb, an error model of the robot is established. Based on the established model, the compensable and uncompensable source errors are sorted out. Sensitivity indices are formulated through the derivation of error mapping matrix, based on which a sensitivity analysis is carried out to find out those uncompensable source errors that have relatively “strong” impact on the terminal error. An error identification model is further established by using the regularization method based on a laser tracker. A calibration experiment is performed to verify the validity of the proposed approach.

Key words: kinematic calibration; redundantly actuated parallel robot; error modelling; sensitivity analysis; error identification

0 前言

并联机器人因其高刚度、高承载能力、高动力特性等优点, 在材料加工领域展现出良好的应用前景, 已引起学术界和工业界的广泛关注^[1-2]。然而与传统的串联机器人相比, 并联机器人也有一些明显的缺点, 如工作空间较小, 姿态能力较差等。混联机器人将串联结构与并联结构相结合, 集二者的优

点于一身, 又克服了各自的缺点, 成为高速高效材料加工领域的发展新方向。有鉴于此, 本文提出一类 2UPR&2RPS 型冗余驱动并联机器人, 作为 5 自由度混联加工单元的核心并联模块, 并搭配 2 自由度移动工作台, 可望用作 5 轴高效铣削加工。前期研究表明, 该型并联机器人由于自身的冗余对称结构拥有较一般并联机器人更高的运动灵活性和更少的奇异位姿。

作为混联加工单元的核心模块, 该型并联机器人的运动精度对被加工件的表面质量具有决定性影响^[3]。然而, 该型并联机器人具有 4 条支链, 运动关节和误差源数目较多, 且由于具有冗余结构, 其各项几何误差源之间存在复杂的非线性耦合关系,

* 福建省高校产学合作(2019H6006)、福建省自然科学基金杰青(2020J06010)和机械传动国家重点实验室开放基金(SKLM-T-ZDKFKT-202003)资助项目。20200727 收到初稿, 20201119 收到修改稿

使得提高该类机器人的精度极为困难。

运动学标定是提高并联机器人运动精度的一种经济且有效的方法^[4-5],其核心内容是利用特定的方法辨识出机构的真实参数,并在机器人控制器中对其进行修改。运动学标定的主要研究内容包括误差建模、精度测量和参数辨识。

误差建模是指建立机构末端位姿误差与各几何误差源之间的映射模型。常用的误差建模方法有矢量法和螺旋法,二者都是通过对机构名义运动学方程进行微分或一阶摄动来建立误差映射模型。刘大炜等^[6]通过对机构闭环矢量方程进行一阶摄动,建立了一类带冗余支链并联机器人的误差模型。KONG 等^[7]利用螺旋法对机构正运动学公式进行一阶摄动,建立了一种 3 自由度并联机器人的误差模型。为达到更好的建模效果,一些学者对上述建模方法进行了改进。CHEN 等^[8]在对正运动学公式进行一阶摄动后,通过构造正交分割矩阵来识别和消去冗余误差参数,从而建立了一种并联机构通用的有利于后续参数辨识的最小误差模型。SUN 等^[9]提出了一种基于逆运动学方程的误差建模方法,通过在逆运动学公式中插入结构误差建立了一种 2 自由度过约束并联机构的误差模型。

精度测量是参数辨识的基础。精度测量是指利用一定的测量方法获得机器人末端在工作空间内的位姿误差。根据测量方法的不同,运动学标定可分为自标定和外部标定两类。自标定是指通过在被动关节上添加外部传感器或限制末端执行器自由度来实现标定。邵珠峰等^[10]利用高精度线尺作为终端位姿测量元件对一种 3-RRR 柔性并联机构进行了标定,但由于线尺的测量数据和末端动平台的位姿存在非线性映射,故该方法存在一定的局限性。REN 等^[11]通过在动平台上安装双轴测斜仪并利用主动模式对其进行调平来限制动平台的两个旋转自由度,实现了 Stewart 平台的自标定。该标定方法可以避免精确测量动平台姿态的难题。外部标定通过外部传感器来测量机构末端参考点的位姿信息。与自标定相比,外部标定的限制较少,也更加灵活。例如,SONG 等^[12]利用激光跟踪仪对一种 5 自由度并联机器人进行了末端位置测量和运动学标定。然而,激光跟踪仪作为一种位置测量设备无法提供机器人末端的姿态信息。为了弥补这个缺陷,一些学者在进行标定研究时将位置测量设备和姿态测量设备结合使用。LI 等^[13]使用激光跟踪仪和远程位移传感器分别测量了一种 3-P(Pa)S 并联主轴头的末端位置和姿态,然后对其进行了标定。

参数辨识是指利用精度测量的结果辨识出机器人的几何误差参数。参数辨识的过程是一个标准的线性或非线性最小二乘法优化过程。孙天慧等^[14]利用最小二乘法对一种三自由度并联动头进行了参数辨识。WU 等^[15]以 5 自由度 Hexapod 并联机器人为例,提出了一种基于最小二乘法的优化的参数辨识方法。利用最小二乘法进行辨识的关键步骤之一是构造辨识矩阵,测量过程中病态位姿的出现会直接削弱辨识矩阵的鲁棒性,导致辨识结果与真实值有较大偏差。为了解决参数辨识过程中的病态问题,SUN 等^[16]结合最小二乘法和标准 Tikhonov 正则化法,对一种 3-PSU&S 并联机器人进行了参数辨识。其首先利用广义交叉验证法和遗传算法确定正则化参数,然后通过辨识矩阵中插入正则化参数解决了病态问题。有学者在精度测量前就针对病态问题提出了解决策略,避免对测量数据的二次处理。如 BAI 等^[17]将辨识矩阵的条件数和测量点数目作为指标对测量位姿和测量点数目进行优选。此举不仅保证了参数辨识结果的准确性,还提高了辨识的效率。

