DOI: 10.3901/JME.2021.09.028

基于旋量理论平板折展机构构型综合与分析*

郭路瑶¹ 赵永生^{1,2} 李明^{3,4} 韩博¹ 路斯成¹ 崔琦峰^{3,4} 许允斗^{1,2}

(1. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室 秦皇岛 066004;

2. 燕山大学先进锻压成型技术与科学教育部重点实验室 秦皇岛 066004;

3. 中国航天科技集团有限公司空间结构与机构技术实验室 上海 201109;

4. 上海宇航系统工程研究所 上海 201109)

摘要: 为了解决平板折展机构单元构型种类少的问题,对平板折展机构进行了构型综合,并优选出了一种机构进行运动学分析。基于对平板折展机构收拢原理的分析,运用旋量理论提出了一种平板折展单元机构的构型综合方法,综合出多种平板折展机构构型。通过分析比较优选出一种运动副全部为转动副的平板折展机构,对其构型机理及几何特征进行了分析,并基于旋量约束拓扑图计算了机构自由度。然后对其进行了运动学分析,分析了各个构件的角速度,进而推导得到了各个构件的质心线速度与质心线加速度,并进行了数值计算与仿真验证,验证了理论分析结果的正确性。研究内容可以为这类机构的设计分析与工程应用提供参考。

关键词: 平板折展机构; 构型综合; 旋量理论; 运动学

中图分类号: V443

Type Synthesis and Analysis of Plate Deployable Mechanism

GUO Luyao¹ ZHAO Yongsheng^{1,2} LI Ming^{3,4} HAN Bo¹ LU Sicheng¹
CUI Qifeng^{3,4} XU Yundou^{1,2}(1. Laboratory of Parallel Robot and Mechatronic System of Hebei Province, Yanshan University,
Qinhuangdao 066004;2. Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science (Yanshan University),
Ministry of Education of China, Qinhuangdao 066004;3. Space Structure and Mechanism Technology Laboratory of China Aerospace Science and Technology Group
Co.Ltd, Shanghai 201109;

4. Institute of Aerospace System Engineering Shanghai, Shanghai 201109)

Abstract: In order to solve the problem that there are few types of flat folding and unfolding mechanism units, a configuration synthesis of flat folding and unfolding mechanism is made, and a mechanism for kinematic analysis is selected. Based on the analysis of the folding principle of the flat folding and unfolding mechanism, a method of configuration synthesis of the flat folding and unfolding unit mechanism is proposed by using the theory of spinor, and a variety of flat folding and unfolding mechanism configurations are synthesized. Through the analysis and comparison, a kind of flat folding and unfolding mechanism with all moving pairs as rotating pairs is selected. Its configuration mechanism and geometric characteristics are analyzed, and the degree of freedom of the mechanism is calculated based on the rotation constraint topological diagram. Then, the kinematic analysis is carried out, the angular velocity of each component is analyzed, and then the centroid velocity and acceleration of each component are derived, and the numerical calculation and simulation are carried out to verify the correctness of the theoretical analysis results. The research

* 中国航天科技集团有限公司空间结构与机构技术实验室和国家自然科学基金(52075467, 51675458)资助项目。20200618 收到初稿, 20200830 收到修改稿

content of this paper can provide reference for the design analysis and engineering application of this kind of mechanism.

Key words: flat folding and unfolding mechanism; configuration synthesis; spinor theory; kinematics

0 前言

随着卫星通信以及航天事业的迅猛发展, 空间机构的需求愈加迫切^[1], 大型空间可展机构的应用及快速发展, 引起了越来越多学者的关注及研究。空间可展结构一般在地面和发射过程中都是处于收拢状态, 当航天器到达工作轨道并准备就绪后, 驱动装置便使其展开成预设的工作状态。目前各类航天器对这种可展结构应用广泛。然而, 因为地面航天发射器储放容量是有限制, 所以航天工程对各类空间可展结构的进一步发展越发迫切。关于平面折展机构的研究已成为当今世界上一个研究热点。

目前, 国内外多所科研机构和相关学者提出并研究了多种平面折展机构, 美国、日本、德国、俄罗斯等国的研究机构先后提出了多种星载平面天线机构形式。星载平面天线的先驱是美国 1978 年发射用于论证测量海洋动力学的可行性的 Seasat SAR^[2], 它由 8 块相控阵可展开平面天线组成, 每两块天线面板由一个六棱锥单元可展开机构支撑, 在模块之间采用剪式可展机构来保持同步; 欧空局在 1991 年成功发射试验性质的遥感卫星 ERS-1^[3], ESR-1 由 5 块可展的平面天线面板组成, 支撑机构是四棱锥单元; 1996 年加拿大航空局发射的 Radarsat-1 相控阵天线^[4], 首次采用了天线与卫星侧部连接的方式, 平面天线发射时在卫星两侧处于收拢状态, 展开状态形成两翼, 单侧的支撑桁架机构是两个四棱锥可展单元; 日本于 2006 年在种子岛宇宙中心发射了先进对地观测卫星 ALOS^[5], 该展开支撑机构包括大小两组支撑杆, 主支撑杆连接内侧的两块面板, 并且是天线展开的驱动源, 副支撑杆成 M 形连接四块面板, 起到四块面板的联动的作用; 2007 年加拿大航空局又发射了 Radarsat-2 卫星^[6], 平面天线由 4 块天线面板组成, 支撑机构在 Radarsat-1 基础上去掉一组中支撑杆, 并在斜支撑杆上留有用来补偿板厚的小段斜杆, 使得结构更紧凑; 美国宇航公司和科罗拉多大学联合研制的 X 波段的相控阵平面天线, 支撑机构为 12 个 9 棱锥可展单元组合而成的, 整个支撑机构的中间两个上节点与连接卫星的 V 形驱动臂相连接; 以及美国空军和 JPL 实验室联合研制的 L 波段的大型空间雷达 LLSBR, 每两个单元组合成一个模块, 单模块天线

