DOI: 10.3901/JME.2021.09.183

基于 Bézier 参数空间包络的改进公差建模方法^{*}

罗 晨 聂家齐 周怡君

(东南大学机械工程学院 南京 211189)

摘要: 基于 Bézier 参数空间包络的公差建模方法建立了控制点变化与尺寸和形位公差之间的对应关系,但是针对最差情况下公差表示时采用最小内切超球作为控制点的变化范围,使得控制点变化的定义过于严格。因此,进一步推导了控制点变化超椭圆范围的表达式,增加了控制点变化的范围,同时保证零件变形仍 100%满足零件的公差要求,此外基于内切超球和超椭圆定义了统计公差,最后通过蒙皮壁板、铰链和车门的仿真试验分别比较了超球和超椭圆所定义控制点变化范围,结果表明改进后的公差建模方法控制点变化范围显著增加,从而对零件加工工艺的要求更宽松,间接减少了制造成本。

关键词: 形位公差; 参数空间包络; 自由变形技术

中图分类号: TH124

An Improved Tolerance Modeling Method Based on Bézier Parametric Space Envelope

LUO Chen NIE Jiaqi ZHOU Yijun

(School of Mechanical Engineering, Southeast University, Nanjing 211189)

Abstract: Geometric tolerance is modeled indirectly through Bézier curve constructed space envelope. Under the new approach, tolerance zone is transformed and converted into control points' influence zone. For worst case tolerance modelling, this paper applies the concept of hyper-ellipsoid to solve control points' influence zone. This compares favorably with tangent hypersphere method measured by increased control point influence zone for a given geometric tolerance. This is achieved by better capturing the feasible region of the system of nonlinear equations. Similarly, the proposed method also improves the statistical tolerance modelling. The advantage of the proposed method is verified through an industrial case study. As geometric tolerance is closely linked to manufacturing costs, the improvement offered by this paper will have significance in industries in terms of reducing manufacturing costs in real production.

Key words: geometric tolerance; parametric space envelope; free-form deformation

0 前言

目前尺寸和形位公差主要采用 ASME Y14.5 标准,该标准克服了传统文字和图形表示方式的二义性,方便了计算机辅助公差表示和设计的实现。接着国际化标准组织提出了新一代几何产品规范标准(Geometrical product specifications and verification, GPS)标准体系,大大提升了公差分析和设计在计算机中表示、处理和数据传递。大量研究者们针对标

准体系,提出了多种公差建模方法^[1],例如工艺拓扑关联表面法(Process topology correlation surface method, TTRS)、小位移旋量法(Small displacement screw method, SDT)、公差映射法(T-Map)、矩阵法、雅可比旋量法^[2]、矢量环法等,这些方法有效表示了公差语义信息,并作为一个全面模型用于公差规范、分析和综合,同时在商业化软件中得到了应用^[1],但是上述这些方法并未考虑形状误差,因此不适用于表述曲线/面形状特征的轮廓度公差。为此,研究者尝试从造型技术、模态分解、表皮模型

^{*} 国家自然科学基金(51975119, 51575107)和江苏省重点研发计划(BE2019022)资助项目。20200613 收到初稿,20210103 收到修改稿

方面建立工件的形状误差。

GUPTA 等^[3]应用构造实体几何模型和基于曲面的形状偏差模型来描述曲面的形状误差,形状偏差模型采用 Bézier 三角面片表示并约束面片顶点仅沿着在曲面的法线变化,但是一般规则工件的交线和角点处不存在法线,故易产生形状偏差的奇异性,且不适用于复杂形状误差表示;ROY 等^[4]提出了基于 16 个控制点的双三次曲面插值方法,该方法保证了所有控制点在公差带内随机变动;POTTMANN 等^[5]采用 B 样条和 NURBS 面片实现用简单几何面片建立复杂几何形状,但是该方法仅适用于简单的形状误差。上述方法可以与现有的 CAD/CAM 软件完美衔接,但是不能很好地描述批量工件的变形模式,不能提取相关联物理意义,预测产品质量,因此一些学者尝试从模态分解的角度研究形状误差。SAMPER 等^[6-7]基于名义曲面网格提取了正交的模态矩阵,进而得到名义曲面的自然振动模态并以此定义测量数据的误差;接着 UNGEMACH 等^[8]进一步定义了名义工件的屈曲模态,从而用来分析柔性曲面的接触状态;SRINIVASAN 等^[9]提出了基于分形和小波变换的形状误差,但是得到的频谱很难具备物理意义;HUANG 等^[10]深入探讨了 2 维离散余弦变换方法,分析了截取模态的留数,但是该方法中数据点是在矩形参数域中采样的,从而不适用复杂拓扑曲面的形状误差表示。最近的表皮模型因符合几何产品规范标准定义的工件形状误差越来越受到重视,表皮模型本身而言是无限的离散模型。ZHANG 等^[11]首次提出了针对理想工件形状误差表皮模型的离散方法,接着 SCHLEICH 等^[12-13]给出了采用表皮模型进行仿真的架构,并定义了尺寸和形位公差。表皮模型本质上是无限点模型,有限离散方式直接决定了该方法的描述精度。国内大量研究者也对尺寸和形位公差的建模进行了深入研究,例如穆晓凯等^[14]分析了装配载荷作用下的柔性体装配精度,罗少敏等^[15]从变形影响的角度分析了现有公差分析方法。

