DOI: 10.3901/JME.2015.10.164

考虑零件寿命相关的风电齿轮箱可靠性分析*

刘 波 安宗文

(兰州理工大学机电工程学院 兰州 730050)

摘要: 在 1.5 MW 风电齿轮箱系统可靠性的研究中,考虑零件相关失效这种重要的失效相关形式对风电齿轮箱可靠性的影响。从零件出发,引入零件的动态可靠度模型计算出齿轮箱中各主要失效零件的可靠度,并根据零件可靠度和寿命分布函数之间的关系,给出零件寿命分布函数随时间的变化曲线,从而利用抽样法和最小二乘法估计出各零件的寿命分布函数形式。根据各零件的寿命分布函数,绘制出相关零件之间的二元频率直方图,再结合 Copula 函数的相关理论和 Sklar 定理选取适当的 Copula 函数形式,最终建立零件寿命相关条件下的风电齿轮箱系统 Copula 可靠性模型。因无须确定齿轮箱中零件寿命的联合分布函数,不但避免了各零件之间寿命线性相关假设的局限性,同时利用简单的 Copula 函数运算替代了繁杂的多重积分运算。通过 Matlab R2012b 软件估计出各零件寿命之间的相关程度参数,并计算出零件寿命相关条件下的风电齿轮箱动态可靠度,从而给出风电齿轮箱系统可靠度随时间和零件寿命相关程度参数的变化规律,为风电齿轮箱的设计、制造和维护提供了理论依据。

关键词: 系统可靠性分析; 疲劳寿命; 相关失效; Copula 函数; 相关程度参数

中图分类号: TB114; TH112

System Reliability Analysis of Wind Turbine Gearbox Considering Component Life Dependency

LIU Bo AN Zongwen

(School of Mechatronics Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050)

Abstract: The influence of components' life related failure (an important related failure) on wind turbines gearbox reliability was taken into consideration during the study of system reliability of the 1.5 MW wind turbine gearbox. To begin with the components, the dynamic reliability model of mechanical components is introduced to compute the reliability of the components. The curves of life distribution functions are obtained through the relationship between components' reliability and life distribution functions, then, life distribution function of each component can be estimated by sampling method and least square method. The frequency histograms of related components are drawn based on the life distribution function of the main failure components of wind turbine gearbox, the Copula reliability model of wind turbine gearbox under components' life related conditions is established with appropriate Copula functions combined with the relative theory of Copula function and Sklar theorem. No need is required to determine the joint distribution function of random variables with the model built through this method. In addition, not only the limitation of linear correlation assumptions between each component' life distribution is avoided, but also the multifarious integral operation is replaced with simple Copula function operation. The dynamic reliability of wind turbine gearbox is figured out with parameters which reflect the degree of correlation between each life distribution estimated with Matlab R2012b software. The varying pattern of the reliability of wind turbine gearbox system to time and parameters mentioned above is given and the theory for the design, manufacture and maintenance of wind turbine gearbox is provided.

Key words: system reliability analysis; fatigue life; relevant failure; Copula function; related degree parameters

0 前言

风电齿轮箱是风电机组主传动链中将风速转化为发电机所需转速的关键部件,是一种在随机动

态载荷条件下服役的低速、重载、增速齿轮传动装置,风电齿轮箱的损坏是影响风电机组可靠性的一个重要因素。20 世纪 70 年代至今,相关的可靠性分析人员针对齿轮箱传动系统已先后提出了许多模型和方法,大都集中在动力学、优化设计、CAD 技术等方法在齿轮传动系统设计中的应用。文献[1-6]从不同的角度对风电齿轮箱进行了可靠性建模和优

* 国家自然科学基金资助项目(51265025)。20140409 收到初稿,20141020 收到修改稿

化设计,并得出了相关的结论。然而在分析齿轮箱传动系统失效相关关系时,采用的是线性相关系数,只能描述相关变量间线性的相关程度和对称的相关模式,不能全面完整地描述相关变量间的相关性结构,没有从工程实际的本质上考虑各主要失效零件寿命之间相关失效对齿轮箱系统可靠性的影响。

鉴于此,孙永波等^[7-9]在零件寿命相关的系统可靠性分析中引入了 Copula 函数,对系统可靠度、平均寿命、失效率等可靠性指标进行了描述,得到了系统零件相关时系统的可靠度计算模型。因此,本文以 1.5 MW 风电齿轮箱为研究对象,考虑零件寿命相关失效对风电齿轮箱系统可靠性的影响,在不作各主要失效零件相互独立假设的前提下,基于风电齿轮箱中各主要失效零件的寿命分布函数,运用 Copula 函数的相关理论和 Sklar 定理,选取适当的 Copula 函数来准确描述风电齿轮箱中各零件寿命之间的相关关系,结合传统的串联系统可靠性模型,建立零件寿命相关条件下的风电齿轮箱系统 Copula 可靠度模型。最后,通过 Matlab R2012b 软件估计出系统中各零件寿命之间的相关程度参数,最终计算出零件寿命相关条件下的风电齿轮箱系统可靠度,给出风电齿轮箱系统可靠度随时间和零件寿命相关程度参数的变化规律。