有四棱柱可展开机构支撑。而中国在这方面起步较晚, 浙江大学、同济大学、天津大学和哈尔滨工业大学等在这方面进行了研究, 重点在空间站天线、伸展臂以及折展网架结构的设计^[7-11], 哈尔滨工业大学首次完成了四棱柱单元一维伸展臂样机的研制^[12-14]。文献[15]对一类空间对称 6R 机构的运动学及组合应用进行了相关研究分析。文献[16]基于螺旋理论和图论, 提出含过约束可展开机构构型综合流程, 对可展开四棱锥单元进行了构型综合。文献[17]基于图论的数学工具, 提出了一套空间静定桁架图谱的建立方法, 在静定桁架图谱的基础上, 提出了一套空间可展开机构单元的综合方法。对可展开平面天线支撑机构构型综合与设计。

上述文献提出了多种可展单元结构, 部分已经成功研制并得到了实际应用, 而对平板折展机构单元进行构型综合的研究不多。鉴于我国航天任务的多样性需求, 仍亟须多种性能优异的新型可展机构。因此, 本文提出了一种平板折展机构的构型综合方法, 对综合得到的新型平板折展天线机构进行了理论分析与仿真实验。

1 平板折展机构的构型综合

1.1 螺旋理论的约束综合原理

根据螺旋理论^[18]可知, 旋量可用下式表示

$$\mathcal{S} = (\mathbf{S}; \mathbf{S}_0 + h\mathbf{S}) = (\mathbf{S}; \mathbf{r} \times \mathbf{S} + h\mathbf{S}) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{S}$ 为螺旋轴线的方向矢量, $\mathbf{S}_0$ 表示螺旋轴线的线矩, $\mathbf{r}$ 为从参考坐标系原点到螺旋轴线上任一点的矢径, h 为螺旋的节距。

当式(1)中 $h=0$ 时, 螺旋简化为线矢量, 即

$$\mathcal{S} = (\mathbf{S}; \mathbf{S}_0) = (\mathbf{S}; \mathbf{r} \times \mathbf{S}) \quad (2)$$

式中, $\mathcal{S}$ 为沿 $\mathbf{S}$ 方向的线矢量, 可表示轴线沿 $\mathbf{S}$ 方向的转动副的运动螺旋; 也可表示沿 $\mathbf{S}$ 方向、相对坐标系原点力矩为 $\mathbf{r} \times \mathbf{S}$ 的纯力矢量。

当式(1)中 $h \rightarrow \infty$ 时, 螺旋简化为偶矢量, 即

$$\mathcal{S} = (0; \mathbf{S}) \quad (3)$$

式中, $\mathcal{S}$ 为沿 $\mathbf{S}$ 方向的偶矢量, 可表示沿 $\mathbf{S}$ 方向的移动副的运动螺旋; 也可表示沿 $\mathbf{S}$ 方向的纯力偶矢量。

空间任意作用力可以由纯力和纯力偶矢量合成得到。

根据螺旋理论可知, 当 $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \dots, \mathcal{S}_n$ 表示并联机构某一支链运动螺旋系时, 它们的反螺旋 $\mathcal{S}^r$ 表示

该支链运动螺旋系施加给动平台的结构约束螺旋, 即支链结构施加给动平台的约束力或约束力偶。

基于螺旋理论的约束综合法就是根据机构运动与约束之间的关系, 采用螺旋分析机构运动的逆过程, 综合步骤通常为^[18-20]: 首先, 根据机构要求的输出构件的运动螺旋系求出其所受约束螺旋系; 其次, 构造支链约束螺旋并求出与其相逆的基础运动螺旋系; 再次, 根据分支运动螺旋系构造分支运动链结构; 最后, 配置这些支链结构得到符合要求的机构。

1.2 平板折展单元机构的型综合

本文基于螺旋理论的约束综合原理对平板折展单元机构进行构型综合, 首先对平板折展单元机构的收拢原理进行分析。

将折叠的平板两两分为一组, 其支撑折展机构划定为一个基本单元机构, 首先进行基本单元机构的构型综合, 得到单元收拢展开机构, 进而将各个机构单元连接便可得到整体收拢展开机构。平板折展单元的收拢过程可以理解为: 将一块天线平板在底边 A 处固定, 两块平板通过转动副 C 连接, 则平板 2 底边 B 沿着 AB 连线往 A 边靠拢, 在收拢过程中 A 、 B 始终处于同一平面内, 如图 1 所示。

图 1 平板折展单元机构的收拢原理

平板折展单元的组成形式作如下假设。

(1) 两块天线平板 A 、 B 分别于支撑构件 1 和支撑构件 2 连接。

(2) 支撑构件 1 固定, 支撑构件 2 在两块平板收拢过程中始终与支撑构件 1 保持平行。

两块平板在折叠过程中姿态会发生变化, 而两根支撑构件始终要保持姿态不变, 所以平板 1 和支撑构件 1, 以及平板 2 和支撑构件 2 之间均要通过转动副连接, 这里分别记为转动副 A 和转动副 B 。此时支撑构件和天线平板构成了一个由 3 个转动副构成得串联运动链。为了提高展开到位平板天线的刚度与稳定性, 需要使之形成一个闭环结构。

因此, 这里考虑在支撑构件 1 和支撑构件 2 之间添加串联运动支链, 形成一个并联式闭环机构。其中支撑构件 1 为定平台, 支撑构件 2 为动平台,

则两块折叠平板形成连接动、定平台的一条支链, 记为支链 1, 如图 2 所示。需要添加的串联运动支链可以是 1 条、2 条或多条。

图 2 平板折展机构运动简图

以定平台与支链 1 的连接点为原点, 动、定平台之间的连线为 x 轴方向, 定平台的高为 z 轴方向建立参考坐标系如图 2 所示。由于支链 1 由三个平行转动副组成, 所以其运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{A1}(0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0) \\ \mathcal{S}_{A2}(0 & 1 & 0 & -b & 0 & a) \\ \mathcal{S}_{A3}(0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2a) \end{cases} \quad (4)$$

