DOI: 10.3901/JME.2021.15.053

基于节点密度插值的多材料柔顺机构拓扑优化*

朱本亮^{1,2} 张宪民¹ 李海¹ 王日鑫¹ 刘敏³ 李昊²

(1. 华南理工大学广东省精密装备与制造技术重点实验室 广东 510640;

2. 京都大学工学研究科机械工程与科学系 京都 606-8501 日本;

3. 华东交通大学机电与车辆工程学院 南昌 330013)

摘要: 基于弹簧模型和节点密度插值的固体各向同性材料惩罚模型(Solid isotropic material with penalization, SIMP)方法,给出了一种用于多材料柔顺机构拓扑优化设计的分层优化方法。首先,以输出端位移最大化为目标以各种材料相应的体积占比为约束,建立了多材料柔顺机构拓扑优化模型;其次,采用节点密度插值,构造了设计区域内具有 C^0 连续性的密度场函数,给出了目标函数和约束的灵敏度解析表达式,使用过滤半径自适应迭代的灵敏度过滤方案,消除了节点密度插值法中的层化现象;再次,给出了一种分层优化策略用于求解多材料柔顺机构拓扑优化问题;最后,分别用典型的二维和三维柔顺机构拓扑优化问题验证了所提出方法的有效性,并分析了设计参数对优化结果的影响机制。

关键词: 柔顺机构; 多材料; 拓扑优化; 节点插值; 密度法

中图分类号: TB112; TB114

Topology Optimization of Multi-material Compliant Mechanisms Using Node-density Interpolation Scheme

ZHU Benliang^{1,2} ZHANG Xianmin¹ LI Hai¹ WANG Rixin¹ LIU Min³ LI Hao²

(1. Guangdong Key Lab. of Precision Equipment and Manufacturing Technology, South China University of Technology, Guangzhou 510640;

2. Department of Mechanical Engineering and Science, Graduate School of Engineering, Kyoto University, Kyoto 606-8501 Japan;

3. School of Mechatronics & Vehicle Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013)

Abstract: Based on the spring model and node density interpolation SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) method, a layered optimization strategy for topology optimization of multi-material compliant mechanism is given. Firstly, with the objective of maximizing the displacement at the output port and constraining the corresponding volume fractions of the each considered material, a model for the topology optimization of multi-material compliant mechanism is established. Secondly, the C^0 continuity of the density field in the design area is constructed by using node density interpolation. The analytical expressions of sensitivities of the objective function and constraints are given. A sensitivity filtering scheme with adaptive filtering radius is employed to eliminate the stratification phenomenon in the node density interpolation method. Then, a laid optimization strategy is given to solve the topology optimization problem of a multi-material compliant mechanism. Finally, the typical two-dimensional and three-dimensional compliant mechanisms topology optimization problems are used to verify the effectiveness of the proposed method, and the influence of design parameters on the optimization results was analyzed.

Key words: compliant mechanisms; multi-material; topology optimization; node density interpolation; density method

* 国家自然科学基金(51975216, 51905176)和江西省基金(20192BAB216021)资助项目。20200802 收到初稿, 20201125 收到修改稿

0 前言

柔顺机构是以柔顺元件的弹性变形而非刚性元件的运动来传递或转换运动、力或能量的一种新型机构^[1-2]。与传统机构相比,它具有精度高、无噪音、免装配、不需要润滑等优点,克服了传统机构运动副中存在间隙和摩擦而难于实现精密传动的缺陷,在精密定位、精密操作、精密检测等领域得到了广泛应用。对于柔顺机构设计而言,目前最常见的有基于传统刚性机构理论的综合方法和拓扑优化方法两大类方法^[3-6]。采用拓扑优化的方法设计柔顺机构时,不需要预先确定机构构型,且所得的机构具有优化的输入输出关系。自 ANANTHASURESH 等^[7]首先将结构拓扑优化设计中的均匀化方法引入柔顺机构的设计以来,柔顺机构拓扑优化设计的理论和方法均得到飞速发展,所设计的机构在微机电系统(MEMS)等领域得到了广泛应用^[8-10]。