不失一般性,本文以一类 2UPR&2RPS 型冗余驱动并联机器人为对象,提出该类装置的运动学标定方法。首先,通过建立几何误差模型分离可补偿误差源与不可补偿误差源,再对不可补偿误差源进行灵敏度分析;然后,基于激光跟踪仪的测量特点建立几何误差辨识模型;最后,开展标定试验,验证所提方法的有效性。

1 机构简介及几何误差建模

1.1 机构简介

2UPR&2RPS 型三自由度冗余驱动并联机器人的机械运动简图如图 1a 所示,图 1b 中展示了一种具有代表性的机器人概念设计图。该型机器人由静平台、动平台及四条运动支链组成。其中,支链 1 和支链 3 是两条相同且对称分布的 UPR 支链,支链 2 和支链 4 是两条相同且对称分布的 RPS 支链。图中, A_i 点表示第 i 条支链与静平台的铰接点, B_i 表示第 i 条支链与动平台的铰接点($i=1\sim 4$), O 点和 O' 点分别表示静平台和动平台的几何中心点。

1.2 几何误差建模

以 O 点为原点建立静坐标系 $O-xyz$,令 x 轴指向 A_2 点, z 轴垂直于 A_1 、 A_2 和 A_3 点所张成的平面, y 轴服从右手定则。以 O' 点为原点建立动平台连体坐标系 $O'-uvw$,令 u 轴指向 B_2 点, w 轴垂直于 B_1 、

B_2 以及 B_3 点所张成的平面, v 轴服从右手定则。基于此定义机器人的几何参数, 如表 1 所示。

图 1 机器人运动简图与概念设计图

表 1 机器人物理参数

参数符号	物理含义
a_i	点 A_i 在坐标系 $O-xyz$ 下的位置矢量
b_i	点 B_i 在坐标系 $O'-uvw$ 下的位置矢量
q_i	第 i 条支链体的长度
w_i	第 i 条支链体在坐标系 $O-xyz$ 下的单位方向矢量
r	点 O' 在坐标系 $O-xyz$ 下的位置矢量

该型并联机器人动平台具有一个平动自由度及两个转动自由度。从静坐标系 $O-xyz$ 变换到动平台连体坐标系 $O'-uvw$ 的顺序为: 沿 z 轴移动位移 Z , 再绕 y 轴转动角度 θ , 此时 x 轴与 u 轴平行, 再绕 u 轴转动 ψ 角度。对应的旋转矩阵

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \sin \psi & \sin \theta \cos \psi \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \psi & \cos \theta \cos \psi \end{bmatrix} \quad (1)$$

按照机器人的概念结构, 将 U 副分解为两个正

交的 R 副, 将 S 副分解为三个两两正交的 R 副。这样 UPR 支链中一共有四个关节, RPS 支链中一共有五个关节, 每个支链中的关节按照其与静平台的连接顺序从小到大进行排序。UPR 支链和 RPS 支链中各关节坐标系分别如图 2a 和图 2b 所示。图中, $O_{j,i} - x_{j,i}y_{j,i}z_{j,i}$ 表示第 i 条支链中 j 个关节的连体坐标系。其中, $z_{j,i}$ 轴与该关节的轴线重合, $x_{j,i}$ 轴与 $z_{j,i}$ 轴和 $z_{j+1,i}$ 轴的公垂线平行, $O_{j,i}$ 是 $x_{j,i}$ 轴和 $z_{j,i}$ 轴的交点, $y_{j,i}$ 轴满足右手定则。为方便表示, 图 2 中 $y_{j,i}$ 轴未示出。将 A_i 点与 $O_{1,i}$ 点定义为同一点, B_i 点与 $O_{j_{\max},i}$ 点定义为同一点。其中

$$\begin{cases} j_{\max} = 4 & (i=1,3) \\ j_{\max} = 5 & (i=2,4) \end{cases} \quad (2)$$

图 2 支链中的关节坐标系

误差模型中考虑的几何误差包括动静平台的尺寸误差以及各关节中的轴线偏移和轴线偏转。其中, $\Delta a_i = [\Delta a_{x_i}, \Delta a_{y_i}, \Delta a_{z_i}]^T$ 表示在坐标系 $O-xyz$ 下的静平台尺寸误差; $\Delta b_i = [\Delta b_{x_i}, \Delta b_{y_i}, \Delta b_{z_i}]^T$ 在坐标系 $O'-uvw$ 下的动平台尺寸误差; $\Delta l_{j,i} = [\Delta x_{j,i}, \Delta y_{j,i}, \Delta z_{j,i}]^T$ 表示在坐标系 $O_{j-1,i} - x_{j-1,i}y_{j-1,i}z_{j-1,i}$ 下, 第 i 条支链中第 j 个关节轴线实际位置相对于其理论位置的偏移量; $\Delta \theta_{j,i} = [\Delta \alpha_{j,i}, \Delta \beta_{j,i}, \Delta \gamma_{j,i}]^T$ 表示在坐标系 $O_{j-1,i} - x_{j-1,i}y_{j-1,i}z_{j-1,i}$ 下, 第 i 条支链中第 j 个关节轴线实际位置相对于其理论位置的偏转量; Δq_i 表示第 i 条支链的零点误差; Δr 表示 O' 点在坐标系

