DOI: 10.3901/JME.2021.07.018

变截面辊弯成形制造装备多机构协作内力规划^{*}

黄昔光¹ 杨子强¹ 李端玲² 李 强¹

(1. 北方工业大学机械与材料工程学院 北京 100144;

2. 北京邮电大学自动化学院 北京 100876)

摘要: 针对变截面辊弯成形制造中诸多不确定性因素造成对制造装备产生剧烈变负载冲击的问题, 提出了一种自适应抵消变负载冲击的变截面辊弯成形制造装备多机构协作内力动态优化分配算法。基于拉格朗日法推导了成形装备和板材动力学方程, 建立了包含成形制造装备以及成形板材在内的联合动力学数学模型。为平衡成形过程中剧烈的变负载, 基于成形制造平衡条件对成形轧机左右臂的内力进行了动态分配。针对成形装备多机构系统组成的闭链多体系统动力学耦合问题, 以板材受到的净挤压力为零作为优化目标, 采用加权伪逆法对动态分配后的内力进行优化解耦, 从而获得变截面辊弯成形制造装备多机构协作内力规划新方法。最后, 以变截面成形制造过程中由于轧辊打滑导致加工失败为例, 基于 Matlab 软件进行计算机数值计算与仿真。仿真结果表明, 当由于轧辊打滑引起负载变化时, 采用提出的多机构变负载协作内力规划算法, 能使各驱动轴力矩自动适应并抵消变负载冲击, 使整线快速恢复正常成形加工, 从而可以确保变截面辊弯成形制造的平稳运行与加工效率。研究将为变截面辊弯成形制造装备的智能控制以及智能制造提供理论基础与技术支持。

关键词: 变截面辊弯成形制造; 多机构协作; 内力规划; 变负载

中图分类号: TG156

Internal Force Planning of Multi-mechanism Cooperative for Variable Cross Section Roll-forming Machine

HUANG Xiguang¹ YANG Ziqiang¹ LI Duanling² LI Qiang¹

(1. School of Mechanical and Materials Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144;

2. Automation School, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876)

Abstract: In order to solve the nonlinear variable load impact problem caused by complex elastoplastic deformation and springback of the sheet in variable cross section roll-forming manufacturing, a multi-mechanism cooperative internal force dynamic programming algorithm is proposed for the machine. The dynamic equations of the machine and steel sheet are derived by Lagrange method, and the joint dynamics equation including machine and steel sheet is established. In order to balance the nonlinear variable payload, the dynamic distribution of internal force is carried out based on the manufacturing equilibrium conditions. Taking the no squeeze of the steel as the optimization objective, the weighted pseudo-inverse method is used to optimize the distribution of internal force, and a new method for planning the coordinated operating force of the variable cross section roll-forming machine with multiple mechanisms and variable load is obtained. Finally, in view of the slippage problems in the machine actual processing, computer numerical calculation and simulation based on Matlab software. The simulation results show that when the payload of the steel changes, the internal force planning algorithm can make the drive shaft torque automatically adapt variable payload, and verify the correctness of the algorithm. The research will provide theoretical basis for intelligent control of variable cross section roll-forming machine.

Key words: variable section roll-forming manufacturing; multi-mechanism cooperative; internal force planning; variable payload

0 前言

变截面辊弯成形制造就是通过顺序配置的多道

次轧辊挤压板材在纵向和横向连续变形, 形成不同横截面型材的加工工艺^[1]。随着航空航天、汽车、高速列车等需求的牵引, 保证强度、刚度以及疲劳寿命的高性能构件轻量化制造已成为十分重要的前沿技术^[2]。将屈服强度高于 1 000 MPa 的先进高强钢板材加工成截面形状沿长度方向与载荷分布相匹配的应力适应型构件, 可在保证不降低性能的条件

^{*} 国家自然科学基金(51105003, 51775004, 51775052)、北京市自然科学基金(3172010)、国家重点研发计划(2020YFC0811004)、陕西省自然科学基金基础研究计划(2019JM-181)和北方工业大学毓优人才支持计划资助项目。20200805 收到初稿, 20201228 收到修改稿

下显著减轻零件的重量。由于先进高强钢板材强度高、延伸率低^[3], 传统的冲压工艺在成形过程中容易产生破裂, 无法满足高强度钢板材的加工工艺要求。变截面辊弯成形制造方法可将先进高强钢板材加工成变宽度或变高度细长杆类变截面构件, 该制造方法已成为当前细长变截面结构零件不可替代的先进成形制造技术。随着对辊弯成形零件的加工效率与加工精度的提高, 变截面辊弯成形制造中多机构协作内力规划的研究具有重要理论意义与工程价值。

