DOI: 10.3901/JME.2013.09.055

基于响应面法的汽车盘式制动器稳定性优化设计*

吕辉 于德介 谢展 路怀华

(湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室 长沙 410082)

摘要: 针对汽车制动噪声的抑制问题,将响应面法与优化技术相结合,提出一种降低系统复模态的不稳定系数以提高汽车盘式制动器系统稳定性的优化方法。该方法基于制动器的振动稳定性原理建立有限元分析模型,通过拉丁超立方试验方法采样,结合最小二乘法构建制动器系统复模态的二阶响应面近似模型,以制动器几何结构参数为设计变量,制动器复模态的不稳定系数为设计目标,采用遗传算法对响应面近似模型进行优化。对某车的浮钳盘式制动器的分析和优化算例表明,采用该方法对汽车盘式制动器的稳定性进行分析和优化,能大大提高优化效率的同时有效降低系统复模态的不稳定系数,从而提高制动器的稳定性,减小制动噪声产生的可能,达到改善汽车振动噪声与舒适性的目的。

关键词: 制动噪声 复模态 稳定性 响应面法 优化

中图分类号: U463

Optimization of Vehicle Disc Brakes Stability Based on Response Surface Method

LÜ Hui YU Dejie XIE Zhan LU Huaihua

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body,
Hunan University, Changsha 410082)

Abstract: To suppress the noise of vehicle brakes, an optimization method to reduce instable coefficient of complex mode to improve stability of a disc brake system is presented. It is based on response surface method (RSM) and optimization technique. In the proposed method, a second-order response surface approximate model of complex mode is built up, based on the disc brake vibration stability analysis, finite element model, Latin hypercube sampling and the least squares method. The structural parameters of brake system are taken for the design variables, the instable coefficient of complex mode is taken as the optimization objective, and genetic algorithm is applied to optimize the response surface approximation model. The analysis and optimization of a float caliper disc brake system is carried out, the results show that the proposed method can greatly improve the optimization efficiency and effectively reduce the instability coefficient of the brake complex mode, so as to improve the brake stability, reduce the generation of brake noise, achieve the purpose of improving vehicle noise, vibration, harshness (NVH) performance.

Key words: Brake noise Complex mode Stability Response surface method Optimization

0 前言

汽车制动噪声已成为城市的主要噪声污染源之一。如果汽车的制动器设计不合理,制动时就可能处于不稳定状态,引起强烈的振动,并形成刺耳的噪声。对制动器部件的参数进行分析和改进设计,能有效降低制动噪声,改善整车振动噪声与舒适性

(Noise, vibration, harshness, NVH)。

目前国内外对制动噪声的产生机理和研究方法并没有形成统一的理论。模态耦合理论将摩擦力引入制动器系统,然后根据稳定性理论研究系统的模态耦合情况和运动稳定性,从而判定制动器的尖叫噪声趋势^[1]。模态耦合理论分析结果与试验测试结果具有较好的一致性,已有效用于制动器噪声机理研究。文献[2]从子结构模态的角度对制动器稳定性进行研究,基于制动器的摩擦闭环耦合有限元模型求解了系统复特征值的正实部,通过分析系统参

* 湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室自主课题资助项目(60870002)。20120621收到初稿,20130117收到修改稿

数对正实部的影响,提出了抑制制动噪声的措施。文献[3]考虑制动器的摩擦非线性因素,通过复特征值分析对制动尖叫噪声进行了预测,并将预测结果与试验结果对比,结果显示二者基本吻合,从而证明了利用有限元仿真技术能够较好地预测制动器发生噪声的倾向性。目前,基于复模态分析的有限元技术在制动噪声的研究中得到了广泛应用^[4]。