$O-xyz$ 下的位置误差; $\Delta\theta$ 表示坐标系 $O'-uvw$ 在坐标系 $O-xyz$ 下的姿态误差。

各支链中关节坐标系之间的变换关系如式下所示

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{1,i}^0 = \text{Rot}(x, c_i \cdot \frac{\pi}{2}) \text{Rot}(z, c_i \cdot \theta_{1,i}) \\ \mathbf{R}_{2,i}^1 = \text{Rot}(x, -\frac{\pi}{2}) \text{Rot}(z, -\theta_{2,i}) \\ \mathbf{R}_{3,i}^2 = \text{Rot}(x, -\frac{\pi}{2}) \\ \mathbf{R}_{4,i}^3 = \text{Rot}(x, \frac{\pi}{2}) \text{Rot}(z, \theta_{4,i}) \end{cases} \quad (i=1, 3) \quad (3)$$

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{1,i}^0 = \text{Rot}(x, -c_i \cdot \frac{\pi}{2}) \text{Rot}(z, c_i \cdot \theta_{1,i}) \\ \mathbf{R}_{2,i}^1 = \text{Rot}(x, -\frac{\pi}{2}) \\ \mathbf{R}_{3,i}^2 = \text{Rot}(z, \theta_{2,i}) \\ \mathbf{R}_{4,i}^3 = \text{Rot}(x, -\frac{\pi}{2}) \text{Rot}(z, \theta_{4,i}) \\ \mathbf{R}_{5,i}^4 = \text{Rot}(x, -\frac{\pi}{2}) \text{Rot}(z, \theta_{5,i}) \end{cases} \quad (i=2, 4) \quad (4)$$

$$c_i = \begin{cases} 1 & (i=1, 3) \\ -1 & (i=2, 4) \end{cases} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{R}_{j,i}^{j-1}$ 表示第 i 条支链中坐标系 $O_{j,i}-x_{j,i}y_{j,i}z_{j,i}$ 相对于坐标系 $O_{j-1,i}-x_{j-1,i}y_{j-1,i}z_{j-1,i}$ 的旋转矩阵, $\theta_{j,i}$ 表示第 i 条支链中第 j 个关节绕其轴线的转角。

不包含几何误差的机构名义闭环矢量方程为

$$\mathbf{r} = \mathbf{a}_i + q_i \mathbf{w}_i - \mathbf{Rb}_i \quad (i=1 \sim 4) \quad (6)$$

对上式进行一阶摄动, 可得

$$\Delta \mathbf{r} + \Delta \theta \times \mathbf{Rb}_i = \mathbf{C}_i \mathbf{L}_i + \mathbf{D}_i \quad (i=1 \sim 4) \quad (7)$$

$$\begin{cases} \mathbf{C}_i = [1, \mathbf{R}_{1,i}^0, \mathbf{R}_{2,i}^0, \mathbf{R}_{3,i}^0, \mathbf{R}_{4,i}^0, -\mathbf{R}] & (i=1, 3) \\ \mathbf{C}_i = [1, \mathbf{R}_{1,i}^0, \mathbf{R}_{2,i}^0, \mathbf{R}_{3,i}^0, \mathbf{R}_{4,i}^0, -\mathbf{R}] & (i=2, 4) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \mathbf{L}_i = [\Delta \mathbf{a}_i, \Delta \mathbf{l}_{2,i}, \Delta \mathbf{l}_{3,i}, \Delta q_i \mathbf{e}_3, \Delta \mathbf{l}_{4,i}, \Delta \mathbf{b}_i] & (i=1, 3) \\ \mathbf{L}_i = [\Delta \mathbf{a}_i, \Delta \mathbf{l}_{2,i}, \Delta q_i \mathbf{e}_3, \Delta \mathbf{l}_{3,i}, \Delta \mathbf{l}_{4,i}, \Delta \mathbf{b}_i] & (i=2, 4) \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \mathbf{D}_i = \mathbf{E}_{1i} + \mathbf{E}_{2i} + \mathbf{E}_{3i} & (i=1, 3) \\ \mathbf{D}_i = \mathbf{E}_{1i} + \mathbf{E}_{2i} & (i=2, 4) \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{1i} = \Delta \theta_{1,i} \times (\mathbf{R}_{3,i}^0 q_i \mathbf{e}_3) \\ \mathbf{E}_{2i} = (\mathbf{R}_{1,i}^0 \Delta \theta_{2,i}) \times (\mathbf{R}_{3,i}^1 q_i \mathbf{e}_3) & (i=1, 3) \\ \mathbf{E}_{3i} = (\mathbf{R}_{2,i}^0 \Delta \theta_{3,i}) \times (\mathbf{R}_{3,i}^2 q_i \mathbf{e}_3) \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{1i} = \Delta \theta_{1,i} \times (\mathbf{R}_{2,i}^0 q_i \mathbf{e}_3) \\ \mathbf{E}_{2i} = (\mathbf{R}_{1,i}^0 \Delta \theta_{2,i}) \times (\mathbf{R}_{2,i}^1 q_i \mathbf{e}_3) \end{cases} \quad (i=2, 4) \quad (12)$$

