DOI: 10.3901/JME.2021.07.087

多源稀疏优化方法研究及其在齿轮箱复合故障检测中的应用*

黄伟国¹ 李仕俊¹ 毛磊² 马玉强³ 王 俊¹ 沈长青¹ 阙红波³ 朱忠奎¹

(1. 苏州大学轨道交通学院 苏州 215131;

2. 中国科学技术大学精密机械与精密仪器系 合肥 230027;

3. 中车戚墅堰机车车辆工艺研究所有限公司 常州 213011)

摘要: 齿轮箱因其工作环境恶劣, 极易出现复合故障, 其故障振动信号往往包含多种成分且伴随着强烈的背景噪声, 给齿轮箱故障诊断带来了很大的困难。稀疏分解能够在强背景噪声下有效地提取微弱故障特征, 针对传统稀疏分解方法存在信号保真能力欠缺, 目标函数非凸导致局部最优解, 模型通用性差等问题, 基于广义极小极大凹(Generalized minimax concave, GMC)惩罚函数推导构建了具有保凸性的多源稀疏优化目标函数, 并利用前向后向分裂(Forward-backward splitting, FBS)算法, 基于 Laplace 小波字典, Morlet 小波字典与 DFT 字典分别求解轴承瞬态成分, 齿轮瞬态成分, 谐波成分的稀疏表示, 最终实现各成分的准确提取。仿真信号和试验信号的分析均验证了所提出的模型能够在不需要故障具体数目的先验知识下, 准确实现齿轮箱复合故障的信号分解和故障诊断。

关键词: 齿轮箱; 复合故障诊断; 稀疏分解; 凸优化

中图分类号: TH165; TN911

Research on Multi-source Sparse Optimization Method and Its Application in Compound Fault Detection of Gearbox

HUANG Weiguo¹ LI Shijun¹ MAO Lei² MA Yuqiang³ WANG Jun¹SHEN Changqing¹ QUE Hongbo³ ZHU Zhongkui¹

(1. School of Rail Transportation, Soochow University, Suzhou 215131;

2. Department of PMPI, University of Science and Technology of China, Hefei 230027;

3. CRRC Qishuyan Institute Co., Ltd., Changzhou 213011)

Abstract: Gearbox is prone to compound fault because of its harsh working environment. The fault vibration signal of gearbox often contains multiple components and is corrupted by heavy background noise, which brings great difficulties to gearbox fault diagnosis. Weak fault features corrupted by heavy background noise can be effectively extracted through sparse decomposition. In order to solve the problems of traditional sparse decomposition method, such as the lack of signal fidelity, the local optimal solution caused by the non-convex objective function, and the poor universality of the model, a multi-source sparse optimization objective function with convexity is constructed based on the generalized minimax concave penalty function. Then the sparse coefficients of bearing transient components, gear transient components and harmonic components are calculated respectively based on Laplace wavelet dictionary, Morlet wavelet dictionary and DFT dictionary using forward backward splitting algorithm. Finally, each component can be extracted based on these sparse coefficients. The analysis of simulation signal and experimental signal verify that the proposed model can realize the accurate decomposition of compound fault signal and compound fault diagnosis of gearbox without the prior knowledge of specific number of faults.

Key words: gearbox; compound fault diagnosis; sparse decomposition; convex optimization

* 国家自然科学基金(52075353, 51875376, 51805342)和江苏省自然科学基金(BK20180842)资助项目。20200508 收到初稿, 20201201 收到修改稿

0 前言

齿轮箱作为工业系统和轨道交通系统中的重要动力传输部件,由于加工工艺复杂,装配精度要求较高,工作环境恶劣等,易受到损伤而导致整个旋转机械系统发生故障,从而产生较大的经济损失,甚至会造成人员伤亡^[1-2]。而齿轮箱作为一个传动系统,包含着齿轮、轴承、箱体等部件,在运行时,各部件都会产生振动,例如,由于齿轮箱中轴承、齿轮等关键部件本身具有制造误差和安装误差,在状态监测中,往往会给检测信号带来与轴转速相关的倍频调制成分。同时,轴承、齿轮的分布式故障会带来多种瞬态冲击响应成分,且各响应成分之间存在中心频率重叠的情况^[3-5]。因而,在强噪声以及其它相关干扰条件下,研究实现齿轮箱复合故障的准确分离方法,对于旋转机械系统的状态检测具有重要意义。

稀疏分解方法的主要思想是通过构建的过完备字典并结合优化算法来求解信号在该字典下最稀疏的表达。稀疏分解方法能够有效解决齿轮箱复合故障检测中的常见欠定问题,且具有良好的抗噪能力和微弱状态成分提取能力,采用信号稀疏分解方法来实现多源信号分离对于实现复合故障诊断具有重要意义^[6]。稀疏分解的关键问题主要有罚函数的构建,过完备字典的构建和稀疏系数的求解。目前,机械故障诊断领域稀疏分解方法的研究学者已针对上述三个方面作了大量的研究工作。樊薇等^[7]基于 Laplace 小波基构建过完备字典,并用 L1 范数作为惩罚项,通过分裂增广拉格朗日收缩算法(Split augmented Lagrangian shrinkage algorithm, SALSA)求解稀疏系数,实现了强背景噪声下轴承微弱故障特征的有效提取。HE 等^[8]基于调 Q 小波(tunable Q-factor wavelet transform, TQWT)构造过完备字典,利用 arctangent 非凸罚函数构建惩罚项,并将 SALSA 算法与优化最小化算法结合(majorization-minimization, MM)求解稀疏系数,成功地实现了齿轮箱故障振动信号中瞬态成分与谐波成分的分离。HUANG 等^[9]基于 DFT 和短时傅里叶变换(short-time Fourier transform, STFT)构建变换字典,以 MC 非凸惩罚函数作为惩罚项,经 SALSA 算法迭代优化,准确提取了齿轮箱振动信号中的齿轮故障瞬态成分与谐波成分。WANG 等^[10]在 TQWT 字典的基础上,将 GMC 惩罚函数与 FBS 算法应用于轴承故障诊断,取得了良好的效果。CAI 等^[11]基于