1 预备知识

1.1 Copula 函数的基本知识

Copula 函数是把多维随机变量的联合分布函数与其一维边缘分布函数联合起来的函数。它是一种构造多维联合分布函数的工具,也是探索随机变量间相关关系的一种十分有利的工具^[10]。

定义:二元 Copula 函数是指具有以下性质的函数 $C(u, v)$

(1) $C(u, v)$ 的定义域为 I^2 , 即 $[0, 1]^2$ 。

(2) $C(u, v)$ 有零基面且是二维递增的。

(3) 对于任意变量 $u, v \in [0, 1]$, 满足: $C(u, 1) = u$ 和 $C(1, v) = v$ 。

Sklar 定理: 令 $F(x_1, x_2, \dots, x_N)$ 为具有边缘分布 $F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_N(x_N)$ 的联合分布函数, 那么存在一个 Copula 函数 C , 满足

$$F(x_1, x_2, \dots, x_N) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_N(x_N)) \quad (1)$$

利用 Copula 函数把低维的边缘分布函数和一个多维的联合分布函数连接起来, 能较好地反映各随机变量之间的相关关系, 避免了繁琐的多维联合分布函数求解过程; 而对于 Copula 函数而言, 只要各个随机变量遵照严格的单调递增变化过程, 通过 Copula 函数的相关系数就能对各个随机变量之间的相关关系进行有效的描述, 其相关性描述更加符合实际, 应用范围更加广泛; 同时, 边缘分布函数与各零件之间的相关关系可以分开来研究, 且边缘分布函数的选择不受限制。

1.2 常用的 Copula 函数

常用的 Copula 函数有正态 Copula 函数、t-Copula 函数和阿基米德 Copula 函数 3 类。阿基米德 Copula 分布函数的表达式^[11]为

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = \varphi^{-1}(\varphi(u_1) + \varphi(u_2) + \dots + \varphi(u_n)) \quad (2)$$

阿基米德 Copula 函数族的主要特点是阿基米德 Copula 函数都由一个严格单调递减的凸函数 φ 唯一确定, 函数 φ 称为阿基米德 Copula 函数 C 的生成元(Generator)。不同生成元 $\varphi(t, \theta)$ 的选择将会产生不同的阿基米德 Copula 函数 $C(u, v; \theta)$ 。在阿基米德 Copula 函数族中, 最常见的是 Gumbel Copula、Clayton Copula、Frank Copula 函数, 见表 1。

表 1 几类常见的阿基米德 Copula 函数

模型	参数 θ 范围	Copula 函数 $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$	属性
Gumbel	$(0, 1]$	$\exp\left(-\left[\sum_{i=1}^n (-\ln u_i)^{\frac{1}{\theta}}\right]^{\theta}\right)$	当 $\theta=1$ 时, 随机变量之间相互独立; 当 $\theta \rightarrow 0$ 时, 随机变量趋向于完全相关。能描述变量之间的非负相关关系, 具有非对称性, 能够快速捕捉到变量在分布上尾部相关的变化
Clayton	$(0, \infty)$	$\left(\sum_{i=1}^n u_i^{-\theta} - n + 1\right)^{-\frac{1}{\theta}}$	当 $\theta \rightarrow 0$ 时, 随机变量之间趋向于相互独立; 当 $\theta \rightarrow \infty$ 时, 随机变量趋向于完全相关。能描述变量之间的非负相关关系, 具有非对称性, 能够快速捕捉到变量在分布下尾部相关的变化
Frank	$(-\infty, \infty) \setminus \{0\}$	$-\frac{1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{\prod_{i=1}^n (\exp(-\theta u_i) - 1)}{(\exp(-\theta) - 1)^{n-1}} \right]$	当 $\theta > 0$ 时, 随机变量正相关; 当 $\theta \rightarrow 0$ 时, 随机变量趋向于独立; 当 $\theta < 0$ 时, 随机变量负相关。能描述变量之间的非负相关关系及负相关关系, 具有对称性, 适合于描述具有对称相关结构的变量之间的相关关系

2 边缘分布函数的确定

本文以 1.5 MW 风电齿轮箱为研究对象, 该齿轮箱采用一级 NGW 行星齿轮和两级斜齿轮传动, 系统的行星齿轮传动为低速级, 斜齿轮副 4-5 为中速级, 斜齿轮副 6-7 为高速级, 其结构简图如图 1 所示。功率由行星架输入, 经由中速级 4-5 和高速级 6-7 传递到输出轴。