式中, $2a$ 表示 A 、 B 两点之间的距离, b 表示 C 点到 xy 平面的距离。

按照反螺旋理论, 求得其约束力螺旋的基为

$$\begin{cases} \mathcal{S}^{r1'} = (0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0) \\ \mathcal{S}^{r2'} = (0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0) \\ \mathcal{S}^{r3'} = (0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1) \end{cases} \quad (5)$$

机构运动自由度数少, 结构就简单且控制容易、制造成本低, 因此使折展单元的自由度数目尽量少, 因而这里设定自由度数目为 1, 即动平台只有一个沿着 AB 连线移动的自由度, 机构运动螺旋为

$$\mathcal{S}_{B1}(0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0) \quad (6)$$

按照反螺旋理论, 求得机构末端约束力螺旋系的基为

$$\begin{cases} \mathcal{S}^{r1} (0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0) \\ \mathcal{S}^{r2} (0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0) \\ \mathcal{S}^{r3} (0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0) \\ \mathcal{S}^{r4} (0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0) \\ \mathcal{S}^{r5} (0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1) \end{cases} \quad (7)$$

下面将分添加 1 条支链和 2 条支链两种情况, 分别构造所添加运动支链的构型, 因为 3 条以上支链会极大增加结构的复杂程度, 这里不予考虑。

当添加 1 条支链的时候, 由于支链 1 已提供一个约束力螺旋、两个约束力偶螺旋, 为保证动平台只有一个沿着 AB 连线移动的自由度, 那么支链 2 至少提供一个约束力螺旋, 一个约束力偶螺旋, 即

式(6)中 $\mathcal{S}^{r2}$ 和 $\mathcal{S}^{r4}$, 所以支链 2 约束螺旋系又可为以下几种情况。

(1) 假设支链 2 提供一个约束力 $\mathcal{S}^{r2}$ 、一个约束力偶 $\mathcal{S}^{r4}$, 由此得到的满足要求的运动链为 $R_X R_Z R_Z P_{XY}$ 、 $R_X R_Z P_X P_Y$ 、 $U_{XZ} R_Z P_{XY}$ 、 $U_{XZ} P_X P_Y$ 和 $R_X R_Z U_{XZ}$, (P_{XY} 表示轴线在 xy 平面内的移动副; U_{XZ} 表示一条轴线沿 x 轴方向, 另一条轴线沿 z 轴方向的虎克铰)最终形成的支链如图 3 所示。

图 3 支链提供一个约束力一个约束力偶

(2) 假设支链 2 提供两个约束力 $\mathcal{S}^{r1}$ 、 $\mathcal{S}^{r2}$ 和一个约束力偶 $\mathcal{S}^{r4}$ 。此时得到满足要求运动链的形式为 $(R_X R_Z)_N P_X$ (转动副的轴线必须与 y 轴相交或必须经过原点), 如图 4 所示。

图 4 支链提供两个约束力一个约束力偶

(3) 假设支链 2 提供一个约束力 $\mathcal{S}^{r2}$, 两个约束力偶 $\mathcal{S}^{r3}$ 、 $\mathcal{S}^{r4}$, 因此得到满足要求的运动链为 $R_Z R_Z R_Z$ 、 $P_{XY} R_Z R_Z$ 、 $R_Z P_X P_Y$ 支链, (R 副轴线沿约束力 $\mathcal{S}^{r2}$ 的方向), 如图 5 所示。

图 5 支链提供一个约束力两个约束力偶

(4) 假设支链 2 提供一个约束力 $\mathcal{S}^{r2}$ 和两个约束力偶 $\mathcal{S}^{r4}$ 、 $\mathcal{S}^{r5}$ 。对假设(4)得到满足要求的运动链与假设(3)区别在于转动副的方向不同, 假设(4)中支链的转动副方向沿 x 轴方向。

(5) 假设支链 2 提供两个约束力 $\mathcal{S}^{r1}$ 、 $\mathcal{S}^{r2}$, 两个约束力偶 $\mathcal{S}^{r3}$ 、 $\mathcal{S}^{r4}$ 。因此得到满足要求的运动链只能为 $R_Z R_Z$ 、 $P_X R_Z$ 支链(R 副轴线沿 z 轴的方向), 如

图 6 所示。

图 6 支链提供两个约束力两个约束力偶

(6) 假设支链 2 提供两个约束力 $\mathcal{S}^{r1}$ 、 $\mathcal{S}^{r2}$, 两个约束力偶 $\mathcal{S}^{r4}$ 、 $\mathcal{S}^{r5}$ 。对假设(6)得到满足要求的运动链与假设(5)区别在于转动副的方向不同, 假设(6)中支链的转动副方向沿 x 轴方向。

(7) 假设支链 2 提供一个约束力 $\mathcal{S}^{r2}$, 三个约束力偶 $\mathcal{S}^{r3}$ 、 $\mathcal{S}^{r4}$ 、 $\mathcal{S}^{r5}$ 。因此得到满足要求的运动链只能为 $P_X P_Y$, 如图 7 所示。

图 7 支链提供一个约束力三个约束力偶

(8) 假设支链 2 提供两个约束力 $\mathcal{S}^{r1}$ 、 $\mathcal{S}^{r2}$ 和三个约束力偶 $\mathcal{S}^{r3}$ 、 $\mathcal{S}^{r4}$ 、 $\mathcal{S}^{r5}$ 。这样支链 2 只能含一个轴线沿 x 轴方向的 P 副, 如图 8 所示。

图 8 支链提供两个约束力三个约束力偶

上述综合到的所有约束支链中 P 支链和 RRR 支链结构最简单。添加 P 副约束支链和 RRR 约束支链形成的收拢机构分别如图 9 和图 10 所示, 在结构上约束支链限制了动平台只能沿 x 轴线方向往定平台移动。

