DOI: 10.3901/JME.2021.08.184

基于运动学信息融合的四轮驱动汽车纵向车速自适应估计方法*

任彦君¹ 殷国栋¹ 沙文瀚^{1,2} 沈 童¹

(1. 东南大学机械工程学院 南京 211189;

2. 奇瑞新能源汽车股份有限公司电控与架构部 芜湖 241000)

摘要: 针对四轮驱动汽车纵向车速难以直接测量的问题, 考虑多源传感器信号置信度动态变化特征, 提出一种基于运动学信息融合的纵向车速自适应估计方法。研究行驶环境对车载传感器信息的影响规律, 建立基于 Kalman 滤波框架的运动学信息融合模型, 设计面向有色噪声的车速自适应滤波算法, 实现对车轮滑移和道路坡度等非随机时变因素的扰动补偿。为兼顾算法稳定性及估计最优性, 提出融合衰减记忆因子的强跟踪滤波改进策略, 有效避免了极限工况下的滤波发散现象。在 Carsim/Simulink 联合仿真环境下, 采用坡道加速、车轮滑转和双移线等工况验证算法的有效性并与 H_∞ 滤波等方法进行对比。开发了处理器在环试验系统, 分析算法在嵌入式控制器中运行的一致性和实时性。研究结果表明, 所提出的车速自适应估计方法准确性高、稳定性好, 与现有方法相比具有更好的工况适应性, 估计结果不依赖先验噪声统计特性的获取, 实时性能够满足车载控制器要求, 解决了复合工况下四驱汽车高精度纵向车速的统一估计问题。

关键词: 四轮驱动汽车; 纵向车速估计; Kalman 滤波; 噪声自适应; 运动学信息融合

中图分类号: U461; TP274

Longitudinal Velocity Adaptive Estimation for Four-wheel-drive Vehicles Via Kinematic Information Fusion

REN Yanjun¹ YIN Guodong¹ SHA Wenhan^{1,2} SHEN Tong¹

(1. Department of Mechanical Engineering, Southeast University, Nanjing 211189;

2. Department of Electronic Architecture and Vehicle Control, Chery New Energy Co., Ltd., Wuhu 241000)

Abstract: It is rather difficult to measure the longitudinal velocity of four-wheel drive vehicle directly. Considering the dynamic confidence feature of signals from different sensors, an adaptive longitudinal velocity estimation method based on kinematic information fusion is proposed. The driving environment influence on vehicular sensors is investigated. Then the kinematic model for data fusion is established under Kalman filter framework. The adaptive algorithm regarding with the colored noise is designed to compensate the non-random and time-varying disturbance oriented from the slip ratio and road grade. To make better balance between the stability and the optimization, the strong tracking filter with fading factor is introduced to suppress the divergence under critical conditions. By Carsim/Simulink platform, the proposed method is validated and compared with the baseline method, such as H_∞ filter, under hill acceleration, wheel slip and double lane change conditions. The processor-in-the-loop system is developed to verify its execution time and consistence. Results reveal that the proposed method can accurately and stably estimate the longitudinal velocity with good real-time performance. Compared with the baseline methods, it shows better adaptability and has no requirement for prior statistics knowledge of noise. Thus, the high accurate velocity information for four-wheel drive vehicles can be obtained by this unified method under complex conditions, which is especially significant for vehicle active safety.

Key words: four-wheel-drive vehicle; longitudinal velocity estimation; Kalman filter; noise adaptability; kinematic information fusion

* 国家重点研发计划(2016YFD0700905)、国家自然科学基金(51975118, 52025121)和江苏省成果转化(BA2018023)资助项目。20200519 收到初稿, 20201014 收到修改稿

0 前言

四轮驱动汽车因其在动力性、操纵稳定性和通过性等方面的独特优势,已在高端车型和豪华品牌中得到了广泛重视与应用。持续发展的车辆运动控制和主动安全技术迫切需要高精度车速信息的实时反馈,以支持底盘优化控制与智能决策。受制于制造成本和整车布置等因素,五轮仪、多普勒雷达等能够直接测量车辆纵向速度的检测设备无法应用于实际量产汽车^[1]。组合导航尽管已在自动驾驶汽车中得到使用,但 GPS 信号受环境影响较大,车速更新频率和可靠性难以满足驱动防滑和制动防抱死的控制需求^[2],利用标准车载传感器进行纵向车速本地估计依然不可或缺。四驱汽车每个车轮都有滑转可能,无法通过测量非驱动轮轮速的传统方法估算车速。由于结构振动、安装误差、制造精度等原因,车载传感器在测量时受到干扰不可避免,车辆运动的状态变化、测量噪声与真实信号的频率混叠、环境激励对信号测量的影响等因素使得异源传感器信号置信度呈现动态变化特征,估计难度大大增加。

在已经商用的 ABS/ESP 系统中,利用信号的逻辑处理和逻辑组合,校正抱死车轮轮速按阶梯式下降,能够实现一定精度的纵向车速估算^[3]。现有文献提出了最大轮速法、斜率法、综合法和相关衍生方法^[4],通过研究完全制动时轮速信号变化规律,动态选取置信度最高的轮速信号,为基于门限值控制的 ABS 提供了可靠的参考输入。然而,这样一种基于物理直觉的信号处理方式难以有效解决传感器噪声对估计车速的随机干扰,以轮胎力连续调节为目标的主动安全控制系统期待更高质量的车速信息^[5]。因此现有研究以误差收敛和最优估计为目标,分别提出了基于动力学模型和基于运动学模型的车速估计方案。非线性观测器^[6]、状态参数联合估计^[7]、模糊自适应扩展卡尔曼滤波^[8]等方法能够解决基于非线性车辆动力学模型的状态估计问题,通过预测车轮和车身运动状态,从而获得高精度估计结果。为满足工况适应性要求,动力学估计方法通常需要获取完整的高阶车辆模型或轮胎力学模型,而且对模型参数敏感度较高^[9],算法鲁棒性、开发成本和实时性制约了其实际应用范围。利用噪声统计特性融合车载传感器提供的运动学信息实现车速状态的最小方差估计,被认为是一种极具吸引力的解决方案。虽然避免了对复杂底盘系统的精确建模,但与环境关联的运动信号特性变化却有可能导致估