从现有研究工作来看,制动器系统的优化设计研究相对较少。文献[5]在建立制动器动力学模型的基础上,用最优化方法对结构动态特性进行修改,抑制了产生尖叫噪声的不稳定模态,该方法主要是针对部件子结构进行优化,研究对象为制动器支撑支架。文献[6]建立了制动器系统的有限元耦合模型,针对系统几何参数和材料特性参数的一系列取值,分别求解了制动器的复模态,提出了降低摩擦因数和修改制动片几何形状的优化方法,该方法的主要特点是从降低不稳定模态的不稳定系数的角度进行分析,研究对象分别为各部件参数的几组取值,而且各部件独立研究,没有建立专门的优化模型,得到的结果只是一个噪声产生倾向的定性说明。实际上,为充分考虑各部件间的相互耦合关系,有效控制制动噪声,应对整个制动器系统建立优化模型,并对各部件的参数同时进行优化设计。

从降低不稳定模态的不稳定系数角度对制动器进行优化设计,需要在有限元模型的基础上求解其不稳定模态,进而求出其不稳定系数。在有限元分析中,模态是设计参数的隐式函数,二者间没有明确的表达式,这是对制动器建立优化模型并进行多部件参数同时优化的难点。针对这一难点,本文将响应面法^[7]引入到制动器的优化设计中,得到了响应目标与各个设计变量之间的变化关系,有效解决了这一问题。

本文从制动器系统复特征值求解问题出发,阐明了降低不稳定模态的不稳定系数,从而提高制动器稳定性,减小制动噪声的机理。针对汽车制动噪声控制问题,将响应面法与优化技术相结合,提出了一种降低复模态的不稳定系数以提高制动器稳定性的优化方法。该方法利用 Altair Hypermesh 和 ABQUS/Standard 分析不同设计参数下的制动器的复模态;再利用响应面方法进行试验设计,构建以制动器结构参数为设计变量,以减小复模态不稳定系数为优化目标的汽车制动器系统优化模型,通过优化提高制动器的稳定性。对某车的浮钳盘式制动器的分析和优化结果表明,采用该方法对汽车制动器进行优化,能有效提高优化设计效率,减小系统

不稳定模态的不稳定系数,提高制动器的稳定性。

1 汽车盘式制动器的稳定性分析

以盘式制动器为研究对象,汽车制动过程主要是通过活塞将液压力加载到制动片上,再通过制动片挤压转动中的制动盘,由此产生摩擦阻力而达到减速效果,其制动原理示意图见图1。

图1 盘式制动器原理示意图

文献[8]的研究表明,制动器工作时,系统引入了摩擦力,导致系统为一个耦合系统,其运动方程可以表示为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + (k + \mu k_f)x = 0 \quad (1)$$

式中 m ——无摩擦制动器系统的质量矩阵

c ——无摩擦制动器系统的阻尼矩阵

k ——无摩擦制动器系统的刚度矩阵

x ——制动器系统振动位移矢量

μ ——制动器系统的摩擦因数

k_f ——摩擦接触刚度矩阵

由式(1)可以看出,由于摩擦力的存在导致了系统刚度耦合,系统的刚度矩阵不对称。从数学角度来看,刚度矩阵不对称意味着特征矩阵不对称,而不对称矩阵的特征值在一定条件下是复数。

由系统控制理论可知,当一个系统的特征值具有负实部时,系统是稳定的;反之,当系统的特征值具有正实部时,系统是不稳定的。在有限元分析中,模态频率表征的就是系统特征值。因此,在制动器耦合系统的复域特征值求解中,具有正实部的特征值对应的模态是不稳定模态,表现为有噪声倾向的模态^[9]。可见如果用有限元分析方法求出制动器的复模态,就能对噪声倾向进行预测。

