DOI: 10.3901/JME.2021.07.033

双工位4-PPPS飞机装配对接系统几何参数标定方法*

祁若龙^{1,2} 张 珂¹ 赵吉宾² 牟如意² 邢运隆¹

(1. 沈阳建筑大学机械工程学院 沈阳 110168;

2. 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室 沈阳 110016)

摘要: 双工位 4-PPPS 并联机构承载能力强、结构稳定,用于飞机机身舱段的装配过程以提高对接效率减轻劳动强度。然而由于对接系统为大尺寸分布式结构,且具有较大的制造和安装误差,很难保证实际对接精度。为了提高 4-PPPS 机身对接机构的定位精度,提出了两步精度提升方法:首先提出了一种均值迭代方法标定飞机坐标系的基准点,作为整个对接系统的参考坐标系,提升了测量坐标系和飞机坐标系之间的匹配精度。其次,提出了一种基于空间位姿矩阵微分的运动学标定方法,推导出了系统全误差导数方程,可以对多达 42 个运动学参数进行同时标定。通过本文方法,飞机舱段对接系统的最大位置误差从 2.2 mm 减小到 0.035 mm,最大指向误差从 0.08° 减小到 0.018°。精度测量和对接试验证明了所提出方法的有效性。

关键词: 飞机对接;冗余并联机构;运动学标定;全误差方程

中图分类号: TP24

Geometry Calibrations for the Double-position 4-PPPS Aircraft Fuselage Docking System

QI Ruolong^{1,2} ZHANG Ke¹ ZHAO Jibin² MU Ruyi² XING Yunlong¹

(1. School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168;

2. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation Chinese

Academy of Sciences, Shenyang 110016)

Abstract: A double work positions 4-PPPS parallel mechanism is used for the aircraft fuselage assembly process to improve the docking efficiency and reduce the labor intensity. However, the accuracy is hard to guarantee for the mechanism is large, redundant and has manufacturing and assembly errors. To improve the accuracy of the 4-PPPS parallel aircraft fuselage docking system, firstly an averaging iteration method is proposed to calibration the datum points in the airplane coordinate which are the references of the entire docking system. And secondly, a kinematic calibration method based on the derivative of the spatial pose transformation is proposed to calibrate up to 42 kinematic parameters. By these two methods, the final maximum position error reduces from 2.2mm to 0.035mm and the maximum pointing error reduced from 0.08° to 0.018°. The accuracy measurement and docking experiment prove the efficiency of the proposed methods.

Key words: aircraft docking; redundant parallel mechanism; kinematic calibration; total error equation

0 前言

飞机机身是典型的大型薄壁弱刚度部件,位姿

调整过程协同性不足会导致内部应力和结构形变。另外,机身位姿测量和调整过程缺少直接的确定性基准,但是装配精度要求较高,如我国最新研制的 MA700 支线客机机身舱段长达 5 m,装配误差要求小于 0.2 mm。飞机对接系统旨在提高舱段对接的精度和效率,对接系统的原理是由两组 6 自由度大型机构分别承载两个机身舱段,通过测量和调姿运动

* 中国博士后基金面上(2019M651145)、辽宁省自然科学基金(2019-ZD-0663)和机器人学国家重点实验室开放课题(2019-O21)资助项目。20200507 收到初稿,20201024 收到修改稿

将它们准确地对接在一起,这意味着对接系统的精度决定了机身对接的结果。为 MA700 飞机设计的机身对接系统如图 1 所示,系统有两个工位,每个工位由四个 3 自由度数控定位器支撑,用于承载固定机身的托架。4 个数控定位器构成一组典型的分布式过约束的 4-PPPS 并联机构。由于这种过约束并联机构由四个运动链将支撑力施加到托架上,因此与串联机构相比,其具有更高的刚度、可以承受更大的载荷。但是由于较多的关节参与系统协同运动,特别是对于大型分布式系统,制造和装配误差较大,过约束特性会导致系统产生未知的应力集中、形变,极大地影响系统精度^[1]。以数控定位器为例,单个数控定位器的设计位置与实际安装位置之间存在安装误差,且不同数控定位器之间对应的移动轴的实际位置关系很难做到完全平行。

图 1 飞机机身舱段对接系统

为了提高对接系统的精度,需要开展严格的运动学标定以辨识实际的机构几何参数^[2]。当前研究已对并联机构的误差形成机理开展了较为深入的研究^[3-6]:制造和装配误差导致运动轴协同性降低,内应力使机械结构形成微小变形,运动关节需要应克服内应力。在这种情况下,运动误差包括两个主要因素:机构误差和变形误差。由此,LI 提出了一种标定方法^[3],通过附加的虚拟旋转轴模拟变形,在估计机构参数时计算末端执行器的变形误差。JIANG^[4]在力平衡方程中增加了变形相容性方程,以得到末端变形量。ECORCHARD^[5]分解了过约束机构末端执行器的变形,将其作为基于等效非冗余机构运动学模型得到的位姿矢量之和。

要标定结构参数,应首先建立能够表征结构特性的运动学模型。运动链方法^[6-8]是描述并联机构中支链运动矢量关系的主流方法。该方法具有清晰明确的空间几何形状,易于理解,但运动学描述不够明确。奇异位姿问题也会影响矩阵的计算精度,从而导致错误的逆运动学结果。TIAN 将估计方法^[9]用于标定过程,以解决识别雅可比矩阵时的多重共

线性问题。为了简化计算难度并减小标定参数的取值范围,指数积(POE)模型被用于描述并联机构的闭链特征^[10]。但是在这种系统标定模型中无法包含一些缺陷型的几何误差模型,例如万向节中的轴偏移等^[11]。实际上,POE 只是运动链方法的另一种数学表达形式。

在对具有运动误差的系统结构进行建模之后,最优参数的计算方法亦非常重要。通常使用线性最小二乘法^[12]估算标定方程的参数。部分研究为了提高非线性方程的直接求解精度,在计算过程中创造性地使用了神经网络^[13-14]和遗传算法^[15]。但是神经网络的训练过程需要大量的数据,这需要研究人员测量数千个关节位置以及相应的末端位姿。随着待求解参数数量的增加,智能算法的计算效率会急剧降低。