目前,在柔顺机构拓扑优化设计领域,其研究对象多为二维平面单一材料设计问题^[11-14],仅有少量有关多材料柔顺机构拓扑优化的研究成果。目前常见的处理多材料拓扑优化问题的方法大致可以分为两类。第一类是使用序列插值模型,在优化过程中使每种材料向预定的密度点聚集。例如, YIN 等^[15]使用单一变量描述多种材料属性,提出了基于峰值函数的多材料插值模型。ALONSO 等^[16]基于渐进结构优化算法提出了多材料序列单元互斥原则,实现每种材料在其预定义序列内的渐进优化。ZUO 等^[17]提出序列幂函数插值法,同时为了控制各种材料的有效占比,提出了材料费用约束。杜义贤等^[18]提出了基于序列插值模型实现了多材料柔性机构拓扑优化,并使用多重网格划分法提升计算效率;第二类是使用并行计算策略,赋予每种材料单一密度函数,然后将多材料拓扑优化问题转化为单材料优化问题。例如, SIGMUND^[19]使用多相材料插值模型,给出了基于变密度法的多材料柔顺机构拓扑优化方法。TAVAKOLI 等^[20]将多材料结构拓扑优化问题进行逐级分层计算,给出了一种主材料交替式优化算法。CHAN 等^[21]使用幂级数多项式插值模型,给出了基于可靠性约束的多材料结构拓扑优化设计方法。张宪民等^[22]建立了材料与输出目标关系,将多材料问题离散成序列单材料问题,对多目标多材料柔顺机构拓扑优化设计问题进行了求解。

然而相比于单材料设计,多材料柔顺机构拓扑

优化目前仍存在诸多挑战^[23-24]。在基于序列插值方法中,目前尚缺乏通用的多材料插值模型及有效的体积比约束方程,限制了其在柔顺机构拓扑优化问题的应用推广。在基于单元密度插值的并行计算策略方法中,依然存在控制参数过多、收敛效率过慢等问题。

本文受现有工作启发,基于弹簧模型和节点密度插值法,给出了一种用于多材料柔顺机构拓扑优化设计的分层优化方法。以输出端位移最大化为目标以各种材料相应的体积占比为约束,建立了多材料柔顺机构拓扑优化模型,采用节点密度插值,构造了设计区域内具有 C^0 连续性的密度场函数,即密度函数在设计域内连续;给出了一种分层优化策略用于求解多材料柔顺机构拓扑优化设计问题,分别用二维和三维柔顺机构拓扑优化问题验证了所提出方法的有效性。

1 多材料柔顺机构拓扑优化建模

1.1 问题描述

多材料柔顺机构的拓扑优化设计问题一般可以这样描述:在一定的区域(设计域)内用多种有限的材料构造一种机构,使得它满足给定的边界和约束条件的同时能完成所需要的功能。其设计域可以表示成如图 1 所示。其中 i 和 o 分代表输入端和输出端,不同颜色代表所使用的不同材料(空域也被认为是一种材料),当机构在输入端处施加载荷 F_i 时,期望在输出端获得最大的输出位移 u_o 。

图 1 多材料柔顺机构拓扑优化设计简图

对于柔顺机构拓扑优化,目前建立的目标函数大致可以分为两大类^[6],一种是同时考虑所设计的机构的刚度和柔度,但这种方法对所得机构的输入输出关系缺乏可控性。另一种是应用如图 1 所示的弹簧模型,在输入端和输出端分别施加弹簧 k_i 和 k_o 来模拟驱动器和被操作物体的刚度。其目标函数可以设定为最大化输出端位移 u_o 。假设设计域中共包含 q 种材料,按弹性模量由高到低依次排列,每种材料对应的密度函数用 $\theta_i (i=1, 2, \dots,$

表示, 则在有限材料约束下, 则其优化模型可以表示为

$$\begin{aligned} \min \quad & -u_o(\theta) \\ \text{s. t.} \quad & V_i(\theta_i)/V^* \leq \alpha_i \\ & \sum_{i=1}^q \alpha_i = 1 \end{aligned} \quad (1)$$

式中, V_i 代表组成机构所用第 i 种材料总体积, V^* 代表设计域总体积, 两者的比值用 α_i 表示, 其中 $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_q]$ 。