为实现多机构协作系统的优化控制, 国内外许多学者对多协作机器人进行了内力分配相应的研究。TAO 等^[4]以力矩的平方和为目标函数, 获得了能量最小法的数学表达式, 得出双臂机器人能耗最小时与各关节力矩以及机械臂的参数相关, 但计算过程较为复杂。为防止物体挤压变形, WALKER 等^[5]提出了加权伪逆法, 定义了抓取矩阵的加权伪逆, 推导了内力优化的数学表达式, 实现了满足净挤压力为零的要求^[6]。WOONG 等^[7]首次将力的最优分配问题转化为线性约束和二次约束的问题, 采用对偶线性规划法进行优化求解, 提高了计算速度, 满足了多个协作机器人力控制要求。王从庆等^[8]基于多机器人系统静力分析上基础提出了一种混合遗传-模拟退火算法的内力优化算法, 提高了对机器人操作的适应性。XIA 等^[9]对灵巧手内力优化分析提出了一种新的递归神经网络优化算法, 避免了二次摩擦约束的线性化, 降低了实现的复杂度, 提高了求解精度。

由上述文献可知, 目前对内力优化分析的研究主要以双臂机器人^[4]、多机器人^[7-8]以及灵巧手^[9]等研究对象为主, 此类协作主要是精度要求不太高的松协调, 尚未有对精度要求较高的制造装备多机构协调操作理论与方法进行研究。在前期制造装备运动学分析基础上^[1], 本文针对变截面辊弯成形制造中诸多不确定性因素造成对制造装备产生剧烈变负载冲击问题, 进行成形装备多机构的内力动态优化理论与方法进行研究。建立了包括板材在内的成形装备闭环系统的联合动力学方程, 给出了板材加工平衡条件, 通过加权伪逆法进行成形装备联合动力学方程进行解耦, 获得了外力与轧辊臂末端广义力之间的数学表达式, 从理论上阐明了采用多机构变负载协调操作力规划算法能使各驱动关节力矩自动适应并抵消变负载冲击, 从而达到变负载冲击下成形板材所受净挤压力为零。基于 Matlab 对成形装备正常运行以及轧辊打滑问题分别进行数值计算与仿

真, 数值仿真结果证实了新算法的正确性。研究将为变截面辊弯成形制造装备智能控制以及智能制造提供理论基础与技术支持。

1 联合动力学建模

1.1 单道次变截面辊弯成形装备的动力学方程

单道次变截面辊弯成形装备加工板材时的系统机构示意图如图 1 所示, 两个左右对称的轧辊臂协同操作两个轧辊对带状先进高强钢板材进行连续塑性成形加工。把加工曲线分解为无数个点, 在某点上可以把轧机系统近似为一个闭链系统。由文献[10], 单侧轧辊臂的动力学方程写成

$$\mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i)\ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)\dot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{G}_i(\mathbf{q}_i) = \boldsymbol{\tau}_i - \mathbf{J}_i^T \mathbf{F}_i \quad (1)$$

式中, 下标 i 表示左轧辊臂 L 或右轧辊臂 R , $\mathbf{q}_i$ 、 $\dot{\mathbf{q}}_i$ 、 $\ddot{\mathbf{q}}_i$ 分别表示 i 臂广义坐标的位置、速度、加速度矢量; $\mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i)$ 为 i 臂的 $n \times n$ 阶惯性矩阵, 它与 $\mathbf{q}_i$ 相关, n 为 i 臂的自由度; $\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$ 为 i 臂的哥氏力和离心力矩阵, 它与 $\mathbf{q}_i$ 、 $\dot{\mathbf{q}}_i$ 相关; $\mathbf{G}_i(\mathbf{q}_i)$ 为 i 臂的重力矩阵, 它与 $\mathbf{q}_i$ 相关; $\boldsymbol{\tau}_i$ 为 i 臂各关节 $1 \times n$ 的驱动力或力矩矢量, 包含力或力矩; $\mathbf{J}_i^T$ 是 i 臂在世界坐标系下的力雅可比矩阵; $\mathbf{F}_i$ 是 i 臂轧辊末端在世界坐标系下对板材的六维广义力矢量。如图 1 所示, 世界坐标系 W 与基坐标系 O 完全重合。

图 1 单道次变截面辊弯成形机加工机构示意图

1.2 板材的动力学方程

基于牛顿-欧拉动力学方程^[11], 板材的动力学方程可表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_o \mathbf{I} & 0 \\ 0 & {}^w \mathbf{I}_o \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_o \\ \boldsymbol{\omega}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\omega}_o \times ({}^w \mathbf{I}_o \boldsymbol{\omega}_o) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_o \\ \boldsymbol{\tau}_o \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{m}_o$ 为板材的 3×3 质量矩阵, 其中 $\mathbf{I}$ 为三阶单位矩阵; ${}^w \mathbf{I}_o$ 是板材在世界坐标系下的惯性矩阵, ${}^w \mathbf{I}_o = {}^w \mathbf{R} \mathbf{I}_o {}^w \mathbf{R}^T$, ${}^w \mathbf{R}$ 是板材坐标系 o 与世界坐标系 W 之间的旋转矩阵; $\mathbf{v}_o$ 、 $\boldsymbol{\omega}_o$ 为板材坐标系 o 下的速度矢量和角速度矢量; 方程中第二项矩阵第一行为零矩阵, 为重力矩阵, 由于板材在机架上运行,