现有的建模方法虽然已经关注到曲面形状误差的表征,但仍存在参数过多、变形模式不明晰和误差叠加不能表述的问题,最近本文作者初探了采用 Bézier 基样条函数的自由形变技术建立了形位公差模型^[16](Envelope-T 模型),并用于汽车装配薄板件的公差表述,但对控制点变化的超球范围限制过于严格,因此在 Envelope-T 模型的基础上进一步推导了控制点变化超椭球范围的表达式,增加了控制点变化的范围,同时保证零件变形仍完全满足零件的

公差要求,此外基于内切超球和超椭球定义了统计公差。该改进模型不仅表征复杂几何拓扑的物体,还能实现拉伸、压缩、弯曲、翘曲、隆起等变形方式,同时将物体的非线性变形可直接反映在外围控制点的线性叠加,简化了位置偏差和形状误差耦合以及不同工位偏差叠加的表征,有效减少了操作变量,增强了操作的简易性,提高装配仿真分析和零件公差设计的效率。

1 Envelope-T 模型

1.1 基于外围参数空间的定义

Envelope-T 模型是在参数空间包络(Parametric space envelope, PSE)基础上,将 Bézier 曲线作为 PSE 基本参数曲线的构成包络线。其作为包络线构成的空间包络如下所示。

Bézier 曲线定义为

$$Q_c(u) = \sum_{i=0}^n B_i^n(u) \cdot p_i \quad (1)$$

$$B_i^n(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i}$$

式中, $B_i^n(u)$ 是 Bernstein 基函数; p_i ($i=0, 1, \dots, n$) 是控制点。

将 Bézier 曲线扩展到 Bézier 曲面, 定义为

$$Q_s(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n B_i^m(u) B_j^n(v) \cdot p_{ij} \quad (2)$$

如果进一步扩展为三维的体, 则可以得到 Bézier 自由形体的定义(Bézier FFD)

$$Q_B(u, v, w) = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^n B_i^l(u) B_j^m(v) B_k^n(w) \cdot p_{ijk} \quad (3)$$

式中, $Q_B(u, v, w)$ 表示由控制点 p_{ijk} 所定义体内的物体, 注意公式不仅可以描述工件的面也可表述为体, 主要在于参数 (u, v, w) 的定义。

文献[16]已经指出该方法表征复杂几何拓扑的物体, 实现拉伸、压缩、弯曲、翘曲、隆起等变形方式, 这里需要提及的是该方法能将物体的非线性变形可直接反映在外围控制点的线性叠加, 简化表征了位置偏差和形状误差的耦合以及不同的工位偏差的叠加, 有效减少了操作变量, 增强了操作简易性。

如图 1 所示, 嵌入物体为理想的立方体(图 1a), 若控制点沿着外围参数空间 XYZ 方向(轴 XYZ 的方向与立方体的尺寸方向一致), 则嵌入的立方体放大或缩小(图 1b), 这种变化方式正好与公差的尺寸公

差对应,同时针对尺寸公差的装配,采用外围参数空间法可以建立三维尺寸的装配,而避免了经典尺寸链的方法的一维尺度的约束。若控制上底面控制点沿着 Z 轴方向变化,则立方体的上底面发生倾斜(图 1c),这种变化方式正好与公差的面度对应。若控制上底面的中间三点变化则引起上底面的变形(图 1d),这对应于形状相关公差。因此外围参数空间的建模可以完全对应于尺寸和形位公差。同时,所有的变形可以有叠加效果,即若外围参数空间发生上述所有变化,那么立方体的变化包含了尺度、位置变化、形状变化的叠加(图 1e),这一点与实际零件的生产是符合的,一个零件的误差总是包含多种误差的叠加。