算法失效^[10]。针对加速度信号包含坡道分量的问题,提出利用稳定运动的轮速信号、加速度信号和车辆纵向动力学方程进行坡道识别^[11];为了解决车轮滑转导致的轮速与车速分离问题,规则化的 Kalman 滤波增益切换方法^[12]、模糊逻辑调节噪声参数^[13]等方法用于避免滤波发散。考虑实际行驶工况可能包含坡道、车轮滑转、曲线行驶等任何一种情况,而传感器的噪声特性通常也与路面激励相关,因此运动学估计方法必须解决动态环境下的异源传感器信息融合问题。

为了提高纵向车速估计的准确性、可靠性和工况适应性,本文提出一种基于运动学信息融合的自适应纵向车速估计方法。首先建立了车轮-车身纵向运动关联方程,分析了汽车行驶工况对车载传感器信号准确性的影响因素,在 Kalman 滤波框架下构建了运动学信息融合模型;将工况变化和车轮滑转对估计产生的扰动归结为均值和方差时变的有色噪声,设计了基于次优无偏极大后验估计器的噪声自适应更新算法,提出采用带衰减记忆因子的强跟踪滤波器抑制工况突变诱发的滤波不稳定现象,兼顾了递推算法的稳定性及最优性;在 Carsim/Simulink 联合仿真环境下验证了方法有效性并和 H_∞ 滤波等方法进行了对比;最后为验证算法实时性能,开发了处理器在环试验系统,讨论了算法部署到实际嵌入式微控制器中关注的运行时间和执行一致性问题。

1 系统建模

当汽车直线行驶时,稳定的车轮转速能够直接反映车身质心处的纵向运动速度。由于轮速传感器布置在直接承受地面冲击的车轮附近,因此路面激励、车身电气设备和环境的电磁干扰以及传感器本身的制造误差会使得采集到的轮速信号包含频率丰富的噪声。对纵向加速度信号积分是获得纵向车速的另一种方式,但是由于加速度传感器布置于车身,会受到车身俯仰姿态、道路坡度以及簧载质量振动的影响,测量误差会在积分过程中持续累积导致估计值偏差不断增大。当汽车转向时,左右侧车轮纵向线速度均会偏离车身质心处的纵向运动速度,必须给予必要的修正。为充分提取异源传感器提供的有效信息,首先推导车辆底盘运动学关系,考虑实际传感器物理特征,构建适用于纵横耦合运动的信息融合模型。

建立四轮车辆平面运动模型如图 1 所示,其中坐标系 X 轴以前进方向为正方向, Y 轴以驾驶员左

手方向为正方向, Z 轴垂直地面向上为正方向, 旋转运动正方向按右手定则确定。

图1 四轮车辆平面运动示意图

车轮和车身之间的纵、横向运动通过悬架系统的刚性导向杆件实现传递, 根据理论力学中的刚体运动学分析方法, 可以得到车轮速度与车身质心速度关系如式(1)所示

$$\begin{cases} V_{xfl} = \left(V_{x,cg} - \frac{1}{2} L_{wf} \gamma \right) \cos \delta_f + (V_{y,cg} + L_f \gamma) \sin \delta_f \\ V_{yfl} = \left(V_{x,cg} + \frac{1}{2} L_{wf} \gamma \right) \cos \delta_f + (V_{y,cg} + L_f \gamma) \sin \delta_f \\ V_{xrl} = \left(V_{x,cg} - \frac{1}{2} L_{wr} \gamma \right) \cos \delta_r + (V_{y,cg} - L_r \gamma) \sin \delta_r \\ V_{yrl} = \left(V_{x,cg} + \frac{1}{2} L_{wr} \gamma \right) \cos \delta_r + (V_{y,cg} - L_r \gamma) \sin \delta_r \end{cases} \quad (1)$$

式中, V_{xi} 表示车轮纵向线速度, 下标 $i = fl, fr, rl, rr$ 表示车轮位置; $V_{x,cg}$ 和 $V_{y,cg}$ 分别表示整车质心处的纵向速度和侧向速度; L_{wf} 和 L_{wr} 分别表示前轴和后轴的轮距; L_f 和 L_r 分别表示质心到前轴和后轴的距离; δ_f 和 δ_r 分别表示前后轴车轮转向角, 近似认为左右侧车轮转角相同。前轮转向角可以根据转向系统台架试验数据结合方向盘转角信号查表得到, 对于一般前轮转向车辆, 后轮转向角为零; γ 为汽车绕 Z 轴旋转的横摆角速度。

考虑车轮滑移的影响, 车轮转速与车轮纵向线速度之间关系如式(2)所示。式中, n_i 表示车轮转速、 λ_i 表示车轮滑移率, R_w 表示车轮滚动半径。为了区别于离散化结果, 这里将连续系统中与时间 t 显式相关的变量予以注明。

$$n_i(t) = \frac{1 + \lambda_i(t)}{R_w} V_{xi}(t) \quad (2)$$

在实际工程应用中, 轮速信号并非理想信号, 而是由磁电传感器或霍尔传感器将齿轮盘的旋转运动转化为对脉冲数的读取实现不失真测量。当受到强电磁干扰或齿圈和轮速传感器之间共振产生伪脉冲时, 会对测量结果产生严重干扰^[14]。尽管底层软

件的信号处理技术能够削弱扰动, 但随机误差依然不可避免。认为轮速测量值 $\tilde{n}_i(t)$ 和真实值 $n_i(t)$ 之间关系如式(3)所示, 且测量误差 $\theta_i(t)$ 在确定路面谱激励下为各态历经的 Gauss 白噪声。

$$\tilde{n}_i(t) = n_i(t) + \theta_i(t) \quad (3)$$

将式(1)~(3)离散化并联立, 得到轮速信号与纵向车速之间关系如式(4)所示。 $f_i(\Psi, k)$ 为转向时左右轮差速运动的计算函数。

$$\begin{cases} \tilde{n}_{fl}(k) = \frac{1 + \lambda_{fl}(k)}{R_w} [V_{x,cg}(k) + f_{fl}(\Psi, k)] + \theta_{fl}(k) \\ \tilde{n}_{fr}(k) = \frac{1 + \lambda_{fr}(k)}{R_w} [V_{x,cg}(k) + f_{fr}(\Psi, k)] + \theta_{fr}(k) \\ \tilde{n}_{rl}(k) = \frac{1 + \lambda_{rl}(k)}{R_w} [V_{x,cg}(k) + f_{rl}(\Psi, k)] + \theta_{rl}(k) \\ \tilde{n}_{rr}(k) = \frac{1 + \lambda_{rr}(k)}{R_w} [V_{x,cg}(k) + f_{rr}(\Psi, k)] + \theta_{rr}(k) \end{cases} \quad (4)$$