重力由机架承担,所以重力为0; $\mathbf{f}_o$ 、 $\boldsymbol{\tau}_o$ 为板材坐标系 o 下受到的力和力矩。

用 $\mathbf{M}_o(\mathbf{X}_o)$ 表示板材的质量矩阵和惯性矩阵组合,即式(2)的第一个矩阵;用 $\dot{\mathbf{X}}_o$ 表示坐标系 o 下速度矢量和角速度矢量的矩阵,即式(2)的第二个矩阵; $\mathbf{C}_o(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o)\dot{\mathbf{X}}_o$ 表示板材重力、哥氏力和离心力矩阵,即式(2)的第三个矩阵;用 $\mathbf{F}_b$ 表示板材在坐标系 o 下受到的力和力矩矩阵,即式(2)的第四个矩阵。那么,式(2)可表达为

$$\mathbf{M}_o(\mathbf{X}_o)\ddot{\mathbf{X}}_o + \mathbf{C}_o(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o)\dot{\mathbf{X}}_o = \mathbf{F}_b \quad (3)$$

式(3)即为板材的动力学方程。

1.3 联合动力学方程

加工板材过程中,板材受到两个轧辊的合力以及外力,那么板材受力 $\mathbf{F}_b$ 为

$$\mathbf{F}_b = \sum \mathbf{S}_i^T \mathbf{F}_i - \mathbf{F}_e \quad (4)$$

式中, $\mathbf{F}_i$ 是板材受到 i 臂轧辊的作用力; $\mathbf{S}_i^T$ 是 i 臂的抓取矩阵的转置; $\mathbf{F}_e$ 是外界对板材的作用力矢量,即外力。

将式(4)代入式(3)中可得板材的动力学方程为

$$\mathbf{M}_o(\mathbf{X}_o)\ddot{\mathbf{X}}_o + \mathbf{C}_o(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o)\dot{\mathbf{X}}_o = \sum \mathbf{S}_i^T \mathbf{F}_i - \mathbf{F}_e \quad (5)$$

联立式(1)、式(3)和式(5),可得轧机的轧辊臂与板材的联合动力学方程为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_L = & \mathbf{M}_L(\mathbf{q}_{L1})\ddot{\mathbf{q}}_L + \mathbf{C}_L(\mathbf{q}_L, \dot{\mathbf{q}}_L)\dot{\mathbf{q}}_L + \mathbf{G}_L(\mathbf{q}_L) + \\ & \mathbf{J}_L^T(\mathbf{S}_L^T)^{-1}[\mathbf{M}_o(\mathbf{X}_o)\ddot{\mathbf{X}}_o + \mathbf{C}_o(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o)\dot{\mathbf{X}}_o - \\ & \mathbf{S}_R^T \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_e] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_R = & \mathbf{M}_R(\mathbf{q}_R)\ddot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{C}_R(\mathbf{q}_R, \dot{\mathbf{q}}_R)\dot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{G}_R(\mathbf{q}_R) + \\ & \mathbf{J}_R^T(\mathbf{S}_R^T)^{-1}[\mathbf{M}_o(\mathbf{X}_o)\ddot{\mathbf{X}}_o + \mathbf{C}_o(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o)\dot{\mathbf{X}}_o - \\ & \mathbf{S}_L^T \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_e] \end{aligned} \quad (7)$$

式中, $\boldsymbol{\tau}_L$ 和 $\boldsymbol{\tau}_R$ 分别表示轧机两个轧辊臂各驱动关节的力矩矩阵。由式(6)和式(7)可知,可根据操作末端的力可以求得各个驱动关节力矩。一般情况下,轧机两个轧辊臂的联合动力学方程存在耦合,计算时需解耦才能求解。

2 内力动态优化分配

单道次轧机加工板材系统是双臂协作系统,双轧辊臂与板材之间为理想的纯滚动,形成一个闭环多体系统。为了平衡闭环多体系统的外力(变负载),需要将其合理地分配到两个轧辊臂的各个关

节。为此,研究了加工平衡条件,进行基于板材受力分析的内力动态分配;然后,对动态分配的内力进行优化解耦,从而获得两个轧辊臂末端力矩,进而完成成形制造装备闭环多体系统的内力动态优化分配。

2.1 加工平衡条件

在轧机系统中,将轧机轧辊臂末端对板材的广义作用力称为内力,将系统之外对板材的作用力称为外力。轧机加工板材经过变截面区域时产生变负载冲击力,力矩曲线中存在尖点应力^[12],造成系统受力不平衡,导致板材自由变形区域产生变形。为了平衡尖点应力,这里将尖点应力的尖点部分假设为板材所受外力,通过板材所受内力,让系统受力平衡。此外,为了防止板材自由变形区域因挤压发生形变,应保证板材受到的净挤压力为零。