图 1 嵌入物体在控制点移动时的对应形变

1.2 基于外围参数空间的公差建模

采用 Bézier 曲线做包络线的 PSE 模型,由 3 个参数 u, v, w 定义了参数化空间,内嵌曲面的定义为

$$S(u, v, w) = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^n B_i^l(u) B_j^m(v) B_k^n(w) \cdot p_{ijk} \quad (4)$$

式中, $S(u, v, w)$ 指物体的表面,与前面 $Q_b(u, v, w)$ 以示区别。

该模型由控制点的变化导致 PSE 空间的变化,再间接改变 PSE 包络内部的零件。变形的大小与连续性取决于 Bernstein 多项式参数和控制点。当整个零件都位于包络内部时,控制点的移动导致整个零件的变形;当零件的某一部分落在包络内部时,控制点的移动仅导致零件的局部变形。控制点的变化引起零件的变形可用下式定义

$$\Delta S(u, v, w) = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^n B_i^l(u) B_j^m(v) B_k^n(w) \Delta p_{ijk} \quad (5)$$

式中, Δp_{ijk} 为控制点的变化。Envelope-T 模型将零件的几何公差映射为控制点允许的变化量。

$$d(u, v, w) = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^n B_i^l(u) B_j^m(v) B_k^n(w) \Delta p_{ijk} \cdot n(u, v, w) \quad (6)$$

为了满足零件的公差要求,零件表面的形变量应限制在公差允许的范围,则表示为

$$Tol \geq |d(u, v, w)| \quad \forall (u, v, w) \quad (7)$$

如目标曲面上采样了 h 个点,则式(7)可写为

$$Tol \geq |(a_i \Delta p) \cdot n_i| \quad i = 1, 2, \dots, h \quad (8)$$

式中, $a_i = [B_0^l(u_i) B_0^m(v_i) B_0^n(w_i), \dots, B_l^l(u_i) B_m^m(v_i) B_n^n(w_i)]$, $n_i = n(u_i, v_i, w_i)$ 。式(8)用矩阵的形式表示为

$$t \geq |A \cdot \Delta P| \quad (9)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}n_{11} & a_{11}n_{12} & a_{11}n_{13} & \cdots & a_{1N_p}n_{11} & a_{1N_p}n_{12} & a_{1N_p}n_{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{h1}n_{h1} & a_{h1}n_{h2} & a_{h1}n_{h3} & \cdots & a_{hN_p}n_{h1} & a_{hN_p}n_{h2} & a_{hN_p}n_{h3} \end{bmatrix}$$

$$\Delta P = [\Delta p_{1x} \quad \Delta p_{1y} \quad \Delta p_{1z} \quad \cdots \quad \Delta p_{lmx} \quad \Delta p_{lmy} \quad \Delta p_{lmz}]^T$$

式中,矩阵 A 与 Bernstein 基函数和法向量相关,可以依据理想曲面提前计算的; $t = [Tol, \dots, Tol]^T$, 值得注意的是若零件的公差为非一致公差,这里 t 变为 $t = [Tol_1, \dots, Tol_h]^T$ 表示不同区域的公差限定范围。

图 2 二维空间中控制点变化的可行域

每一个线性不等式定义了一个超半平面, 而式(8)定义了 h 个超条纹的交, 为了理解以平面为例, 图 2 表示了平面内可行域, 其中 $|A_1 \cdot \Delta p| \leq Tol$ 的可行域是黄色条纹的围成的区域, $|A_2 \cdot \Delta p| \leq Tol$ 的可行域是红色条纹围成的区域, 式(9)的可行域就是两个条纹的交, 即网线部分。

1.3 最差情况下公差和统计意义下的公差

文献[16]将最差情况下公差定义为超球, 超球的半径表示为

$$r = \|\Delta p\| = \min_i (Tol / \|A_i\|) \quad i = 1, \dots, h \quad (10)$$

式中, $\|\cdot\|$ 表示取模。通过式(10), 可以得到控制点容许变化范围。值得注意的是式(10)所定义的控制点变化范围是 100% 保证变形后曲面在公差允许范围内的。但是由图 3 的示意图可以看出上述的最差情况下公差表示太过严格, 从试验结果^[16]也能看出公差带范围 1 mm, 但是仿真结果大部分偏差都小于 0.4 mm, 说明上面的条件太过严格。