纵向加速度传感器通常安装于车身, 由模拟的电压信号幅值表征测量值, 相比于轮速传感器检测脉冲信号的方式更容易受到电磁干扰。当汽车加速或紧急制动时, 较大的车身俯仰姿态变化也会导致动态工况下的加速度信号失准。此外, 重力沿坡道的分力会使得加速度信号产生常值偏置。因此, 加速度信号的测量值和真实值之间存在如下关系

$$\tilde{a}_x(t) = a_x(t) + g \sin \varphi + w(t) \quad (5)$$

式中, $\tilde{a}_x(t)$ 为传感器输出的纵向加速度信号, $a_x(t)$ 为纵向加速度真实值; g 为重力加速度; φ 为车身与水平路面的纵向夹角, 包含坡道角度和车身的俯仰角; $w(t)$ 为由于车身振动和电磁干扰产生的随机 Gauss 白噪声。

当侧向运动稳定时, 按式(6)对测量的纵向加速度信号积分能够预测纵向车速, T_s 表示采样时间。该预测结果不受车轮滑移率的影响, 但如果存在坡道或车身姿态改变时会产生较大误差。

$$V_{x,cg}(k) = V_{x,cg}(k-1) + T_s [a_x(k-1) + g \sin \varphi + w(t)] \quad (6)$$

Kalman 滤波为各具优势的预测信息和观测信息提供了一套信息融合理论, 以递推计算的方式实现方差最小的最优状态估计。将式(6)改写为式(7)所示的系统预测方程, 由于加速度信号中包含了噪声, 因此在预测方程中需要引入过程噪声 $\eta(k) = -[g \sin \varphi + w(k)]$ 补偿信号噪声对预测值的影响。由于车身纵向倾角不是随机变量, 因此 $\eta(k)$ 是一项均值不为零的有色噪声, 统计特性如式(9)所示。考虑到稳定运动时车轮滚动速度能够近似反映车速信息,

因此简化式(4)中滑移率的影响, 改写为式(8)所示的观测方程。将观测时固有传感器噪声和简化滑移率引起的建模误差共同归结为由等效量测噪声 $\xi(k)$ 产生的扰动, 认为其是方差随车轮运动状态变化的 Gauss 白噪声, 统计特性如式(10)所示。观测方程中, $\mathbf{Z}(k)$ 为系统观测向量, $\mathbf{H}(k)$ 为系统观测矩阵, $\mathbf{M}(k)$ 为转向时左、右轮差速运动产生的非随机观测误差向量, 表达式如式(11)~(13)所示。

$$\mathbf{V}_{x, \text{cg}}(k) = \mathbf{V}_{x, \text{cg}}(k-1) + T_s \tilde{\mathbf{a}}_x(k-1) + T_s \boldsymbol{\eta}(k-1) \quad (7)$$

$$\mathbf{Z}(k) = \mathbf{H}(k) \mathbf{V}_{x, \text{cg}}(k) + \mathbf{M}(k) + \xi(k) \quad (8)$$

$$\begin{cases} E[\eta(k)] = q(k) = -g \sin \varphi \\ \text{Cov}[\eta(k), \eta(j)] = Q(k) \delta_{kj} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} E[\xi(k)] = 0 \\ \text{Cov}[\xi(k), \xi(j)] = R(k) \delta_{kj} \end{cases} \quad (10)$$

$$\mathbf{Z}(k) = [\tilde{n}_{fl}(k), \tilde{n}_{fr}(k), \tilde{n}_{rl}(k), \tilde{n}_{rr}(k)]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_w}, \frac{1}{R_w}, \frac{1}{R_w}, \frac{1}{R_w} \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

$$\mathbf{M}(k) = \begin{pmatrix} \frac{\gamma(k)}{R_w} \left[L_f \sin \delta_f(k) - \frac{1}{2} L_{wf} \cos \delta_f(k) \right] \\ \frac{\gamma(k)}{R_w} \left[L_f \sin \delta_f(k) + \frac{1}{2} L_{wf} \cos \delta_f(k) \right] \\ -\frac{1}{2} \frac{\gamma(k) L_{wr}}{R_w} \\ \frac{1}{2} \frac{\gamma(k) L_{wr}}{R_w} \end{pmatrix} \quad (13)$$

2 纵向车速估计算法设计

由式(7)~(10)建立的信息融合模型通过将非线性的四轮驱动底盘运动系统转化为一个带确定控制输入、包含有色噪声, 且噪声方差时变的线性系统用于纵向车速估计。模型中的过程噪声均值和方差以及量测噪声方差, 既与传感器的测量噪声相关, 也受汽车行驶工况(道路坡度、车轮滑转状态等)影响。标准 Kalman 滤波是一种解决线性随机系统异源信息融合估计的有效方法, 且具有良好的实时性能。但当模型噪声并非标准 Gauss 白噪声且统计数据与预设参数不一致时, 可能会导致较大的估计误差甚至是滤波发散, 危害四驱汽车整车控制的可靠执行。因此, 必须对时变噪声方差和均值进行自适应估计。

由线性 Kalman 滤波理论, 系统状态的一步预

测方程如式(14)所示。式中, $\cdot(k|k-1)$ 表示根据 $k-1$ 时刻的状态对 k 时刻的状态进行预测, 符号 “ $\wedge$ ” 表示对该状态的估计值。

$$\hat{\mathbf{V}}_{x, \text{cg}}(k|k-1) = \hat{\mathbf{V}}_{x, \text{cg}}(k-1) + T_s \tilde{\mathbf{a}}_x(k-1) + T_s \hat{\mathbf{q}}(k) \quad (14)$$