式(1)的特征方程为

$$\det(s^2 m + sc + k + \mu k_f) = 0 \quad (2)$$

$$s = \sigma + j\omega \quad (3)$$

式中 s ——系统复特征值

σ ——特征值实部,是系统的阻尼系数

ω ——特征值虚部,是系统的自然频率

参考文献[6],定义复模态阻尼比

$$\zeta = -\frac{\sigma}{\pi\omega} \quad (4)$$

作为衡量系统模态不稳定程度的指标，式中右边的负号表示负阻尼，模态不稳定系数记为

$$\gamma = \frac{\sigma}{\pi\omega} \quad (5)$$

若某阶复模态阻尼比为负数，可等效为系统存在负阻尼，此时阻尼不耗散能量，反而向系统中馈入能量，引发自激振动，对应的模态为不稳定模态。工程中可通过降低模态不稳定系数来提高制动器系统稳定性。由于工程中对制动器的仿真分析一般没有考虑材料阻尼，得到的不稳定模态数目要比实际情况多，国内外学者通常将不稳定系数大于 0.01 的模态当做真正的不稳定模态，而小于 0.01 的模态视为稳定模态，因此不稳定系数应控制在 0.01 内^[10]。

2 响应面法

响应面方法是一种构建近似模型的方法，该方法通过对指定设计空间试验设计，拟合输出变量(系统响应)的全局逼近来代替真实响应面。利用响应面法构造近似模型时，首先要确定近似函数的形式，然后运用统计试验设计方法在空间内选取足够多的设计点，最后运用最小二乘法原理得到近似模型来拟合设计点的分析结果。

系统响应 Y 与设计变量 $\mathbf{x}$ 之间满足函数关系

$$Y = y(\mathbf{x}) + \varepsilon \quad (6)$$

式中 $y(\mathbf{x})$ ——确定函数

ε ——随机误差

通过试验设计，系统响应与设计变量之间的函数关系可以表示为

$$Y = \tilde{y}(\mathbf{x}) + \delta \quad (7)$$

式中 $\tilde{y}(\mathbf{x})$ —— $y(\mathbf{x})$ 的近似函数，即响应面

δ ——总误差

响应面可以定义为

$$\tilde{y}(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i \varphi_i(\mathbf{x}) \quad (8)$$

式中 $\varphi_i(\mathbf{x})$ ——响应面基函数

a_i ——基函数系数

N ——基函数个数

一阶与二阶多项式近似模型的基函数分别为 $1, x_1, x_2, \dots, x_n$ 、 $1, x_1, x_2, \dots, x_n, x_1^2, x_1 x_2, \dots, x_1 x_n, \dots, x_n^2$ ，其中， n 为设计变量个数。

根据式(8)，可得一阶和二阶响应面近似模型的表达式分别为

$$\tilde{y}(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i \quad (9)$$

$$\tilde{y}(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n a_{ii} x_i^2 + \sum_{1 \leq i < j}^n a_{ij} x_i x_j \quad (10)$$

当获得与 M ($M > 1.5N$) 个设计样本点对应的响应量 $\mathbf{y} = (y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(M)})^T$ 后，通过最小二乘法可计算得到基函数系数列阵

$$\mathbf{a} = (\Phi^T \Phi)^{-1} (\Phi^T \mathbf{y}) \quad (11)$$

式中， Φ 为响应面样本点矢量，采用的二阶多项式响应面， Φ 可以表示如下

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & x_{1,1} & x_{1,2} & \cdots & x_{1,N} \\ 1 & x_{2,1} & x_{2,2} & \cdots & x_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{M,1} & x_{M,2} & \cdots & x_{M,N} \end{pmatrix} \quad (12)$$

从设计空间中的设计样本点确定矩阵 Φ 和对应的响应矢量 $\mathbf{y}$ ，再代入式(11)，就可以求出响应面近似模型的系数列阵 $\mathbf{a}$ ，进而得到响应面的具体表达式。

响应面近似模型的构建精度主要取决于设计样本点的选取。对于设计变量较多的大型空间的采样，工程中常使用拉丁超立方试验设计方法^[11-12]。拉丁超立方试验设计根据等概率随机正交分布的原则，可以通过极少的试验点得到较高精度的响应面近似方程。

3 汽车盘式制动器稳定性优化设计

本文提出的制动器稳定性优化设计方法先建立制动器系统的有限元模型；再进行试验设计，利用有限元法求解系统在不同设计样本点下的复模态，并得出不稳定模态的不稳定系数，从而建立基于响应面的制动器稳定性优化设计模型；最后通过优化制动器系统的设计参数，降低不稳定系数，以达到提高系统稳定性的目的。