在提高对接系统的精度方面,HARMID^[16]使用蒙特卡洛方法来估计光学测量系统反馈的最佳对接姿态。但是对于具有结构误差的机构,实时的闭环控制方法不仅无法提高精度,而且会增加系统遭受冲击振动的风险^[19]。JIN^[17]分析了飞机坐标系对系统对接误差的影响。研究表明基准点不同的排列形式会导致不同的匹配精度。但是对该问题的分析是建立在基准点的空间位置不存在误差的情况下,这在实际工程中几乎是不可能的。如何用一些存在误差的基准点表征飞机坐标系是一个尚待解决的问题。

1 系统结构和地面基准点标定

1.1 系统结构

本文试验平台的飞机对接系统用于中后机身和后机身的装配过程。对接系统的主要结构如图 2 所示。它包括三个主要功能模块:地面基准点,数控定位器和托架。

图 2 对接系统的主要结构

地面基准点模块由 14 个标准基准点组成,这些基准点设计为与飞机坐标相匹配。飞机对接时,有一个假想的统一坐标系,称为飞机坐标,它是整个装配和测量过程的参考坐标系。每次装配飞机的两

个舱段时, 是将两个机身分别移动到飞机坐标系中的预定义位姿, 然后将后机身平动前移, 使后段蒙皮插入前段蒙皮, 水平桁架相对, 而后用铆接的方法使它们对接固联在一起。

1.2 基准点标定

飞机坐标系的原点定义于沿着机舱地板平面与飞机对称平面的相交线上, 在飞机机头前 550 mm 处。实际上, 整个对接过程中无法直接在对接系统中找到飞机坐标。但根据要求, 对接位置和测量值都应在飞机系统下表示。因此, 在飞机坐标系下, 工装周围的地面上, 定义了一组称为地面基准点的参考点, 以确认飞机与测量坐标系之间的关系。

地面基准点的理论位置与对接系统一起设计。但是, 在对接系统的构建过程中, 亦无法在非常精确的位置设置地面基准点。通常, 原理位置 and 实际位置的误差可能会达到几厘米。因此, 测量和计算地面基准点的实际位置值非常重要。与地面基准的位置值一样, 飞机坐标系和测量坐标系之间的匹配矩阵也必须标定得非常精准。

定义飞机坐标为 $\{C_w\}$, 地面基准点的理论值集合为 $Q_i (i=1,2,\dots)$ 。在标定前的测量过程, 从不同方向多次测量地面基准点。尽管激光跟踪仪非常精准, 但大范围的测量也会导致精度以 0.01 mm/m 降低。多次测量有助于减少误差影响。假定激光跟踪仪的测量坐标系为 $\{C_{m,j}\}$, 其中 j 表示测量次数。点集 $P_{i,j} (i=1,2,\dots)$ 表示测量坐标中的实际测量点。将第一测量坐标系 $\{C_{m,1}\}$ 作为基准测量坐标系。

$P_{i,j} (i=1,2,\dots, j=1,2,\dots)$ 和 $P_{i,1} (i=1,2,\dots)$ 是在不同测量坐标中定义的两个相似点集。由于两个点集具有相似性, 因此可以进行匹配。从 $P_{i,j}$ 到 $P_{i,1}$ 的增广变换矩阵 M_{pj}^{p1} 可以写成

$$M_{pj}^{p1} = \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, R 是旋转矩阵, T 是平移矢量。两个点集的匹配是为了使成本函数最小, 成本函数可以写成

$$\min E = \sum_{i=1}^n \|P_{i,1} - (P_{i,j} \cdot R + T)\|^2 \quad (2)$$

由此, 将匹配问题转化为可以通过牛顿迭代法解决的优化问题^[18]。然后, 利用变换矩阵 M_{pj}^{p1} , 可以将测量坐标系 $C_{m,j}$ 中的点集 $P_{i,j}$ 映射到参考坐标 $C_{m,1}$ 中, 并获得新的点集 $P_{i,1}^j$ 。

$$P_{i,1}^j = M_{pj}^{p1} \cdot P_{i,j} \quad (i=1,2,\dots, j=1,2,\dots) \quad (3)$$

$$P_{i,1}^j = [x_{i,1}^j, y_{i,1}^j, z_{i,1}^j]^T \quad (4)$$

$$P_{i,1}^1 = P_{i,1} \quad (5)$$

由于存在测量误差, 点集 $P_{i,1}^j (j=1,2,\dots)$ 相似但不完全相同。因此, 可以通过平均值计算点集中每个点的期望值。地面基准点 $\bar{P}_i$ 的最优估计可写为

$$\bar{P}_i = [\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i]^T = \left[\frac{\sum_{j=1}^n x_{i,1}^j}{n}, \frac{\sum_{j=1}^n y_{i,1}^j}{n}, \frac{\sum_{j=1}^n z_{i,1}^j}{n} \right]^T \quad (6)$$

式中, n 是测量点的个数。用最优化方法估算在基准测量坐标中测得的基准点 $\bar{P}_i$ 。可以修改标定点的理论坐标值 Q_i 。校准步骤的流程图如图 3 所示, 其中 Δ 是设定的匹配误差的最大允许值。

图 3 基准点标定算法

2 运动学与机构标定方法

2.1 运动学和误差分析

以后机身托架为例, 理论上的刚体托架, 实际上是轻微扭曲的框架结构, 不能保证其尺寸精度。假设在飞机坐标系中四个球铰的实时空间坐标为 $P_i^w (i=1,2,3,4)$ 。

装配机构的逆运动学是通过已知的托架位置和姿态来计算每个定位器的实际位移。假设某一时刻, 飞机坐标中舱体位姿矩阵为 T_c^w 。

$$\mathbf{T}_c^w = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_c^w & \mathbf{P}_c \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