对于线弹性连续体, 其控制方程可以表示为

$$-\nabla \cdot \sigma(\theta, u) = g \quad \text{in } \Omega \quad (2)$$

$$\sigma(\theta, u) \cdot n = f \quad \text{on } \Gamma_n \quad (3)$$

$$u = 0 \quad \text{on } \Gamma_d \quad (4)$$

式中, σ 代表应力张量, g 代表体积力矢量, n 代表边界的法向单位矢量, f 代表表面力矢量, u 代表位移场, Γ_n 和 Γ_d 分别表示纽曼边界和狄利克莱边界。应力张量则可以进一步写成

$$\sigma = \lambda(\theta) I (\nabla \cdot u) + 2\mu(\theta) \varepsilon(u) \quad (5)$$

式中, I 为单位对角矩阵, λ 和 η 为拉曼参数, ε 为应变张量

$$\lambda(\theta) = E(\theta) \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (6)$$

$$\mu(\theta) = E(\theta) \frac{1}{2(1+\nu)} \quad (7)$$

$$\varepsilon(u) = \frac{1}{2} (\nabla u + (\nabla u)^T) \quad (8)$$

E 和 ν 分代表弹性模量和泊松比。应用虚位移原理和分部积分公式, 即可获得控制方程式(2)、(3)、(4)的弱形式为

$$\int_{\Omega} \sigma : \varepsilon(v) d\Omega = \int_{\Omega} g \cdot v d\Omega + \int_{\Gamma_n} f \cdot v ds \quad (9)$$

式中, v 为虚位移场。将式(5)代入式(9)得

$$\int_{\Omega} (\lambda(\nabla \cdot u)(\nabla \cdot v) + 2\mu \varepsilon(u) : \varepsilon(v)) d\Omega = \int_{\Omega} g \cdot v d\Omega + \int_{\Gamma_n} f \cdot v ds \quad (10)$$

即为柔顺机构拓扑优化时用于求解位移场的有限元方程。

1.2 基于节点密度插值的 SIMP 拓扑优化

变密度法的基本思想是将设计域离散成有限个单元, 取这些单元上的某些特征参数作为设计变量, 利用一定的优化准则不断去除效率低下的材料进而得到最优拓扑结构。为了避免 0-1 设计中的数值困

难, 可以通过引入连续设计变量, 使得每个单元的密度可以在 0 和 1 之间连续取值, 并引入惩罚项推动中间密度值往 0 或 1 方向演化, 从而将密度的取值空间进行扩展以保障最优解的存在。基于这一思想, 很多学者提出各种密度插值模型, 应用最广的是 SIMP 法, 即基于正交各向同性材料幂指数型插值模型^[25-26]。

实践表明, 设计变量的连续性对拓扑优化结果有很大的影响^[27], 如图 2 所示, 在经典 SIMP 方法中, 单元弹性模量与单元密度呈指数变化关系, 在单元内任意一点密度均匀相等, 这将导致密度场的连续性存在缺陷, 出现棋盘格等数值不稳定现象^[26]。本文采用基于节点密度的插值模型, 即将设计变量直接定义在单元的各个节点上, 使得密度场具有 C^0 连续性, 提高算法的稳定性^[28-30]。

图 2 经典的 SIMP 中位移和密度场的插值方式(左)及本文所用的位移和密度插值方式(右)

设对应于多种的材料弹性模量分别为

$$[E_1 \ E_2 \ \dots \ E_i \ \dots \ E_q] \quad (11)$$

应用 SIMP 方法, 任一单元 e 处的弹性模量为

$$E_e = \sum_{i=1}^q (\theta_i^e)^p E_i^e \quad (12)$$

式中, θ_i^e 为单元 e 处对应第 i 种材料的节点密度, 其值由节点密度 θ_i^n 进行线性插值获得; p 为惩罚因子, 通常取值 3。

结合 SIMP 法, 可以将式(1)所示的优化数学模型进一步写成

$$\left\{ \begin{aligned} \min_{\theta} \quad & -L^T u \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{n=1}^N \theta_i^n v_n / V^* \leq \alpha_i \\ & \sum_{i=1}^q \alpha_i = 1 \\ & lb_i \leq \theta_i \leq ub_i \end{aligned} \right. \quad (13)$$