图 9 添加单支链形成的闭环收拢机构 I

图 10 添加单支链形成的闭环收拢机构 II

添加 2 条支链的情况可以分为: ① 添加两条相同的支链; ② 添加两条不相同的支链。当添加两条不相同的支链时, 机构的复杂性随之增加, 不利于扩展和加工制造。添加两条相同的支链, 即添加多余的冗余支链, 不仅具有结构对称性, 且能增加机构的刚度。添加两条相同的支链时, 所添加的两条支链约束力螺旋系的并集需要与上述单独添加一条支链约束力螺旋系的其中一种情况相同。添加两条 P 支链和 RRR 支链均满足要求, 其形成的闭环收拢机构分别如图 11、12 所示。

图 11 添加两支链形成的闭环机构 I

图 12 添加两支链形成的闭环机构 II

对于航天机构为保证高的可靠性应尽量避免使用移动副, 因此本文主要选用最简单的 RRR 支链。此外为提高机构对称性, 增加机构的刚度, 选用添加两条对称支链的平板收拢单元折叠机构 (图 12) 作为优选单元, 并以此为基础进行后续的运动学分析。

2 平板折叠机构的自由度分析

2.1 平板折叠机构单元的自由度分析

平板折叠机构单元包括 2 块天线平板、2 个支撑结构、4 个连接杆, 连接杆等长, 在天线平板收拢的时候, 上层的同步杆会随动。整体机构为空间对称型机构, 所含运动副均为转动副, 如图 13 所示。

首先, 以左侧支撑结构与天线平板连接的中点处为原点建立直角坐标系, 如图 14 所示。天线

平板之间以及天线平板与支撑结构之间的转动副轴线沿 x 轴方向, 连接杆之间以及连接杆与支撑结构之间的转动副轴线沿 z 轴方向。平板长 l , 宽 m , 支撑杆高 h , 连接杆长 m , 两天线平板之间的折角 2θ , 根据矩形平板折叠机构的构型及几何特点, 相邻两根连接杆的折角与两天线平板之间的折角相等。

图 13 全 R 平板折叠单元机构

图 14 板折叠机构简图及坐标系

图 14 中 S_i 表示机构中转动副的运动旋量的轴线方向, i 表示运动副的序号, 取值 1~9。根据文献[21]中提出的方法, 绘制旋量约束拓扑图, 如图 14 所示。根据图 14 及其上文给出的几何参数, 通过运算可以得到各个转动副的单位运动旋量为

$$\begin{cases} \mathbf{S}_1 = [l \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ \mathbf{S}_2 = [l \ 0 \ 0 \ 0 \ m \cos\theta \ -m \sin\theta]^T \\ \mathbf{S}_3 = [l \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -2m \sin\theta]^T \\ \mathbf{S}_4 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ l/2 \ 0]^T \\ \mathbf{S}_5 = [0 \ 0 \ 1 \ m \sin\theta \ l/2 - m \cos\theta \ 0]^T \\ \mathbf{S}_6 = [0 \ 0 \ 1 \ 2m \sin\theta \ l/2 \ 0]^T \\ \mathbf{S}_7 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ -l/2 \ 0]^T \\ \mathbf{S}_8 = [0 \ 0 \ 1 \ m \sin\theta \ -l/2 + m \cos\theta \ 0]^T \\ \mathbf{S}_9 = [0 \ 0 \ 1 \ 2m \sin\theta \ -l/2 \ 0]^T \end{cases} \quad (8)$$

在图 15 所示机构的旋量约束拓扑图中, 环 I、II 为 2 个闭环机构, 用 ω_i 表示机构中各个转动副的角速度大小。以顺时针方向为正, 则在环路 I 中, 闭环旋量约束方程可以表示为

$$-\omega_1 \mathcal{S}_1 - \omega_2 \mathcal{S}_2 - \omega_3 \mathcal{S}_3 + \omega_4 \mathcal{S}_4 + \omega_5 \mathcal{S}_5 + \omega_6 \mathcal{S}_6 = 0 \quad (9)$$

式中, $\mathbf{0}$ 是 6 维零矢量。

图 15 旋量约束拓扑图

同理得到, 在环路 II 中闭环旋量约束方程可以表示为

$$\omega_1 \mathcal{S}_1 + \omega_2 \mathcal{S}_2 + \omega_3 \mathcal{S}_3 - \omega_7 \mathcal{S}_7 - \omega_8 \mathcal{S}_8 - \omega_9 \mathcal{S}_9 = 0 \quad (10)$$

联立式(9)、(10)可以得到平板折展机构的闭环旋量约束方程组

$$\begin{cases} -\omega_1 \mathcal{S}_1 - \omega_2 \mathcal{S}_2 - \omega_3 \mathcal{S}_3 + \omega_4 \mathcal{S}_4 + \omega_5 \mathcal{S}_5 + \omega_6 \mathcal{S}_6 = 0 \\ \omega_1 \mathcal{S}_1 + \omega_2 \mathcal{S}_2 + \omega_3 \mathcal{S}_3 - \omega_7 \mathcal{S}_7 - \omega_8 \mathcal{S}_8 - \omega_9 \mathcal{S}_9 = 0 \end{cases} \quad (11)$$

将式(11)中的旋量约束方程组写成矩阵形式

$$UV = 0 \quad (12)$$

式(12)中

$$V = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3 \quad \omega_4 \quad \omega_5 \quad \omega_6 \quad \omega_7 \quad \omega_8 \quad \omega_9 \quad \omega_{10}] \quad (13)$$

$$U = \begin{bmatrix} U_2 & U_4 & U_1 \\ U_3 & U_1 & U_5 \end{bmatrix} \quad (14)$$

在式(14)中各个符号的表达式如下

$$\begin{cases} U_1 = (0 \quad 0 \quad 0) \\ U_2 = (-\mathcal{S}_1 \quad -\mathcal{S}_2 \quad -\mathcal{S}_3) \\ U_3 = (\mathcal{S}_1 \quad \mathcal{S}_2 \quad \mathcal{S}_3) \\ U_4 = (\mathcal{S}_4 \quad \mathcal{S}_5 \quad \mathcal{S}_6) \\ U_5 = (-\mathcal{S}_7 \quad -\mathcal{S}_8 \quad -\mathcal{S}_9) \end{cases} \quad (15)$$