离散余弦变换与 STFT 构建变换字典,将 GMC 函数作为惩罚项,基于 FBS 算法求解稀疏系数,在齿轮瞬态成分与谐波成分的分离方面取得良好的效果。

虽然上述稀疏分解方法在故障特征提取方面取得了良好的效果,但是,传统的稀疏分解方法在实际应用于齿轮箱复合故障诊断时仍然存在着如下问题。一、信号保真能力欠缺,例如传统的基于 L1 范数正则化的稀疏分解方法存在重构信号幅值低估的问题,降低了信号重构的精度,不利于进一步根据提取的特征成分评估机械设备状态。二、模型保凸能力欠缺,基于非凸罚函数的稀疏分解方法往往带来目标函数也是非凸的情形,在求解时会受到输入扰动的影响,无法保证能够收敛到全局最优解,不利于各成分的准确提取。三、模型通用性差,现有的稀疏故障诊断方法主要研究对象均为齿轮箱中单一冲击性故障,针对包含轴承和齿轮冲击性故障的复合故障研究相对较少。同时,已有的齿轮箱复合故障分析方法往往未考虑因为齿轮箱制造或安装误差而引入的谐波干扰信号的影响,并且只适用于某种特定的齿轮箱复合故障诊断。

本文针对传统稀疏分解方法存在信号保真能力欠缺,目标函数非凸导致局部最优解,模型通用性差等问题与齿轮箱复合故障诊断问题,提出了一种新的多源稀疏优化方法。该方法首先基于齿轮箱振动机理分析,根据各成分的振荡特性构建了相应的过完备字典,并在此基础上建立了能够综合解决多种齿轮箱复合故障问题的数据保真项;其次,针对振动信号准确分离的工程需求,研究具有良好保幅值能力的多源非凸罚函数来构建稀疏惩罚项。最终,在确定优化目标函数的基础上,进一步去推导目标函数的保凸条件,从而建立多源稀疏优化模型。仿真和工程试验验证了该模型能够准确实现多种齿轮箱复合故障类型的信号分解和故障诊断。

1 信号稀疏分解模型

针对齿轮箱振动检测,给定观测信号 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^N$ 及背景高斯噪声,传统单分量稀疏分解模型可以表示为^[12]

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$ 为目标特征分量, $\mathbf{n}$ 表示背景高斯噪声等无关干扰分量。稀疏分解的过程即从观测信号 $\mathbf{y}$ 中有效分解提取目标分量 $\mathbf{x}$ 的过程。假定 $\mathbf{x}$ 能够在某过完备字典域 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{N \times M}$ 下稀疏表示,即

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{c} \quad (2)$$

式中, c 为稀疏表示系数。此时, 稀疏分解模型可以表示为数学优化求解问题

$$\min_c \|c\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \|Ac - y\|_2^2 \leq \varepsilon \quad (3)$$

式中, $\|c\|_0$ 表示稀疏表示系数 c 中不为零的元素的数目, 即矢量 c 的稀疏度。上述优化求解问题可以进一步表示为无约束的稀疏正则化线性反问题

$$c^* = \arg \min_{c \in \mathbb{R}^N} \left\{ \frac{1}{2} \|y - Ac\|_2^2 + P(c) \right\} \quad (4)$$

式中, c^* 为优化求解得到的估计系数, $P(c)$ 表示用来约束表示系数 c 稀疏度的稀疏罚函数。求得估计稀疏表示系数 c^* , 则目标分量 x 可以被估计为 $x^* = Ac^*$ 。

针对齿轮箱复合故障的稀疏分解, 上述单一分量建模方式无法有效分解出各个目标分量, 即无法有效解决齿轮箱复合故障引入的多振动源的问题。因此, 需要基于齿轮箱振动机理将目标分量细分为多个子分量, 如瞬态冲击分量、谐波分量和噪声干扰分量等。基于此, 多分量复合故障信号 y 可以表示为

$$y(t) = \sum_{i=1}^m x_i(t) + n(t) \quad (5)$$

式中, $x_i(t)$ 表示目标子分量, m 表示目标子分量的数目。因此, 对应的多源稀疏分解目标函数可以表示为

$$J(c_1, \dots, c_m) = \frac{1}{2} \|y - \sum_{i=1}^m A_i c_i\|_2^2 + P(c_1, \dots, c_m) \quad (6)$$

式中, $A_i \in \mathbb{R}^{N \times M}$ 表示对应目标分量的稀疏字典, $P(c_1, \dots, c_m)$ 表示多源泛化稀疏罚函数。通过优化求解式(6), 可以得到各个目标成分的稀疏表示系数, 从而有效重构各个目标分量, 实现复合故障信号的稀疏分解。

但是, 相较于单故障稀疏分解, 复合故障稀疏分解因为振源数量多, 振荡特性复杂且各个振源之间可能存在相互干扰等问题, 在优化求解时的难度显著增加, 这就对稀疏子字典的构建以及多源稀疏罚函数的设计提出了更高的要求。

2 稀疏字典构建

字典构造质量的优劣很大程度上决定着信号稀疏分解的结果, 从而影响复合故障诊断的效果。根据各个稀疏字典构造的构建方式, 可以将稀疏字典分为解析字典^[13]和学习字典^[14]两大类。解析字典的

匹配精度较高, 但需要充分分析振动信号的振荡特性, 获取充足的先验知识。学习字典不需要复杂的先验知识, 自适应性强, 但迭代循环训练字典耗时较长, 且构造的字典缺乏明确的物理意义^[15]。齿轮箱复合故障由于信号多源性和复杂性的特点, 对稀疏字典的构造提出了更高的要求。要保证齿轮箱复合故障的准确诊断, 需要根据齿轮箱振动信号中各成分的振荡特性构建合适的过完备字典。

基于图 1 中齿轮箱不同类型故障振动信号时域波形的分析, 可以看出稳态谐波分量和冲击分量的振荡特性差异较大, 容易找寻稀疏字典来实现冲击信号和谐波信号的分离。图 2 为 DFT 字典域下各个冲击信号和谐波信号的稀疏特性, 可以看出 DFT 变换字典可以有效从复合信号中提取谐波信号, 因此可以将 DFT 字典作为谐波信号对应的稀疏子字典。

图 1 齿轮箱复合故障振动信号

图 2 DFT 字典域下复合故障的稀疏性

图 3 冲击性故障与对应字典原子时域图

对于复合故障信号中不同部件产生的冲击性故障,由于其振荡特性相近,难以通过变换域直接分离提取,需要进一步基于齿轮和轴承冲击性故障振动模型构建对应的时域字典,来实现各个冲击性信号的提取。考虑到轴承故障的单边衰减特性,滚动轴承冲击性故障对应的稀疏子字典可以由波形相似的 Laplace 函数来构造^[6]

$$A_1(t, \tau_1) = B_1 \exp\left(\frac{-\zeta_1}{\sqrt{1-\zeta_1^2}} 2\pi f_1(t-\tau_1)\right) \times \sin 2\pi f_1(t-\tau_1) \quad (7)$$