图 3 可行域的内切圆

最差情况下的公差对于零件的公差控制要求严格, 对于制造商而言, 成本会大幅上升, 因此统计公差在实际生产中更加适用, 统计公差是在装配的容差和制造代价之间取一个折中, 既能满足装配容差的要求, 又能使得制造代价不会大幅上升。基于式(10), 统计公差表述为

$$\tilde{r} = \eta \min_i (Tol / \|A_i\|) \quad i = 1, 2, \dots, h \quad (11)$$

式中, 系数 η 放大了超球的可行域。如图 4 所示, 控制点变化的可行域是网线的部分, 而最里面的内切圆是最差情况下的公差, 最外面的一圈是包含可行域的最差圆, 画出不同的等值圆, 取一个最优圆使得圆内大部分区域在控制点变化的可行域内, 少

部分区域不在控制点变化的可行域内。尽管包含一些不是可行域, 但是在统计意义下, 满足装配的精度要求。

图 4 超圆可行域的示意图

2 改进后的 Envelope-T 模型

2.1 可行域内的超椭圆

如图 5 所示, 比起超球变化范围, 超椭圆变化范围将会在一定程度上放宽这种约束, 使得零件允许的形变量范围更宽, 对工艺的要求也会相应降低。

图 5 二维空间中圆形与椭圆形可行域

下面推导改进 Envelop-T 模型中超椭圆范围的定义。为了去除式(8)的绝对值, 不等式两边平方, 并叠加 h 个平方后的不等式, 可以得到

$$\sum_i ((a_i \Delta p) \cdot n_i)^2 \leq h \cdot Tol^2 \quad (12)$$

将式(12)用矩阵形式表示

$$\Delta p^T A^T A \Delta p \leq h \cdot Tol^2 \quad (13)$$

因为 $h \cdot Tol^2 > 0$, 不等式(13)两边同除以 $h \cdot Tol^2$ 得

$$\Delta p^T \frac{A^T A}{h \cdot Tol^2} \Delta p \leq 1 \quad (14)$$

式中, $\frac{A^T A}{h \cdot Tol^2}$ 是实对称矩阵, 对矩阵 $\frac{A^T A}{h \cdot Tol^2}$ 进行特征值分解, 得到

$$\Delta p^T Q D Q^{-1} \Delta p \leq 1 \quad (15)$$

式中, D 是对角矩阵; Q 是正交单位阵。令 Δq 满足下列表达式

$$\Delta q = Q^{-1} \Delta p \quad (16)$$

则不等式(15)就可以表述为

$$\Delta q^T D \Delta q \leq 1 \quad (17)$$

若矩阵 D 对角线元素皆为正数时, 其限制的控制点变化范围是一个超椭球可行域。当矩阵 A 的秩等于矩阵 A 的列数 ($A^T A$ 可逆), 存在 $3lmn$ 个线性无关的线性不等式, 则可行域是有界的。设

$$D = \begin{pmatrix} 1/r_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1/r_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1/r_{3lmn}^2 \end{pmatrix} \quad (18)$$

则 $r_1 \cdots r_{3lmn}$ 表示超椭球的半轴, 而矩阵 Q 表示超椭球绕着 0 原点的旋转, 如图 5 所示椭圆相对于坐标轴 x_1 和 x_2 有一个旋转角度。

注意不等式(13)定义的可行域相对于不等式(9)放宽了条件, 即满足不等式(9)一定满足不等式(13), 但是满足不等式(13)不一定满足不等式(9), 主要由于 $h \cdot Tol^2$ 值偏大, 导致 $r_1 \cdots r_{3lmn}$ 偏大, 因此将半轴上限做限制 $r_j \leq 2\sqrt{2} \max(Tol/\|A_i\|) \quad j=1,2,\cdots,3lmn$ 。

2.2 改进的最差情况下公差和统计意义下的公差

最差情况下的公差依据矩阵 D 和约束 $r_j \leq 2\sqrt{2} \max(Tol/\|A_i\|) \quad j=1,2,\cdots,3lmn$ 可以得到超椭球的半轴, 依据极坐标的表示方式, 求得 Δq , 然后乘以矩阵 Q 可以得到控制点的变化 Δp 。该控制点的变化范围可以使零件的变形 100%符合形位公差的要求, 同时这个超椭球定义的控制点变化范围相对于超球的允许范围变大了, 如图 5 所示。