因此,可以得到轧机系统加工平衡条件为

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{int} = 0 \\ \mathbf{F}_e = \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_L \end{cases} \quad (8)$$

式中, $\mathbf{F}_{int}$ 为净挤压力; $\mathbf{F}_e$ 为外力; $\mathbf{F}_R$ 和 $\mathbf{F}_L$ 为轧辊臂末端对板材的广义力。

式(8)给出了成形加工的平衡条件,下面将研究平衡所需的内力如何分配到左右两个轧机操作末端的轧辊上,即多机构协作的内力分配问题。

2.2 基于板材受力分析的内力分配

由图1可知,板材左右两边分别受到两个轧辊臂末端的广义力,则成形板材所受内力分配图可表示为如图2所示。图中, $\mathbf{F}_L$ 和 $\mathbf{F}_R$ 分别为轧机左右轧辊臂末端在世界坐标系下作用在板材上的广义力,作用在加工轨迹的某一点上, $\mathbf{F}_{Lo}$ 和 $\mathbf{F}_{Ro}$ 分别为轧机左右轧辊在板材坐标系 o 下作用在板材上的广义力, $\mathbf{F}_o$ 是轧机左右轧辊在板材坐标系原点 o 下的广义力合力,即内力。当受到外力时,可以通过调整 $\mathbf{F}_L$ 和 $\mathbf{F}_R$ 的大小让内力 $\mathbf{F}_o$ 和外力的合力为零,消除外力对轧机系统的影响。

图2 板材内力分配图

由图2所示,通过力的合成可得

$$\mathbf{F}_o = \mathbf{F}_{Lo} + \mathbf{F}_{Ro} \quad (9)$$

根据速度和力的映射关系, 可得

$$\mathbf{F}_{Lo} = \mathbf{S}_L^T \mathbf{F}_L \quad (10)$$

$$\mathbf{F}_{Ro} = \mathbf{S}_R^T \mathbf{F}_R \quad (11)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{D} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{D} = ({}^W \mathbf{D}_{oi} \times) = \begin{bmatrix} 0 & -D_z & D_y \\ D_z & 0 & -D_x \\ -D_y & D_x & 0 \end{bmatrix}$$

$${}^W \mathbf{D}_{oi} = {}^W \mathbf{R}_o \mathbf{D}_{oi} \quad \mathbf{D}_{oi} = [D_x \ D_y \ D_z]^T$$

式中, $\mathbf{S}$ 为操作矩阵^[5]; ${}^W \mathbf{D}_{oi}$ 为轧辊和板材接触点在坐标系 W 下的位置矢量; $\mathbf{D}_{oi}$ 为轧辊和板材接触点在坐标系 o 下的位置矢量; ${}^W \mathbf{R}_o$ 为坐标系 o 相对于世界坐标系 W 的旋转矩阵。

将式(10)、(11)代入式(9), 可得

$$\mathbf{F}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_L^T & \mathbf{S}_R^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_L \\ \mathbf{F}_R \end{bmatrix} = \mathbf{S} \mathbf{F} \quad (12)$$

式中, $\mathbf{S} = [\mathbf{S}_L^T \ \mathbf{S}_R^T]$, $\mathbf{F} = [\mathbf{F}_L \ \mathbf{F}_R]^T$; $\mathbf{F}_L$ 、 $\mathbf{F}_R$ 、 $\mathbf{F}$ 是世界坐标系 W 下的六维广义力。

轧辊上的力 ${}^{LT} \mathbf{F}_L$ 和 ${}^{RT} \mathbf{F}_R$ 可以通过轧辊上的六维力传感器测得, 它是在轧辊臂末端坐标系 L_T 或 R_T 下的值, ${}^{LT} \mathbf{F}_L$ 转化到世界坐标系下 $\mathbf{F}_L$ 方程为

$$\mathbf{F}_L = {}^0 \mathbf{R}_{LT} {}^{LT} \mathbf{F}_L = {}^W \mathbf{R}_{LT} {}^{LT} \mathbf{F}_L \quad (13)$$

式中, ${}^0 \mathbf{R}_{LT}$ 是从轧辊坐标系到基坐标系的姿态转换矩阵。由于世界坐标系和轧机的基坐标系重合, 所以 ${}^W \mathbf{R}_{LT} = {}^0 \mathbf{R}_{LT}$ 。同理, 可得右臂轧辊的力变换公式

$$\mathbf{F}_R = {}^0 \mathbf{R}_{RT} {}^{RT} \mathbf{F}_R = {}^W \mathbf{R}_{RT} {}^{RT} \mathbf{F}_R \quad (14)$$

如图 2 所示, 设两个轧辊作用在板材坐标系原点 o 的合力在世界坐标系下为净挤压力 ${}^W \mathbf{F}_{int}$, 它的表达式可表示为

$${}^W \mathbf{F}_{int} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}_{Lo} - \mathbf{F}_{Ro}) \quad (15)$$