式中, N 为设计变量总个数, v_n 为单元体积, L 矢

量中除了在输出点位置处的元素为 1 外, 其他元素都为 0, lb_i 和 ub_i 分别为对应第 i 种材料的密度的下限和上限, 具体的确定方法在第二节进行详细分析。

根据伴随法, 则可以方便地求得输出位移和体积约束对设计变量的导数如下

$$\frac{\partial u_o}{\partial \theta} = \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} (\nabla \cdot \mathbf{u}) (\nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}) + 2 \frac{\partial \mu}{\partial \theta} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\tilde{\mathbf{u}}) \quad (14)$$

式中, “:” 表示张量的双点乘运算, 伴随位移场 $\tilde{\mathbf{u}}$ 可以通过将式(10)中 $\mathbf{f}$ 换成 $-\mathbf{L}$ 求出, 拉曼参数的导数可以表示为

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \theta_i^n} = p(\theta_i^n)^{p-1} E_i \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (15)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \theta_i^n} = p(\theta_i^n)^{p-1} E_i \frac{1}{2(1+\nu)} \quad (16)$$

由于体积约束只于设计变量相关, 则其导数为

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_i^n} = \nu_n \quad (17)$$

图 3 基于节点密度插值拓扑优化中的层化现象

2 基于节点敏度过滤的分层优化策略

2.1 节点敏度过滤

实践表明基于节点密度插值的拓扑优化方法在某种程度上可以克服棋盘格等数值不稳定性问题。然而在实际使用时, 节点密度插值法会使得所设计的结果中存在层化现象(图 3), 在常见解决方法中, 基于周长约束的方法以及基于敏度过滤的方法得到了广泛使用^[27]。过滤法的基本思想是将节点敏感度值视作图像数值, 通过数字图像处理过滤技术抑制节点属性值的高低剧烈变化。本文使用节点敏度过滤算法, 其基本思路描述如下: 以第 i 种材料的敏感度场 ϕ_i 过滤为例, 定义过滤半径 $r_{\min}$, 权重因子 $\omega(\phi_i^n) = r_{\min} - \|\phi_i^n - \phi_i^m\|$, 其中 $\|\phi_i^n - \phi_i^m\|$ 表示节点 n 和节点 m 之间的距离, 则过滤后的节点敏感度为

$$\tilde{\phi}_i^n = \frac{\sum_{m=1}^M \omega(\phi_i^m) \phi_i^m}{\sum_{m=1}^M \omega(\phi_i^m)} \quad (18)$$

式中, M 表示以节点 m 为过滤中心的区域内节点编号集合。在实施过程中, 使用固定的过滤半径会使所有材料往输入端和约束端聚集, 并使迭代过程震荡不收敛, 为了解决这一问题, 本文使用下式对过滤半径进行自适应迭代

$$r_{\min}^{j+1} = \beta r_{\min}^j \quad (19)$$

式中, j 代表迭代步, $\beta = \left(\frac{1}{r_{\min}^0} \right)^\rho$ 其中 $r_{\min}^0$ 为过滤半径的初始值, ρ 为一常数。当 $r_{\min} \leq 1$ 时则表示不再进行敏感度场过滤, 进而获得近似 0-1 解。

2.2 分层优化策略

多材料柔顺机构拓扑优化是一个高度非线性的非凸优化问题, 为了得到稳定优化过程从而得到局部最优解, 本文使用分层优化策略, 其核心是对设计域内材料逐次激活, 以总体积和其他非激活材料的体积差测定激活材料的节点密度变量的上下限。

设在某个特定的优化迭代步中, 激活的两相材料用 θ_k 和 θ_l 来表示, 则由于其他材料处于未激活状态, 则在某节点 n 处的 θ_k 和 θ_l 的密度可变空间为