状态预测误差协方差的一步预测方程如式(15)所示, 式中 $\mathbf{P}(k)$ 表示状态预测误差协方差。

$$\mathbf{P}(k|k-1) = \mathbf{P}(k-1) + T_s^2 \hat{\mathbf{Q}}(k-1) \quad (15)$$

对于预测误差 $\boldsymbol{\varepsilon}(k)$, 观测方程中增加了一项控制输入 $\mathbf{M}(k)$ 。与标准 Kalman 滤波相比, 增加的 $\mathbf{M}(k)$ 并不是随机变量, 而是会使预测误差产生固定偏置的确定性变量, 因此这一项引起的预测误差不能归入随机噪声。在算法设计时, 可以认为 $\mathbf{M}(k)$ 改变了标准 Kalman 滤波中量测噪声的均值, 但不会对其方差产生影响。因此只需要将标准 Kalman 滤波算法中对新息序列的计算修正为式(16)即可, 其物理含义为补偿了由车辆转向运动引起的两侧车轮线速度与汽车质心纵向速度之间的运动学偏差。

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k) = \mathbf{Z}(k) - \mathbf{M}(k) - \mathbf{H}(k) \hat{\mathbf{V}}_{x, \text{cg}}(k|k-1) \quad (16)$$

状态估计的预测校正方程为

$$\hat{\mathbf{V}}_{x, \text{cg}}(k) = \hat{\mathbf{V}}_{x, \text{cg}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k) \boldsymbol{\varepsilon}(k) \quad (17)$$

式中, 滤波增益矩阵 $\mathbf{K}(k)$ 按照式(18)计算

$$\mathbf{K}(k) = \frac{\mathbf{P}(k|k-1) \mathbf{H}^T(k)}{\mathbf{H}(k) \mathbf{P}(k|k-1) \mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k)} \quad (18)$$

状态预测误差协方差更新方程如式(19)所示, 式中 $\mathbf{I}$ 表示单位矩阵

$$\mathbf{P}(k|k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}(k)] \mathbf{P}(k|k-1) \quad (19)$$

由于量测噪声与过程噪声相互独立, 在次优无偏极大后验噪声统计估计器^[15]基础上改进得到噪声自适应更新算法如式(20)~(23)所示。传统噪声自适应滤波通常应用于航海导航等领域, 这些应用场景允许估计系统启动之前存在噪声的校正阶段^[16], 因此算法设计只要保证自适应过程是收敛即可, 即使校正过程中存在较大瞬态偏差也不会影响系统最终的输出结果。但对于汽车控制系统来说, 车速估计与噪声更新只能同步进行, 不仅仅要求算法稳定, 还不期望存在较大的瞬态误差。考虑到过程噪声均值在更新时会直接影响预测结果且具有明确的物理意义, 因此在传统的噪声均值更新算法式(20)的基础上增加式(21)所示的限幅环节, 能够避免因为预设参数和实际工况差别过大导致的启动瞬时估计误差较大问题。式(21)中, $q_{\min}$ 和 $q_{\max}$ 为设置的饱和边界, 根据实际道路可能的坡道值和悬架系统决定的

车身俯仰运动范围来确定。

$$\hat{q}^*(k+1) = \frac{k}{k+1} \hat{q}(k) + \frac{1}{k+1} [\hat{V}_{x, \text{cg}}(k+1) - \hat{V}_{x, \text{cg}}(k) - T_s \tilde{a}_x(k)] T_s^{-1} \quad (20)$$

$$\hat{q}(k) = \begin{cases} q_{\max} & \hat{q}^*(k) > q_{\max} \\ \hat{q}^*(k) & q_{\min} \leq \hat{q}^*(k) \leq q_{\max} \\ q_{\min} & \hat{q}^*(k) < q_{\min} \end{cases} \quad (21)$$

$$\hat{Q}(k+1) = \frac{k}{k+1} \hat{Q}(k) + \frac{1}{k+1} [P(k+1) - P(k) + K(k+1)\varepsilon(k+1)\varepsilon^T(k+1)K^T(k+1)]T_s^{-1} \quad (22)$$

$$\hat{R}(k+1) = \frac{k}{k+1} \hat{R}(k) + \frac{1}{k+1} [\varepsilon(k+1)\varepsilon^T(k+1) - H(k)P(k+1|k)H^T(k)] \quad (23)$$

当 $k \rightarrow \infty$ 时, 式(20)~(23)将会导致噪声更新结果收敛于一定值。考虑到汽车实际行驶场景是动态变化的, 噪声状态也必须即时更新, 随因此利用如式(24)所示的指数加权法修改自适应过程, 用 $d(k)$ 和 $1-d(k)$ 分别替代式(20)~(23)中的 $1/(k+1)$ 和 $k/(k+1)$ 项, 使得算法运行时能始终进行噪声更新。其中, $b < 1$ 为权重因子。

$$d(k) = (1-b)/(1-b^{k+1}) \quad (24)$$

标准 Kalman 滤波由于参数为定常矩阵, 求逆运算获得滤波增益矩阵 $K(k)$ 时算法始终稳定。但在增加自适应方程后, 必须保证量测噪声方差矩阵 $R(k)$ 不失去正定性, 否则会导致式(18)的求逆运算无法进行。实践表明按式(23)递推计算时, 会发生量测噪声互协方差过大导致矩阵正定性丧失的情况。由于四驱汽车通常采用独立悬架, 各个车轮运动相互独立, 观测向量噪声实际上互不相关。为了改善自适应算法稳定性, 避免观测噪声方差矩阵出现非零互协方差, 取量测噪声方差的一致估计如式(25)所示。式中, $r_i(k)$ 表示由式(23)递推得到的量测噪声自协方差。

$$\hat{R}(k) = \text{diag}[r_{f_l}(k), r_{f_r}(k), r_{r_l}(k), r_{r_r}(k)] \quad (25)$$