由于将舱体视为一个刚体, 所以四个球形铰链与舱体坐标原点之间的关系应为常数矢量, 可以写成 $\mathbf{v}_{pi}^c$ ($i=1,2,3,4$)。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_i^w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_c^w \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c \\ 1 \end{bmatrix} \quad i=1,2,3,4 \quad (8)$$

式中, $\mathbf{P}_i^w$ 是第 i 个定位器在飞机坐标系中的位置矢量。定位器坐标系中各轴的位移

$$\mathbf{P}_i^p = (\mathbf{T}_{pi}^w)^{-1} \cdot \mathbf{P}_i^w \quad (9)$$

式中, $\mathbf{T}_{pi}^w$ 是从第 i 个定位器的坐标到飞机坐标的转换矩阵。

在式(8)中, $\mathbf{T}_c^w$ 可以通过对接之前的测量过程获得。但是, $\mathbf{v}_{pi}^c$ 具有三个参数($x_{pi}^c, y_{pi}^c, z_{pi}^c$), 由于对接系统加工误差的存在, 其理论值和实际值并不完全一致。由此得到的球铰实际空间坐标矢量 $\mathbf{P}_i^w$ 的准确性不高, 因为它是通过将精确的测量矩阵 $\mathbf{T}_c^w$ 与不准确的矢量 $\mathbf{v}_{pi}^c$ 相乘而得到的。在式(9)中, 由于定位器的安装误差, 理论变换矩阵 $\mathbf{T}_{pi}^w$ 应该存在误差, 其中有 12 个矩阵参数需要确定。

2.2 运动学标定

在激光跟踪仪上建立测量坐标系。从测量坐标系 $\{C_c\}$ 到飞机坐标系 $\{C_w\}$ 的转换矩阵 $\mathbf{T}_c^w$ 可以由对地脚基准点测量数据和实际数据的匹配确定。定位器的坐标原点位于球铰的中心, 如图 4 所示。从定位器坐标 $\{C_{pi}\}$ 到飞机坐标 $\{C_w\}$ 的转换矩阵为 $\mathbf{T}_{pi}^w$ 。必须要说明的是, 尽管在设计模型中四个定位器坐标的原点是平面矩形的四个顶点, 并且相对应的运动轴彼此平行, 但是在实际情况下, 托架是

图4 对接系统的坐标关系

一种大型的低精度焊接件, 存在空间变形, 并且机构的安装也不能保证设计精度。实际上, 四个定位器坐标的轴彼此不平行, 因此飞机坐标系下的数控定位器的实际坐标系需要标定。

当定位器 i 移动时, 有两种方法来表示其在飞机坐标系中的位姿 $\mathbf{P}_i^w$, 一种是通过定位器坐标^[20]。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_i^j, 1 \end{bmatrix}^T = \mathbf{T}_{pi}^w \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c, \mathbf{T} \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

式中, $\mathbf{v}_{pi}^c = [l_{ix}, l_{iy}, l_{iz}]$ 是定位器坐标中的轴运动矢量。另一种方法是通过托架坐标。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_i^w, 1 \end{bmatrix}^T = \mathbf{T}_c^w \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c, 1 \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

式中, $\mathbf{v}_{pi}^c$ 是从托架坐标的原点到定位器 i 球铰的矢量。基于机构刚体假设, 无论机构如何运动, 矢量 $\mathbf{v}_{pi}^c$ 都是一个恒定值。联立式(10)、(11)得

$$\mathbf{T}_{pi}^w \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c, 1 \end{bmatrix}^T = \mathbf{T}_c^w \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c, 1 \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

扩展式(12)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{ix}^w & \mathbf{e}_{iy}^w & \mathbf{e}_{iz}^w & \mathbf{d}_i^w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l_{ix} \\ l_{iy} \\ l_{iz} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_c^w & \mathbf{P}_c \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, $\mathbf{e}_{ix}^w, \mathbf{e}_{iy}^w, \mathbf{e}_{iz}^w$ 是 $\mathbf{T}_{pi}^w$ 的三个单位矢量, 分别表示定位器 i 的轴矢量。 $\mathbf{d}_i^w$ 是飞机坐标系下定位器原点坐标。 $\mathbf{R}_c^w$ 和 $\mathbf{P}_c$ 是 $\mathbf{T}_c^w$ 的旋转矩阵和平移矢量。在标定过程中, $\mathbf{R}_c^w$ 和 $\mathbf{P}_c$ 随着机构的运动而改变, 其实际值可以通过激光跟踪仪的测量反馈获得。 $\mathbf{v}_{pi}^c$ 是带有误差的常数矢量。

推导式(13)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{ix}^w & \mathbf{e}_{iy}^w & \mathbf{e}_{iz}^w & \mathbf{d}_i^w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l_{ix} \\ l_{iy} \\ l_{iz} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{ix}^w & \mathbf{e}_{iy}^w & \mathbf{e}_{iz}^w & \mathbf{d}_i^w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l_{ix} \\ l_{iy} \\ l_{iz} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_c^w & \mathbf{P}_c \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_c^w & \mathbf{P}_c \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

对于等式(14)的左侧, 两个项可以写为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{ix}^w & \mathbf{e}_{iy}^w & \mathbf{e}_{iz}^w & \mathbf{d}_i^w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l_{ix} \\ l_{iy} \\ l_{iz} \\ 1 \end{bmatrix} = \delta \mathbf{e}_{ix}^w \cdot l_{ix} + \delta \mathbf{e}_{iy}^w \cdot l_{iy} + \delta \mathbf{e}_{iz}^w \cdot l_{iz} + \delta \mathbf{d}_i^w \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{ix}^w & \mathbf{e}_{iy}^w & \mathbf{e}_{iz}^w & \mathbf{d}_i^w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l_{ix} \\ l_{iy} \\ l_{iz} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{ix}^w & \mathbf{e}_{iy}^w & \mathbf{e}_{iz}^w & \mathbf{d}_i^w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta l_{ix} \\ \delta l_{iy} \\ \delta l_{iz} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{e}_{ix}^w \cdot \delta l_{ix} + \mathbf{e}_{iy}^w \cdot \delta l_{iy} + \mathbf{e}_{iz}^w \cdot \delta l_{iz} \quad (16)$$