基于响应面法的制动器稳定性优化设计步骤如下。

(1) 确定设计变量及设计目标。制动器的主要设计参数有制动压力、制动片与制动盘之间的摩擦因数、制动盘转速、制动盘刚度、制动片刚度和支撑背板刚度。文献[6]的研究结果表明，制动盘转速和制动压力对制动器系统的稳定性影响极小，而摩擦因数在工程实际中不易更改和控制，故本文选取了制动盘刚度、制动片刚度和支撑背板刚度为设计变量，不同的刚度值通过不同的厚度尺寸来体现。为降低制动器的不稳定性，将降低其不稳定模态的不稳定系数作为优化目标。

(2) 构建响应面模型并检验模型的准确性。制动器的设计变量和设计目标确定后，结合拉丁超立

方试验设计,运用最小二乘法构建制动器目标函数的二次响应面近似模型。

为检验响应面的精确性,对试验设计得到的近似模型的近似值做 F 检验。若在符合工程要求的置信水平下,模型是显著的,则可利用近似模型进行优化;反之须重新设计试验,构建新的响应面模型。

(3) 基于响应面模型进行优化并验证结果。利用满足精度要求的响应面近似模型代替真实的有限元模型进行优化,获取优化值,并验证优化结果。

基于响应面法的制动器系统的优化设计流程见图 2。

图 2 基于响应面法的制动器稳定性优化设计流程

4 算例

4.1 制动器有限元模型

以一个某国产轿车的浮动钳盘式制动器为研究对象,简化模型由制动盘、制动片、支撑背板和绝缘板四部分组成。在 Altair Hypermesh 软件中建立如图 3 所示的制动器有限元模型,共划分成 2.6125×10^4 个实体单元, 3.7043×10^4 个节点,其中六面体单元(C3D8)的数量为 2.5041×10^4 ,五面体单元(C3D6)的数量为 1.084×10^3 。将定义好边界条件和工况的有限元模型提交 ABQUS/Standard 即可求解其复模态。

图 3 制动器有限元模型

4.2 建立响应面模型

分别选取制动盘厚度 h_1 、制动片厚度 h_2 和支撑背板厚度 h_3 为设计变量,对应的初值分别为 20 mm, 12 mm 和 5.75 mm。

为减小试验次数,提高计算效率,采用拉丁超立方试验设计方法获取了 30 个样本点,通过有限元计算,可知系统的第 6、7 阶模态在各个样本点上均出现复模态,其中第 7 阶模态的实部大于 0,为不稳定模态,选取该阶模态为研究对象。试验设计下第 7 阶模态不稳定系数的试验结果见表 1。

表 1 不稳定系数的试验设计结果

试验次数	试验设计变量			模态不稳定系数 γ
	制动盘厚度 h_1/mm	制动片厚度 h_2/mm	背板厚度 h_3/mm	
1	21.69	12.448	4.000	0.013 55
2	19.62	11.621	4.138	0.012 76
3	20.86	12.172	4.276	0.013 39
4	20.66	12.379	4.414	0.013 78
5	20.34	12.586	4.552	0.014 14
6	20.14	11.276	4.690	0.012 42
7	19.00	11.828	4.828	0.013 27
8	19.41	11.345	4.966	0.012 59
9	20.97	12.724	5.103	0.014 37
10	21.90	11.759	5.241	0.012 92
11	21.28	11.483	5.379	0.012 62
12	20.55	11.138	5.517	0.012 15
13	19.83	12.655	5.655	0.014 26
14	20.24	12.862	5.793	0.014 41
15	22.00	13.000	5.931	0.014 14
16	21.38	11.000	6.069	0.011 49
17	21.07	12.241	6.207	0.013 26
18	21.17	11.414	6.345	0.012 67
19	20.03	11.690	6.483	0.012 13
20	19.72	12.103	6.621	0.012 51
21	21.59	12.034	6.759	0.012 11
22	19.21	12.793	6.897	0.012 92
23	21.79	12.931	7.034	0.012 93
24	19.31	11.552	7.172	0.009 71
25	19.52	11.897	7.310	0.010 10
26	19.93	12.310	7.448	0.010 61
27	20.76	11.966	7.586	0.009 81
28	20.45	12.517	7.724	0.010 04
29	21.48	11.069	7.862	0.006 52
30	19.10	11.207	8.000	0.001 81