$\mathbf{R}_{j_2,i}^{j_1} = \mathbf{R}_{j_1+1,i}^{j_1} \mathbf{R}_{j_1+2,i}^{j_1+1} \cdots \mathbf{R}_{j_2,i}^{j_2-1}$ 表示坐标系 $O_{j_2,i}-x_{j_2,i}y_{j_2,i}z_{j_2,i}$ 相对于坐标系 $O_{j_1,i}-x_{j_1,i}y_{j_1,i}z_{j_1,i}$ 的旋转矩阵 ($j_1=0 \sim 4, j_2=1 \sim 5$)。

为分离几何误差源中的可补偿误差源和不可补偿误差源, 将式(7)中的矢量分别投影到对应支链的驱动方向和约束方向上。UPR 支链中约束力的轴线平行于 R 副轴线且与 U 副近架轴线相交。RPS 支链中约束力的轴线平行于 R 副轴线且过 S 副中心^[18]。 $\mathbf{w}_i$ 为第 i 条支链的驱动力单位方向矢量, 则第 i 条支链的约束力单位方向矢量为

$$\begin{cases} \mathbf{v}_i = \mathbf{R} \mathbf{e}_1 & (i=1, 3) \\ \mathbf{v}_i = \mathbf{e}_2 & (i=2, 4) \end{cases} \quad (13)$$

在式(7)两端分别点乘对应支链的驱动力单位方向矢量和约束力单位方向矢量, 可得

$$\begin{cases} \mathbf{w}_i^T \Delta \mathbf{r} + (\mathbf{Rb}_i \times \mathbf{w}_i)^T \Delta \theta = \mathbf{F}_i \mathbf{M}_i & (i=1 \sim 4) \\ \mathbf{v}_i^T \Delta \mathbf{r} + (\mathbf{Rb}_i \times \mathbf{v}_i)^T \Delta \theta = \mathbf{G}_i \mathbf{N}_i \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \mathbf{F}_i = [\mathbf{w}_i^T, \mathbf{w}_i^T \mathbf{R}_{1,i}^0, 1, \mathbf{w}_i^T \mathbf{R}] & (i=1, 3) \\ \mathbf{F}_i = [\mathbf{w}_i^T, 1, 1, \mathbf{w}_i^T \mathbf{R}] & (i=2, 4) \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}_i = [\Delta \mathbf{a}_i, \Delta \mathbf{l}_{2,i}, \Delta q_i, \Delta \mathbf{b}_i]^T & (i=1, 3) \\ \mathbf{M}_i = [\Delta \mathbf{a}_i, \Delta q_i, \Delta x_{5,i}, \Delta \mathbf{b}_i]^T & (i=2, 4) \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \mathbf{G}_i = [1, 1, \mathbf{H}_{1i}, \mathbf{H}_{2i}, \mathbf{H}_{3i}] & (i=1, 3) \\ \mathbf{G}_i = [1, \mathbf{v}_i^T \mathbf{R}_{3,i}^0, \mathbf{v}_i^T \mathbf{R}_{4,i}^0, \mathbf{H}_{1i}, \mathbf{H}_{2i}] & (i=2, 4) \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \mathbf{N}_i = [\Delta z_{3,i}, \Delta y_{4,i}, \Delta \theta_{1,i}, \Delta \theta_{2,i}, \Delta \theta_{3,i}]^T & (i=1, 3) \\ \mathbf{N}_i = [\Delta y_{3,i}, \Delta \mathbf{l}_{4,i}, \Delta \mathbf{l}_{5,i}, \Delta \theta_{1,i}, \Delta \theta_{2,i}]^T & (i=2, 4) \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{1i} = [(\mathbf{R}_{3,i}^0 q_i \mathbf{e}_3) \times \mathbf{v}_i]^T \\ \mathbf{H}_{2i} = [(\mathbf{R}_{3,i}^1 q_i \mathbf{e}_3) \times \mathbf{v}_i]^T \mathbf{R}_{1,i}^0 & (i=1, 3) \\ \mathbf{H}_{3i} = [(\mathbf{R}_{3,i}^2 q_i \mathbf{e}_3) \times \mathbf{v}_i]^T \mathbf{R}_{2,i}^0 \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{1i} = [(\mathbf{R}_{2,i}^0 q_i \mathbf{e}_3) \times \mathbf{v}_i]^T \\ \mathbf{H}_{2i} = [(\mathbf{R}_{2,i}^1 q_i \mathbf{e}_3) \times \mathbf{v}_i]^T \mathbf{R}_{1,i}^0 & (i=2, 4) \end{cases} \quad (20)$$