同样的, 依据椭球区域也可以定义相应的统计公差, 引入系数 η , 定义 Δp

$$\Delta p = \eta Q \Delta q \quad (19)$$

如图 6 所示, 不同虚线代表不同 η 值的等值线。

图 6 超椭球可行域的示意图

3 仿真试验

3.1 仿真试验模型和包络空间构建

下面分别以蒙皮壁板、铰链和车门表面偏差作为分析对象, 比较改进前后公差建模方法。如图 7a、8a 和 9a 分别为 3 个原始零件模型, 设计 3 个薄板的公差统一为 1 mm, 且假设对零件的公差要求是一致的。在 3 个零件外部建立 PSE, 如图 7b、8b 和 9b 所示。在蒙皮壁板的包络空间上选择 x 方向 2 个、 y 方向 3 个、 z 方向 3 个, 共 18 个控制点; 在铰链的包络空间上选择 x 轴方向 2 个, y 轴方向 3 个, z

图 7 蒙皮壁板和 PSE 建模

图 8 铰链和 PSE 建模

轴方向 4 个, 共 24 个控制点; 在车门的包络空间上选择 x 方向 4 个、 y 方向 2 个、 z 方向 4 个, 共 32 个控制点。

图 9 车门和 PSE 建模

3.2 最差情况下的公差

为保证零件表面变形偏差全部在公差范围内的情况下, 基于 Envelope-T 模型, 依据式(10)得到 3 个零件控制点允许偏移范围的超球半径分别为 1.556 2 mm、1.846 0 mm、2.143 8 mm。随机模拟 100 000 次控制点分别落在 3 个超球的边界及内部, 获得模型变形的最大偏移量, 其结果如图 10a 所示, 3 个零件的允许最大表面偏差分别为 0.558 0 mm, 0.452 9 mm, 0.454 3 mm, 100%满足公差要求。

图 10 蒙皮壁板/ 铰链/ 车门模型可行域仿真变形的最大偏差

在相同的参数包络空间和控制点的前提下, 扩大控制点变化的可行域, 将控制点变化范围扩大至超椭

球, 依据式(18)得到 3 个超椭球最大半轴分别为 9.159 8 mm、11.456 3 mm、12.757 6 mm。同样模拟 100 000 次控制点随机落在超椭球内部及边界, 得到模型变形的最大偏差, 如图 10b 所示, 3 个零件的允许最大表面偏差为 0.600 2 mm, 0.548 5 mm, 0.474 7 mm, 同样 100%落在公差范围之内, 但是得到了更大的偏差。同时图(11)可以看到超椭球的控制点变化范围明显大于超球的控制点变化范围。这说明零件可以获得更大的变形, 即超椭球可行域明显大于超球可行域。因此将控制点移动范围设置在超椭球内对工艺的要求比设置在超球内更宽松, 能够降低成本。

(a) 蒙皮壁板

(b) 铰链

(c) 车门

图 11 控制点参数变化的最大值

3.2 统计公差

对三个模型分别进行 100,000 次仿真。选取不同的 η 系数, 如表 1 所示。表 1 中不同的 η 系数对

应的不同的满足公差范围的安全点的比率。如图 12 所示，依据 3sigma 准则，选取蒙皮壁板、铰链和车门模型的 η 系数为 2.3、2.6 和 2.8，则仿真 100 000 次最大偏移量如图 12 所示，可以点的最大偏移量超过了公差 1 mm 范围的小于 0.27%，而控制点的变化分别放大了 2.3、2.6 和 2.8 倍，因此可以更加宽松的公差限定，有效降低成本。

表 1 η 系数及对应安全率 %

系数 η	蒙皮壁板	铰链	车门
1.8	99.99	99.99	99.99
2.0	99.98	99.99	99.99
2.2	99.92	99.99	99.99
2.3	99.80	99.98	99.99
2.4	99.69	99.96	99.98
2.5	99.47	99.91	99.96
2.6	99.15	99.84	99.92
2.7	98.75	99.67	99.85
2.8	98.10	99.47	99.75
2.9	97.50	99.14	99.55
3.0	96.62	98.75	99.36