将式(10)和式(11)代入式(15)中可得

$${}^W \mathbf{F}_{int} = \frac{1}{2} (\mathbf{S}_L^T \mathbf{F}_L - \mathbf{S}_R^T \mathbf{F}_R) \quad (16)$$

式中, 净挤压力 ${}^W \mathbf{F}_{int}$ 不影响板材的运动状态, 仅提供板材本身塑性成形的挤压力。由式(8)可知净挤压力为零。

通过式(5)和式(12)可知

$$\mathbf{M}_o(\mathbf{X}_o) \ddot{\mathbf{X}}_o + \mathbf{C}_o(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o) \dot{\mathbf{X}}_o + \mathbf{F}_e = \mathbf{S} \mathbf{F} = \mathbf{F}_o \quad (17)$$

式中, $\mathbf{F}_o$ 与板材的动力学参数和外力相关。因此,

可通过内力来消除板材上的外力, 从而消除外力对板材加工造成的影响。

将式(17)代入式(6)和式(7), 可得到轧机两个轧辊臂的动力学方程为

$$\tau_L = \mathbf{M}_L(\mathbf{q}_L) \ddot{\mathbf{q}}_L + \mathbf{C}_L(\mathbf{q}_L, \dot{\mathbf{q}}_L) \dot{\mathbf{q}}_L + \mathbf{G}_L(\mathbf{q}_L) - \mathbf{J}_L^T (\mathbf{S}_L^T)^{-1} \mathbf{F}_{Lo} \quad (18)$$

$$\tau_R = \mathbf{M}_R(\mathbf{q}_R) \ddot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{C}_R(\mathbf{q}_R, \dot{\mathbf{q}}_R) \dot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{G}_R(\mathbf{q}_R) - \mathbf{J}_R^T (\mathbf{S}_R^T)^{-1} \mathbf{F}_{Ro} \quad (19)$$

将板材在轧机末端的力代入式(18)和式(19)中可求出两个轧辊臂各驱动关节力矩。此外, 式(18)和式(19)存在耦合现象, 需要进行优化解耦。

2.3 内力的优化解耦

轧辊臂的动力学方程中需要优化解耦, 可以通过目前主流的能量最小法、最小范数法和加权伪逆法等优化方法^[13]求解轧机操作末端轧辊对板材的作用力。其中, 加权伪逆法可以让板材受到的净挤压力为零, 减少板材自由变形区的形变。通过式(8)可知, 这里采用加权伪逆法进行内力优化分配。

求解式(12)的解为

$$\mathbf{F} = \mathbf{S}^+ \mathbf{F}_o + (\mathbf{I} - \mathbf{S}^+ \mathbf{S}) \boldsymbol{\phi} \quad (20)$$

式中, $\mathbf{S}^+$ 为 $\mathbf{S}$ 的伪逆, $\mathbf{I}$ 为 6 阶单位矩阵; $\mathbf{S}^+ \mathbf{F}_o$ 为最小范数解, 是式(12)的特解, 是抓取力; $(\mathbf{I} - \mathbf{S}^+ \mathbf{S}) \boldsymbol{\phi}$ 为矩阵 $\mathbf{S}$ 的通解, 也称为抓取内力; $\boldsymbol{\phi}$ 为 n 维任意矢量。

$\mathbf{S}$ 的伪逆存在且唯一, 当满足行满秩条件时, 伪逆等于右逆, 即满足 $\mathbf{S} \mathbf{S}^+ = \mathbf{I}$ 。因此, $\mathbf{S}^+$ 的值为

$$\mathbf{S}^+ = \mathbf{S}_R^{-1} = \mathbf{S}^T (\mathbf{S} \mathbf{S}^T)^{-1} \quad (21)$$

将式(21)代入式(20)中可得

$$\mathbf{F} = \mathbf{S}^T (\mathbf{S} \mathbf{S}^T)^{-1} \mathbf{F}_o + (\mathbf{I} - \mathbf{S}^T (\mathbf{S} \mathbf{S}^T)^{-1} \mathbf{S}) \boldsymbol{\phi} \quad (22)$$

设 $\mathbf{F}_c$ 表示抓取力, $\mathbf{F}_n$ 表示抓取内力, 则由式(20)可得

$$\begin{cases} \mathbf{F} = \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_n \\ \mathbf{F}_c = \mathbf{S}^+ \mathbf{F}_o = \mathbf{S}^T (\mathbf{S} \mathbf{S}^T)^{-1} \mathbf{F}_o \\ \mathbf{F}_n = (\mathbf{I} - \mathbf{S}^+ \mathbf{S}) \boldsymbol{\phi} = (\mathbf{I} - \mathbf{S}^T (\mathbf{S} \mathbf{S}^T)^{-1} \mathbf{S}) \boldsymbol{\phi} \end{cases} \quad (23)$$