式(15)中, $\mathbf{0}$ 是 6 维零矢量。

机构的自由度数对应于约束矩阵 U 的零空间维数, 代入相应的参数数值并通过 Matlab 软件计算可得

$$\text{Rank}(U) = 8 \quad (16)$$

式中, Rank 表示求矩阵的秩, 旋量约束矩阵零空间的维数为列数减去矩阵的秩^[22], 矩阵的列数为 9, 因此可以得到该平板折展机构的自由度数为 1, 即机构整体有 1 个运动自由度。

2.2 平板折展组合机构的构造与自由度分析

平板折展机构由图 13 所示的平板折展单元通过共用相邻支撑结构连接而成, 如图 16 所示, 本文仅以两个单元组合为例进行分析。

图 16 平板折展组合机构

根据其结构模型, 可以得到矩形平板折展组合的机构简图, 如图 17 所示。

图 17 平板折展单元组合机构简图及坐标系

基于图论理论和螺旋理论, 可以得出矩形平板折展组合机构的旋量约束拓扑图, 如图 18 所示。

图 18 平板折展组合机构的旋量约束拓扑图

同理第 2.1 节平板折展机构单元自由度分析的过程, 并参考坐标系及其几何参数设置, 可以得到各个转动副的单位运动旋量, 并依据旋量约束拓扑图得到平板折展机构组合的闭环旋量约束方程组

$$\begin{cases} -\omega_1 \mathcal{S}_1 - \omega_2 \mathcal{S}_2 - \omega_3 \mathcal{S}_3 + \omega_4 \mathcal{S}_4 + \omega_5 \mathcal{S}_5 + \omega_6 \mathcal{S}_6 = 0 \\ \omega_1 \mathcal{S}_1 + \omega_2 \mathcal{S}_2 + \omega_3 \mathcal{S}_3 - \omega_7 \mathcal{S}_7 - \omega_8 \mathcal{S}_8 - \omega_9 \mathcal{S}_9 = 0 \\ -\omega_{10} \mathcal{S}_{10} - \omega_{11} \mathcal{S}_{11} - \omega_{12} \mathcal{S}_{12} + \omega_{13} \mathcal{S}_{13} + \omega_{14} \mathcal{S}_{14} + \omega_{15} \mathcal{S}_{15} = 0 \\ \omega_{10} \mathcal{S}_{10} + \omega_{11} \mathcal{S}_{11} + \omega_{12} \mathcal{S}_{12} - \omega_{13} \mathcal{S}_{13} - \omega_{14} \mathcal{S}_{14} - \omega_{15} \mathcal{S}_{15} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

将式(17)中的旋量约束方程组写成矩阵形式

$$\mathbf{G}\mathbf{K} = \mathbf{0} \quad (18)$$

式(18)中

$$\mathbf{K} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \omega_4 \ \omega_5 \ \omega_6 \ \omega_7 \ \omega_8 \ \omega_9 \ \omega_{10} \ \omega_{11} \ \omega_{12} \ \omega_{13} \ \omega_{14} \ \omega_{15} \ \omega_{16} \ \omega_{17} \ \omega_{18}] \quad (19)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{0}_{12 \times 9} \\ \mathbf{0}_{12 \times 9} & \mathbf{U}' \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中, $\mathbf{U}$ 即为式(10)中的矩阵 $\mathbf{U}$, $\mathbf{U}'$ 矩阵如下所示

$$\mathbf{U}' = \begin{bmatrix} \mathbf{U}'_2 & \mathbf{U}'_4 & \mathbf{U}'_1 \\ \mathbf{U}'_3 & \mathbf{U}'_1 & \mathbf{U}'_5 \end{bmatrix} \quad (21)$$

在式(21)中, 各个符号的表达式如下

$$\begin{cases} \mathbf{U}'_1 = (0 \ 0 \ 0) \\ \mathbf{U}'_2 = (-\mathcal{S}_1 \ -\mathcal{S}_2 \ -\mathcal{S}_3) \\ \mathbf{U}'_3 = (\mathcal{S}_1 \ \mathcal{S}_2 \ \mathcal{S}_3) \\ \mathbf{U}'_4 = (\mathcal{S}_4 \ \mathcal{S}_5 \ \mathcal{S}_6) \\ \mathbf{U}'_5 = (-\mathcal{S}_7 \ -\mathcal{S}_8 \ -\mathcal{S}_9) \end{cases} \quad (22)$$

式中, $\mathbf{0}$ 是六维零矢量。

由式(15)可得

$$\text{Rank}(\mathbf{G}) = \text{Rank}(\mathbf{U}) + \text{Rank}(\mathbf{U}') \quad (23)$$

因各个单元结构相同, 所以单元约束方程矩阵的秩也相同。代入相应的参数数值并通过 Matlab 软件计算可得

$$\text{Rank}(\mathbf{U}) = \text{Rank}(\mathbf{U}') = 8 \quad (24)$$

$\mathbf{G}$ 矩阵的列数为 18, 因此可以得到该平板折展机构的自由度数为 2, 即机构整体有 2 个运动自由度。由式(20)可得平板折展机构的自由度与其含有的机构单元个数相同。

3 平板折展机构的速度、加速度分析

3.1 平板折展机构单元的速度、加速度分析

文献[23]提出了一种基于螺旋理论的运动学和动力学特性分析方法, 应用该方法通过旋量运算得到机构单元各个构件的六维旋量速度。

闭环 I 中各个构件的旋量速度如下

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{AC} = \mathbf{0} \\ \mathbf{V}_A = \omega_1 \mathcal{S}_1 \\ \mathbf{V}_B = \omega_1 \mathcal{S}_1 + \omega_2 \mathcal{S}_2 \\ \mathbf{V}_{BD} = \omega_1 \mathcal{S}_1 + \omega_2 \mathcal{S}_2 + \omega_3 \mathcal{S}_3 \\ \mathbf{V}_E = \omega_4 \mathcal{S}_4 \\ \mathbf{V}_F = \omega_4 \mathcal{S}_4 + \omega_5 \mathcal{S}_5 \end{cases} \quad (25)$$

