DOI: 10.3901/JME.2021.09.071

直板叶片冲击振动响应试验的动力学相似设计方法*

何凤霞^{1,2} 罗 忠^{1,2,3} 李 雷^{1,2} 李玉奇^{1,2}

(1. 东北大学机械工程与自动化学院 沈阳 110819;

2. 东北大学航空动力装备振动及控制教育部国家重点实验室 沈阳 110819;

3. 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室 大连 116024)

摘要: 针对直板叶片受冲击载荷激励瞬态响应难以预测的问题, 提出一种冲击载荷作用下的虚拟模态能量相似方法(Similitude based on virtual mode and statistical energy, SVMSE)。采用统计能量分析、虚拟模态综合法和动力学相似理论相结合的方法, 推导直板叶片在冲击载荷作用下时域和频域的响应相似关系, 并通过设计实例, 采用数值仿真验证所提出 SVMSE 动力学相似设计方法的有效性和正确性, 结果显示, 预测的加速度时域响应基本与原型结果保持一致, 冲击响应谱的预测误差小于 2 dB。此外, 试验结果表明直板叶片的加速度时域响应与仿真结果一致, 冲击响应谱在整个分析频段内误差小于 6 dB。因此, SVMSE 相似设计方法能够预测直板叶片的冲击响应, 为航空发动机直板叶片受高频冲击载荷的模型试验研究提供理论基础。

关键词: 冲击载荷; 直板叶片; 统计能量分析; 虚拟模态综合; 相似设计

中图分类号: TB123; V214

Dynamic Similarity Design Method for Vibration Response of Impact Test of Straight Blades

HE Fengxia^{1,2} LUO Zhong^{1,2,3} LI Lei^{1,2} LI Yuqi^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819;

2. Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-Propulsion System Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110819;

3. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024)

Abstract: Aiming at the problem that it is difficult to predict the transient response under impact load, this paper proposed a similarity design method (SVMSE). Combined statistical energy analysis, Virtual mode synthesis and simulation and similarity theory, the similarity relationships are deduced about the acceleration response of the straight blade in the time and frequency domain. The effectiveness of the similitude design approach is validated by using the numerical simulation method in a designed example. The results show that the predicted acceleration response in time domain is basically consistent with the prototype results, and the prediction error of the shock response spectrum is less than 2 dB. Comparing with the experimental results, the acceleration response of straight blade and the experimental results are basically identical, the error of shock response spectrum throughout the analysis frequency is less than 6 dB. Therefore, the SVMSE similarity design method can predict the prototype's shock response, providing fundamental basis for the model test research of the high frequency impact load on the straight blade of the aero-engine.

Key words: impact load; straight blade; statistical energy analysis; virtual mode synthesis; similarity design

* 国家自然科学基金(11872148, U1908217)和中央高校基本科研业务费专项资金(N2003012, N2003013, N180703018)资助项目。20200707 收到初稿, 20210107 收到修改稿

0 前言

在航空航天等工程领域中,冲击载荷普遍存在。例如,航空发动机叶片遭受鸟撞时,会受到短时、高幅值的冲击载荷,使叶片产生包含高频成分在内的瞬态响应,微秒时间内产生较强的压力峰值,导致叶片变形或损伤,其强度和寿命大大降低,甚至造成飞行事故^[1]。在实际研究中,由于试验条件和成本的限制,很难直接进行发动机全尺寸叶片撞击试验。模型试验能够有效减少过试验的风险和试验成本。因此,设计动力学相似模型来预测原型动力学响应、规避风险和降低成本,具有重要的意义。