考虑到工况变化对随机模型方差的影响是时变的, 因此传感器新获得的测量数据对于滤波增益 $K(k)$ 在线动态调节更加重要。衰减记忆滤波器通过在性能函数中赋予当前数据更大权值, 避免陈旧数据对滤波稳定性的影响^[17]。将式(15)改进为式(26), α 为略大于 1 的常数, 表示衰减记忆因子。这种改进方法本质上等效于引入适当虚拟噪声, 从而生成相对保守的协方差参与计算, 达到增加算法稳定裕度的目的。

$$P(k|k-1) = \alpha P(k-1) + T_s^2 \hat{Q}(k-1) \quad (26)$$

从理论分析来说, 工况对传感器的影响可以映射为具有特定统计学参数的随机平稳过程, 对噪声统计特性的自适应更新能够在不同工况下实现车速的最优估计。但在汽车实际行驶中, 工况切换的动态响应表现为随机系统的非平稳过程。例如车轮滑转是一种不稳定运动, 此时观测噪声统计严格来说并非标准白噪声, 因此对算法抗干扰性提出了很高要求。基于标准 Kalman 滤波发展出的自适应算法, 由于模型本身缺乏对工况变动的数学描述, 尤其是当噪声特性不再服从正态分布时, 可能会由于模型变化导致极限工况下的滤波发散。进一步分析发散原因, 考虑 Kalman 滤波工作要求如式(27)所示。当算法的设计模型与实际物理对象完全匹配时, 残差序列始终保持正交关系。如果模型发生突变, 过渡工况下的残差序列正交性则不一定得到满足。

$$\begin{cases} E\{[X(k) - \hat{X}(k)][X(k) - \hat{X}(k)]^T\} = \min \\ E[\varepsilon(k+j)\varepsilon(k)^T] = 0 \end{cases} \quad (27)$$

强跟踪滤波器通过实时调整状态预测误差的协方差以及相应的增益矩阵强迫式(27)始终成立, 因此能够提高滤波算法应对模型变动时的鲁棒性, 且具有极强的关于突变状态的跟踪能力, 其滤波校正式如式(28)所示

$$P(k|k-1) = S(k-1)P(k-1) + T_s^2 \hat{Q}(k-1) \quad (28)$$

式中, $S(k) \geq 1$ 为抵抗模型匹配误差的自适应渐消因子。对比式(26)和式(28), 衰减记忆因子可以看作静态的自适应渐消因子。若 α 取值较小会导致算法抵抗大功率扰动能力不足, 若 α 取值较大则会过于保守, 导致输出的估计结果失去最优性。因此将式(26)和式(28)结合为带衰减记忆因子的强跟踪滤波器, 如式(29)所示。其中 $S^*(k)$ 为强跟踪滤波算子, 可由式(30)~(33)确定^[18]。 $l \leq 1$ 为弱化因子, $0.95 \leq \rho \leq 0.995$ 为遗忘因子。这样一种算法结合方式能够有效兼顾稳定工况下的估计最优性和极限工况下的滤波稳定性需求。

$$S(k) = \begin{cases} S^*(k) & S^*(k) > a \\ \alpha & S^*(k) \leq a \end{cases} \quad (29)$$

$$S^*(k) = \frac{\text{tr}[\psi(k)]}{\text{tr}[\chi(k)]} \quad (30)$$

$$\psi(k) = \beta(k) - H(k)\hat{Q}(k-1)H^T(k) - l\hat{R}(k-1) \quad (31)$$

$$\beta(k) = \begin{cases} \varepsilon(1)\varepsilon^T(1) & k=0 \\ \frac{\rho\beta(k-1) + \varepsilon(k)\varepsilon^T(k)}{1+\rho} & k \geq 1 \end{cases} \quad (32)$$

$$\chi(k) = H(k)P(k-1)H^T(k) \quad (33)$$

实际行驶时车轮滚动半径并非固定不变, 尽管量测噪声的自适应更新能够抑制这种不确定性, 但尽可能使用准确值依然有助于进一步提升估计精度。车轮滚动半径与车速、胎压、垂直载荷等因素相关, 对于乘用车轮胎而言, 胎压和垂直载荷变化范围通常不大, 对轮胎滚动半径的影响相对较小。当车辆底盘工作在设计的额定状态下时, 业界通常认为滚动半径对车速变化更为敏感, 整车制造企业在研发中也会积累相关试验数据。这里采用德国橡胶企业协会制订的 Wdk 准则, 其中给出了车速对滚动半径的补偿公式^[19]如式(34)所示。

$$R_w = R_{w,0} \left[1 + \frac{V_{x,cg}(k) - 60}{10\,000} \right] \quad (34)$$

式中, $R_{w,0}$ 为速度在 60 km/h 时的车轮滚动半径。由于车速相对轮速来说是一个慢变量, 因此可以近似取上一时刻车速值计算当前时刻滚动半径。

综合上述计算方法, 得到最终的自适应纵向车速估计实施方案如图 2 所示。

图2 自适应车速估计实施方案

3 仿真分析

为验证本文提出的自适应纵向车速估计方法 (Adaptative condition-free velocity estimation, ACVE) 的有效性, 在 Carsim/Simulink 环境下进行了联合仿真, 车辆模型参数如表 1 所示。为了说明 ACVE 方法在鲁棒性、工况适应性和估计效果上的优势, 设计了对有色噪声有较好鲁棒性的 H_∞ 滤波作为对比方法, 还和现有文献中提出的规则化自适应 Kalman 滤波^[12] (Rule-based adaptive Kalman filter, RAKF) 以及自适应斜率更新法^[20] (Adaptive slope method, ASM) 进行了对比。

表 1 四轮驱动电动汽车底盘参数

底盘参数名称	底盘数据
整车质量 m / kg	2 185
轴距 L / m	2.65
质心距前轴距离 L_f / m	1.35
前轮距 L_{wf} / m	1.56
后轮距 L_{wr} / m	1.54
车轮滚动半径 $R_{w,0} / \text{m}$	0.316
转向系传动比 i_{sw}	15.7

3.1 H_∞ 滤波算法设计

H_∞ 滤波由于建模时对噪声统计特性没有任何要求, 因此具有良好的鲁棒性。与 Kalman 滤波不同的是, H_∞ 滤波器的推导建立在如式(35)所示的性能指标函数之上^[21], 期望找到对于给定的性能边界正数 μ , 满足 $J < 1/\mu$ 的估计序列 $\hat{z}_k$ 。

$$J = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \|z_k - \hat{z}_k\|_{G_k}^2}{\|x_0 - \hat{x}_0\|_{P_0}^2 + \sum_{k=0}^{N-1} (\|w_k\|_{Q_k}^2 + \|v_k\|_{R_k}^2)} \quad (35)$$