闭环 II 中各个构件的旋量速度如下

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{AC} = \mathbf{0} \\ \mathbf{V}_A = \omega_1 \mathcal{S}_1 \\ \mathbf{V}_B = \omega_1 \mathcal{S}_1 + \omega_2 \mathcal{S}_2 \\ \mathbf{V}_{BD} = \omega_1 \mathcal{S}_1 + \omega_2 \mathcal{S}_2 + \omega_3 \mathcal{S}_3 \\ \mathbf{V}_C = \omega_7 \mathcal{S}_7 \\ \mathbf{V}_D = \omega_7 \mathcal{S}_7 + \omega_8 \mathcal{S}_8 \end{cases} \quad (26)$$

通过多刚体系统旋量加速度合成法则^[24], 可以得到平板折展单元中的各个构件的旋量加速度闭环方程, 针对图 3 中的闭环 I 可得

$$\begin{cases} \varepsilon_1 \mathcal{S}_1 + \varepsilon_2 \mathcal{S}_2 + \varepsilon_3 \mathcal{S}_3 + \mathcal{S}_{\text{Lie}}^1 = \mathbf{p} \varepsilon_{D_4} \\ \varepsilon_4 \mathcal{S}_4 + \varepsilon_5 \mathcal{S}_5 + \varepsilon_6 \mathcal{S}_6 + \mathcal{S}_{\text{Lie}}^2 = \mathbf{p} \varepsilon_{D_4} \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{\text{Lie}}^1 = \text{Lie}[\omega_1 \mathcal{S}_1, \omega_2 \mathcal{S}_2] + \text{Lie}[\omega_1 \mathcal{S}_1, \omega_3 \mathcal{S}_3] + \text{Lie}[\omega_2 \mathcal{S}_2, \omega_3 \mathcal{S}_3] \\ \mathcal{S}_{\text{Lie}}^2 = \text{Lie}[\omega_4 \mathcal{S}_4, \omega_5 \mathcal{S}_5] + \text{Lie}[\omega_4 \mathcal{S}_4, \omega_6 \mathcal{S}_6] + \text{Lie}[\omega_5 \mathcal{S}_5, \omega_6 \mathcal{S}_6] \end{cases} \quad (28)$$

因此有

$$\varepsilon_4 \mathcal{S}_4 + \varepsilon_5 \mathcal{S}_5 + \varepsilon_6 \mathcal{S}_6 + \mathcal{S}_{\text{Lie}}^2 - \varepsilon_1 \mathcal{S}_1 - \varepsilon_2 \mathcal{S}_2 - \varepsilon_3 \mathcal{S}_3 - \mathcal{S}_{\text{Lie}}^1 = \mathbf{0} \quad (29)$$

同理闭环 II 也可以得到相应的旋量方程:

$$\varepsilon_1 \mathcal{S}_1 + \varepsilon_2 \mathcal{S}_2 + \varepsilon_3 \mathcal{S}_3 + \mathcal{S}_{\text{Lie}}^1 - \varepsilon_7 \mathcal{S}_7 - \varepsilon_8 \mathcal{S}_8 - \varepsilon_9 \mathcal{S}_9 - \mathcal{S}_{\text{Lie}}^3 = \mathbf{0} \quad (30)$$

联立以上两式(29)、(30)得

$$\begin{cases} \varepsilon_4 \mathcal{S}_4 + \varepsilon_5 \mathcal{S}_5 + \varepsilon_6 \mathcal{S}_6 + \mathcal{S}_{\text{Lie}}^2 - \varepsilon_1 \mathcal{S}_1 - \varepsilon_2 \mathcal{S}_2 - \varepsilon_3 \mathcal{S}_3 - \mathcal{S}_{\text{Lie}}^1 = \mathbf{0} \\ \varepsilon_1 \mathcal{S}_1 + \varepsilon_2 \mathcal{S}_2 + \varepsilon_3 \mathcal{S}_3 + \mathcal{S}_{\text{Lie}}^1 - \varepsilon_7 \mathcal{S}_7 - \varepsilon_8 \mathcal{S}_8 - \varepsilon_9 \mathcal{S}_9 - \mathcal{S}_{\text{Lie}}^3 = \mathbf{0} \end{cases} \quad (31)$$

在已知输入的角加速度(如 ε_3)的情况下, 通过方程组式(31)可以求解出其他转动副的角加速度量。在求解之后, 各个角加速度量与相应的螺旋量乘积即可得到各个关节相应的旋量加速度。

根据刚体平面运动的加速度合成法则, 可以得到各个构件的加速度为

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i &= \mathbf{a}_o + \mathbf{a}'_{io} + \mathbf{a}''_{io} = \\ &[\mathbf{a}(\varepsilon_i \mathcal{S}_i) + \omega_i \times \mathbf{v}(Vi)] + [\varepsilon(\varepsilon_i \mathcal{S}_i) \times \mathbf{r}_i] + [\omega_i \times (\omega_i \times \mathbf{r}_i)] \end{aligned} \quad (32)$$

至此, 完成了平板折展机构单元中各个构件的速度与加速度的建模与推导。

3.2 平板折展单元组合机构的速度、加速度分析

由于平板折展单元组合机构中各个单元组合机构尺寸完全相同, 且关于相邻单元之间的支撑结构对称, 因此组合机构各个单元中位置相同的构件在自身坐标系下速度相同。

如图 19 所示, 第 3.1 节中平板折展机构单元中各个构件的速度即为在图中左侧所示的坐标系 $O-XYZ$ 中求得, 在与其相邻连接的右侧的单元组合机构处建立坐标系 $O_1-X_1Y_1Z_1$, 以天线平板 A 和 A_1 为例, 天线平板 A 在坐标系 $O-XYZ$ 中的速度与天线平板 A_1 在坐标系 $O_1-X_1Y_1Z_1$ 中的速度相同, 即

$$\begin{cases} {}^O\omega_A = {}^{O_1}\omega_{A_1} \\ {}^Ov_A = {}^{O_1}v_{A_1} \end{cases} \quad (33)$$