将式(14)整理成矩阵形式, 可得该机构的几何误差模型

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \mathbf{J} \mathbf{S} = \mathbf{J}_1 \mathbf{J}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{J}_1 = \mathbf{K}^+ \quad (22)$$

$$K = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T & [\mathbf{R}\mathbf{b}_1 \times \mathbf{w}_1]^T \\ \mathbf{w}_2^T & [\mathbf{R}\mathbf{b}_2 \times \mathbf{w}_2]^T \\ \mathbf{w}_3^T & [\mathbf{R}\mathbf{b}_3 \times \mathbf{w}_3]^T \\ \mathbf{w}_4^T & [\mathbf{R}\mathbf{b}_4 \times \mathbf{w}_4]^T \\ \mathbf{v}_1^T & [\mathbf{R}\mathbf{b}_1 \times \mathbf{v}_1]^T \\ \mathbf{v}_2^T & [\mathbf{R}\mathbf{b}_2 \times \mathbf{v}_2]^T \\ \mathbf{v}_3^T & [\mathbf{R}\mathbf{b}_3 \times \mathbf{v}_3]^T \\ \mathbf{v}_4^T & [\mathbf{R}\mathbf{b}_4 \times \mathbf{v}_4]^T \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} F_1 & & & & & & & \\ & F_2 & & & & & & \\ & & F_3 & & & & & \\ & & & F_4 & & & & \\ & & & & G_1 & & & \\ & & & & & G_2 & & \\ & & & & & & G_3 & \\ & & & & & & & G_4 \end{bmatrix} \quad (24)$$

K^+ 表示矩阵 K 的广义逆。

$$S_1 = \begin{bmatrix} [0, \Delta y_1, 0, \Delta x_{2,1}, 0, 0, \Delta q_1, 0, \Delta b y_1, 0]^T \\ [\Delta a x_2, 0, 0, \Delta q_2, \Delta x_{5,2}, \Delta b x_2, 0, 0]^T \\ [0, \Delta y_3, 0, \Delta x_{2,3}, 0, 0, \Delta q_3, 0, \Delta b y_3, 0]^T \\ [\Delta a x_4, 0, 0, \Delta q_4, \Delta x_{5,4}, \Delta b x_4, 0, 0]^T \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} [\Delta z_{3,1}, \Delta y_{4,1}, \Delta \alpha_{1,1}, 0, \Delta \gamma_{1,1}, \Delta \alpha_{2,1}, 0, \Delta \gamma_{2,1}]^T \\ [\Delta \alpha_{3,1}, 0, \Delta \gamma_{3,1}, \Delta y_{3,2}, \Delta x_{4,2}, 0, 0, 0, \Delta z_{5,2}]^T \\ [\Delta \alpha_{1,2}, 0, \Delta \gamma_{1,2}, \Delta \alpha_{2,2}, 0, \Delta \gamma_{2,2}, \Delta z_{3,3}]^T \\ [\Delta y_{4,3}, \Delta \alpha_{1,3}, 0, \Delta \gamma_{1,3}, \Delta \alpha_{2,3}, 0, \Delta \gamma_{2,3}]^T \\ [\Delta \alpha_{3,3}, 0, \Delta \gamma_{3,3}, \Delta y_{3,4}, \Delta x_{4,4}, 0, 0, 0]^T \\ [\Delta z_{5,4}, \Delta \alpha_{1,4}, 0, \Delta \gamma_{1,4}, \Delta \alpha_{2,4}, 0, \Delta \gamma_{2,4}]^T \end{bmatrix} \quad (26)$$

需要指出的是, 因为关节坐标系的设置原则及相应的几何关系, 几何误差源中的一些项为零。结合误差映射矩阵 J 可知, S_1 中的几何误差源被投影到驱动方向上, 属于可补偿误差源, S_2 中的几何误差源被投影到约束方向上, 属于不可补偿误差源。对可补偿误差源与不可补偿误差源采取不同的解决策略。对不可补偿误差源, 首先利用灵敏度分析找出其中对末端精度影响较大的几何误差源项, 然后在零部件加工和机器装配阶段对这些误差源项进行控制, 以保证机构具有一定的基础精度。对可补偿误差源造成的机器人末端误差, 则可通过运动学标定进行补偿。

2 灵敏度分析

为找出对机构末端精度影响较大的不可补偿误

差源, 构造各不可补偿误差源基于误差映射矩阵 J 的灵敏度系数。对于误差源 S 中位于第 k 行的几何误差源, 其关于末端位置误差和姿态误差的灵敏度系数分别为

$$\sigma_{rn} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 J_{i,k}^2} \quad (27)$$

$$\sigma_{\theta n} = \sqrt{\sum_{i=4}^6 J_{i,k}^2} \quad (28)$$

式中, $J_{i,k}$ 表示位于矩阵 J 第 i 行第 k 列的元素。显然, 灵敏度系数是位置相关和姿态相关的。不失一般性, 取灵敏度系数在工作空间 V 中的均值来构造灵敏度指标

$$\delta_{rn} = \frac{\int \sigma_{rn} dv}{V} \quad (29)$$

$$\delta_{\theta n} = \frac{\int \sigma_{\theta n} dv}{V} \quad (30)$$

将不可补偿误差源 S_2 中的非零项几何误差源按照顺序 1~30 进行排序, 并分别比较其关于位置误差和姿态误差的灵敏度指标, 结果分别如图 3a、3b 所示。

(a) 位置误差灵敏度指标

(b) 姿态误差灵敏度指标

图 3 各几何误差源的灵敏度指标

由图可知, 第 1 支链和第 3 支链、第 2 支链和第 4 支链中的不可补偿误差源对末端位置误差和姿态误差的影响是等效的, 这也与机器人四条支链两两对称分布的结构相符合, 间接验证了几何误差模型的正确性。此外, 各不可补偿误差源对位置误差和姿态误差的影响趋势是一致的, 即对位置误差影响较大的误差源也是对姿态误差影响较大的误差源, 因此, 对这些误差源进行控制, 能同时达到有效提高位置精度和姿态精度的目的。