在现有的冲击响应数值模拟方法中,有限元法(Finite element method, FEM)较为成熟且应用广泛,但对于瞬态冲击响应问题,需要精细化划分网格,计算效率较低^[2]。对于高频稳态响应,一般采用统计能量分析(Statistical energy analysis, SEA),SEA 方法从统计的意义出发,运用能量守恒原则来预测分析结构的平均振动响应^[3]。对于瞬态响应,则采用虚拟模态综合法(Virtual mode synthesis and simulation, VMSS)。DALTON^[4-6]将 SEA 和 VMSS 结合,分析某装甲车在冲击载荷作用下控制舱的冲击载荷谱,并进行试验验证。彭志刚^[7]基于 SEA 和 VMSS 进行了火箭分离爆炸解锁单点爆炸和四点爆炸冲击振动仿真,分析了质量和材料对冲击振动结果的影响。

目前,涉及冲击响应的动力学相似研究较少。SHOKRIEH^[8]提出了序列相似法,对复合材料受冲击层合板的临界屈曲载荷进行了预测。MAZZARIOL^[9]研究了梁在冲击荷载作用下的解析解,以及在动荷载作用下缩尺平板的数值模拟。张玮^[10]提出一种基于多几何缩比的集成桅杆缩比模型冲击试验方法,并进行了数值仿真验证。张文笛^[11]根据方程分析法得到航空发动机直板叶片振动响应相似关系,并对原型与模型进行数值仿真对比。

综上所述,针对冲击载荷激励后的结构瞬态响应难以预示的问题,提出一种冲击载荷作用下的动力学相似设计方法,通过模型预测原型的冲击响应,并进行试验验证,以期对航空发动机叶片冲击模型试验研究提供理论基础。

1 SVMSE 相似设计方法

基于统计能量分析、虚拟模态综合和动力学相似理论提出 SVMSE 相似设计方法。其基本理论和

相似关系推导过程如下所述。

1.1 统计能量分析

SEA 的核心思想是采用随机变量来替代分析结构中复杂的动力系统模态参数(如固有频率等),通过分析结构振动与其模态之间的相互联系,确定各子系统之间功率流的平衡方程,之后求解方程中的各个未知数。根据能量预示的结果,可再换算成所需要的各种响应量(速度、应力、声压级等)^[12]。SEA 适用于求解高模态密度的系统,通过分析带宽内的振型数 $N=n(f)\Delta f$ 定义^[13]。其中, $n(f)$ 表示各子系统的模态密度, Δf 表示分析带宽,可以将研究带宽分为低($N \leq 1$)、中($1 < N < 5$)、高($N \geq 5$)三个频区。子系统之间的功率流分析模型,如图 1 所示^[14]。

图 1 子系统功率流分析模型

对子系统 i 的输入功率有如下功率流平衡基本关系

$$P_{i,in} = \dot{E}_i + P_{id} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N P_{ij} \quad (1)$$

当稳态振动时 $\dot{E}_i = 0$, N 个子系统的激励相互独立(不相关)及保守弱耦合的情况下,上式写为^[15]

$$\begin{aligned} P_{i,in} &= \omega \eta_i E_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N (\omega \eta_{ij} E_i - \omega \eta_{ji} E_j) \\ &= \omega \sum_{k=1}^N \eta_{ik} E_k - \omega \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \eta_{ji} E_j \quad (i=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (2)$$

式中, $P_{i,in}$ 为外界对子系统 i 的输入功率; ω 为分析频率; E_i 和 η_i 为子系统 i 的能量和内损耗因子; η_{ij} 为能量从子系统 i 传递到子系统 j 的耦合损耗因子。

1.2 SVMSE 相似关系建立

以直板叶片为例, SVMSE 相似关系推导过程如下:

根据 1.1 节所述的统计能量分析原理,直板叶片的功率流方程为

$$P_{in} = \omega \eta E \quad (3)$$

式中, P_{in} 为输入功率, η 为损耗因子, E 为能量。

对于统计能量子系统来说,能量与平均速度的关系如下

$$E(f) = mv(f)^2 \quad (4)$$

从而, 加速度响应的幅值可由下式得到

$$a(f) = \dot{v}(f) = 2\pi f \sqrt{\frac{E(f)}{m}} \quad (5)$$

假设叶片原型与模型满足完全几何相似条件, 即长度、宽度、厚度按同一比例缩放, 相似比记为 $\lambda_a = \lambda_b = \lambda_h = \lambda$ 。集中冲击载荷幅值相似比为 λ_F , 载荷作用时间相似比为 λ_t 。根据相似原理, 固有频率、时间和时域加速度的相似关系为

$$\begin{cases} \lambda_\omega = \sqrt{\frac{\lambda_E}{\lambda_\rho}} \frac{\lambda_h}{\lambda_a \lambda_b} \\ \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_\rho}{\lambda_E}} \frac{\lambda_a \lambda_b}{\lambda_h} \\ \lambda_{a(t)} = \frac{\lambda_F}{\lambda_\rho \lambda_h \lambda_a \lambda_b} \end{cases} \quad (6)$$

对于频域内加速度响应相似关系推导过程如下

$$\lambda_{a(f)} = \lambda_\omega \sqrt{\frac{\lambda_{E(f)}}{\lambda_m}} = \lambda_\omega \sqrt{\frac{\lambda_{p_m}}{\lambda_\omega \lambda_\eta \lambda_\rho \lambda_a \lambda_b \lambda_h}} \quad (7)$$

对于集中点力冲击时, 输入功率可表示为

$$P_m = F^2(\omega) \frac{n\pi}{2m} \quad (8)$$

式中, F 为激励幅值, n 为模态密度, m 为质量。

对于直板叶片, 模态密度为

$$n(f) = \frac{A}{2RC_l} \quad (9)$$

式中, A 为平板面积, R 为平板截面的回转半径, $C_l^2 = E / \rho(1 - \mu^2)$ 。

原型和模型材料相同时, 即 $\lambda_E = \lambda_\rho = 1$, 得到如下相似关系

$$\lambda_{p_m} = \frac{\lambda_F^2 \lambda_h}{\lambda_m} = \frac{\lambda_F^2 \lambda_A}{\lambda_m \lambda_h} = \frac{\lambda_F^2}{\lambda_h^2} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{a(f)} &= \lambda_\omega \sqrt{\frac{\lambda_{p_m}}{\lambda_\omega \lambda_\eta \lambda_\rho \lambda_a \lambda_b \lambda_h}} = \\ &= \sqrt{\frac{\lambda_E}{\lambda_\rho}} \frac{\lambda_h}{\lambda_a \lambda_b} \cdot \sqrt{\frac{\lambda_F^2}{\lambda_\rho \frac{\lambda_E}{\lambda_a \lambda_b} \lambda_\eta \lambda_\rho \lambda_a \lambda_b \lambda_h}} = \\ &= \frac{\lambda_F}{\lambda_\eta^{1/2} \lambda_a \lambda_b \lambda_h} \end{aligned} \quad (11)$$

1.3 相似条件的推导

在高频冲击时, 模态数量非常大, 使机械系统

的精确离散化变得相对困难。因此, 通过虚拟模态综合方法估计高模态密度系统的振型系数, 进而求解冲击响应。

VMSS 的基本思想是通过统计能量法得出子系统的稳态响应函数, 进而拟合频响函数频段平均值, 获得虚拟模态振型系数, 来构造虚拟模态综合系统^[16]。

在小阻尼假设条件下, 系统的模态是近似相同的。因此, 频率响应幅值等于每阶模态响应幅值的总和。则加速度频响函数可写为^[17]

$$\begin{aligned} |H'_{ij}(\omega)| &= \left| \frac{a_i(\omega)}{F_j(\omega)} \right| = \\ &= \sum_{m=1}^{n_m} \frac{\phi_{im} \phi_{jm}}{\left[\left(1 - \frac{\omega_m^2}{\omega^2}\right)^2 + \left(2\zeta_m \frac{\omega_m}{\omega}\right)^2 \right]^{1/2}} \end{aligned} \quad (12)$$