对应的,考虑到齿轮故障的双边衰减特性,齿轮冲击性故障对应的稀疏子字典可以由 Morlet 小波来构造^[6]

$$A_2(t, \tau_2) = B_2 \exp\left(\frac{-\zeta_2}{\sqrt{1-\zeta_2^2}} [2\pi f_2(t-\tau_2)]^2\right) \times \cos 2\pi f_2(t-\tau_2) \quad (8)$$

式中, f_i 和 B_i 分别表示系统的固有频率和幅值归一化参数,参数 τ_i 和 ζ_i 分别表示时延和阻尼比,图 3 表明了所建立的字典基原子与冲击性故障瞬态冲击波形的相似性。

3 多源稀疏罚函数设计

稀疏分解的一个关键问题就是如何构建有效的目标函数。稀疏罚函数作为目标函数的关键部分,是保证齿轮箱复合故障准确分离的核心,罚函数的

优劣直接影响稀疏表示系数的稀疏性和齿轮箱信号特征成分的保真性^[16-17]。

表 1 列出了常见的罚函数的函数表达式 ($a=0.5$),图 4 进一步对这些罚函数及其对应的阈值函数进行数学规律统计分析,其中软阈值(soft)为 L1 范数对应的阈值。从函数特性分析中,可以看出当幅值较大时,除 MC 罚函数所对应的阈值函数外,各阈值函数都与 $y=x$ 存在一个固定的距离。因此相较于 L1 范数,参数化非凸罚函数都有一定的保幅值能力,而 MC 罚函数的保幅值效果更为优异。但是,非凸罚函数往往会引入非凸优化的问题,例如输入扰动对最终解的影响较大;伪局部最小值;没有保证的全局收敛性等问题。在实际应用中,需要对参数化非凸罚函数进一步进行保凸性推导来约束参数,保证目标函数为凸函数,进而保证函数优化求解不受初始化条件的影响,能够最终稳定收敛于全局最优。

表 1 常见稀疏罚函数及其函数表达式

稀疏罚函数	函数表达式
L1 norm	$ x $
Logarithm	$\frac{1}{a} \log(1 + a x)$
Arctan	$\frac{2}{a\sqrt{3}} (\tan^{-1}(\frac{1+2a x }{\sqrt{3}}) - \frac{\pi}{6})$
MC	$\begin{cases} x - \frac{1}{2a}x^2 & x \leq a \\ \frac{a}{2} & x \geq a \end{cases}$

(a) 稀疏罚函数

(b) 阈值函数

图 4 常见稀疏罚函数及其阈值函数

SELESNICK 基于 MC 非凸罚函数提出了 GMC 非凸罚函数，可以在保持目标函数凸性的同时有效地诱导稀疏性^[18]。GMC 非凸罚函数具有良好的信号保真能力，且能够有效加强机械振动信号的稀疏性，提高信号特征提取的效率^[19]。因此本文在对比分析各种罚函数保真能力的基础上，基于 GMC 罚函数构建针对齿轮箱复合故障特征提取的多源参数化非凸罚函数。

GMC 罚函数是由卷积下确界定义的 Huber 函数泛化推导得到的，变尺度 Huber 函数可以表示为

$$s_b(x) = s(b^2 x) / b^2, b \neq 0 \quad (9)$$

式中， b 为压缩尺度变量。 $s(x)$ 为一元 Huber 函数，其表达式为

$$s(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & |x| \leq 1 \\ |x| - \frac{1}{2}, & |x| \geq 1 \end{cases} \quad (10)$$

当 $b \neq 0$ 时，一元 Huber 函数可以表示为

$$s_b(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & |x| \leq 1/b^2 \\ |x| - \frac{1}{2b^2}, & |x| \geq 1/b^2 \end{cases} \quad (11)$$

假设， v 为 x 定义域内的一点，则对应的一元 Huber 函数可以表示为

$$s_b(x) = \min_{v \in \mathbb{R}} \left\{ |v| + \frac{1}{2}b^2(x-v)^2 \right\} \quad (12)$$

对一元 Huber 进行多元泛化，假设存在矩阵 $B \in \mathbf{R}^{M \times N}$ ，则广义 Huber 函数可以表示为

$$s_B(x) = \min_{B \in \mathbf{R}^{M \times N}} \left\{ \|v\|_1 + \frac{1}{2}\|B(x-v)\|_2^2 \right\} \quad (13)$$

对应的 GMC 罚函数可以表示为

$$P_B(x) = \lambda \|x\|_1 - \lambda s_B(x) \quad (14)$$

式中， λ 为稀疏正则化参数。广义 Huber 函数和 GMC 罚函数图像如图 5 所示。

上述 GMC 罚函数能够很好地保证机械振动信号在对应的过完备字典下系数的稀疏性，同时避免 L1 范数导致的幅值低估的问题，实现信号保真。但是齿轮箱复合故障信号中包含多个需要稀疏提取的振动分量，即需要对多个分量进行稀疏诱导。因此需要对 GMC 罚函数进行多源泛化。本文基于 GMC 罚函数的结构特点、齿轮箱复合故障信号构成以及保凸性原则，推导建立了如下的多源参数化非凸罚

函数

$$P(c_1, \dots, c_m) = \sum_{i=1}^m \lambda_i \|c_i\|_1 - \min_{v_i} \left\{ \sum_{i=1}^m \lambda_i \|v_i\|_1 + \frac{1}{2} \left\| \sum_{i=1}^m B_i(c_i - v_i) \right\|_2^2 \right\} \quad (15)$$

式中， m 表示故障类型总数目， i 表示第 i 个目标分量。 λ 为正则化参数， B 和 v 为参数化矩阵和矢量。下面将通过保凸性分析详细讨论所构建多源稀疏罚函数的优越性。

图 5 广义 Huber 函数及对应 GMC 罚函数

3.1 目标函数保凸条件

目标函数的保凸条件是保证稀疏分解获得全局最优解的基础。严格保凸的稀疏分解模型有较完备成熟的凸优化理论可以用来求解，且模型优化求解不受输入扰动的影响，最终结果能够稳定收敛于全局最优。