具体而言, UPR 支链中对末端误差影响较大的不可补偿误差源为 $\Delta\alpha_{1,i}$, $\Delta\gamma_{1,i}$, $\Delta\alpha_{2,i}$, $\Delta\gamma_{2,i}$ 以及 $\Delta\alpha_{3,i}$, 其中影响最大的误差项为 $\Delta\alpha_{2,i}$ 。RPS 支链中对末端误差影响较大的不可补偿误差源为 $\Delta\alpha_{1,i}$ 和 $\Delta\gamma_{1,i}$, 其中影响最大的误差项是 $\Delta\alpha_{1,i}$ 。结合图 1b 的机器人概念结构可知, 按照从静平台到动平台的连接顺序, 运动支链中位于支链体之前的关节轴线的偏转是对末端误差影响较大的不可补偿误差源。其物理解释是, 这些误差源经过支链体长度的放大, 而具有更高的灵敏度。在这些灵敏度较高的不可补偿误差源中, 直接与支链体铰接的关节轴线的偏转是对机器人末端误差影响最大的不可补偿误差源。

3 几何误差辨识

完成几何误差建模和灵敏度分析后, 进一步建立基于末端位置测量的几何误差辨识模型。如图 4 所示, 采用激光跟踪仪作为末端测量设备。在动平台上安装激光靶标, 通过获取靶标中心点的位置信息确定动平台中心点 O' 的位置信息。

图 4 基于激光跟踪仪的末端位置测量

靶标中心点相对于静坐标系 $O-xyz$ 的名义位置矢量为

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{R}\mathbf{t} \quad (31)$$

式中, $\mathbf{t} = [0 \ 0 \ T]^T$ 表示靶标中心点在动平台连体坐标系 $O'-uvw$ 下的位置矢量。对上式进行一阶摄动可得

$$\Delta\mathbf{r}' = \Delta\mathbf{r} + \mathbf{R}\Delta\mathbf{t} + \Delta\theta \times \mathbf{R}\mathbf{t} \quad (32)$$

结合几何误差模型式(21), 可将上式整理为

$$\Delta\mathbf{r}' = \mathbf{K}\delta \quad (33)$$

$$\mathbf{K} = [\mathbf{J}_a - (\mathbf{R}\mathbf{t}) \times \mathbf{J}_b \ \mathbf{R}] \quad (34)$$

$$\delta = [\mathbf{S}; \Delta\mathbf{t}] \quad (35)$$

式中, $\mathbf{J}_a$ 表示由矩阵 $\mathbf{J}$ 的前三行组成的矩阵, $\mathbf{J}_b$ 表示由矩阵 $\mathbf{J}$ 的后三行组成的矩阵, $\Delta\mathbf{t} = [0 \ 0 \ \Delta T]^T$ 表示靶标中心点在动平台连体坐标系 $O'-uvw$ 下的位置误差矢量。

通过建立靶标中心点的误差映射方程, 可直接利用激光跟踪仪测量得到的数据来进行几何误差源辨识, 而无需再利用靶标中心点位置数据推导动平台中心点 O' 的位置数据, 简化了辨识过程。

利用最小二乘法, 可构建误差集 δ 的辨识方程

$$\delta = (\mathbf{K}^T \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T \Delta\mathbf{r}' \quad (36)$$

上述辨识方程的辨识准确性受矩阵 $\mathbf{K}$ 的条件数的影响, 其条件数越大, 鲁棒性越差。当 $\mathbf{K}$ 的条件数大于 10^3 , 辨识结果极易受到测量噪声的影响, 远远偏离几何误差源的真实值。为解决此病态问题, 采用正则化算法, 其辨识方程为

$$\delta = (\mathbf{K}^T \mathbf{K} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{K}^T \Delta\mathbf{r}' \quad (37)$$

式中, λ 为由 GCV 法确定的正则化参数, $\mathbf{I}$ 表示单位矩阵。

此辨识方法可行的前提是, 所辨识的误差源数目不高于 $\text{rank}(\mathbf{K})$ 。一般来说, 测量的位姿点越多, $\text{rank}(\mathbf{K})$ 越大。然而, $\text{rank}(\mathbf{K})$ 在工作空间内存在上限, 即使测量位姿涵盖工作空间全域, 也不能无限提高, 这也就决定了辨识能力是有限的。误差集 δ 共包含 47 个非零误差项, 数目过多。因前文中已经对不可补偿误差源进行了分析, 此处认为 $\mathbf{S}_2$ 中的不可补偿误差源已经在零部件加工和机器装配阶段得到了有效控制, 在辨识步骤中不做考虑。故最终, 需要辨识的非零几何误差源共有 17 个。

为验证所建几何误差辨识模型的正确性, 分别设定三组各项误差值均在区间 $[0, 100] \mu\text{m}$ 内随机分布的几何误差源, 如表 2 所示。在工作空间内选取一个包含 20 个位姿点的任务空间, 对于每

表 2 几何误差源设定值

组别	各项误差值/μm																
第一组	94.5	49.1	48.9	33.8	90.0	36.9	11.1	78.0	39.0	24.2	40.4	9.6	13.2	94.2	95.6	57.5	6.0
第二组	23.5	35.3	82.1	1.5	4.3	16.9	64.9	73.1	64.8	45.1	54.7	29.6	74.5	18.9	68.7	18.4	36.8
第三组	62.6	78.0	8.1	92.9	77.6	48.7	43.6	44.7	30.6	50.9	51.1	81.8	79.5	64.4	37.9	81.2	53.3