$$s_{\theta_{kl}} = 1 - \sum_{i(i \neq k, l)}^q \alpha_i \quad (20)$$

因此对于材料 θ_k 的许用上界则有

$$ub_i \leq s_{\theta_{kl}} = 1 - \sum_{i(i \neq k, l)}^q \alpha_i \quad (21)$$

且有

$$\theta_k + \theta_l = s_{\theta_{kl}} \quad (22)$$

下界 lb_i 则可以取到 0。因此相对于传统的两相材料拓扑优化, 分层优化则添加了一个额外的内循环, 在此内循环中, 逐次激活多项材料中的任意两项进行优化。

因此, 整体的优化算法可以简述如下。

(1) 设计参数初始化, 划分有限元网格并定义有限元空间变量。

(2) 定义具体设计问题的边界条件和受力分析。

(3) 初始化设计变量 θ 。

(4) 设 $k=0$, 当 $k \leq q$ 时重复迭代步骤(5)~(12)。

(5) $k=k+1$ 。

- (6) 令 $l=k+1$, 当 $l \leq q$ 时重复迭代步骤(7)~(12)。
- (7) $l=l+1$ 。
- (8) 有限元分析。
- (9) 敏度计算和过滤。
- (10) 确定设计变量 θ_k 上下边界。
- (11) 基于 OC 算法更新设计变量 θ_k 。
- (12) 更新 θ_l 。
- (13) 重复迭代步骤(4)~(12)直至收敛。

3 结果与分析

本节结合两个常用的算例, 同时进行二维和三维情况的讨论, 来验证所提出方法的有效性。所使用的两个算例的设计域如图 4 所示, 分别为柔顺夹持机构和柔顺位移反向机构。柔顺夹持机构的设计目标是当输入力 F_i 作用在 i 处时, 在输出端 o 处得到垂直力输入方向的输出位移, 实现夹持目标的功能。而对于柔顺位移反向机构而言, 其设计目标是当输入端 i 处施加外力 F_i 时, 在输出端 o 处获得与输入力方向相反的输出位移。对于所考虑的两个算例, 由于整体设计域关于水平轴对称, 因此我们只考虑了设计域的上半部分。

图 4 柔顺夹持机构和柔顺位移反向机构设计域

3.1 二维柔顺夹钳机构

对于小变形柔顺机构拓扑优化设计问题, 材料参数和力的大小并不影响最终拓扑构型, 因此我们假定设计域的长宽分别为 100 mm 和 50 mm, 使用 100×50 个双线性四边形单元进行离散, 输入力 $F_i=1$ N, 输入端和输出端弹簧分别设为 1 N/mm 和 1 N/mm。缺口处占 20×10 个网格, 上方 20×1 个网

格为固体材料, 弹性模量为 1 MPa。

使用三种材料来进行设计, 其杨氏模量分别为 $E = [1, 0.5, 10^{-9}]$ MPa, 对应的体积占比则分别为 $\alpha=[0.1, 0.1, 0.8]$, 三种材料的泊松比都设为 0.3。初始的过滤半径 $r_{\min}^0$ 设为 $1/8$ 的设计域宽度, 缩放因子 ρ 的值设为 0.01。

最终设计结果如图 5a 所示, 由于第二种材料的杨氏模量小于第一种材料, 可以看成软材料, 因此由最终拓扑可以看出, 在优化过程中软材料的分布更分散, 从而获得更大的变形量, 硬材料则分布于主要承力和传递运动的路径上。图 5b 所示的是使用固定的过滤半径 $r_{\min}^0$ 时的优化结果, 虽然最终拓扑与图 5a 所示的结果类似, 但是由于过滤半径过大, 导致结果有大量的中间密度单元, 无法获得较为清晰的 0-1 解。图 5c 所示的是不使用敏度过滤时所得的结果图, 由图可知当不使用敏度过滤时, 则无法避免设计结果中的层化现象。

以上三种设计情况优化过程中的目标函数即输出位移的变化曲线如图 6 所示, 当使用本文中的方法时, 优化过程在迭代了 132 步后收敛, 相比其他两种设计情况具有更快的收敛速度。值得注意的是, 图中的负号仅代表方向。本算例表明了本文所提方法的有效性。

(a) 本文方法

(b) 当过滤半径为定值时

■ 材料1 ■ 材料2

(c) 当不使用敏度过滤时

图 5 多材料柔顺夹持机构的最终拓扑图

图 6 多材料柔顺夹持机构优化过程中目标函数变化曲线

3.2 二维柔顺位移反向机构

本节针对柔顺位移反向机构设计为例，说明在节点密度过滤时，缩放因子 ρ 对优化设计的影响。为了方便，我们假定所有的材料参数和尺寸参数均与前文柔顺夹持机构相同，初始的过滤半径 $r_{\min}^0$ 设为 $1/8$ 的设计域宽度。