基于所建立的多源参数化非凸罚函数(15)，式(6)可以进一步表示为

$$J(c_1, \dots, c_m) = \frac{1}{2} \|y - \sum_{i=1}^m A_i c_i\|_2^2 + \sum_{i=1}^m \lambda_i \|c_i\|_1 - \min_{v_1, \dots, v_m} \left\{ \sum_{i=1}^m \lambda_i \|v_i\|_1 + \frac{1}{2} \left\| \sum_{i=1}^m B_i(c_i - v_i) \right\|_2^2 \right\} \quad (16)$$

式中， m 表示齿轮箱中故障类型的数目，即目标分量总数目。 i 表示第 i 个目标分量， A_i 表示对应的稀疏子字典， λ_i 为正则化参数， B_i 和 v_i 为参数化矩阵和矢量。

为了方便表达，引入如下定义

$$A = [A_1 \cdots A_m], B = [B_1 \cdots B_m], \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 I_1 \\ \vdots \\ \lambda_m I_m \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}$$

对应的，式(16)可以表示为

$$J(\mathbf{c}, \mathbf{v}) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{c}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{c}\|_1 - \min_{\mathbf{v}} \left\{ \lambda \|\mathbf{v}\|_1 + \frac{1}{2} \|\mathbf{B}(\mathbf{c} - \mathbf{v})\|_2^2 \right\} = \\ & \max_{\mathbf{v}} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{c}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{c}\|_1 - \lambda \|\mathbf{v}\|_1 - \frac{1}{2} \|\mathbf{B}(\mathbf{c} - \mathbf{v})\|_2^2 \right\} = \\ & \max_{\mathbf{v}} \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{c}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{A} - \mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{c} + \lambda \|\mathbf{c}\|_1 + \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \right. \\ & \quad \left. \lambda \|\mathbf{v}\|_1 + (\mathbf{v}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} - \mathbf{y}^T \mathbf{A}) \mathbf{c} - \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{v} \right\} = \\ & \frac{1}{2} \mathbf{c}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{A} - \mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{c} + \lambda \|\mathbf{c}\|_1 + \max_{\mathbf{v}} \{g(\mathbf{c}, \mathbf{v})\} \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$g(\mathbf{c}, \mathbf{v}) = \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \lambda \|\mathbf{v}\|_1 + (\mathbf{v}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} - \mathbf{y}^T \mathbf{A}) \mathbf{c} - \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{v}$$

为仿射函数, $\max_{\mathbf{v}} \{g(\mathbf{c}, \mathbf{v})\}$ 是关于 $\mathbf{c}$ 的凸函数的逐点最大值, 显然为凸函数。 $\|\mathbf{c}\|_1$ 为 L1 范数, 也为凸函数。因此根据凸函数性质得, 当且仅当 $\frac{1}{2} \mathbf{c}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{A} - \mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{c}$ 为凸函数, $J(\mathbf{c})$ 为凸函数。即保凸条件为

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} - \mathbf{B}^T \mathbf{B} \geq 0 \quad (19)$$

即

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1^T \mathbf{B}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i - \mathbf{B}_i^T \mathbf{B}_i \end{pmatrix} \geq 0 \quad (20)$$

因此, 目标函数的保凸参数条件为

$$\mathbf{B}_i = \sqrt{\gamma} \mathbf{A}_i, \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (21)$$

式中, $\mathbf{A}_i$ 为第 i 个目标分量对应的稀疏字典, $0 \leq \gamma \leq 1$ 为保凸常数, 本文中取 $\gamma = 0.5$ 。此时, 目标函数(16)已经为严格凸函数, 该多源稀疏分解问题可以转化为凸优化求解问题。

3.2 目标函数求解

基于已建立的保凸多源稀疏优化目标函数, 要实现齿轮箱复合故障的准确诊断, 还需要通过凸优化算法来优化求解目标函数, 得到稀疏表示系数来重构各个目标信号。为了有效地求解目标函数, 可以将其表示为鞍点求解问题

$$\begin{aligned} & (\mathbf{c}^{\text{opt}}, \mathbf{v}^{\text{opt}}) = \arg \min_{\mathbf{c}} \max_{\mathbf{v}} \\ & \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{c}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{c}\|_1 - \lambda \|\mathbf{v}\|_1 - \frac{\gamma}{2} \|\mathbf{A}(\mathbf{c} - \mathbf{v})\|_2^2 \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

FBS 算法可以有效求解鞍点问题等单调包含问题^[20], 首先将目标函数分别求偏导

$$\partial_{\mathbf{c}} J(\mathbf{c}, \mathbf{v}) = \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}) - \gamma \mathbf{A}^T \mathbf{A} (\mathbf{x} - \mathbf{v}) + \lambda \text{sgn}(\mathbf{x}) \quad (23)$$

$$\partial_{\mathbf{v}} J(\mathbf{c}, \mathbf{v}) = \gamma \mathbf{A}^T \mathbf{A} (\mathbf{x} - \mathbf{v}) - \lambda \text{sgn}(\mathbf{v}) \quad (24)$$

式中, sgn 为符号函数

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (25)$$

将式(23)和(24)改写为矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \partial_{\mathbf{c}} J(\mathbf{c}, \mathbf{v}) \\ \partial_{\mathbf{v}} J(\mathbf{c}, \mathbf{v}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}) - \gamma \mathbf{A}^T \mathbf{A} (\mathbf{x} - \mathbf{v}) + \lambda \text{sgn}(\mathbf{x}) \\ \gamma \mathbf{A}^T \mathbf{A} (\mathbf{x} - \mathbf{v}) - \lambda \text{sgn}(\mathbf{v}) \end{bmatrix} \quad (26)$$

代入 FBS 迭代优化算法得

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}^{(k)} \\ \boldsymbol{\theta}^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^{(k)} - \mu \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{c}^{(k)} - \mathbf{y} - \gamma \mathbf{A}(\mathbf{c}^{(k)} - \mathbf{v}^{(k)})) \\ \mathbf{v}^{(k)} - \mu \gamma \mathbf{A}^T \mathbf{A} (\mathbf{v}^{(k)} - \mathbf{c}^{(k)}) \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{c}^{(k+1)} \\ \mathbf{v}^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \min_{\mathbf{c}} \left\{ \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\omega}^{(k)} - \mathbf{c}\|_2^2 + \mu \lambda \|\mathbf{c}\|_1 \right\} \\ \min_{\mathbf{v}} \left\{ \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\theta}^{(k)} - \mathbf{v}\|_2^2 + \mu \lambda \|\mathbf{v}\|_1 \right\} \end{bmatrix} \quad (28)$$