组几何误差源, 首先利用几何误差模型式(21)计算设定值对应的任务空间内各点末端误差 $\Delta \mathbf{r}_1'$, 然后利用几何误差辨识模型式(37)进行误差源辨识, 再计算辨识值对应的任务空间内各点末端误差 $\Delta \mathbf{r}_2'$ 。将每组误差源对应的 $\Delta \mathbf{r}_1'$ 和 $\Delta \mathbf{r}_2'$ 分别进行对比, 如图 5a~5c 所示。其中, $\Delta r_{1x}'$ 、 $\Delta r_{1y}'$ 和 $\Delta r_{1z}'$

分别表示 $\Delta \mathbf{r}_1'$ 在 x 、 y 和 z 方向上的分量, $\Delta r_{2x}'$ 、 $\Delta r_{2y}'$ 和 $\Delta r_{2z}'$ 分别表示 $\Delta \mathbf{r}_2'$ 在 x 、 y 和 z 方向上的分量。由图可知, 在任务空间内各点, 每组误差源对应的 $\Delta \mathbf{r}_1'$ 和 $\Delta \mathbf{r}_2'$ 均相等, 验证了所建几何误差辨识模型的正确性。

图 5 误差源设定值与辨识值对应的末端误差

4 试验验证

对机器人进行第一轮精度测量以后, 利用测量得到的末端误差进行几何误差源辨识, 并利用辨识结果修改机器人控制器中的几何参数, 以达到提高机器人运动精度的目的。标定试验设置如图 6 所示, 利用激光跟踪仪追踪靶标中心点在激光跟踪仪测量

坐标系下的坐标位置, 经过坐标系换算后, 可获得靶标中心点在机器人静坐标系 $O-xyz$ 下的坐标位置。通过将测量所得的坐标值与对应的理论坐标值进行对比, 可获得靶标中心点的位置误差。

测点的选择直接关系到标定试验的结果, 因此在精度测量之前, 先对测点进行规划。测点规划服从两个原则: ① 测点应该涵盖三个自由度方向的运动; ② 测点应该包括工作空间的边界点, 此处出现

图6 标定试验设置

末端位置误差的最大值。本文在机构的工作空间中选取了三个等距平面, 在每个平面上均匀取点。平面一为平面 $Z = 200 \text{ mm}$, 在此平面上按 $\theta = -15^\circ \sim 15^\circ$ 、 $\psi = -25^\circ \sim 25^\circ$ 取点, 转角递增步长均为 5° , 共 77 个测点; 平面二为平面 $Z = 220 \text{ mm}$, 在此平面上按 $\theta = -20^\circ \sim 20^\circ$ 、 $\psi = -25^\circ \sim 25^\circ$ 取点, 转角递增步长均为 5° , 共 99 个测点; 平面三为平面 $Z =$

240 mm , 在此平面上按 $\theta = -20^\circ \sim 20^\circ$ 、 $\psi = -25^\circ \sim 25^\circ$ 取点, 转角递增步长均为 5° , 共 99 个测点。

取靶标中心点位置误差的模, 即体积位置误差 $|\Delta \mathbf{r}'|$ 作为误差指标来反映机器人末端的精度情况。每个平面上标定前后 $|\Delta \mathbf{r}'|$ 的分布如图 7 所示, 每个平面上标定前后 $|\Delta \mathbf{r}'|$ 的均值和最大值如表 3 所示。

由图 7a~7c 中可知, 机器人末端误差是转角相关的。其中, $|\Delta \mathbf{r}'|$ 的值同时关于 $\theta = 0^\circ$ 和 $\psi = 0^\circ$ 两个轴对称, 这与机器人四条运动支链两两对称的结构相符合。当转角 θ 的绝对值增大, $|\Delta \mathbf{r}'|$ 的值也随之增大, 在转角 θ 的取值边界, $|\Delta \mathbf{r}'|$ 在每个测量平面上呈现最大值。相反, $|\Delta \mathbf{r}'|$ 的值随转角 ψ 的变化并不明显。相比于标定前, 在每个测量平面上, 标定后不仅 $|\Delta \mathbf{r}'|$ 的值在整体上大幅度下降, 其值的分布也更加均匀。在转角 θ 的取值边界, $|\Delta \mathbf{r}'|$ 的值在标定后下降的幅度最大, 标定效果最好。

图7 标定前后的末端精度情况

从表 3 可以看出, 在不同的测量平面上, 误差指标 $|\Delta \mathbf{r}'|$ 的均值和最大值并不相等。由此可知, 机器人末端误差是 Z 值相关的。在三个测量平面上, 标定后误差指标 $|\Delta \mathbf{r}'|$ 的均值和最大值都大幅下降, 验证了该标定方法的有效性。相比于标定前, 标定后 $|\Delta \mathbf{r}'|$ 的均值和最大值的均值和最大值在平面一上分别降低了 46.9% 和 51.3%, 在平面二上分别降低了 64.9% 和 67.0%, 在平面三上分别降低了 61.9% 和 51.2%。