(a) 蒙皮壁板

(b) 铰链

(c) 车门

图 12 可靠性系数对应的最大表面偏差

4 结论

(1) 改进的 Envelope-T 模型在原始模型的基础上改变了控制点可移动的几何形状，扩大了其变化范围。当控制点在内切于可行域的超椭圆范围内移动时，其传递给零件表面的偏差比原始模型更大，在满足公差范围的条件下改进后的模型可放宽加工工艺的要求。

(2) 引入系数 η 可以使改进后的 Envelope-T 模型根据实际需求在可被接受的范围内选取合适的可靠性系数，以适应加工工艺水平的要求并节约生产制造的成本。

(3) 通过对蒙皮壁板、铰链和车门模型进行仿真试验证实了该模型的效果，但未来还可以根据不同生产阶段的要求改进模型，以实现全寿命周期的应用。

参 考 文 献

- [1] CAO Y, LIU T, YANG J. A comprehensive review of tolerance analysis models[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 97(5-8): 1-31.
- [2] 张为民, 陈灿, 李鹏忠, 等. 基于雅可比旋量法的实际工况公差建模[J]. 计算机集成制造系统, 2011, 17(1): 77-83.
ZHANG Weimin, CHEN Can, LI Pengzhong, et al. Tolerance modeling in actual working condition based on Jacobian-Torsor theory[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2011, 17(1): 77-83.
- [3] GUPTA S, TURNER JU. Variational solid modeling for tolerance analysis[J]. Computer Graphics and Applications, IEEE, 1993, 13(3): 64-74.
- [4] ROY U, LI B. Representation and interpretation of geometric tolerances for polyhedral objects-I Form tolerances[J]. Computer-Aided Design, 1998, 30(2): 151-161.
- [5] POTTSMANN H, LEOPOLDSEDER S. A concept for parametric surface fitting which avoids the parametrization problem[J]. Computer Aided Geometric Design, 2003, 20(6): 343-362.
- [6] SAMPER S, ADRAGNA PA, FAVRELIERE H, et al. Modeling of 2D and 3D assemblies taking into account form errors of plane surfaces[J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2010, 9(4): 790-792.
- [7] SAMPER S, FORMOSA F. Form defects tolerancing by

- natural modes analysis[J]. Journal of computing and information science in engineering, 2007, 7(1): 44-51.
- [8] UNGEMACH G, MANTWILL F. Efficient consideration of contact in compliant assembly variation analysis[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2009, 131(1): 894-898.
- [9] SRINIVASAN R S, WOOD K L. A form tolerancing theory using fractals and wavelets[J]. Journal of Mechanical Design, 1997, 119(2): 185-193.
- [10] HUANG W, LIU J, CHALIVENDRA V, et al. Statistical model analysis for variation characterization and application in manufacturing quality control[J]. IIE Transaction, 2014, 46(5): 497-511.
- [11] ZHANG M, ANWER N, MATHIEU L, et al. A Discrete Geometry Framework for Geometrical Product Specifications[C]// Proceedings of the 21st CIRP Design Conference, Kaist, M. K. Thompson, ed, 2011.
- [12] SCHLEICH B, WALTER M, WARTZACK S, et al. A comprehensive framework for skin model simulation[C]. In: ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design And Analysis, 2012.
- [13] SCHLEICH B, WARTZACK S. Evaluation of geometric tolerances and generation of variational part representatives for tolerance analysis[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 79(5-8): 959-983.
- [14] 穆晓凯, 孙清超, 孙克鹏, 等. 基于载荷作用的柔性体三维公差建模及精度影响分析[J]. 机械工程学报, 2018, 54(11): 39-48.
- MU Xiaokai, SUN Qingchao, SUN Kepeng, et al. Three-dimensional tolerance modeling and precision analysis of flexible body based on the assembly load[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(11): 39-48.
- [15] 罗少敏, 徐诚. 考虑变形影响的公差分析及其研究进展[J]. 机械工程学报, 2018, 54(7): 139-150.
- LUO Shaomin, XU Cheng. Research progress of tolerance analysis taking into account the deformation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(7): 139-150.
- [16] LUO C, FRANCIOSA P, CEGLAREK D, et.al. A novel geometric tolerance modeling inspired by parametric space envelope[J]. IEEE Trans on Automation Science and Engineering, 2018, 15(3): 1386-1398.
-
- 作者简介: 罗晨, 女, 1980 年出生, 副教授, 博士研究生导师。主要研究方向为夹具设计, 三维重构, 机器视觉, 公差建模。
E-mail: chenluo@seu.edu.cn