即

$$\begin{bmatrix} \mathbf{c}^{(k+1)} \\ \mathbf{v}^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{soft}(\boldsymbol{\omega}^{(k)}, \mu \lambda) \\ \text{soft}(\boldsymbol{\theta}^{(k)}, \mu \lambda) \end{bmatrix} \quad (29)$$

式中, μ 为常量参数, 需要满足 $0 < \mu < 2/\rho$, 其中

$$\rho = \max\{1, \gamma/(1-\gamma)\} \|\mathbf{A}^T \mathbf{A}\|_2 \quad (30)$$

同时, 式(28)中的软阈值算子 soft 可以表示为

$$\text{soft}(x, T) = x \cdot \max\{0, 1 - T/|x|\} \quad (31)$$

综上所述, 多源保真稀疏分解模型的优化求解算法可以归纳为如下几个步骤。

(1) 输入: 给定观测信号 $\mathbf{y}$, 稀疏字典 $\mathbf{A}_i$, 正则化参数 λ_i , 常量参数 μ , γ , 迭代参数 N_{iter} 。

(2) 初始化: $\mathbf{c}_i^{(0)} = \mathbf{c}_i^T \mathbf{y}$, $\mathbf{v}_i^{(0)} = 0$ 。

(3) 进行如下迭代优化步骤

WHILE(迭代次数 $< N_{\text{iter}}$)

for $i = 1, 2, \dots, m$

$$\boldsymbol{\omega}_i^{(k)} = \mathbf{c}_i^{(k)} - \mu \mathbf{A}_i^T \left(\sum_{i=1}^m \mathbf{A}_i \mathbf{c}_i^{(k)} - \mathbf{y} - \gamma \sum_{i=1}^m \mathbf{A}_i (\mathbf{c}_i^{(k)} - \mathbf{v}_i^{(k)}) \right)$$

$$\boldsymbol{\theta}_i^{(k)} = \mathbf{v}_i^{(k)} - \mu \gamma \left[\mathbf{A}_i^T \left(\sum_{i=1}^m \mathbf{A}_i (\mathbf{v}_i^{(k)} - \mathbf{c}_i^{(k)}) \right) \right]$$

$$\mathbf{c}_i^{(k)} = \text{soft}(\boldsymbol{\omega}_i^{(k)}, \mu \lambda_i)$$

$$\mathbf{v}_i^{(k+1)} = \text{soft}(\boldsymbol{\theta}_i^{(k)}, \mu \lambda_i)$$

end for

更新变化率

$$\Delta = \max \left(\frac{\sum_{i=1}^m \|c_i^{k+1} - c_i^k\|_2}{\sum_{i=1}^m \|c_i^{k+1}\|_2}, \frac{\sum_{i=1}^m \|v_i^{k+1} - v_i^k\|_2}{\sum_{i=1}^m \|v_i^{k+1}\|_2} \right)$$

如果 $\Delta \leq 10^{-5}$, 结束迭代

END WHILE

(4) 得到重构信号: $\hat{x}_i = A_i c_i^{opt}$

4 仿真信号分析

齿轮箱在实际工程应用中往往会因为轴承和齿轮的局部型故障产生冲击性故障信号, 因为齿轮的分布型故障产生谐波信号, 即对于一般齿轮箱可以假设齿轮箱中最大故障类型数目 m 为 3, 对应的目标函数可以表示为

$$J(c_1, c_2, c_3) = \frac{1}{2} \|y - \sum_{i=1}^3 A_i c_i\|_2^2 + P(c_1, c_2, c_3) \quad (32)$$

式中, i 表示第 i 个目标分量, A_i 表示对应的稀疏字典, $P(c_1, c_2, c_3)$ 表示稀疏罚函数。

式(31)所对应的多源保真稀疏分解模型可以有效实现所有包含故障类型不大于 3 的齿轮箱复合故障的稀疏分解。由于齿轮制造和安装误差的不可避免性, 齿轮箱故障信号中通常至少包含一种因局部损伤产生的冲击性故障信号和因制造安装误差产生的谐波干扰信号, 即故障类型数目至少等于 2。因此, 为了验证其在齿轮箱故障诊断的有效性, 本节先构建仅包含轴承冲击性故障和谐波分量的复合故障信号 $y_1(t)$ 来检验模型对于故障类型小于 3 的复合故障诊断的有效性。并在工程试验信号分析中, 对包含 3 种故障类型的故障信号进行处理, 来验证该模型对于分解难度大, 计算复杂度高的多故障类型的特征提取和故障诊断的有效性。其中, 仅包含轴承冲击性故障和谐波干扰分量的复合故障信号可以建模为

$$y_1(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) + n(t) \quad (33)$$

$$x_1(t) = \sum_k [B_1 \exp\left(\frac{-\zeta_1}{\sqrt{1-\zeta_1^2}} 2\pi f_1(t - \tau_1 - kT_1)\right) \times \sin 2\pi f_1(t - \tau_1 - kT_1)] \quad (34)$$

$$x_2(t) = 0 \quad (35)$$

$$x_3(t) = (1.5 + 0.3 \cos(2\pi f_A t)) \times \cos(2\pi f_H t + 0.2 \cos(2\pi f_F t)) \quad (36)$$

式中, $x_1(t)$ 表示如图 6a 所示的轴承冲击型故障信号, 其参数设置为: 共振频率 $f_1 = 1\ 800\ \text{Hz}$, 阻尼比 $\zeta_1 = 0.050$, 时延参数 $\tau_1 = 0.05\ \text{s}$, 故障周期 $T_1 = 0.15\ \text{s}$, 幅值调整参数 $B_1 = 1$ 。 $x_2(t)$ 表示齿轮冲击性故障信号, 因为不存在该故障, 所以 $x_2(t) = 0$ 。 $x_3(t)$ 表示如图 6b 所示的谐波信号, 其调制参数 $f_A = 60\ \text{Hz}$, $f_F = 10\ \text{Hz}$, $f_H = 700\ \text{Hz}$ 。 $n(t)$ 表示噪声干扰分量。复合信号 $y_1(t)$ 的时域波形如图 6c 所示。