图 19 两个单元组合机构及其坐标系

平板折展单元组合机构由 N 个平板折展单元组合, 则可建立 $O-XYZ \sim O_{N-1}-X_{N-1}Y_{N-1}Z_{N-1}$ 共 N 个坐标系, 选定坐标系 $O-XYZ$ 为全局坐标系, 相邻单元中所建坐标系坐标轴方向相同, 原点在各自单元左侧支撑结构与天线平板连接处的中点, 如图 20 所示。

图 20 两个组合单元机构及其坐标系

在全局坐标系中, 各个构件速度表示为

$$\begin{cases} {}^O\omega_i = {}^O\omega_i + \sum_{k=1}^j {}^{O_{k-1}}\omega_{O_k} \\ {}^Ov_i = {}^Ov_i + \sum_{k=1}^j {}^{O_{k-1}}v_{O_k} \end{cases} \quad (34)$$

通过上述过程计算出了在全局坐标系下表示的平板折展单元组合机构中各个构件角速度和质心处线速度。

同前面平板折展单元组合机构的速度分析, 组合机构各个单元中位置相同的构件在自身坐标系下加速度也相同, 在全局坐标系中组合机构各个单元中构件的加速度表示为

$$\begin{cases} {}^O\varepsilon_i = {}^O\varepsilon_i + \sum_{k=1}^j {}^{O_{k-1}}\varepsilon_{O_k} \\ {}^Oa_i = {}^Oa_i + \sum_{k=1}^j {}^{O_{k-1}}a_{O_k} \end{cases} \quad (35)$$

通过上述过程的分析计算, 就完成了在全局坐标系下表示的平板折展单元组合机构中各个构件角加速度和质心线速度的求解。

4 平板折展机构的仿真分析

为验证上述理论分析, 以两个矩形平板折展单元组合机构为例, 对其进行了三维建模, 用仿真软件 ADAMS 和数值计算软件 Matlab 进行数值计算与仿真验证, 两个矩形平板折展单元组合机构的仿真模型如图 21 所示。

图 21 两个矩形平板折展单元组合机构的仿真模型

两个矩形平板折展单元组合机构结构的物理参数见表 1。

表 1 平板折展机构结构的物理参数

结构参数	数值
平板长 l/mm	3 318
连接杆长度 m/mm	1 660
支撑结构高度 h/mm	2 455
平板初始折角 $\theta/(\text{°})$	60
驱动输入函数	$3t$
运动时间 t/s	5

运用前面分析推导得到的理论模型和表 1 中所给的机构参数, 在 ADAMS 中进行模拟仿真。全局坐标系设定于左侧支撑结构与天线平板连接的中点处, 坐标系轴线方向设置同图 20。设定角度函数, 为实现同步收拢和展开, 设置的两个驱动相同, 驱动单元内两个天线平板之间的转动副进行动力仿真, 驱动位置如图 21 所示。同时在 Matlab 中进行理论计算求解, 平板折展机构中各个构件的角速度、质心线速度、质心线加速度的仿真结果和理论计算结果如图 22~24 所示。

图 22 各个构件的角速度

(a) 天线平板

(a) 天线平板

(b) 连接杆

(b) 连接杆

(c) 支撑结构

图 24 各个构件的加速度

(c) 支撑结构

图 23 各个构件的线速度

通过图 22~24 可以得出前述理论分析的正确性，同时可以看出图中均只有 7 类曲线，因支撑机构 AC 为基座，对支撑机构 BD 和支撑机构 BD1 添加驱动，并且平板折叠机构为空间对称型机构，所以在单元 1 中平板折叠机构中天线平板 A、连接杆 C 以及连接杆 E 的运动特性相同，平板折叠机构中天线平板 B、连接杆 D 以及连接杆 F 的运动特性相同，在单元 2 中也具有同样特性。

5 结论

(1) 提出了一种通过添加约束支链构造平板折

展单元机构的方法, 综合出了系列可行平板折展单元机构, 并优选出结构简单、刚度大和稳定性好的平板折展单元机构, 此方法也为其他可展机构的型综合提供了一种解决方案。

(2) 通过旋量理论和图论对平板折展单元以及平板折展组合机构的构型几何特征以及自由度进行了分析, 结果得到平板折展单元机构和组合机构自由度分别为 1 和 2。

(3) 对平板折展单元以及两个平板折展组合机构进行了速度和加速度特性分析, 通过速度旋量的组合运算, 得到了各个构件的速度; 利用旋量导数运算, 计算得到了各个构件的加速度。