对等式(14)的右侧

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_c^w & \mathbf{P}_c \\ 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_c^w \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R}_c^w & \mathbf{P}_c \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{A}_c^w = \begin{bmatrix} 0 & -\delta\theta_z & \delta\theta_y & \delta p_x \\ \delta\theta_z & 0 & -\delta\theta_x & \delta p_y \\ -\delta\theta_y & \delta\theta_x & 0 & \delta p_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\hat{\boldsymbol{\theta}} & \delta\mathbf{p} \\ 0_{1 \times 3} & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

由此, 等式(14)右边的第一项可以写成

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_c^w & \mathbf{P}_c \\ 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_c^w \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R}_c^w & \mathbf{P}_c \\ 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \mathbf{R}_c^w & \delta\hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \delta\mathbf{p} \\ 0_{1 \times 3} & \delta\mathbf{p} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

由于矩阵的对角元素全为零, 因此

$$\delta\hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \delta\mathbf{p} = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (20)$$

由此可得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_c^w & \mathbf{P}_c \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c \\ 1 \end{bmatrix} = \delta\hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \mathbf{R}_c^w \cdot \mathbf{v}_{pi}^c + \delta\mathbf{p} \quad (21)$$

式(14)右边的第二项可以写成

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_c^w & \mathbf{P}_c \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pi}^c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_c^w & \mathbf{P}_c \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta\mathbf{v}_{pi}^c \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{R}_c^w \cdot \delta\mathbf{v}_{pi}^c \quad (22)$$

根据等式(15)、(16)、(21)、(22), 式(14)可以写为

$$\delta\mathbf{e}_{ix}^w \cdot l_{ix} + \delta\mathbf{e}_{iy}^w \cdot l_{iy} + \delta\mathbf{e}_{iz}^w \cdot l_{iz} + \mathbf{e}_{ix}^w \cdot \delta l_{ix} + \mathbf{e}_{iy}^w \cdot \delta l_{iy} + \mathbf{e}_{iz}^w \cdot \delta l_{iz} + \mathbf{e}_{ix}^w \cdot \delta l_{iz} + \delta\mathbf{d}_i^w = \delta\hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \mathbf{R}_c^w \cdot \mathbf{v}_{pi}^c + \delta\mathbf{p} + \mathbf{R}_c^w \cdot \delta\mathbf{v}_{pi}^c \quad (23)$$

式(23)的两边分别乘 $(\mathbf{e}_{ix}^w)^T, (\mathbf{e}_{iy}^w)^T, (\mathbf{e}_{iz}^w)^T$ 。对于

$(\mathbf{e}_{ix}^w)^T, (\mathbf{e}_{iy}^w)^T, (\mathbf{e}_{iz}^w)^T$ 三个矢量, 它们是空间单位矢量, $(\mathbf{e}_{ix}^w)^T \cdot \mathbf{e}_{ix}^w = 1$, $(\mathbf{e}_{iy}^w)^T \cdot \mathbf{e}_{iy}^w = 1$, $(\mathbf{e}_{iz}^w)^T \cdot \mathbf{e}_{iz}^w = 1$ 和 $(\mathbf{e}_{ix}^w)^T \cdot \delta\mathbf{e}_{ix}^w = 1$, $(\mathbf{e}_{iy}^w)^T \cdot \delta\mathbf{e}_{iy}^w = 1$, $(\mathbf{e}_{iz}^w)^T \cdot \delta\mathbf{e}_{iz}^w = 1$ 。

因此可以将定位器 i 的方程式写为

$$\left\{ \begin{aligned} & (\mathbf{e}_{ix}^w)^T \delta\mathbf{e}_{iy}^w \cdot l_{iy} + (\mathbf{e}_{ix}^w)^T \delta\mathbf{e}_{iz}^w \cdot l_{iz} + (\mathbf{e}_{ix}^w)^T \mathbf{e}_{iy}^w \cdot \delta l_{iy} + \\ & \quad \delta l_{ix} + (\mathbf{e}_{ix}^w)^T \mathbf{e}_{iz}^w \cdot \delta l_{iz} = \\ & (\mathbf{v}_{pi}^c \times \mathbf{e}_{ix}^w)^T \delta\hat{\boldsymbol{\theta}} + (\mathbf{e}_{ix}^w)^T \delta\mathbf{p} + (\mathbf{e}_{ix}^w)^T \mathbf{R}_c^w \cdot \delta\mathbf{v}_{pi}^c - \\ & \quad (\mathbf{e}_{ix}^w)^T \delta\mathbf{d}_i^w \\ & (\mathbf{e}_{iy}^w)^T \delta\mathbf{e}_{ix}^w \cdot l_{ix} + (\mathbf{e}_{iy}^w)^T \delta\mathbf{e}_{iz}^w \cdot l_{iz} + (\mathbf{e}_{iy}^w)^T + \\ & \quad \delta l_{iy} \mathbf{e}_{ix}^w \cdot \delta l_{ix} + (\mathbf{e}_{iy}^w)^T \mathbf{e}_{iz}^w \cdot \delta l_{iz} = \\ & (\mathbf{v}_{pi}^c \times \mathbf{e}_{iy}^w)^T \delta\hat{\boldsymbol{\theta}} + (\mathbf{e}_{iy}^w)^T \delta\mathbf{p} + (\mathbf{e}_{iy}^w)^T \mathbf{R}_c^w \cdot \delta\mathbf{v}_{pi}^c \\ & (\mathbf{e}_{iz}^w)^T \delta\mathbf{e}_{ix}^w \cdot l_{ix} + (\mathbf{e}_{iz}^w)^T \delta\mathbf{e}_{iy}^w \cdot l_{iy} + (\mathbf{e}_{iz}^w)^T \mathbf{e}_{ix}^w \cdot \delta l_{ix} + \\ & \quad (\mathbf{e}_{iz}^w)^T \mathbf{e}_{iy}^w \cdot \delta l_{iy} + \delta l_{iz} = \\ & (\mathbf{v}_{pi}^c \times \mathbf{e}_{iz}^w)^T \delta\hat{\boldsymbol{\theta}} + (\mathbf{e}_{iz}^w)^T \cdot \mathbf{p} + (\mathbf{e}_{iz}^w)^T \cdot \mathbf{R}_c^w \cdot \delta\mathbf{v}_{pi}^c - \\ & \quad (\mathbf{e}_{iz}^w)^T \delta\mathbf{d}_i^w \end{aligned} \right. \quad (24)$$