根据试验设计结果,用最小二乘法计算回归系数矩阵,构造模态不稳定系数的二次多项式响应面近似函数为

$$\begin{aligned}
 \gamma = & -0.341 + 0.016h_1 + 0.038h_2 - 6.961 \times 10^{-3}h_3 - \\
 & 6.629 \times 10^{-4}h_1h_2 + 3.657 \times 10^{-4}h_1h_3 + 6.452 \times \\
 & 10^{-4}h_2h_3 - 1.813 \times 10^{-4}h_1^2 - 1.077 \times 10^{-3}h_2^2 - \\
 & 8.008 \times 10^{-4}h_3^2
 \end{aligned} \quad (13)$$

得到响应面近似模型后,为了保证拟合模型的准确性,在利用此模型进行结构优化设计之前,需要进行精度检验。进行显著性分析,显著性分析结果如表 2 所示,响应面模型显著性分析的具体过程可参见文献[11]。

表 2 响应面模型的显著性分析

响应面模型	拟合误差 S_R	残差 S_C	F 值(S_R/S_C)
γ	2.21×10^{-4}	9.64×10^{-6}	22.96

由 F 检验可知 $F > F_{0.01}(9,20) = 3.46$, 根据概率理论,这表明关于不稳定模态不稳定系数的响应面模型的不可靠概率小于 1%,与真实有限元模型的逼近程度高,能够较好地满足预测精度要求。

4.3 优化设计

由于不稳定系数小于 0.01 的模态在工程上已被视为稳定模态,同时兼顾到生产成本,因此以模态不稳定系数降至(0.008, 0.01)内为优化目标,制动器系统的优化数学模型可表示为

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{H}) &= \gamma \\ \text{s.t. } &0.008 < \gamma < 0.01 \\ &h_{il} < h_i < h_{iu} \quad i=1,2,3 \end{aligned} \quad (14)$$

式中, $\mathbf{H}$ 为设计变量矢量, γ 为模态不稳定系数, h_{il}, h_{iu} 为设计变量下限和上限,各设计变量取值范围见表 3。

表 3 设计变量初始值和取值范围

设计变量	初始值	下限	上限
制动盘厚度 h_1/mm	20	19	22
制动片厚度 h_2/mm	12	11	13
支撑背板厚度 h_3/mm	5.75	4.00	8.00

采用遗传算法对式(14)所示模型进行优化计算^[12],每代种群规模 100,代数为 200,二进制编码位数为 8,代沟为 0.9,交叉概率为 0.7,变异率为 0.05,迭代后设计变量、目标函数的寻优值以及最终取值如表 4 所示。可见优化后的模态不稳定系数为 0.008 05,已小于 0.01,对应的复模态已可视为稳定模态。

表 4 优化前后设计变量和目标函数的对比值

设计变量	初始值	优化值	最终取值
制动盘厚度 h_1/mm	20	20.423 5	20.4
制动片厚度 h_2/mm	12	11.729 4	11.7
支撑背板厚度 h_3/mm	5.75	7.733 3	7.7
模态不稳定系数 γ	0.013 22	0.008 01	0.008 05

为了验证响应面模型优化结果的正确性,将优化后的设计变量最终取值代入有限元模型,通过仿真计算,结果显示系统的复模态仍出现在系统的第 6、7 阶,对应的复频率分别为 $-50.986+1\ 991.3j$ 和

$50.986+1\ 991.3j$,不稳定系数为 0.008 15,可见响应面法优化结果误差仅为 1.23%。优化前后的不稳定模态振型对比如图 4 所示,可见二者的振型还是一致的,但优化后的模态不稳定系数由 0.013 22 降到了 0.008 05,第七阶不稳定模态稳定性大大提高。