考虑六种设计情况，其中 ρ 分别设定为 0.04, 0.02, 0.01, 0.007 5, 0.005 和 0.004。其意义为让过滤半径 $r_{\min}$ 以不同的速度收缩到 1。

图 7 所示的是对应不同的 ρ 值所获得的最优拓扑结构。从图 7 中可以看出 ρ 值的大小会对最终拓扑产生一定的影响，但当 ρ 值相对较小时，所可以获得相同的拓扑结构。事实上， ρ 值直接决定了过滤半径 $r_{\min}$ 从现有值降低到 1 的快慢程度。 ρ 值过大则意味着优化过程中只在最初期的若干步进行节点密度过滤，这会导致拓扑结果中各个所用材料分布不够平顺，例如图 7a、7b 所示的结果。

但 ρ 值并非取得越小越好。图 8 所示的是对应不同的 ρ 值时各设计工况所需的迭代步数和最终的输出位移大小，其中负号代表位移方向。从图 8 中可以看出，当 ρ 值取小于 0.01 时，直接导致优化所需迭代步增加，却使得最终的输出位移减小。从图中也可以看出， ρ 值过大会导致优化过程收敛过快，并没有获得最佳的材料分布情况。综合图 7 和图 8 的结果，当使用本算例的网格划分情况时， ρ 值取为 0.01 左右是比较合理的选择。

图 7 二维柔顺位移反向机构在不同 ρ 值时最终拓扑图 图 8 二维柔顺位移反向机构在不同 ρ 值时优化所需迭代步数和输出位移大小

3.3 三维柔顺位移反向机构

从第 3.2 节结果可以看出节点密度过滤对优化结果具有重要的影响。本节使用三维位移反向机构进一步验证不同网格划分时对优化结果的影响。

图 9 三维位移反向机构设计域图(上半部分)

我们假定设计域在 x 、 y 和 z 方向上的长度分别为 2 mm, 0.2 mm 和 1 mm，输入力 $F_i=1$ N，输入端和输出端弹簧分别设为 1 N/mm 和 1 N/mm。

图 10 当使用 1600 个六面体单元离散设计域时所得的三维位移反向机构最终拓扑(情况 1)

由于前两节仅验证了三种材料设计情况，为不失一般性，本算例使用四种材料来进行设计，其弹

性模量分别为 $E = [2 \text{ MPa}, 1 \text{ MPa}, 0.5 \text{ MPa}, 10^{-9} \text{ MPa}]$, 对应的体积占比则分别为 $\alpha=[0.1, 0.1, 0.1, 0.7]$, 四种材料的泊松比都设为 0.3。初始的过滤半径 $r_{\min}^0$ 设为设计域宽度的 1/8, 缩放因子 ρ 的值设为 0.01。

图 11 当使用 12 800 个六面体单元离散设计域时所得的三维位移反向机构最终拓扑(情况 2)

图 12 当使用 43 200 个六面体单元离散设计域时所得的三维位移反向机构最终拓扑(情况 3)

图 13 三种不同网格划分情况时输出位移的变化曲线

分别使用 $40 \times 2 \times 20 = 1600$, $80 \times 4 \times 40 = 12800$ 和 $120 \times 6 \times 60 = 43200$ 个六面体单元对设计域进行离散, 优化所得的结果分别如图 10、图 11 和图 12 所示。优化过程中输出位移的变化情况如图 13 所示。从图 10~12 可以看出, 各种所用材料的分布区域基本相同, 其中情况 2 代表最硬材料 $E=2 \text{ MPa}$, 情况 3 代表中间材料 $E=1 \text{ MPa}$, 情况 1 代表软材料 $E=0.5 \text{ MPa}$ 。但是也看出网格的划分对最终拓扑结构有直接的影响, 并直接影响最终所得机构的输出性能(图 13)。因此使用节点密度插值并不能从根本上消除网格依赖问题。尽管研究表明, 对基于单元密度插值的 SIMP 拓扑优化, 合理选取过滤半径的大小 $r_{\min}$ 可以有效消除网格依赖^[25], 但必须指出的是, 对于基于节点密度插值的柔顺机构拓扑优化, 如何获得通用