等式(24)可以写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} 1 & (\mathbf{e}_{ix}^w)^T \mathbf{e}_{iy}^w & (\mathbf{e}_{ix}^w)^T \mathbf{e}_{iz}^w \\ (\mathbf{e}_{iy}^w)^T \mathbf{e}_{ix}^w & 1 & (\mathbf{e}_{iy}^w)^T \mathbf{e}_{iz}^w \\ (\mathbf{e}_{iz}^w)^T \mathbf{e}_{ix}^w & (\mathbf{e}_{iz}^w)^T \mathbf{e}_{iy}^w & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta l_{ix} \\ \delta l_{iy} \\ \delta l_{iz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & (\mathbf{e}_{ix}^w)^T l_{iy} & (\mathbf{e}_{ix}^w)^T l_{iz} \\ (\mathbf{e}_{iy}^w)^T l_{ix} & 0 & (\mathbf{e}_{iy}^w)^T l_{iz} \\ (\mathbf{e}_{iz}^w)^T l_{ix} & (\mathbf{e}_{iz}^w)^T l_{iy} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mathbf{e}_{ix}^w \\ \delta\mathbf{e}_{iy}^w \\ \delta\mathbf{e}_{iz}^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{v}_{pi}^c \times \mathbf{e}_{ix}^w)^T & (\mathbf{e}_{ix}^w)^T \\ (\mathbf{v}_{pi}^c \times \mathbf{e}_{iy}^w)^T & (\mathbf{e}_{iy}^w)^T \\ (\mathbf{v}_{pi}^c \times \mathbf{e}_{iz}^w)^T & (\mathbf{e}_{iz}^w)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\hat{\boldsymbol{\theta}} \\ \delta\mathbf{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(\mathbf{e}_{ix}^w)^T \mathbf{R}_c^w & (\mathbf{e}_{ix}^w)^T \\ -(\mathbf{e}_{iy}^w)^T \mathbf{R}_c^w & (\mathbf{e}_{iy}^w)^T \\ -(\mathbf{e}_{iz}^w)^T \mathbf{R}_c^w & (\mathbf{e}_{iz}^w)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mathbf{v}_{pi}^c \\ \delta\mathbf{d}_i^w \end{bmatrix} \quad (25)$$

在式(25)中, $[\delta l_{ix} \ \delta l_{iy} \ \delta l_{iz}]^T$ 是定位器 i 上三个

轴的增量距离。 $[\delta\hat{\boldsymbol{\theta}} \ \delta\mathbf{p}]^T$ 是在标定过程中要测量的舱段坐标的角度和位置变化。这两个矢量可以通过对接系统中的反馈和激光跟踪仪精确测量。

$[\delta\mathbf{e}_{ix}^w \ \delta\mathbf{e}_{iy}^w \ \delta\mathbf{e}_{iz}^w]^T$ 和 $[\delta\mathbf{v}_{pi}^c \ \delta\mathbf{d}_i^w]^T$ 是两个要标定的

未知矢量。 $\delta e_{ix}^w, \delta e_{iy}^w$ 和 δe_{iz}^w 表示定位器 i 上三个轴的方向偏差。 δd_i^w 是定位器原点的位置误差。 δv_{pi}^c 是约束矢量的误差, 式(25)表示标定过程中某个定位器和托架坐标之间的运动学微分关系。可以简化为

$$J_{l,i} \cdot \delta l_i + J_{e,i} \cdot \delta e_i - J_{h,i} \cdot \delta h_i = J_{p,i} \cdot \delta x \quad (26)$$

$$J_{l,i} = \begin{bmatrix} 1 & (e_{ix}^w)^T e_{iy}^w & (e_{ix}^w)^T e_{iz}^w \\ (e_{iy}^w)^T e_{ix}^w & 1 & (e_{iy}^w)^T e_{iz}^w \\ (e_{iz}^w)^T e_{ix}^w & (e_{iz}^w)^T e_{iy}^w & 1 \end{bmatrix}$$

$$\delta l_i = \begin{bmatrix} \delta l_{ix} \\ \delta l_{iy} \\ \delta l_{iz} \end{bmatrix}$$

$$J_{e,i} = \begin{bmatrix} 0 & (e_{ix}^w)^T l_{iy} & (e_{ix}^w)^T l_{iz} \\ (e_{iy}^w)^T l_{ix} & 0 & (e_{iy}^w)^T l_{iz} \\ (e_{iz}^w)^T l_{ix} & (e_{iz}^w)^T l_{iy} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\delta e_i = \begin{bmatrix} \delta e_{ix}^w \\ \delta e_{iy}^w \\ \delta e_{iz}^w \end{bmatrix} \quad \delta h_i = \begin{bmatrix} \delta v_{pi}^c \\ \delta d_i^w \end{bmatrix} \quad \delta x = \begin{bmatrix} \delta \hat{\theta} \\ \delta p \end{bmatrix}$$

$$J_{h,i} = \begin{bmatrix} -(e_{ix}^w)^T R_c^w & (e_{ix}^w)^T \\ -(e_{iy}^w)^T R_c^w & (e_{iy}^w)^T \\ -(e_{iz}^w)^T R_c^w & (e_{iz}^w)^T \end{bmatrix}$$

$$J_{p,i} = \begin{bmatrix} (v_{pi}^c \times e_{ix}^w)^T & (e_{ix}^w)^T \\ (v_{pi}^c \times e_{iy}^w)^T & (e_{iy}^w)^T \\ (v_{pi}^c \times e_{iz}^w)^T & (e_{iz}^w)^T \end{bmatrix}$$