从图 6c 可以看出, 故障诊断需要的轴承冲击性故障信号已经完全被谐波干扰信号和噪声干扰信号所淹没, 信号分解和特征提取的难度较大。首先基于本文所提出的多源稀疏分解方法来处理该信号, 为了准确衡量重构信号与原信号的相似度, 引入相关系数 CC

$$CC = \frac{\langle \hat{x}, x \rangle}{\|\hat{x}\|_2 \|x\|_2} \quad (37)$$

式中, x 表示原始信号, $\hat{x}$ 表示重构信号。相关系数 CC 可以准确刻画重构信号与原始无噪信号的相关程度。

图 6 仿真复合故障信号 $y_1(t)$ 时域波形

其次, 在进行信号处理前, 需要进行正则化参数选取。本文均采用遍历选取的方法来确定最优正则化参数。以对观测信号 $y_1(t)$ 的分析为例, 轴承冲击性故障信号和谐波信号对应的参数 λ_1 和 λ_3 需要通过遍历寻参来确定。而对于齿轮冲击性故障信号对应的参数 λ_2 , 因为无论取何值对应的信号都为零, 所以不需要遍历选取, 直接取 $\lambda_2 = 1$ 。寻参过程中步长设置为 0.1, 参数选取范围为 1~5, 通过平均相关系数 $CC = (CC_1 + CC_2) / 2$ 来刻画总体重构效果。其中 CC_1 和 CC_2 分别为轴承信号和谐波信号重构前后相似度。正则化参数选取结果如图 7 所示, 最大相关系数 $CC = 0.943\ 3$, 有多组参数可以使得相

关系数最大, 本文取 $\lambda_1 = 3.1, \lambda_3 = 2.8$, 取其余组参数也可以达到同等信号重构效果。因此最终选取正则化参数为 $\lambda_1 = 3.1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 2.8$ 。

图 7 正则化参数选取

重构信号的时域波形如图 8 所示。图 8a 和 8b 为重构谐波信号和轴承冲击性故障的时域波形, 从波形图和相关系数 CC 可以看出所提方法重构的信号与原始信号具有很高的相似性, 表明了所提方法重构信号的有效性。图 8c 为图 8b 中故障信号的局部放大图, 从中可以清晰看出重构信号的瞬态脉冲的幅值基本与原始信号一致, 表明了所提方法的信号保真性。其中, 部分脉冲幅值略高出原始信号, 这是因为部分区域依然包含微小的背景噪声增加了信号的幅值。因为原始复合故障信号中不包含齿轮冲击性故障, 因此在稀疏分解时, 齿轮冲击性故障对应的稀疏子字典无法匹配到对应的稀疏表示系数, 即在字典 A_2 的稀疏域中稀疏表示系数均为零, 因此对应图 8d 中的重构信号也均为零。表明所提出方法能够在不需要故障类型具体数目的先验知识下, 就能够准确识别待测信号中所包含的故障类型, 并有效重构所包含故障类型对应的振动信号, 具有优异的故障诊断性能。

为了进一步对比验证所提出方法的有效性, 采用基于 L1 范数的稀疏分解方法和快速谱峭度方法对上述信号进行分析。首先分析基于 L1 范数的稀疏分解方法, 与本文所提出的方法相比, L1 范数对应的方法因为没有综合多源模型, 需要提前获得待测信号包含故障类型的数目才能进一步进行故障诊断。在实际工程应用中, 往往无法准确直接观测预估故障类型数目, 需要经过多次试验分析获得, 因此本文所提出的多源稀疏分解方法能够大大减少获取该类先验知识所需的时间。图 9 为基于 L1 范数的稀疏分解方法重构的信号。与图 8 对比, 重构谐波信号和轴承冲击性故障信号的相关系数均明显低

于所提出方法对应的相关系数, 表明 L1 范数对应的稀疏分解方法重构信号的精度明显低于本文所提出方法。其中, 对于轴承冲击性故障, L1 范数重构的信号基本都淹没在原始信号中, 为了明显揭示这一现象, 图 9b 中原始信号改为用虚线表示。结合故障信号局部放大图 9c 可以看出, L1 范数重构的信号幅值明显低于原始信号, 验证了 L1 范数幅值低估的缺陷。

图 8 多源保真稀疏分解方法重构信号的时域波形

图 9 基于 L1 范数的稀疏分解方法重构信号的时域波形

接下来分析快速谱峭度方法的信号提取效果。相较于稀疏分解方法, 快速谱峭度不能分别提取出复合故障信号中的各个目标信号, 只能提取出待测信号中的冲击性故障信号。在重构精度方面, 从图 10 中可以明显看出重构信号中依然包含较多的背景噪声, 而且信号的幅值也被明显低估了。相较

于本文所提出的多源稀疏分解方法，该方法对于复合故障的特征提取能力较差。

图 10 基于快速谱峭度方法重构信号的时域波形

5 工程试验验证

仿真试验分析初步验证了本文所提出的多源稀疏分解算法不仅在处理复杂复合故障信号时具有优异的信号保真能力，而且因为多源稀疏模型的优势，可以综合处理齿轮箱常见的多种故障类型，减少多次试验建模的工作量。相较于快速谱峭度方法和基于 L1 范数的稀疏分解方法具有明显优势。与仿真试验类似，本文采用包含两种故障类型和三种故障类型的两组实测信号来具体验证所提出方法的实际应用有效性与通用性。

5.1 齿轮故障诊断

首先分析只包含齿轮故障信号和谐波信号的工程试验信号。待测齿轮箱外观和内部结构如图 11 所示，其中第三档齿轮的工作参数如表 2 所示，对该齿轮轮齿通过线切割模拟齿轮局部故障。实际测试时，转速设置为 1 600 r/min，采样频率设置为 3 000 Hz。测得的振动信号的时域波形如图 12a 所示，可以看出实测信号中包含大量的干扰分量，导致如图 12b 所示的包络谱分析无法直接求得故障特征频率。

表 2 齿轮工作参数

齿轮	齿数	旋转频率/Hz	旋转周期/ms	啮合频率/Hz
主动齿轮	25	20.0	50	500
被动齿轮	27	18.5	54	500

图 11 待测齿轮箱外观及内部构造图

图 12 观测信号时域波形及包络谱分析

首先选用本文提出的多源稀疏分解方法来处理该信号。图 13 为重构信号及其包络谱分析。从图 13a 和 13c 可以看出重构信号中基本不包含干扰噪声，图 13c 中可以清楚地看出齿轮瞬态冲击波形，表明了该方法重构信号的有效性。图 13d 为齿轮冲击性故障信号的包络谱分析，从中可以清晰看出的其故障特征频率 f_2 为 20 Hz，对应的故障周期为 50 ms，与理论故障周期相同，表明了该方法故障诊断的有效性。图 13b 表明该方法对于实际信号依然可以在未知齿轮箱故障类型数量的情况下，识别出故障中不包含轴承冲击性故障。综上可知，该方法对于包含两种故障类型的实际齿轮箱复合故障依然能够准确识别所包含故障类型，并准确重构目标信号实现故障诊断。