根据本文建立的四轮车辆运动学模型, 推导纵向车速估计 H_∞ 滤波器如式(36)~(38)所示。

$$K(k) = P(k)[I - \mu \hat{V}_{x,cg}(k)P(k) + H^T(k)R^{-1}H(k)P(k)]^{-1}H^T(k)R \quad (36)$$

$$\hat{V}_{x,cg}(k+1) = \hat{V}_{x,cg}(k) + T_s \tilde{a}_x(k) + K(k)[Z(k) - M(k) - H(k)\hat{V}_{x,cg}(k)] \quad (37)$$

$$P(k+1) = P(k)[I - \mu \hat{V}_{x,cg}(k)P(k) + H^T(k)R^{-1}H(k)P(k)]^{-1} + T_s^2 Q \quad (38)$$

式中, μ 、 Q 、 R 均为给定的设计参数。

由于 Kalman 滤波实际上是 H_∞ 滤波在 $\mu=0$ 时的特例, 为了便于比较, 仿真中 H_∞ 滤波与 ACVE 算法中物理意义一致的参数选相同数值。在问题有解的前提下性能边界取较大值, 本文中 $\mu=30$ 。

3.2 算法对比分析

在所有仿真工况中, 除了初始状态需要具体确定外, ACVE 算法使用的其他参数如表 2 所示。

表 2 自适应车速估计算法仿真参数

状态初始值	数值	算法运行参数	数值
预测误差协方差初值 P_0	0.1	衰减记忆因子 α	1.2
量测噪声协方差初值 R_0	$I_{4 \times 4}$	权重因子 b	0.97
过程噪声均值初值 q_0	0	弱化因子 l	1
过程噪声协方差初值 Q_0	0.01	遗忘因子 ρ	0.97
纵向加速度初值 $a_{x0} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	0	离散时间 T_s / s	0.01

首先仿真加速上坡工况。初始车速为零, 行驶过程中前轴施加 1.0 kN·m、后轴施加 1.2 kN·m 恒定驱动转矩, 约 1.5 s 后驶上 10% 的坡道。加速度传感器的噪声方差设为 0.01, 轮速传感器噪声方差设为 0.4, RAKF 的算法噪声参数与仿真工况一致。

图3记录了加速上坡时汽车纵向加速度和轮速信号情况,图4对比了四种方法在该工况下的估计结果及误差。本文提出的ACVE方法瞬时最大估计误差仅为0.32 m/s,而其他三种方法均高于0.6 m/s,估计准确性显著提高。由于RAKF仅考虑了车轮滑移的影响,故这里退化为标准Kalman滤波。当加速度存在确定的测量偏差时,系统会计算出有偏预测结果,导致汽车驶入坡道时估计误差迅速增大。 H_∞ 滤波相比标准Kalman滤波具有更好的鲁棒性,因此削弱了加速度信号中坡道分量对估计结果的影响,但这种不区分扰动类型的“打包”优化方式在确定扰动下作用下的估计结果并不理想。ASM方法中由于测量信号大于实际信号,估计时实际上屏蔽了加速度信号的作用,尽管保证了算法可靠性,但受测量噪声影响,估计结果抖动较大。图5反映了过程噪声均值以及量测噪声方差的自适应过程,可以看出通过对有色噪声的自适应修正,能够很好地补偿加速度信号误差,即使预设参数与实际工况并不一致,也能通过迭代计算收敛到真实值附近。

图3 加速上坡工况纵向加速度和轮速信号

图4 加速上坡工况纵向车速估计结果对比

图5 加速上坡工况过程噪声和量测噪声自适应结果

接下来仿真了包含车轮滑转的驱/制动复合工况。初始车速为零,在起步时前轴施加0.8 kN·m

转矩,后轴施加1.2 kN·m在2 s时前轴扭矩突然增加到2.5 kN·m,触发前轴滑转。0.5 s后前轴扭矩降低至稳定边界内,驱动轮重新恢复稳定,在4 s时由驱动变为制动。这一工况模拟了汽车典型的起步-失稳-减速制动的驾驶循环,仿真时传感器噪声特性设置与上一工况相同。由于对比方法RAKF需要通过滑移率和车轮转动加速度门限值判定滑转状态,在仿真中为了避免参数标定的影响,假设对车轮滑移状态的判断是理想的。

图6记录了驱/制动复合工况汽车纵向加速度与轮速信号情况,图7对比了四种方法在该工况下的估计结果及误差。总体来看ACVE、RAKF和ASM方法对真实车速有较好的估计准确性, H_∞ 滤波在车轮发生激烈滑转时会产生一定偏离,ASM得到估计结果受传感噪声的影响较为显著。这是由于 H_∞ 滤波是按照性能指标式(35)对扰动到误差的影响进行最小化处理,但是当车轮发生滑转时旋转速度已经不能表征纵向运动线速度,因此较大的扰动影响会使得误差在固定性能边界作用下同步放大,导致估计误差显著增加。本文提出的ACVE方法,通过将车轮滑转产生的扰动转化为观测噪声方差的增加,以方差在线匹配的方式自适应动态调节轮速信号在融合时的滤波权重,避免了估计误差与噪声扰动的固定联系,提高了车速估计算法的鲁棒性。对比算法RAKF通过将滑转车轮对应的滤波系数置零的方式,达到了与方差自适应相类似的效果。但是,该算法适用的前提是能够准确判定车轮的滑转状态,因此需要大量道路试验来确定门限值的具体范围,并且仔细设计切换逻辑以避免车轮临界稳定时的估计策略频繁跳变。同时,加速度信号会受到车身姿态变动的影响,本文提出的ACVE方法相比于RAKF方法能够有效补偿这一影响,从而获得更准确的估计结果。图8描述了ACVE算法执行中渐消因子和量测噪声方差的自适应结果,可以看出当车轮滑转时,渐消因子和对应车轮量测方差显著增大,从而有效提高了系统抗干扰性能。

图6 驱/制动工况纵向加速度和轮速信号

图 7 驱/制动工况纵向车速估计结果对比

图 8 驱/制动工况渐消因子和量测噪声自适应

最后仿真了双移线工况以验证曲线行驶时 ACVE 算法的有效性。仿真中初始车速为 80 km/h, 轮速传感器噪声方差和加速度传感器噪声方差与之前相同, 横摆角速度传感器噪声方差设为 0.03。该仿真工况下仅将适应性相对较好的 ASM 列为对比算法。为了使 ASM 和 ACVE 在相同信息条件下进行对比, 以斜率自适应更新为基础, 利用式(1)补充了横摆角速度和方向盘转角的影响。仿真工况与横摆角速度信号如图 9 所示, 车速估计结果与误差如图 10 所示。由于该工况下的包含的有色噪声较少, 因此 ACVE 方法估计结果相对较好, 其绝对估计误差保持在 0.3 m/s 以内, 而 ASM 的最大误差受混合噪声影响达到了 0.68 m/s。从总体估计趋势上看, ACVE 输出的车速信号平稳程度优于 ASM。