图 4 优化前后制动器不稳定模态对比

为了验证复模态方法预测噪声倾向的有效性,计算了优化前后制动片质心处的振动频率响应曲线,结果如图 5 所示。从图 5 中可以看出系统在 2 kHz 附近的振动是最强烈的,系统很有可能形成制动噪声,同时还可以看出优化后系统的振动特性得到明显的改善。

图 5 优化前后制动片的振动加速度频率响应

5 结论

(1) 本文将响应面法引入到汽车盘式制动器的

优化设计中,构建了以制动器结构各部件尺寸参数为设计变量,以不稳定模态的不稳定系数最小为优化目标的汽车制动器系统优化近似模型,简化了优化计算工作量,提高了计算效率。

(2) 对某车的浮钳盘式制动器的分析和优化结果表明,基于响应面法的制动器稳定性优化设计可以有效优化制动器系统的稳定性,为汽车制动器的前期设计和后期改进提供指导。

参 考 文 献

- [1] KINKAID N M, O'REILLY O M, PAPADOPOULOS P. Automotive disc brake squeal[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 267(1): 105-166.
- [2] GUAN Dihua, SU Xindong, ZHANG Fang. Sensitivity analysis of brake squeal tendency to substructures modal parameters[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 291(1): 72-80.
- [3] BAJER A, BERLSKY V, KUNG S W. The influence of friction-induced damping and nonlinear effects on brake squeal analysis[C]//SAE 22nd Annual Brake Colloquium and Exhibition, 2004, California, Anaheim.
- [4] 陈光雄,戴焕云,曾京,等. 踏面制动尖叫噪声的有限元分析[J]. *机械工程学报*, 2009, 45(3): 203-207.
CHEN Guangxiong, DAI Huanyun, ZENG Jing, et al. Finite element analysis of the squeal propensity for a pad-wheel tread brake system reduction[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(3): 203-207.
- [5] 宿新东,管迪华. 利用子结构动态特性优化设计抑制制动器尖叫[J]. *汽车工程*, 2003, 25(2): 167-170.
SU Xindong, GUAN Dihua. Reduction of brake squeal using substructure dynamic characteristics optimization [J]. *Automotive Engineering*, 2003, 25(2): 167-170.
- [6] LIU P, ZHENG H, CAI C. Analysis of disc brake squeal using the complex eigenvalue method[J]. *Applied Acoustics*, 2007, 68(6): 603-615.
- [7] MYERS R H, MONTGOMERY D C, ANDERSON C M. Response surface methodology-process and product optimization using designed experiment[M]. New York: Wiley Publishers, 2009.
- [8] JUNIOR M T, GERGES S N Y, JORDAN R. Analysis of brake squeal noise using the finite element method[J]. *Applied Acoustics*, 2008, 69(2): 147-162.
- [9] DAI Yi, LIM T C. Suppression of brake squeal noise applying finite element brake and pad model enhanced by spectral-based assurance criteria[J]. *Applied Acoustics*, 2008, 69(3): 196-214.
- [10] HOU Jun, GUO Xuexun, TAN Gangfeng. Complex mode analysis on disc brake squeal and design improvement[C]// SAE 2009 Noise and Vibration Conference and Exhibition, 2009, Charles, Illinois.
- [11] PAPILLA M. Accuracy of response surface approximations for weight equations based on structural optimization [D]. Gainesville: University of Florida, 2001.
- [12] 刘文卿. 实验设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
LIU Wenqing. Experimental design [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.

作者简介: 吕辉, 男, 1986 年出生, 博士研究生。主要研究方向为汽车 NVH 分析与控制。

E-mail: lvhui588@126.com

于德介(通信作者), 男, 1957 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为振动与噪声控制、设备状态监测与故障诊断。

E-mail: djyu@hnu.edu.cn

谢展, 男, 1987 年出生。主要研究方向为汽车 NVH 分析与控制。

路怀华, 男, 1987 年出生。主要研究方向为汽车内噪声。