其中, 固有频率为 $\omega_m = \sqrt{k_m / m_m}$, 临界阻尼系数表示为 $\zeta_m = c_m / 2\sqrt{k_m m_m}$ 。 ω 是离散频率, Φ_{ij} 为虚拟模态矢量。

当虚拟模态矢量合成之后, 频域内的加速度响应可以通过下式计算

$$a(i\omega) = \sum_{j=1}^{n_q} \sum_{m=1}^{n_m} \frac{\phi_{im} \phi_{jm} F_j(i\omega)}{1 - \frac{\omega_m^2}{\omega^2} - 2\zeta_m \frac{\omega_m}{\omega} i} \quad (13)$$

根据式(13), 应用方程分析法, 得到响应相似的前提

$$\begin{aligned} \lambda_{a(i\omega)} &= \sum_{j=1}^{n_q} \sum_{m=1}^{n_m} \frac{\lambda_{\phi_{im}} \lambda_{\phi_{jm}} \lambda_{F_j(i\omega)} \lambda_{\omega^2}}{\lambda_{\omega^2 - \omega_m^2 - 2\zeta_m \omega \omega_m i}} \Rightarrow \\ \lambda_{\omega^2} &= \lambda_{\omega_m^2} = \lambda_{\zeta_m} \lambda_{\omega} \lambda_{\omega_m} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_{\zeta_m} = 1 \\ \lambda_{\omega} = \lambda_{\omega_m} \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

结合式(6), 上述推导可总结为如下相似条件

$$\begin{cases} \lambda_{\zeta_m} = 1 \\ \lambda_t = \frac{1}{\lambda_\omega} = \frac{1}{\lambda_{\omega_m}} = \lambda_\tau = \frac{\lambda_a \lambda_b}{\lambda_h} \end{cases} \quad (15)$$

2 相似关系的仿真验证

以直板叶片作为原型, 模型(完全相似)、畸变模型与原型材料相同, 其几何参数、材料参数及推导得到的相似比如表 1 所示。模型 M 和畸变 A 均满足式(15)中相似条件, 且畸变模型的冲击作用时间缩比 $\lambda_\tau = 1$ 。

表 1 原型与模型相似参数

	原型(P)	模型(M)	畸变(A)
力的幅值 F/N	16.3	16.3	16.3
结构尺寸 $a \times b \times h/mm$	290×140.5×5	174×84.3×3	174×93.7×2
弹性模量 E/Pa	7.1×10^{10}	7.1×10^{10}	7.1×10^{10}
密度 $\rho/(kg/m^3)$	2 700	2 700	2 700
λ_F	□	1	1
λ_τ	□	0.6	1
λ_η	□	1	1
λ_{ω}	□	1.667	1
λ_t	□	0.6	1
$\lambda_{a(t)}$	□	4.63	6.25
$\lambda_{a(f)}$	□	4.63	6.25

根据统计能量分析原理,所提出的相似方法更适用于模态数 $N>1$ 时的系统。原型、模型和畸变模型的模态数曲线如图 2 所示,即对于原型和畸变模型而言,当频率大于 1 600 Hz 时,该方法更适用;对于模型,频率大于 2 500 Hz 时,满足相似适用条件。

图 2 原型、模型和畸变模型的叶片的模态数

在对原型、模型和畸变模型进行响应计算时,其冲击载荷输入与试验测试结果相同,幅值为 16.3 N。阻尼比系数均设置为 0.01。

根据推导得到的相似比,原型与模型叶片施加冲击载荷得到的加速度响应如图 3、4 所示,图 3b 为 3a 的局部放大图。 $M(R)$ 表示利用相似关系预测原型的响应,当预测曲线与原型曲线完全吻合时,证明相似关系成立。从图中可见,模型的时域加速度曲线可以较好地预测原型曲线,放大图中存在一定的相位差。模型的冲击响应谱也能较好的预测原型,保证冲击响应谱完全相同是比较难以达到的,但其趋势基本吻合,幅值预测误差小于 2 dB。