图 9 双移线行驶及横摆角速度信号

图 10 纵向车速估计结果及误差对比

为了讨论 ACVE 方法的优势, 在表 3 和表 4 中列出了 ACVE 与 ASM 估计结果对比。其中, 驱/制动复合工况相对复杂, 只挑选了车轮滑转时间段(第 2~4 s)进行统计。平均绝对误差表征了算法的估计准确性, 而标准差则反映了估计结果的平稳程度。可以看出 ACVE 在估计精度和平稳程度上均具有显著优势, 尤其是有效减小了噪声对估计车速的扰动, 有利于为以轮胎力连续调节为目标的主动安全系统控制提供更加可靠稳定的反馈信息。

表 3 车速估计平均绝对误差对比

对比项目	仿真工况		
	加速上坡	车轮滑转	双移线
ACVE/(m/s)	0.099	0.098	0.065
ASM/(m/s)	0.143	0.148	0.156
减小百分比(%)	30.7	33.8	58.6

表 4 车速估计标准差对比

对比项目	仿真工况		
	加速上坡	车轮滑转	双移线
ACVE	0.080	0.095	0.066
ASM	0.167	0.170	0.165
减小百分比 (%)	52.1	44.1	60.0

4 处理器在环试验分析

为了验证所提出车速估计方法的实时性, 开发了处理器在环(Processor in the loop, PIL)测试系统如图 11 所示。目标嵌入式微控制器采用了基于 ARM Cortex-M3 内核的 32 位处理器, 具有 64 KB SRAM、512 KB Flash 并包含串口以及 CAN 通信接口, 计算能力与目前新能源汽车整车控制器主控芯片相当。PIL 系统构建原理如图 12 所示, 采用基于模型的设计方式自动生成控制代码, 利用单片机内部定时器以纳秒级精度准确获取程序执行时间, 因此该试验系统能够用于评估算法的实时性能。

图 11 处理器在环测试系统实物图

图 12 处理器在环测试系统原理图

选取第 3 节三个仿真工况为测试用例，分别以单精度(single)和双精度(double)数据类型生成算法程序，通过背靠背测试分析算法在目标控制器中的运行表现。通用计算机仿真算法时可以调用处理器浮点计算单元处理浮点数运算，而且 Matlab 支持高效的矩阵运算。但算法运行于嵌入式设备时，只能通过软件模拟浮点运算和矩阵运算，因此需要关注算法是否能在实际控制器中正确执行。此外，由于估计算法在汽车控制器中由定时器按固定周期调度(本文为 10 ms)，因此对算法实时性的评价需要关注每个调度周期下算法的运行时间。对 ACVE 算法的处理器测试结果如图 13、14 所示，由于三种工况测试结果稳定而且特性相似，因此只以坡道加速工况为例给出了测试的具体结果，汇总结果在表 5 和表 6 中给出。

图 13 坡道加速工况双精度数据类型 PIL 测试结果

图 14 坡道加速工况单精度数据类型 PIL 测试结果

表 5 算法在微控制器中运行产生的最大计算误差

对比项目	仿真工况/(m/s)		
	加速上坡	驱/制动复合	双移线
双精度	2.22×10^{-16}	3.02×10^{-14}	3.55×10^{-15}
单精度	9.54×10^{-7}	3.34×10^{-6}	3.82×10^{-6}

表 6 算法在微控制器中运行时间对比

对比项目	实时性指标/ms	
	最大执行时间	平均执行时间
双精度	1.70	1.66
单精度	0.50	0.48
运行时间减少(%)	70.6	71.8

可以看出 ACVE 算法在嵌入式控制器中运行时能够达到和数值仿真相同的计算效果，双精度类型程序尽管准确性更高，但考察误差绝对影响，单精度类型程序产生的最大计算误差也仅处于 10^{-6} 数量级。这样的计算误差在实际工程中可以忽略不计。进一步分析实时性，无论是单精度还是双精度，运算时间均远小于算法本身的调度周期 10 ms，可以满足实时性要求。从试验结果来看，单精度数据类型的 ACVE 算法能够在计算精度满足要求的前提下，将算法运行时间减少约 70%，这对于计算资源有限的微控制器来说非常重要。

5 结论

(1) 针对四驱车辆轮速信号置信度动态变化且加速度信号受路面坡度影响大等车速估计面临的难点问题，提出了一种融合车辆运动学信息的自适应估计方法。将车轮滑移状态和道路坡度转换成有色噪声，通过设计噪声自适应滤波策略，解决了异源扰动对融合估计的强烈干扰，有效避免了传统滤波方法依赖先验噪声统计特性获取的弊端。进一步结合强跟踪滤波器与衰减记忆滤波器，综合满足了常规工况下的最优估计和极限工况下的稳定滤波的苛刻需求。

(2) 与现有产品和方法相比，将车速估计的实施方案由选取当前工况下置信度最高的信号源作为车速替代值，推广到在不同工况下对多源传感器进行基于统一方法的信息融合，实现了适应复合行驶场景的纵向车速优化估计。仿真结果表明，估计得到的车速信号在稳定性、精确性和平稳性都显著优于同类方法，为建立新一代主动安全系统提供了高质量信息保障。

(3) 自主开发了基于 32 位单片机的处理器在环试验系统，通过 PIL 测试验证了所提出方法在实际嵌入式微控制器上运行的准确性与实时性。使用单精度数据类型开发该估计算法，不但能够获得令人

满意的计算精度, 而且能够大幅节约车载控制器计算资源, 具备良好的工程应用前景和较为广阔的实际应用价值。未来将会通过实车测试进一步评估该方法在实际行驶场景下的估计效果。