进一步，选用基于 L1 范数的稀疏分解方法和快速谱峭度方法来分析该信号。与仿真分析相同，L1 范数方法仍需通过预试验来确定复合故障类型，相较于本文所提出的方法工作量较大，实际应用局限性也较大。图 14 为基于 L1 范数的稀疏分解方法

重构的信号及其包络谱分析。从图 14a 和 14b 中可以看出, 重构齿轮谐波信号中仍包含明显的背景噪声, 图 14b 中可以看出部分齿轮瞬态冲击波形已经完全淹没在噪声中。因为噪声没有完全滤除的原因, 如图 14c 所示, 相较于图 13c, 对齿轮冲击性信号进行包络谱分析求得的故障特征频率不够明显, 存在较多幅值相近的干扰频率。此外, 与图 13 相比较, L1 范数重构信号的幅值均明显降低, 影响重构信号的精度。图 15 为快速谱峭度方法重构的信号及其包络谱分析。可以从图 15b 中看出快速谱峭度方法降噪效果明显低于两种稀疏分解方法, 导致图 15c 的包络谱中难以明确识别故障特征频率。同时也可以看出图 15 中各信号及包络谱的幅值相较于本文提出方法对应的幅值都明显降低。综上分析, 验证了本文提出的方法相较于以上两种方法都有明显的优越性。

图 13 多源稀疏分解方法重构信号及包络谱分析

图 14 基于 L1 范数的稀疏分解方法重构信号及包络谱分析

图 15 基于快速谱峭度方法重构信号的时域波形及包络谱分析

5.2 齿轮箱复合故障诊断

为了验证本文所提出的多源稀疏分解算法的适用性, 该方法被进一步用来分析齿轮箱复合故障。待测齿轮箱试验台如图 16 所示, 其中测试齿轮为斜齿轮, 其工作参数如表 3 所示。测试轴承为型号 30206 的圆锥滚子轴承, 其工作参数如表 4 所示。如图 17 所示, 在待测主动轮轮齿上通过线切割模拟齿轮断齿故障, 在轴承外圈通过线切割模拟轴承外圈局部损伤。测试直流电机转速为 1 480 r/min, 通过计算齿轮和轴承冲击性故障对应的故障特征频率分别为 24.67 Hz 和 176.18 Hz。

图 16 齿轮箱测试试验台

表 3 待测齿轮工作参数

齿轮	齿数	旋转频率/Hz	旋转周期/s	啮合频率/Hz
主动齿轮	34	24.67	0.041	839
被动齿轮	42	19.98	0.050	839

表 4 待测轴承工作参数

内径/mm	外径/mm	滚动体直径/mm	滚动体个数	接触角/(°)
30	62	8	17	14.036

图 17 待测轴承和齿轮故障设置

图 18 为待测齿轮箱观测振动信号时域波形及其包络谱分析。可以看出振动信号中包含较多无关分量以至于包络谱中完全无法识别有效故障特征频率。图 19 和 21 分别为通过多源稀疏分解方法和 L1 范数稀疏分解方法重构信号的时域波形。相比较可以看出, 由于幅值低估的问题, 图 21a 和 21b 中 L1 方法重构的冲击性信号中缺少了较多瞬态冲击, 严重影响了信号重构精度。同时, 从图 19a 与图 21a 的对比中可以看出 L1 范数方法重构的轴承冲击性故障信号相邻脉冲信号之间仍包含较多无关分量, 表明本文提出的多源稀疏分解方法在幅值特征提取效果上要优于 L1 范数方法。

图 18 齿轮箱观测振动信号时域波形及其包络谱分析

图 19 多源稀疏分解方法重构信号的时域波形

将前述两种方法重构的冲击性故障信号的包络谱分析进行对比, 以比较两种稀疏分解方法对于齿轮箱故障诊断的性能。图 20 和 22 分别为多源保真稀疏分解和基于 L1 范数的稀疏分解方法重构信号的包络谱分析结果。对比可以看出, 图 22 的幅值明显低于图 20, 印证了 L1 范数低估幅值的弊端。同时, 图 20 中可以清晰地看出齿轮故障特征频率 f_2 和轴承故障特征频率 f_1 及其倍频, 而图 22 中齿轮和轴承对应的故障特征频率都被淹没在其他干扰频率中难以识别。综上可知, 本文所提出的多源稀疏分解方法在齿轮箱故障诊断中明显优于传统 L1 范数稀疏分解方法。

图 20 多源保真稀疏分解方法重构信号的包络谱分析

图 21 基于 L1 范数的稀疏分解方法重构信号的时域波形

图 22 基于 L1 范数的稀疏分解方法重构信号的包络谱分析

同样, 采用快速谱峭度方法来对比分析稀疏分解方法的特征提取效果。图 23 为基于快速谱峭度方法重构信号的时域波形及包络谱分析。对比稀疏分解方法, 可以看出快速谱峭度方法对于包含两种冲击性故障的复合故障信号特征提取能力较弱, 以至于在包络谱分析中只能识别轴承故障特征频率, 说明没有准确提取出齿轮冲击性故障信号。同时, 在信号幅值方面, 相较于稀疏分解方法, 快速谱峭度方法重构信号的幅值明显被降低了。验证了所提出

的多源稀疏分解方法无论是在稀疏分解方法中还是在常用信号处理方法中都有明显的优势。

图 23 基于快速谱峭度方法重构信号的时域波形及包络谱分析

6 结论

(1) 本文针对齿轮箱复合故障多源成分提取的具体需求, 首先, 研究并构建了与齿轮箱复合故障信号中各成分振荡特性相匹配的完备字典; 其次在对比分析多种参数化非凸罚函数对信号的恢复能力基础上, 基于 GMC 罚函数建立了能够综合处理多种齿轮箱复合故障类型的多源稀疏分解模型; 再次, 推导了目标函数保凸条件确定了参数选取范围, 并推导了求解算法实现了目标函数的有效求解, 从而建立了系统的多源稀疏优化方法, 并通过齿轮箱复合故障试验验证了所提方法的有效性。