式中, $\mathbf{F}_c$ 是轧机轧辊臂末端对板材变形和平衡外力所需力的和, $\mathbf{F}_n$ 是指抓取内力, 不对板材的运动产生影响。当 $\mathbf{F}_n$ 取值过大时, 可能对板材造成挤压损

坏。当 $F_n=0$ 时, 净挤压力仍不为零, 对板材存在挤压力, 可能导致其自由变形区变形。

为了避免产生挤压力, 需要同时满足 $F_n=0$ 和 ${}^w F_{int}=0$ 。令 S 的加权伪逆^[5]为

$$S^+ = US^T(SUS^T)^{-1} \quad (24)$$

$$\text{式中, } U = \begin{bmatrix} u & 0_6 \\ 0_6 & u \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} 0 & I_3 \\ I_3 & 0 \end{bmatrix}.$$

将式(24)化简为

$$S^+ = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (S_L^T)^{-1} \\ (S_R^T)^{-1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

将式(25)和 $F_n=0$ 代入式(23)可得

$$F_c = F = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (S_L^T)^{-1} \\ (S_R^T)^{-1} \end{bmatrix} F_o \quad (26)$$

把式 ${}^w F_{int}=0$ 代入式(16)中, 可得

$${}^w F_{int} = \frac{1}{2} (S_L^T F_L - S_R^T F_R) = 0 \quad (27)$$

式中, ${}^w F_{int}=0$ 为加权伪逆法成立的必要条件, 而且与 F_c 无关。

设定轧辊对板材的挤压力为 f_{int} , 通过式(16)可得 F 表达式为

$$F = 2(S_L^T - S_R^T)^{-1} f_{int} = 2 \begin{bmatrix} (S_L^T)^{-1} \\ -(S_R^T)^{-1} \end{bmatrix} f_{int} \quad (28)$$

式中, f_{int} 为轧辊对板材的挤压力, 与 F_n 相关, 与 F_c 无关。所以令 $F_c=0$ 代入式(28)可得

$$F_n = F - F_c = 2 \begin{bmatrix} (S_L^T)^{-1} \\ -(S_R^T)^{-1} \end{bmatrix} f_{int} \quad (29)$$

将式(26)和式(29)代入式(23)中可得

$$F = F_c + F_n = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (S_L^T)^{-1} \\ (S_R^T)^{-1} \end{bmatrix} F_o + 2 \begin{bmatrix} (S_L^T)^{-1} \\ -(S_R^T)^{-1} \end{bmatrix} f_{int} \quad (30)$$

将式(30)展开为

$$\begin{cases} F_L = \frac{1}{2} (S_L^T)^{-1} F_o + 2 (S_L^T)^{-1} f_{int} \\ F_R = \frac{1}{2} (S_R^T)^{-1} F_o - 2 (S_R^T)^{-1} f_{int} \end{cases} \quad (31)$$

式中, 通过已知的 F_o 和 f_{int} , 可以求出轧机在世界坐标系下左右轧辊臂末端的广义力, 得到内力优化

分配的结果, 进而可通过式(18)和式(19)获得各个驱动关节力矩。

3 内力分配步骤

通过内力优化分配分析, 可将轧机的内力优化分配算法归纳为以下 3 个步骤。

(1) 确定加工平衡条件: 基于轧机系统平稳加工板材的要求提出式(8)所示的加工平衡条件。

(2) 基于板材受力分析进行板材内力动态分配: 通过板材的受力分析进行内力分配计算, 获得外力与各驱动关节的力矩数学表达式, 其中式(18)和式(19)存在耦合现象, 需要优化解耦计算。

(3) 动态分配内力的优化解耦: 基于加权伪逆法进行式(18)和式(19)的优化解耦, 可获得外力与两个轧辊臂末端力矩的表达式, 进而通过式(6)和式(7)可获得各个驱动关节力矩。

通过以上三个步骤进行内力优化分配, 可获得外力与各个驱动关节力矩之间关系式, 从而可平衡轧机系统所受外力, 保证轧机系统的平稳运行。

4 内力分配仿真

由于轧机的两个轧辊臂左右对称, 动力学参数相同。轧辊臂各连杆的动力学参数如表 1 所示。轧辊臂的起始点各关节参数为 $q_{L0} = [0.1 \ 0.2 \ 1]$ 和 $q_{R0} = [0.1 \ -0.2 \ -1]$, 终止点各关节参数为 $q_{Lt} = [2 \ 2 \ 9]$ 和 $q_{Rt} = [2 \ -2 \ -9]$, 运动轨迹通过五次多项式插值获得, 仿真时间设为 5 s。

表 1 轧辊臂的动力学参数

连杆	质量/kg	质心/m	惯性张量/(kg·m ²)
1	236	[0.04 -0.02 0]	[3 12 11 -0.2 0.04 -0.01]
2	377	[0.04 -0.02 0]	[14 99 94 -1.4 -0.4 4]
3	2.4	[0 0 0.08]	[0.02 0.02 0.01 0 0 0]