的 $r_{\min}$ 值和 ρ 值来消除网格依赖现象仍需要进一步深入研究。

4 结论

(1) 基于节点密度插值 SIMP 法给出了一种用于多材料柔顺机构拓扑优化设计的分层优化方法, 并分别使用二维和三维算例验证了所提方法的有效性。

(2) 给出了基于过滤半径的自适应调整的敏度过滤方案, 结合算例给出了缩放因子对最终拓扑的影响机制, 讨论了网格划分对节点密度插值 SIMP 法所得最终拓扑的影响。

(3) 未来工作包括对大变形几何非线性多材料柔顺机构拓扑优化设计问题的研究, 以及借助计算工作站对基于多材料柔顺机构的超材料胞元结构构型优化设计等。

参 考 文 献

- [1] HOWELL L L. Compliant mechanisms[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2001.
- [2] ZHANG Xianmin, ZHU Benliang. Topology optimization of compliant mechanisms[M]. Singapore: Springer, 2018.
- [3] HAO Guangbo, YU Jingjun. Design, modelling and analysis of a completely-decoupled XY compliant parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 102: 179-195.
- [4] 于靖军, 裴旭, 毕树生, 等. 柔性铰链机构设计方法的研究进展[J]. 机械工程学报, 2010, 46(13): 2-13.
YU Jingjun, PEI Xu, BI Shusheng, et al. State-of-arts of design method for flexure mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(13): 2-13.
- [5] MA F, CHEN G. Kinetostatic modeling and characterization of compliant mechanisms containing flexible beams of variable effective length[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 147: 103770.
- [6] ZHU B, ZHANG X, ZHANG H, et al. Design of compliant mechanisms using continuum topology optimization: A review[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 143: 103622.
- [7] ANANTHASURESH G K, KOTA S, KIKUCHI N. Strategies for systematic synthesis of compliant mechanisms[C]// Proceedings of the 1994 ASME winter annual meeting, Symposium on MEMS: Dynamics Systems and Control. Chicago, USA, 1994:677-686.
- [8] SIGMUND O. On the design of compliant mechanisms using topology optimization[J]. Journal of Structural