图 3 时域加速度响应

图 4 冲击响应谱

同理,原型与畸变模型叶片施加冲击载荷得到的加速度响应如图 5、6 所示,图 5b 为 5a 的局部放大图。从图中可见,畸变模型的时域加速度曲线也可以很好地预测原型曲线,且无明显相位差。畸变模型的冲击响应谱也能很好地预测原型。

一般来说,畸变模型的预测误差大于完全相似模型的预测误差。由于畸变模型与原型的时间缩比为 1,且满足第 1.3 节推导得到的相似条件,导致冲击响应的横坐标无须进行变换,进而消除了相位偏差。然而,对于完全相似模型,既满足相似条件又保证时间缩比为 1,是不可能实现的。此外,由于加工制造的限制,完全相似模型在实际工程中也是难以满足的。

图 5 时域加速度响应

图 6 冲击响应谱

因此,选择合适的畸变模型参数、冲击力的持续时间和幅值能够很好地反推原型的冲击响应。

3 试验验证

为了验证数值仿真结果的正确性,进行直板叶片冲击试验,比较数值仿真与试验结果,基本流程如图 7 所示。

试验对象采用尺寸为 $290\text{ mm} \times 140.5\text{ mm} \times 5\text{ mm}$ 的直板叶片,通过模态力锤 PCB 086C01 施加冲击载荷, LMS SCM2E05、加速度传感器 CA-YD-1160 (连接 LMS 26-28 通道) 测试得到加速度时域响应及冲击响应谱,试验装置如图 8 所示。值得注意的是,由于采用统计能量分析方法,需随机分布多个

加速度传感器采集冲击响应,并进行平均,得到直板叶片的平均加速度响应。

图 7 冲击数值仿真与试验流程图

图 8 试验装置

采用图 8 所示模态力锤对直板叶片施加冲击载荷,测试得到的冲击力如图 9 所示,三个加速度传感器测试获得的平均响应如图 10 实线曲线所示。将图 9 所示冲击力作为输入,得到图 10 虚线曲线所示的数值结果。由于传感器质量、分布数量及力锤敲击的影响,导致试验结果与数值仿真结果存在一定的误差,但从图 10a 可以看出,数值方法与试验的时域加速度响应具有一致的趋势。图 10b 表明数值结果与试验获得的冲击响应谱误差不超过 6 dB。因此,试验结果验证了仿真的正确性和有效性。此外,由于统计能量方法适合于高模态密度系统的求解,而低模态精度较差,导致试验结果与仿真结果在低频段存在较大误差,随着频率升高,误差变小,也证明了该方法更适合于高频段的求解。

图 9 冲击力信号

图 10 加速度响应数值与试验结果

4 结论

(1) 详细推导了航空发动机直板叶片原型与模型之间的相似关系, 提出了 SVMSE 相似设计方法。通过统计能量分析和虚拟模态综合获得原型与模型的加速度响应, 将模型预测结果与原型的结果进行对比, 验证了所提出的相似设计方法的正确性和有效性。

(2) 对于时域加速度的响应预测, SVMSE 相似设计方法保证了预测的时域加速度幅值和相位, 无明显差别; 对于冲击响应谱的预测, 该相似设计方法的预测误差不超过 2 dB。

(3) 试验验证了仿真结果的正确性, 冲击响应谱的预测误差小于 6 dB; 验证了 SVMSE 方法更适合于高模态密度系统的相似设计。

参 考 文 献

[1] 陈兆林, 杨智春, 王用岩, 等. 基于能量有限元法和虚拟模态综合法的高频冲击响应分析方法[J]. 航空学报. 2018, 39(8): 182-191.
CHEN Zhaolin, YANG Zhichun, WANG Yongyan, et al. A high-frequency shock response analysis method based on energy finite element and virtual mode synthesis and simulation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(8): 182-191.