表3 标定前后的误差指标值

测量平面	误差 $ \Delta \mathbf{r}' $ 平均值/ μm		误差 $ \Delta \mathbf{r}' $ 最大值/ μm	
	标定前	标定后	标定前	标定后
平面一	22.54	11.97	56.70	27.63
平面二	29.66	10.40	63.57	19.71
平面三	28.87	11.00	55.39	27.00

5 结论

(1) 提出一类 2UPR&2RPS 型冗余驱动并联机器人的几何误差模型, 并分离出几何误差源中的可补偿误差源与不可补偿误差源。

(2) 建立了一种误差灵敏度指标, 对不可补偿误差源进行了灵敏度分析, 找出了对机器人末端精度影响较大的不可补偿误差源。

(3) 建立了基于激光跟踪仪末端位置测量的几何误差辨识模型, 并验证了该模型的正确性。

(4) 利用运动学标定试验验证了所提运动学标定方法的有效性。结果表明, 标定后机器人误差指标值大幅度下降, 其均值降低了 46.9%~64.9%, 最大值降低了 51.2%~67.0%。

参 考 文 献

- [1] LU Yi, DAI Zhuohong, YE Nijia. Stiffness analysis of parallel manipulators with linear limbs by considering inertial wrench of moving links and constrained wrench[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2017, 46: 58-67..
- [2] WU Jun, WANG Jinsong, WANG Liping, et al. Dynamics and control of a planar 3-dof parallel manipulator with actuation redundancy[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44(4): 835-849.
- [3] CHAKER A, MLIKA A, LARIBI M, et al. Clearance and manufacturing error's effects on the accuracy of the 3-RCC spherical parallel manipulator[J]. *European Journal of Mechanics-A/ Solids*, 2013, 37: 86-95.
- [4] ELATTA A, LI Peigen, FAN Liangzhi, et al. An overview of robot calibration[J]. *Information Technology Journal*, 2004, 3(1): 1812-5638.
- [5] REN Xiaodong, FENG Zuren, SU Chengping. A new calibration method for parallel kinematics machine tools using orientation constraint[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2009, 49(9): 708-721.
- [6] 刘大伟, 王立平, 李铁民, 等. 一类带冗余支链并联机器人的运动学自标定[J]. *机械工程学报*, 2012, 48(1): 1-6.
- LIU Dawei, WANG Liping, LI Tiemin, et al. Self-calibration of a class of parallel kinematic machines with redundant kinematic chain[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(1): 1-6.
- [7] KONG Lingyu, CHEN Genliang, ZHANG Zhuang, et al. Kinematic calibration and investigation of the influence of universal joint errors on accuracy improvement for a 3-dof parallel manipulator[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2018, 49: 388-397.
- [8] CHEN Genliang, KONG Lingyu, LI Qinchuan, et al. Complete, minimal and continuous error models for the kinematic calibration of parallel manipulators based on POE formula[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, 121: 844-856.
- [9] SUN Tao, LIAN Bingbing, ZHANG Jiateng, et al. Kinematic calibration of a 2-dof over-constrained parallel mechanism using real inverse kinematics[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 67752-67761.
- [10] 邵珠峰, 唐晓强, 王立平, 等. 平面柔性 3-RRR 并联机构自标定方法[J]. *机械工程学报*, 2009, 45(3): 150-155.
- SHAO Zhufeng, TANG Xiaoqiang, WANG Liping, et al. Self-calibration method of planar flexible 3-RRR parallel manipulator[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(3): 150-155.
- [11] REN Xiaodong, ZU Ren, SU Chengping. Self-calibration of parallel manipulators using an orientation constraint[C]// *IEEE Conference on Industrial Electronics & Applications*. Xi'an: IEEE Computer Society, 2009, 2841-2844.
- [12] SONG Yimin, ZHANG Jiateng, LIAN Binbin, et al. Kinematic calibration of a 5-dof parallel kinematic machine[J]. *Precision Engineering*, 2016, 45: 242-261.
- [13] LI Tiemin, LI Fengchun, JIANG Yao, et al. Kinematic calibration of a 3-P(Pa)S parallel-type spindle head considering the thermal error[J]. *Mechatronics*, 2017, 43:86-98.
- [14] 孙天慧, 田文杰, 王辉, 等. 基于球杆仪的三坐标并联动力头运动学标定方法[J]. *机械工程学报*, 2012, 48(5): 22-27.
- SUN Tianhui, TIAN Wenjie, WANG Hui, et al. Kinematic calibration of 3-dof spindle head using double-ball bar[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(5): 22-27.
- [15] WU Jiafeng, ZHANG Rui, WANG Ruihe, et al. A systematic optimization approach for the calibration of parallel kinematics machine tools by a laser tracker[J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2014, 86: 1-11.
- [16] SUN Tao, ZHAI Yapu, SONG Yimin. Kinematic calibration of a 3-dof rotational parallel manipulator using laser tracker[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2016, 41: 78-91.
- [17] BAI Pujun, MEI Jiangping, HUANG Tian, et al. Kinematic calibration of delta robot using distance measurements[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2016, 230(3): 55-60.
- [18] FANG Hanliang, TANG Tengfei, ZHANG Jun. Kinematic analysis and comparison of a 2R1T redundantly actuated parallel manipulator and its non-redundantly actuated forms[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2019, 142: 103587.

作者简介: 张俊(通信作者), 男, 1981 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器人机构学、机械传动和机械动力学。

E-mail: zhang_jun@fzu.edu.cn