为了一次标定四个定位器, 应将式(26)扩展为一个完全矩阵

$$J_l \cdot \delta l + J_e \cdot \delta e - J_h \cdot \delta h = J_p \cdot \delta x \quad (27)$$

$$J_l = \begin{bmatrix} J_{l,1} & 0 & 0 \\ 0 & J_{l,2} & 0 \\ 0 & 0 & J_{l,3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \delta l = \begin{bmatrix} \delta l_1 \\ \delta l_2 \\ \delta l_3 \\ \delta l_4 \end{bmatrix}$$

$$J_e = \begin{bmatrix} J_{e,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{e,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{e,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{e,4} \end{bmatrix} \quad \delta e = \begin{bmatrix} \delta e_1 \\ \delta e_2 \\ \delta e_3 \\ \delta e_4 \end{bmatrix}$$

$$J_h = \begin{bmatrix} J_{h,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{h,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{h,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{h,4} \end{bmatrix} \quad \delta h = \begin{bmatrix} \delta h_1 \\ \delta h_2 \\ \delta h_3 \\ \delta h_4 \end{bmatrix}$$

$$J_p = \begin{bmatrix} J_{p,1} \\ J_{p,2} \\ J_{p,3} \\ J_{p,4} \end{bmatrix} \quad \delta x = \begin{bmatrix} \delta \hat{\theta} \\ \delta p \end{bmatrix}$$

2.3 标定迭代方法

对于标定计算过程, 式(27)可写为 $\delta x = J_p^{-1} [J_l \cdot \delta l - (J_h \cdot \delta h - J_e \cdot \delta e)]$, 进一步简化为

$$\delta x = J_p^{-1} [J_l \cdot \delta l - J_q \cdot \delta q]$$

$$J_q = [J_h \quad -J_e] \quad \delta q = [\delta e]^T \quad (28)$$

即使激光跟踪仪不可避免地会产生测量误差, 但作为可用的最高精度测量工具, 其测量误差可以被忽略。因此, 式(28)的理想最小二乘解为

$$\Delta q = (J_q^T J_q + nI)^{-1} J_q^T J_l \cdot \Delta l \quad (29)$$

式中, n 是非常小的实数, I 是一个单位矩阵。 nI 是一个附加项, 以确保矩阵的逆非奇异。在迭代计算过程中, 项 δq 和 δl 以差分形式给出。迭代标定过程如图5所示。

图5 标定过程流程图

3 标定分析与对接试验

3.1 基准参考点标定试验

地面基准点标定试验如图6所示, 采用

Leica-AT960 激光跟踪仪测量地面基准点, 地面基准点的原理位置和实际测量值如表 1 和图 7a 所示。使用第 2.1 节中提出的方法, 应将第二和第三组实际测量值转换为第一测量坐标, 最大程度地减少测量误差。根据式(1)~(3), 从基准测量点集 2 到基准测量点集 1 的转换矩阵

$$T_{d2}^{d1} = \begin{bmatrix} 0.999\ 77 & 0.021\ 53 & -0.000\ 25 & 74.573\ 61 \\ -0.021\ 53 & 0.999\ 77 & 0.001\ 14 & -168.313\ 63 \\ 0.000\ 28 & -0.001\ 14 & 0.999\ 99 & 0.361\ 83 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

以及从基准测量点集 3 到点集 1 的转换矩阵

$$T_{d3}^{d1} = \begin{bmatrix} 0.968\ 75 & 0.248\ 05 & 0.000\ 73 & 79.815\ 23 \\ -0.248\ 05 & 0.968\ 75 & 0.001\ 38 & -194.945\ 54 \\ -0.000\ 36 & -0.001\ 52 & 0.999\ 99 & 0.524\ 15 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

匹配后的测量基准点如图 7b 所示, 匹配后将基准点的平均值作为测量基准匹配主基准, 迭代过程中匹配误差迅速减小, 经过 3 次迭代中, 与基准数据和平均测量数据之间的最大距离误差为 $1.914\ 804\ 967\ 912\ 21 \times 10^{-11}$ mm。

图 6 地面基准点测量

表 1 地面基准点(mm)

	理论值	实测值 1	实测值 2	实测值 3
1	[19 300,3 500,-2 220]	[-3 156.260, -8 155.329, -1 392.723]	[-3 058.413, -8 053.097, -1 402.116]	[-1 159.827, -8 512.139, -1 407.106]
2	[21 300,3 500,-2 220]	[-1 156.309, -8 285.712, -1 401.025]	[-1 056.119, -8 140.399, -1 410.115]	[809.969, -8 142.388, -1 413.311]
3	[23 300,3 500,-2 220]	[2 826.598, -8 613.591, -1 411.899]	[2 932.833, -8 382.425, -1 422.264]	[4 749.681, -7 472.045, -1 422.035]
4	[25 300,3 500,-2 220]	[4 823.645, -8 737.690, -1 417.086]	[4 932.103, -8 463.510, -1 428.166]	[6 715.110, -7 096.895, -1 425.733]
5	[27 300,3 500,-2 220]	[6 832.038, -8 878.672, -1 419.055]	[6 942.950, -8 561.236, -1 431.004]	[8 695.685, -6 735.304, -1 426.707]
6	[29 300,3 500,-2 220]	[8 833.812, -9 021.330, -1 425.487]	[8 947.387, -8 660.739, -1 438.082]	[10 670.312, -6 376.855, -1 431.975]
7	[31 300,3 500,-2 220]	[9 084.539, -5 533.065, -1 423.092]	[9 122.903, -5 167.949, -1 432.217]	[10 047.936, -2 935.490, -1 424.554]
8	[31 300,0,-2 220]	[9 331.277, -2 022.783, -1 432.762]	[9 294.040, -1 653.241, -1 437.728]	[9 416.222,526.270, -1 429.161]
9	[31 300,-3 500,-2 220]	[7 310.028, -1 917.118, -1 431.633]	[7 271.011, -1 591.021, -1 435.883]	[7 431.948,127.310, -1 429.307]
10	[29 300,-3 500,-2 220]	[5 301.887, -1 753.677, -1 431.180]	[5 259.813, -1 470.810, -1 434.658]	[5 446.019, -212.500, -1 430.045]
11	[27 300,-3 500,-2 220]	[3 326.476, -1 621.557, -1 426.317]	[3 282.024, -1 381.302, -1 429.027]	[3 499.620, -574.505, -1 426.443]
12	[25 300,-3 500,-2 220]	[1 302.215, -1 494.997, -1 425.853]	[1 255.501, -1 298.326, -1 427.859]	[1 507.215, -954.028, -1 427.284]
13	[21 300,-3 500,-2 220]	[-664.617, -1 347.160, -1 419.009]	[-714.029, -1 192.874, -1 420.513]	[-434.865, -1 298.721, -1 421.633]
14	[19 300,-3 500,-2 220]	[-2 639.386, -1 222.168, -1 411.597]	[-2 691.028, -1 110.431, -1 412.373]	[-2 378.904, -1667.486, -1 415.462]