参 考 文 献

- [1] 余卓平, 高晓杰. 车辆行驶过程中的状态估计问题综述[J]. 机械工程学报, 2009, 45(5): 20-33.
YU Zhuoping, GAO Xiaojie. Review of vehicle state estimation problem under driving situation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(5): 20-33.
- [2] 王震坡, 丁晓林, 张雷. 四轮轮毂电机驱动电动汽车驱动防滑控制关键技术综述[J]. 机械工程学报, 2019, 55(12): 99-120.
WANG Zhenpo, DING Xiaolei, ZHANG Lei. Overview on key technologies of acceleration slip regulation for four-wheel-independently-actuated electric vehicles[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(12): 99-120.
- [3] GMBH R B. Safety, comfort and convenience systems [M]. 3rd ed. Germany: Friedr. Vieweg & Sohn/GWV, 2004.
- [4] 王伟达, 丁能根, 徐向阳, 等. 基于轮速和压力控制状态信息的 ABS 参考车速算法研究及其试验验证[J]. 中国机械工程, 2008, 19(3): 370-373.
WANG Weida, DING Nenggen, XU Xiangyang, et al. Investigation and test validation of vehicle reference speed algorithm for ABS based on the information of wheel speeds and pressure control status[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(3): 370-373.
- [5] LV J, HE H, LIU W, et al. Vehicle velocity estimation fusion with kinematic integral and empirical correction on multi-timescales[J]. Energies, 2019, 12(7): 1242.
- [6] HASHEMI E, KHOSRAVANI S, KHAJEPOUR A, et al. Longitudinal vehicle state estimation using nonlinear and parameter-varying observers[J]. Mechatronics, 2017, 43: 28-39.
- [7] 金贤建, 杨俊朋, 殷国栋, 等. 分布式驱动电动汽车双无迹卡尔曼滤波状态参数联合观测[J]. 机械工程学报, 2019, 55(22): 93-102.
JIN Xianjian, YANG Junpeng, YIN Guodong, et al. Combined state and parameter observation of distributed drive electric vehicle via dual unscented kalman filter[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(22): 93-102.
- [8] 汪葵, 魏民祥, 赵万忠, 等. 基于递推最小二乘法与模糊自适应扩展卡尔曼滤波相结合的车辆状态估计[J]. 中国机械工程, 2017, 28(6): 750-755.
WANG Yan, WEI Minxiang, ZHAO Wanzhong, et al. Vehicle state estimation based on combined RLS and FAEKF[J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(6): 750-755.
- [9] 余卓平, 夏新, 熊璐, 等. 分布式驱动电动汽车纵向车速非线性自适应估计[J]. 同济大学学报, 2016, 44(5): 779-786.
YU Zhuoping, XIA Xin, XIONG Lu, et al. Vehicle longitudinal velocity nonlinear adaptive estimation of distributed drive electric vehicle[J]. Journal of Tongji University, 2016, 44(5): 779-786.
- [10] SONG C K, UCHANSKI M, HEDRICK J K. Vehicle speed estimation using accelerometer and wheel speed measurements[R]. SAE Technical Paper, 2002-01-2229, 2002.
- [11] 冉旭, 李亮, 赵洵, 等. 基于汽车动力学与加速度传感信息的纵向坡度实时识别算法[J]. 机械工程学报, 2016, 52(18): 98-104.
RAN Xu, LI Liang, ZHAO Xun, et al. Real-time recognition algorithm of longitudinal road slope based on vehicle dynamics and acceleration sensor information[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(18): 98-104.
- [12] ZHANG Y, LENG B, XIONG L, et al. Distributed drive electric vehicle longitudinal velocity estimation with adaptive kalman filter: Theory and experiment[R]. SAE Technical Paper, 2019-01-0439, 2019.
- [13] 褚文博, 李深, 江青云, 等. 基于多信息融合的全轮独立电驱车辆车速估计[J]. 汽车工程, 2011, 33(11): 962-966.
CHU Wenbo, LI Shen, JIANG Qingyun, et al. Speed estimation for all-wheel drive vehicles based on multi-information fusion[J]. Automotive Engineering, 2011, 33(11): 962-966.
- [14] 厉朴, 宋健, 于良耀. ABS 轮速信号抗干扰处理方法[J]. 汽车技术, 2001(5): 15-17.
LI Pu, SONG Jian, YU Liangyao. Anti-interference signal process method for ABS wheel speed[J]. Automobile Technology, 2001(5): 15-17.
- [15] 赵琳, 王小旭, 孙明, 等. 基于极大后验估计和指数加权的自适应 UKF 滤波算法[J]. 自动化学报, 2010, 36(7): 1007-1019.
ZHAO Lin, WANG Xiaoxu, SUN Ming, et al. Adaptive UKF filtering algorithm based on maximum a posterior estimation and exponential weighting[J]. Acta Automatica

- Sinica, 2010, 36(7): 1007-1019.
- [16] 付梦印, 邓志红, 闫丽萍. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2010.
- FU Mengyin, DENG Zhihong, YAN Liping. Kalman filtering theory and its application in navigation system [M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2010.
- [17] ZHAO Y, XU J, WANG X, et al. The adaptive fading extended Kalman filter SOC estimation method for lithium-ion batteries[J]. Energy Procedia, 2018, 145: 357-362.
- [18] LIN C, CHANG Y, HUNG C, et al. Position estimation and smooth tracking with a fuzzy-logic-based adaptive strong tracking kalman filter for capacitive touch panels[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2015, 62(8): 5097-5108.
- [19] 余志生. 汽车理论[M]. 5 版. 北京: 机械工业出版社, 2009.
- YU Zhisheng. Vehicle Fundamentals[M]. 5th ed. Beijing: China Machine Press, 2009.
- [20] 齐志权, 刘昭度, 马岳峰, 等. 汽车制动防抱系统参考车速确定方法[J]. 农业机械学报, 2005, 36(11): 8-11.
- QI Zhiquan, LIU Zhaodu, MA Yuefeng, et al. Determination of vehicle reference speed for ABS system[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2005, 36(11): 8-11.
- [21] SIMON D. Optimal state estimation Kalman, H_∞ and nonlinear approaches[M]. USA: John Wiley & Sons, 2006.
-
- 作者简介: 任彦君, 男, 1994 年出生, 博士研究生。主要研究方向为车辆系统动力学与控制。
E-mail: ryj19940918@163.com
- 殷国栋(通信作者), 男, 1976 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为车辆动力学与控制、无人驾驶汽车与智能网联汽车。
E-mail: ygd@seu.edu.cn