[2] SHORTER P J, LANGLEY R S. Vibro-acoustic analysis of complex systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 288(3): 669-699.
[3] MACE B R, SHORTER P J. Energy flow models from finite element analysis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 233(3): 369-389.
[4] DALTON E C. Ballistic shock response by an extension of statistical energy analysis[C]//63rd Shock and Vibration Symposium, VA: AIAA, 1992.
[5] DALTON E, CHAMBERS N S I B, CHAMBERS N S I I. Analysis and validation testing of impulsive load response in complex, multi-compartmented structures[S]. Los Angeles: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1995.
[6] DALTON E C. High frequency shock prediction in multiply-connected plate structures[C]//64rd Shock and Vibration Symposium, VA: AIAA, 1993.
[7] 彭志刚. 基于统计能量法的火箭解锁冲击响应谱分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
PENG Zhigang. Shock response spectrum analysis of unlocking about separation between satellite and rovket based on statistical energy analysis[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015.
[8] SHOKRIEH M M, ASKARI A. Similitude study of impacted composite laminates under buckling loading[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2013, 139(10): 1334-1340.
[9] MAZZARIOL L M, OSHIRO R E, ALVES M. A method to represent impacted structures using scaled models made of different materials[J]. International Journal of Impact Engineering, 2016, 90: 81-94.
[10] 张玮, 韩晨健, 杜志鹏, 等. 集成桅杆缩比模型冲击试验方法研究[J]. 兵工学报, 2015, 36(S1): 206-212.
ZHANG Wei, HAN Chenjian, DU Zhipeng, et al. Research on impact experimental method for synthesis mast scaling model[J]. Acta Armamentarii, 2015, 36(S1): 206-212.
[11] 张文笛, 罗忠, 于清文, 等. 直板叶片振动响应试验的相似关系确定方法[J]. 航空发动机. 2019, 45(5): 63-69.
ZHANG Wendi, LUO Zhong, YU Qingwen, et al. Determination method for similarity relationship of straight-plate blade vibration response test[J]. Aeroengine, 2019, 45(5): 63-69.
[12] MACE B. Statistical energy analysis, energy distribution models and system modes[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 264(2): 391-409.
[13] 张国军, 闫云聚, 李鹏博. 基于统计能量法的飞行器结构声振响应分析[J]. 噪声与振动控制, 2014(3): 92-96.
ZHANG Guojun, YAN Yunju, LI Pengbo. Analysis of

- vibro-acoustic response of aircrafts based on statistical energy method[J]. Noise and Vibration Control. 2014(3): 92-96.
- [14] 林华刚, 闫云聚, 李鹏博. 飞行器结构在高强宽频噪声环境下的响应预示分析与试验研究[J]. 机械工程学报, 2016, 52(3): 71-78.
- LIN Huagang, YAN Yunju, LI Pengbo. Aircraft structure's response prediction analysis and experimental study in high-strength broadband noise environments[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(3): 71-78.
- [15] 姚德源, 王其政. 统计能量分析原理及其应用[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1995.
- YAO Deyuan, WANG Qizheng. Statistical energy analysis theory and its application[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1995
- [16] 王军评, 毛勇建, 黄含军, 等. 统计能量分析法在爆炸分离冲击响应预示中的应用[J]. 航天器环境工程. 2011, 28(5): 414-420.
- WANG Junping, MAO Yongjian, HUANG Hanjun, et al. Application of statistical energy analysis method in prediction of pyro-shock responses[J]. Spacecraft Environment Engineering, 2011, 28(5): 414-420.
- [17] ZHAO H, DING J, ZHU W, et al. Shock response prediction of the typical structure in spacecraft based on the hybrid modeling techniques[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 89: 460-467.
-
- 作者简介:** 何凤霞, 女, 1994 年出生, 博士研究生。主要研究方向为复杂结构动力学相似。
E-mail: abfxhe@163.com
- 罗忠(通信作者), 男, 1978 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机械动力学与控制, 模型试验理论与方法。
E-mail: zhluo@mail.neu.edu.cn