(a) 原理基准和实际测量点

(b) 实际测量点的匹配过程

(c) 均值与原理数据的匹配过程

图 7 地面基准点标定过程

图 8 地面基准点标定误差(mm)

3.2 运动学标定试验

定位器的初始状态设置为近似于数值模型中设计的理想位置,然后将托架安装在定位器上,当机构移动时,使用理想几何参数进行运动控制。由于加工误差和变形的存在,实际几何模型不可能与设计模型完全相同。但是由于支架定位孔等皆采用数控加工,即使支架变形,实际形状和设计形状也会非常相似。在这种情况下,对接系统的运动存在误差,但不会机械卡死。至此,可以执行标定过程。

标定测量过程如图 9 所示,采用第 2 节中提出的方法,对基准点进行匹配,确定飞机坐标与测量坐标之间的关系。使用 Leica930 跟踪器测量托架位姿,应用第 2.3 节中提出的算法,标定对接系统的 42 个参数,标定后的初始理论值和标定后的值如表 2 所示。在表 2 中, ϵ_{p1}^w , ϵ_{p2}^w , ϵ_{p3}^w 和 ϵ_{p4}^w 是从四个定位器到飞机坐标姿态转换矩阵的对应欧拉角。

表 2 初始原理参数和相应的校正值(mm)

标定项	中后机身		后机身	
	理论值	实测值	理论值	实测值
P_c	[261 81.0, -905]	[26 182.72, -1.23, -904.02]	[261 61.0, -905]	[26 160.56, -0.36, -904.78]
R_c^w	[0,0,0]	[0.007 6,0.013 8, -0.168 7]	[0,0,0]	[0.013 5, -0.026 8,0.203 7]
v_{p1}^c	[-5 312, -1 740, -585]	[-5 308.09, -1754.34, -589.12]	[691, -1 740, -585]	[685.57, -1 741.38, -586.97]
v_{p2}^c	[-5 312, 1 740, -585]	[-5 318.72, 1 725.73, -585.74]	[691, 1 740, -585]	[696.71, 1 739.13, -585.60]
v_{p3}^c	[-668, -1 740, -585]	[-661.76, -1 742.04, -586.42]	[2 238, -1 740, -585]	[2 201.60, -1 747.67, -586.74]
v_{p4}^c	[-668, 1 740, -585]	[-675.52, 1 737.66, -588.05]	[2 238, 1 740, -585]	[2 216.30, 1 731.83, -587.71]
d_1^w	[20 869, -1 740, -1 490]	[208 69.35, -1739.85, -1 492.09]	[26 852, -1 740, -1 490]	[26 852.59, -1 739.15, -1 491.84]
d_2^w	[20 869, 1 740, -1 490]	[208 68.96, 1 740.23, -1 488.25]	[26 852, 1 740, -1 490]	[26 851.36, 1 741.37, -1 489.64]
d_3^w	[255 13, -1 740, -1 490]	[25 515.69, -1 741.24, -1 490.51]	[28 399, -1 740, -1 490]	[28 368.63, -1 740.05, -1 490.90]
d_4^w	[255 13, 1 740, -1 490]	[25 512.18, 1 738.49, -1 491.68]	[28 399, 1 740, -1 490]	[28 370.96, 1 739.48, -1 491.05]
ϵ_{p1}^w	[0,0,0]	[0.023 5,0.002 6, -0.155 5]	[0,0,0]	[-0.008 6,0.023 3,0.127 7]
ϵ_{p2}^w	[0,0,0]	[0.005 0,0.011 8, -0.186 6]	[0,0,0]	[-0.030 6, -0.034 0, -0.250 2]
ϵ_{p3}^w	[0,0,0]	[-0.006 5,0.016 4, -0.198 3]	[0,0,0]	[-0.007 7, -0.037 5, -0.415 8]
ϵ_{p4}^w	[0,0,0]	[-0.001 9,0.011 8, -0.158 8]	[0,0,0]	[0.034 8, -0.015 7, -0.182 0]

图 9 位置和姿态测量

为了证明标定参数的准确性和有效性, 以后机身为例, 在飞机坐标系舱段 x 方向 $-500 \sim 100$ mm 的增量范围内, 每个 $y-z$ 平面以 100 mm 的间隔测量了 16 个点。重点验证对接主运动 x 轴方向和 x 轴的指向精度误差, 分别由理论参数和标定后参数计算出的两组位置和姿态值。比较结果如图 10 所示。

(a) 标定前位置误差

(b) 标定后位置误差

图 10 从基本位置到实际位置的距离误差

结构参数标定前, 计算出的理论位置与测量位置之间的最大距离误差为 2.2 mm, 标定后该

项最大误差减小至 0.035。对应点的位置误差如图 11 所示。

图 11 距离误差对比图

在每个测量点上, 还计算并比较了坐标 x 轴的指向精度, 如图 12 和图 13 所示, 在标定之前, 最大角度误差接近 0.09° , 但是通过标定算法可以减小角度误差低至 0.018° 。每个测量点的角度误差比较如图 13 所示。

(a) 标定前的角度误差

(b) 标定后的角度误差

图 12 理想 X 矢量和实际坐标之间的角度误差($^\circ$)