参 考 文 献

- [1] 贾银军. 铰链间隙对机构动态性能影响分析与某空间展开机构结构动力学响应分析[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2008.
JIA Yinjun. Analysis of the influence of hinge clearance on the dynamic performance of mechanism and the dynamic response analysis of a spatial deployable mechanism[D]. Xi'an: Xi'an University of Electronic Science and Technology, 2008.
- [2] BRUCCE E C, HAWKINS W. An 11 METER deployable truss for the seasat radar antenna[C]// 12th Aerospace Mechanisms Symposium NASA, 1979: 77-78.
- [3] LUHMANN H J, ETZLER C C, WAGNER R. Design and verification of mechanisms for a large foldable antenna[C]// The 23rd Aerospace Mechanisms Symposium., 1989: 113-126.
- [4] GRALEWSKI M R, ADAMS L, HEDGEPEETH J M. Deployable extendable support structure for the radarsat synthetic aperture radar antenna[C]// Washington, DC International Astronautical Federation Congress, 1992: 1.
- [5] ROSENQVIST A, SHIMADA M, WATANABU W. ALOS PALSAR: Technical outline and mission concepts[C]// 4th International Symposium on Retrieval of Bio- and Geophysical Parameters from SAR Data for Land Applications Innsbruck, 2004: 16-19.
- [6] THOMAS R W D. Radarsat-2 extendible support structure[J]. Canadian Journal of Remote Sensing, 2004, 30(3): 4-5.
- [7] 陈务军, 关富玲, 陈向阳, 等. 正八面体单元空间伸展臂研究[J]. 宇航学报, 1999, 20(2): 42-48.
CHEN Wu jun, GUAN Fuling, CHEN Xiangyang, et al. Study on spatial extension arm of octahedral unit[J]. Journal of Astronautics, 1999, 20 (2): 41-47.
- [8] 侯国勇. 桁架式展开结构设计、分析及试验[D]. 杭州: 浙江大学, 2008.
- HOU Guoyong. Design, analysis and test of truss deployable structure[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2008.
- [9] 陈务军. 空间可展结构体系与分析导论[M]: 北京: 中国宇航出版社, 2006.
CHEN Wujun. Introduction to the system and analysis of space developable structure[M]. Beijing: China Aerospace Press, 2006.
- [10] 张琰. 周边桁架可展开天线展开过程分析与仿真[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2008.
ZHANG Yan. Analysis and simulation of deployment process of deployable antenna with surrounding truss[D]. Xi'an: Xi'an University of Electronic Science and Technology, 2008.
- [11] 陈务军, 关富玲, 董石麟, 等. 空间可展开桁架结构展开过程分析的理论与方法[J]. 浙江大学学报, 2000, 7(4): 34-39.
CHEN Wujun, GUAN Fuling, DONG Shilin, et al. Theory and method of analysis of spatial deployable truss structure development process[J]. Journal of Zhejiang University, 2000, 7(4): 34-39.
- [12] 郭宏伟, 刘荣强, 邓宗全. 索杆铰接式伸展臂动力学建模与分析[J]. 机械工程学报, 2011, 47(9): 66-71.
GUO Hongwei, LIU Rongqiang, DENG Zongquan. Dynamic modeling and analysis of cable strut articulated extension arm[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(9): 66-71.
- [13] 郭宏伟, 刘荣强, 邓宗全, 等. 空间索杆式伸展臂展开过程力学分析与仿真[J]. 机械设计, 2008, 25(7): 31-35.
GUO Hongwei, LIU Rongqiang, DENG Zongquan, et al. Mechanical analysis and simulation of the deployment process of spatial cable strut extension arm[J]. Mechanical Design, 2008, 25(7): 31-35.
- [14] 刘荣强, 郭宏伟, 邓宗全. 空间索杆铰接式伸展臂设计与试验研究[J]. 宇航学报, 2009, 30(1): 315-320.
LIU Rongqiang, GUO Hongwei, DENG Zongquan. Design and experimental study of space cable strut articulated extension arm[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(1): 315-320.
- [15] 杨毅, 张武翔. 一类空间对称 6R 机构的运动学研究及组合应用[J]. 航空学报, 2014, 35(12): 3459-3469.
YANG Yi, ZHANG Wuxiang. Kinematic study and combined application of a class of space symmetric 6R mechanisms[J]. Journal of Aeronautics, 2014, 35 (12): 3459-3469.
- [16] YANG Hui, GUO Hongwei, WANG Yan, et al. Configuration synthesis of planar folded and common overconstrained spatial rectangular pyramid deployable truss units[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2019,

- 32(7): 1772-1787.
- [17] WANG Yan, DENG Zongquan, LIU Rongqiang, et al. Topology structure synthesis and analysis of spatial pyramid deployable[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014, 27(4): 683-692.
- [18] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- HUANG Zhen, ZHAO Yongsheng, ZHAO Tieshi. Higher spatial mechanism[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [19] 黄真, 李秦川. 少自由度并联机器人机构的型综合原理[J]. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2003, 33(9): 813-819.
- HUANG Zhen, LI Qinchuan. Type synthesis principle of lower-mobility parallel mechanisms[J]. Scientia Sinica Technology, 2003, 33(9): 813-819.
- [20] 许允斗, 姚建涛, 赵永生. 基于螺旋理论的锻造操作机构型综合[J]. 中国机械工程, 2011, 22(13): 1540-1545.
- XU Yundou, YAO Jiantao, ZHAO Yongsheng. Type synthesis of forging manipulators based on screw theory[J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(13): 1540-1545.
- [21] 韩博, 许允斗, 姚建涛, 等. 双层环形桁架可展天线机构运动特性与动力学分析[J]. 兵工学报, 2020, 41(4): 810-821.
- HAN Bo, XU Yundou, YAO Jiantao, et al. Kinematic characteristics and dynamic analysis of double layer ring truss deployable antenna mechanism[J]. Journal of Military Engineering, 2020, 41(4): 810-821.
- [22] HAN B, ZHENG D, XU Y, et al. Kinematic characteristics and dynamics analysis of an overconstrained scissors double-hoop truss deployable antenna mechanism based on screw theory[J]. IEEE Access, 2019, 7: 140755-140768.
- [23] 韩博, 韩媛媛, 许允斗, 等. 基于螺旋理论的四面体可展机构运动特性与动力学分析[J]. 机器人, 2020, 42(1): 21-28, 38.
- HAN Bo, HAN Yuanyuan, XU Yundou, et al. Kinematic characteristics and dynamics analysis of tetrahedral deployable mechanism based on screw theory[J]. Robot, 2020, 42(1): 21-28, 38.
- [24] HAN Bo, XU Yundou, YAO Jiantao, et al. Design and analysis of an over constrained scissors double hoop truss deployable antenna mechanism[J]. Journal of Yanshan University, 2019, 43(4): 298-305.
-
- 作者简介:** 郭路瑶, 女, 1995 年出生, 博士研究生。主要研究方向为并联机构学理论及空间可展天线技术。
E-mail: 1761867111@qq.com
- 许允斗(通信作者), 男, 1985 年出生, 博士, 副教授, 博士研究生导师。主要研究方向为并联机器人机构学理论及其应用、可展天线技术、机器人技术、锻造操作机技术。
E-mail: ydxu@ysu.edu.cn