- Mechanics, 1997, 25(4): 493-524.
- [9] ZHU B, ZHANG X, ZHANG Y, et al. Design of diaphragm structure for piezoresistive pressure sensor using topology optimization[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2017, 55(1): 317-329.
- [10] TRAN A V, ZHANG X, ZHU B. The development of a new piezoresistive pressure sensor for low pressures[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 65(8): 6487-6496.
- [11] 占金青, 龙良明, 刘敏, 等. 基于最大应力约束的柔顺机构拓扑优化设计[J]. 机械工程学报, 2018, 54(23): 32-38.
ZHAN Jinqing, LONG Liangming, LIU Min, et al. Topological design of compliant mechanisms with maximum stress constraint[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(23): 32-38
- [12] GARAIGORDOBIL A, ANSOLA R, VEGUERÍA E, et al. Overhang constraint for topology optimization of self-supported compliant mechanisms considering additive manufacturing[J]. Computer-Aided Design, 2019, 109: 33-48.
- [13] PINSKIER J, SHIRINZADEH B, GHAFARIAN M, et al. Topology optimization of stiffness constrained flexure-hinges for precision and range maximization[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 150: 103874.
- [14] ANSOLA R, VEGUERÍA E, MATURANA A, et al. 3D compliant mechanisms synthesis by a finite element addition procedure[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2010, 46(9): 760-769.
- [15] YIN L, ANANTHASURESH G K. Topology optimization of compliant mechanisms with multiple materials using a peak function material interpolation scheme[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2001, 23(1): 49-62.
- [16] ALONSO C, ANSOLA R, QUERIN O M. Topology synthesis of multi-material compliant mechanisms with a sequential element rejection and admission method[J]. Finite Elements in Analysis & Design, 2014, 85(8): 11-19.
- [17] ZUO W, SAITOU K. Multi-material topology optimization using ordered SIMP interpolation[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2017, 55(2): 477-491.
- [18] 杜义贤, 李涵钊, 谢黄海, 等. 基于序列插值模型和多重网格方法的多材料柔性机构拓扑优化[J]. 机械工程学报, 2018, 54(13): 47-56.
DU Yixian, LI Hanzhao, XIE Huanghai, et al. Topology optimization of multiple materials compliant mechanisms based on sequence interpolation model and multigrid method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(13): 47-56.
- [19] SIGMUND O. Design of multiphysics actuators using topology optimization - Part II: Two-material structures[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2001, 190(49-50): 6605-6627.
- [20] TAVAKOLI R, MOHSENI S M. Alternating active-phase algorithm for multimaterial topology optimization problems: A 115-line MATLAB implementation[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2014, 49(4): 621-642.
- [21] CHAN Y C, SHINTANI K, CHEN W. Robust topology optimization of multi-material lattice structures under material and load uncertainties[J]. Frontiers of Mechanical Engineering, 2019, 14(2): 141-152.
- [22] 张宪民, 胡凯, 王念峰, 等. 基于并行策略的多材料柔顺机构多目标拓扑优化[J]. 机械工程学报, 2016, 52(19): 1-8.
ZHANG Xianmin, HU Kai, WANG Nianfeng, et al. Multi-objective topology optimization of multiple materials compliant mechanisms based on parallel strategy[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52: 1-8.
- [23] LI H, LUO Z, XIAO M, et al. A new multiscale topology optimization method for multiphase composite structures of frequency response with level sets[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2019, 356: 116-144.
- [24] 赵清海, 张洪信, 华青松, 等. 周期性多材料结构稳态热传导拓扑优化设计[J]. 工程力学, 2019, 36(3): 247-256.
ZHAO Qinghai, ZHANG Hongxin, HUA Qingsong, et al. Multi-material topology optimization of steady-state heat conduction structure under periodic constraint[J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(3): 247-256.
- [25] BENDSOE M P, SIGMUND O. Topology optimization: Theory, methods, and applications[M]. New York: Springer Science & Business Media, 2013.
- [26] ROZVANY G I N. Aims, scope, methods, history and unified terminology of computer-aided topology optimization in structural mechanics[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2001, 21(2): 90-108.
- [27] RAHMATALLA S F, SWAN C C. A Q4/Q4 continuum structural topology optimization implementation[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2004, 27(1-2): 130-135.
- [28] HE Z C, ZHANG G Y, DENG L, et al. Topology optimization using node-based smoothed finite element method[J]. International Journal of Applied Mechanics, 2015, 7(6): 1550085.
- [29] 龙凯, 左正兴. 基于节点独立变量的连续体结构动态拓

拓扑优化[J]. 固体力学学报, 2008, 29(1): 91-97.

LONG Kai, ZUO Zhengxing. Dynamic topological optimization method of continuum structures based on nodal independent design variables[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2008, 29(1): 91-97.

- [30] 李震, 孙宝元, 钱敏, 等. 基于节点密度的柔性机构的拓扑优化设计[J]. 计算力学学报, 2007, 24(2): 130-134.
LI Zhen, SUN Baoyuan, QIAN Min, et al. Topology optimization design for compliant mechanisms based on nodal density[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2007, 24(2): 130-134.

作者简介: 朱本亮, 男, 1986 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为柔顺机构拓扑优化及微纳操作。

E-mail: meblzhu@scut.edu.cn

张宪民(通信作者), 男, 1964 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为柔顺机构理论、精密装备及控制理论。

E-mail: zhangxm@scut.edu.cn

李海, 男, 1990 年出生, 博士。主要研究方向为柔顺机构, 精密定位, 视觉精密测量。

E-mail: lihai@scut.edu.cn

王日鑫, 男, 1994 年出生, 博士研究生。主要研究方向为柔顺机构拓扑优化理论和方法。

E-mail: wangrixin239@gmail.com

刘敏, 男, 1992 年出生, 博士, 讲师。主要研究方向为柔顺机构拓扑优化理论和方法。

E-mail: lmin2016@foxmail.com

李昊, 男, 1994 年出生, 博士研究生。主要研究方向为结构优化, 拓扑优化, 湍流。

E-mail: lihao71862b@sina.com