图 13 角度误差对比图

通过本文提出的标定算法,飞机的机身可以很好地对接在一起,如图 14 所示。自动对接系统使对接效率从手动工作的 1.5 天显著提高到仅 10 min,由于标定精度高,调姿和对接过程都是一次完成。

图 14 首架 MA700 飞机的自动对接过程

4 结论

双工位 4PPPS 飞机舱段对接系统是一种存在多种加工误差、装配误差和定位误差的大型分布式机构。对接机构的高精标定能够提高飞机制造精度、降低舱段连接的内应力,从而更好地保证飞机的飞行安全。

本文针对飞机对接过程,提出了两步标定方法。第一步标定旨在提升飞机坐标系和测量坐标系之间的配准精度。本文提出了一种均值迭代的方法逼近地面参考点实际空间位置,这是整个机构高精标定的基础。第二步标定是通过提升整个机构几何

参数的精度,提升系统运动精度。本文提出了一种空间位姿矩阵微分方法,推导系统误差全微分方程,能够同时标定 42 个系统几何参数。应用本文方法对接系统位置误差从 2.2 mm 降低到 0.035 mm,指向精度误差从 0.09°降低到 0.018°。

实际上,本文所提出的标定方法是在一段行程范围内的最优逼近。众所周知,要装配在一起的两个机身舱段的初始姿态误差不会太大。假如托架倾斜过大,应变和形变要比通常情况下大得多,形变不是线性函数,由于机身在托架上的安装是由某些定位元件固定,因此调姿过程都是在初始状态附近进行, y 和 z 方向的工作范围设置为 200 mm。标定试验证明在该范围内,校准的参数有效。

本文下一步研究是深入动力学层面,探寻球铰关节摩擦影响下系统的稳态对接和精度提升问题。

参 考 文 献

- [1] BOUKATTAYA M, JALLOULI M, DAMAK T. On trajectory tracking control for nonholonomic mobile manipulators with dynamic uncertainties and external torque disturbances[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2012, 60(12): 1640-1647.
- [2] HE R, LI X, SHI T, et al. A kinematic calibration method based on the product of exponentials formula for serial robot using position measurements[J]. Robotica, 2014, 33(6): 1-19.
- [3] LI F C, ZENG Q, KORNEL F E, et al. A Calibration method for overconstrained spatial translational parallel manipulators[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2019, 57: 241-254.
- [4] JIANG Y, LI T, WANG L, et al. Improving tracking accuracy of a novel 3-DOF redundant planar parallel kinematic machine[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 119: 198-218.
- [5] ECORCHARD G, NEUGEBAUER R, MAURINE P. Elasto-geometrical modeling and calibration of redundantly actuated PKMs[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45: 795-810.
- [6] MA Z Q, LI S G, XING H W, et al. Analytic forward solution for 3-PPPS parallel wing posture adjustment mechanism[J]. Computer Integrated Manufacturing System, 2015, 21(2): 449-454.
- [7] MA Z Q, LI S G, XING H W, et al. Kinematic calibration of 3-PPPS parallel wing posture adjustment mechanism[J]. Computer Integrated Manufacturing System, 2015, 21(9):

- 2378-2383.
- [8] HE L Y, LI Q C, ZHU X B, et al. Kinematic calibration of a three degrees-of-freedom parallel manipulator with a laser tracker[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the ASME, 2019, 141(3): 031009.
- [9] TIAN H, DONG Z, YIN F W, et al. Kinematic calibration of a 6-DOF hybrid robot by considering muticollinearity in the identification Jacobian[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 131: 371-384.
- [10] CHEN G L, KONG L Y, LI Q, et al. Complete minimal and continuous error models for the kinematic calibration of parallel manipulators based on POE formula[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 121: 844-856.
- [11] GROßMANN K, KAUSCHINGER B. Eccentric universal joints for parallel kinematic machine tools: variants and kinematic transformations[J]. Product Engineering, 2012, 6(4-5): 521-529.
- [12] HAN C Y, YU Y, XU Z B. Complete kinematic calibration of a 6-RRRPRR parallel kinematic machine based on the optimal measurement configurations[J]. Journal of Mechanical Engineering Science Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers Part C, 2019, 234(1): 121-136.
- [13] YU D Y, CONG D C, HAN J W. Parallel robots pose accuracy compensation using artificial neural networks[C]// Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Guangzhou: ACM, 2005: 3194-3198.
- [14] ZHANG D J, ZHANG G Y, LI L Q. Calibration of a six-axis parallel manipulator based on BP neural network[J]. Industrial Robot: An International Journal, 2019, 46(5): 692-698.
- [15] FAN C, ZHAO G L, ZHAO J, et al. Calibration of a parallel mechanism in a serial-parallel polishing machine tool based on genetic algorithm[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 81(1-4): 27-37.
- [16] HAMID R, HEIKKI H. A novel haptic interface and universal control strategy for international thermonuclear experimental reactor welding/machining assembly robot[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2019, 57: 255-270.
- [17] JIN Z, YU C, LI J, et al. Configuration analysis of the ERS points in large-volume metrology system[J]. Sensor, 2015, 15(9): 24397-24408.
- [18] QI R L, ZHANG W, TIAN Y Z, et al. High order curvature and torsion continuous trajectory planning method for space flight robot[C]// 7th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, Hangzhou: IEEE, 2015: 60-63.
- [19] QI R L, WANG T J, ZHOU W J. Trajectory evaluation for manipulators with motion and sensor uncertainties[J]. Industrial Robot: An International Journal, 2017, 44(5): 658-670.
- [20] WANG Z H, XU H, CHEN G D, et al. A distance error based industrial robot kinematic calibration method[J]. Industrial Robot: An International Journal, 2014, 41(5): 439-446.
-
- 作者简介: 祁若龙, 男, 1983 年出生, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为机器人运动控制、机器人高精加工。
E-mail: qiruolong@126.com
- 赵吉宾(通信作者), 男, 1970 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为数控加工、机器人加工。
E-mail: jbzhaos@sia.cn