(2) 仿真试验分析验证了所提出多源稀疏分解方法相较于基于 L1 范数的稀疏分解方法不仅具有更好的降噪性和幅值保真性, 而且无需齿轮箱故障类型数目的先验知识, 预试验所需工作量少, 模型与方法的通用性更强。相较于快速谱峭度方法, 具有更好的特征提取能力, 并且能分别提取出所需目标信号, 更利于故障诊断和数据建模分析。

(3) 通过对应的两组具体的工程试验分析, 验证了所提出方法在实际应用中依然具有优异的信号重构精度和故障诊断性能。因此, 可以得出结论本文所提出的多源稀疏分解方法相较于传统的稀疏分

解方法具有明显的优越性, 可以有效实现齿轮箱复合故障的特征提取和故障诊断。

参 考 文 献

- [1] WANG L, CAI G, YOU W, et al. Transients extraction based on averaged random orthogonal matching pursuit algorithm for machinery fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2017, 66(12): 3237-3248.
- [2] LIN H, WU F, HE G. Rolling bearing fault diagnosis using impulse feature enhancement and nonconvex regularization[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 142, 106790. Doi: 10.1016/j.ymssp.2020.106790.
- [3] 李永焯, 丁康, 何国林, 等. 齿轮系统振动响应信号调制边频带产生机理[J]. 机械工程学报, 2018, 54(5): 105-112.
LI Yongzhuo, DING Kang, HE Guolin, et al. Modulation sidebands of the vibration signal of gearbox[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(5): 105-112.
- [4] YANG X, DING K, HE G, et al. Double-dictionary signal decomposition method based on split augmented Lagrangian shrinkage algorithm and its application in gearbox hybrid faults diagnosis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 432: 484-501.
- [5] 李庆, LIANG S Y. 非凸罚正则化稀疏低秩矩阵的大型减速机圆锥滚子轴承微弱故障诊断[J]. 机械工程学报, 2018, 54(23): 102-111.
LI Qing, LIANG S Y. Incipient fault diagnosis for large reducer taper roller bearings based on non-convex penalty regularization sparse low-rank matrix approach[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(23): 102-111.
- [6] LI N, HUANG W, GUO W, et al. Multiple enhanced sparse decomposition for gearbox compound fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019, 69(3): 770-781.
- [7] 樊薇, 李双, 蔡改改, 等. 瞬态成分 Laplace 小波稀疏表示及其轴承故障特征提取应用[J]. 机械工程学报, 2015, 51(15): 110-118.
FAN Wei, LI Shuang, CAI Gaigai, et al. Sparse representation for transients in Laplace wavelet basis and its application in feature extraction of bearing fault[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(15): 110-118.
- [8] HE W, CHEN B, ZENG N, et al. Sparsity-based signal extraction using dual Q-factors for gearbox fault detection[J]. ISA Transactions, 2018, 79: 147-160.
- [9] HUANG W, LI S, FU X, et al. Transient extraction based on minimax concave regularized sparse representation for

- gear fault diagnosis[J]. Measurement, 2019, 151. DOI: 10.1016/j.measurement.2019.107273.
- [10] WANG S, SELESNICK I, CAI G, et al. Nonconvex sparse regularization and convex optimization for bearing fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(9): 7332-7342.
- [11] CAI G, SELESNICK I, WANG S, et al. Sparsity-enhanced signal decomposition via generalized minimax-concave penalty for gearbox fault diagnosis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 432: 213-234.
- [12] ZHAO Z, WANG S, AN B, et al. Hierarchical hyper-Laplacian prior for weak fault feature enhancement[J]. ISA Transactions, 2019, 96: 429-443.
- [13] AN B, ZHAO Z, WANG S, et al. Sparsity-assisted bearing fault diagnosis using multiscale period group lasso[J]. ISA Transactions, 2019, 98: 338-348.
- [14] 王华庆, 任帮月, 宋浏阳, 等. 基于终止准则改进 K-SVD 字典学习的稀疏表示特征增强方法[J]. 机械工程学报, 2019, 55(7): 35-43.
WANG Huaqing, REN Bangyue, SONG Liuyang, et al. Sparse representation method based on termination criteria improved K-SVD dictionary learning for feature enhancement[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(7): 35-43.
- [15] ZHOU H, LI H, LIU T, et al. A weak fault feature extraction of rolling element bearing based on attenuated cosine dictionaries and sparse feature sign search[J]. ISA Transactions, 2019, 97: 143-154.
- [16] ZHAO Z, WU S, QIAO B, et al. Enhanced sparse period-group lasso for bearing fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(3): 2143-2153.
- [17] ZHAO Z, WANG S, SUN C, et al. Sparse multiperiod group lasso for bearing multifault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019, 69(2): 419-431.
- [18] SELESNICK I. Sparse regularization via convex analysis[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(17): 4481-4494.
- [19] WANG S, SELESNICK I, CAI G, et al. Synthesis versus analysis priors via generalized minimax-concave penalty for sparsity-assisted machinery fault diagnosis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 127: 202-233.
- [20] WANG L, CAI G, WANG J, et al. Dual-enhanced sparse decomposition for wind turbine gearbox fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2018, 68(2): 450-461.

作者简介: 黄伟国, 男, 1981 年出生, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向为机械设备状态监测与故障诊断, 信号特征提取方法。

E-mail: wghuang@suda.edu.cn

李仕俊, 男, 1995 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为机械设备状态监测与故障诊断研究, 信号特征提取方法研究。

E-mail: sjli526@stu.suda.edu.cn

毛磊, 男, 1982 年出生, 博士, 研究员, 博士生导师。主要研究方向为无损检测技术, 设备状态监测, 故障诊断与预测性维护。

Email: leimao82@ustc.edu.cn

马玉强, 男, 1982 年出生, 硕士, 高级工程师, 主要研究方向为轨道交通齿轮传动系统试验技术研究。

Email: mayuqiang.qs@ccrcgc.cc

王俊, 男, 1987 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为机电系统动态监控, 故障诊断与智能维护。

E-mail: junking@suda.edu.cn

沈长青, 男, 1987 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为机械故障诊断与寿命预测。

E-mail: cqshen@suda.edu.cn

阙红波, 男, 1980 年出生, 硕士, 正高级工程师。主要研究方向为轨道交通齿轮传动技术研究。

E-mail: quehongbo.qs@ccrcgc.cc

朱忠奎(通信作者), 男, 1974 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机械设备故障诊断, 车辆系统动力学与控制, 测试技术与信号处理。

E-mail: zhuzhongkui@suda.edu.cn