假设板材成形所需轧辊的广义力恒定为 $F_B = [200 \ 200 \ 200 \ 10 \ 10 \ 10]^T$, 两个轧辊末端坐标系原点在板材坐标系下的位置矢量为 $D_{Lo} = [0 \ 0.2 \ 0]^T$, $D_{Ro} = [0 \ -0.3 \ 0]^T$ 。为验证算法具有一般性, 假设板材加工曲线不对称, 因此, 左右轧辊臂的位置矢量不同。

由图 1 所知, 世界坐标系和板材坐标系方向一致, 所以旋转矩阵 ${}^w R_o = I_3$, 所以轧机两个轧辊臂的抓取矩阵分别为

$$S_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$S_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

根据式(31)对轧机的两个轧辊臂内力进行优化分配计算, 假设轧机系统中的板材受到的外力 F_o 为 $[520 \ 780 \ 260 \ 260 \ 260 \ 780]^T$ 时, 计算结果如表 2 所示。表中给出了两个轧辊臂优化分配对应的广义力, 其中净挤压力为零, 与设定的条件相同, 验证了算法的正确性。

表 2 轧辊臂内力分配广义力

广义力	力/N	力矩/(N·m)
F_L	[260 390 130]	[104 130 442]
F_R	[260 390 130]	[169 130 312]
F_{Lo}	[260 390 130]	[130 130 390]
F_{Ro}	[260 390 130]	[130 130 390]
${}^w F_{int}$	[0 0 0]	[0 0 0]

应用 Matlab 中的 Robotics Toolbox^[14]工具箱编程对轧机进行各驱动关节动力学仿真, 得到了轧机的关节驱动力矩曲线图。根据式(18)和式(19)可获得轧机各驱动关节的力矩曲线。仿真分为正常加工无外力和打滑变负载两种情况, 其中打滑又分为打滑道次和非打滑道次, 所以仿真对象可分为正常道次、打滑道次和非打滑道次, 仿真结果分别如下。

(1) 正常道次为板材不受外力时加工状态, 外力为零, 各关节驱动力矩曲线如图 3、4 所示。

图 3 正常道次左轧辊臂关节力矩

图 4 正常道次右轧辊臂关节力矩

(2) 打滑道次为板材受到变负载力时加工状态, 等效为受到外力, 假设打滑道次受到外力峰值为 $-F_o$, 各关节驱动力矩曲线如图 5、6 所示。

(3) 非打滑道次与打滑道次同为板材受到变负载力时加工状态, 受到的外力峰值与打滑道次正负相反, 假设外力为 F_o , 各关节驱动力矩曲线如图 7、8 所示。

图 5 打滑道次左轧辊臂关节力矩

图 6 打滑道次右轧辊臂关节力矩

图 7 非打滑道次左轧辊臂关节力矩

图8 非打滑道次左轧辊臂关节力矩

分析图3和图4可知,正常道次板材不受外力,各驱动关节力矩为板材变形和前进提供动力,各驱动关节力矩大小与轧机机构的运动学和动力学参数以及板材的参数相关。其中,驱动关节1的驱动力矩较大,它为板材 y 轴方向变截面提供动力;驱动关节2的力矩较小,它为轧辊臂 z 轴方向旋转提供动力;驱动关节3的力矩恒定,它为板材的匀速进给提供动力。

分析图5和图6可知,打滑道次在打滑阶段受到变负载外力,0~2 s和2.5~5 s为轧机正常运行时间段,与正常道次力矩曲线相同;2~2.5 s为轧机的打滑时间段,当前道次板材受到一个负值外力,为保证该道次正常运行,各驱动关节的力矩发生变化。其中,2~2.25 s为打滑逐渐增大的过程,板材受到一个逐渐增大的负值外力,各驱动关节的力矩逐渐减小;2.25~2.5 s为打滑逐渐减小直至消失的过程,板材受到一个逐渐减小的负值外力,各驱动关节的力矩逐渐增大,最后恢复正常值。其中,驱动关节1在图5和图6中在打滑阶段的变化相反,这是因为板材在 y 轴方向的净挤压力为零。

分析图7和图8可知,由于非打滑道次受到打滑影响,板材也受到变负载外力。其中,0~2 s和2.5~5 s与正常道次轨迹曲线相同,2~2.5 s时间段轨迹曲线的趋势分别与图5和图6相反,这是因为两个道次受到的外力正负相反。

仿真表明,当轧机的某一道次发生打滑,通过算法可使成形装备自动适应并抵消变负载,快速恢复正常成形制造,而其它道次加工不受影响,只有一小段零件加工轨迹遭到破坏,成形制造装备整线可以保持正常运行,从而可以保证成形制造的平稳运行与加工效率。

5 结论

(1) 建立了包含成形装备以及板材在内的联合动力学数学模型,并从理论上阐释了成形轧机关节

空间的各驱动轴力矩与板材成形空间运动之间的数学关系,为变截面辊弯成形装备多机构协作研究提供了理论依据。

(2) 分析了板材加工平衡条件,基于加权伪逆法进行内力优化分配,获得了外力与两个轧辊臂末端广义力之间的数学表达式,从理论上阐明了采用多机构变负载协作内力规划算法能使各驱动关节力矩自动适应并抵消变负载冲击,在变负载冲击下新算法可以自动调整使成形板材所受净挤压力为零。

(3) 对轧机正常运行和打滑受力的问题分别进行数值计算与仿真,获得了各驱动关节力矩随时间变化的曲线图,获得的力矩变化和实际设计的变化规律相同,表明了多机构协作内力动态分配算法正确、有效。研究结果表明,当成形装备某一道次(机构)发生打滑,通过新算法可使成形装备自动适应并抵消变负载,快速恢复正常成形制造,而其它道次加工不受影响,成形制造装备整线可以保持正常运行,从而可以保证成形制造的平稳运行和加工效率。

(4) 研究为变截面辊弯成形制造装备的智能控制及其智能制造提供了理论基础与技术支持。同时,新算法也可以推广应用到各种多机构、多机械臂以及多机器人协调操作的智能控制中。

参考文献

- [1] 黄昔光,王健,李端玲,等.变截面辊弯成形装备运动特性研究[J].西安交通大学学报,2016,50(2): 98-103.
HUANG Xiguang, WANG Jian, LI Duanling, et al. Motion characteristics analysis for variable cross section roll-forming machine[J]. Academic Journal of Xi'an Jiaotong University, 2016, 50(2): 98-103.
- [2] 李永兵,马运五,楼铭,等.轻量化薄壁结构点连接技术研究进展[J].机械工程学报,2020,56(6): 125-146.
LI Yongbing, MA Yunwu, LOU Ming, et al. Advances in spot joining technologies of lightweight thin-walled structures[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(6): 125-146.
- [3] 王海波,万敏,李强,等. TRIP590 先进高强钢板的双向加载变形行为[J].机械工程学报,2016,52(6): 46-58.
WANG Haibo, WAN Min, LI Qiang, et al. Deformation behavior of TRIP590 advanced high strength steel under biaxial loading[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(6): 46-58.
- [4] TAO J M, LUH J Y S. Coordination of two redundant

- robots[C]// IEEE International Conference on Robotics & Automation. Scottsdale: IEEE, 1989: 425-430.
- [5] WALKER I D, FREEMAN R A, MARCUS S I. Analysis of motion and internal loading of objects grasped by multiple cooperating manipulators[J]. International Journal of Robotics Research, 1991, 10(4): 396-409.
- [6] XIE H. Real-time cooperative control of a dual-arm redundant manipulator system[D]. London: The University of Western Ontario, 2000.
- [7] WOONG K, BEOM H L. A new optimal force distribution scheme of multiple cooperating robots using dual method[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 1998, 21(4): 301-326.
- [8] 王从庆, 尹朝万. 一种基于遗传算法的多机器人内力优化计算方法[J]. 机器人, 2000, 22(4): 276-281.
- WANG Congqing, YIN Chaowan. Optimal internal force computing scheme for multiple manipulators using genetic algorithms[J]. Robot, 2000, 22(4): 276-281.
- [9] XIA Youshen, WANG Jun, FOK L. Grasping-force optimization for multifingered robotic hands using a recurrent neural network[J]. Robotics and Automation. 2004, 20(3): 549-554.
- [10] 熊有伦. 机器人学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1993.
- XIONG Youlun. Robotics[M]. Beijing: China Machine Press, 1993.
- [11] REN Yi, CHEN Zhengsheng, LIU Yechao, et al. Adaptive hybrid position/force control of dual-arm cooperative manipulators with uncertain dynamics and closed-chain kinematics[J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354(17): 7767-7793.
- [12] 管延智, 李强, 王英爽, 等. 基于缺陷控制的 DP980 高强度钢三维变截面辊弯成形有限元仿真[J]. 锻压技术, 2014, 39(4): 137-142.
- GUAN Yanzhi, LI Qiang, WANG Yingshuang, et al. Finite element analysis of 3D variable cross-section roll forming for DP980 high strength steel based on defect control[J]. Forging and Stamping Technology, 2014, 39(4): 137-142.
- [13] WANFG Meiling, LUO Minzhou, LI Tao, et al. A unified dynamic control method for a redundant dual arm robot[J]. Journal of Bionic Engineering, 2015, 12(3): 361-371.
- [14] CORKE P. Robotics vision and control: Fundamental algorithms in MATLAB[M]. London: Springer, 2011.
-
- 作者简介: 黄昔光, 男, 1979 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向机构学与机器人学, 制造装备运动控制。
E-mail: marchbupt@126.com
- 杨子强, 男, 1991 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为机器人技术。