图 1 1.5 MW 风电齿轮箱结构图

p—行星轮 r—内齿轮(固定) c—行星架 s—太阳轮

4—一级主动斜齿轮 5—一级从动斜齿轮 6—二级主动斜齿轮

7—二级从动斜齿轮 T_{in} —输入扭矩

T_{out} —输出扭矩 g_i —滚动轴承代号 i —轴承的编号

2.1 确定随机变量的边缘分布函数

根据 1.5 MW 风电齿轮箱的相关设计参数和实际的工况数据, 引入机械零件的动态可靠度模型, 假设齿轮箱中各齿轮的随机载荷和疲劳强度均服从正态分布。将相应的计算数值代入可靠性模型中, 计算出风电齿轮箱中各齿轮的动态可靠度^[12]。其中太阳轮和行星轮动态可靠度曲线如图 2、3 所示。

由零件可靠度和寿命分布函数之间的关系 $F_i(t) = 1 - R_i(t)$, 根据齿轮箱中各齿轮的动态可靠度曲线, 可以依次求出风电齿轮箱中各齿轮的寿命分布函数曲线, 则其中太阳轮和行星轮的寿命分布函数随时间变化的曲线如图 4、5 所示。

图 2 太阳轮动态可靠度曲线

图 3 行星轮动态可靠度曲线

图 4 太阳轮寿命分布函数曲线

图 5 行星轮寿命分布函数曲线

假设风电齿轮箱中各齿轮的寿命均服从相应参数的对数正态分布, 则根据最小二乘法, 即可估计出各齿轮寿命分布函数分布形式的相关参数^[13]。其估计方法具体如下。

由对数正态分布函数可知

$$F(t_i) = \int_{-\infty}^{\frac{\ln t_i - \mu}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \Phi\left(\frac{\ln t_i - \mu}{\sigma}\right) = \Phi(Z_i)$$

其中, $\Phi(Z_i)$ 指标准正态分布函数, 且

$$Z_i = \frac{\ln t_i - \mu}{\sigma} \ln t_i = \mu + \sigma Z_i \quad (3)$$

令 $y = \ln t$, 则 $y = \mu + \sigma Z$ 等同于回归方程 $y = b_0 + b_1 x$ 。因此, 对于 Z_i 和 $\ln t_i$ 的一组数据, 根据最小二乘法计算式的回归系数 b_0 、 b_1 , 即可以得到对数均值 μ 和对数标准差 σ 的估计值。因此, 根

据风电齿轮箱中各零件的寿命分布函数曲线随机抽取 20 个数据, 利用最小二乘法估计出各齿轮寿命分布函数服从对数正态分布时的对数平均寿命和对数寿命标准差。其中太阳轮寿命分布函数相应参数的估计如表 2 所示。

表 2 对数正态分布参数最小二乘法估计计算表

序号	寿命 t_i / h	寿命分布 函数值 $F(t_i)$	标准正态 分布系数 Z_i	寿命对数 值 $\ln t_i$
1	2 260	0.028 0	-1.910 8	7.723 1
2	3 100	0.032 8	-1.841 1	8.039 2
3	4 750	0.039 9	-1.751 6	8.465 9
4	5 210	0.041 6	-1.732 8	8.558 3
5	6 730	0.046 3	-1.681 9	8.814 3
6	8 720	0.051 3	-1.631 9	9.073 4
7	12 400	0.058 6	-1.566 3	9.425 5
8	18 340	0.067 3	-1.496 2	9.816 8
9	30 200	0.079 2	-1.410 7	10.315 6
10	41 260	0.087 0	-1.359 2	10.627 6
11	57 390	0.095 7	-1.306 3	10.957 6
12	69 240	0.100 8	-1.276 8	11.145 3
13	83 550	0.106 1	-1.247 8	11.333 2
14	93 030	0.109 1	-1.231 4	11.440 7
15	115 500	0.115 3	-1.198 7	11.657 0
16	128 900	0.118 5	-1.182 4	11.766 8
17	143 000	0.121 6	-1.167 0	11.870 6
18	160 600	0.125 1	-1.150 0	11.986 7
19	176 300	0.127 9	-1.136 4	12.079 9
20	200 000	0.131 7	-1.118 2	12.206 1
总和			-14.596 0	207.303 7

由最小二乘法可知

$$\begin{cases} nb_0 + (\sum_{i=1}^n x_i) b_1 = \sum_{i=1}^n y_i \\ (\sum_{i=1}^n x_i) b_0 + (\sum_{i=1}^n x_i^2) b_1 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{cases} \quad (4)$$

将表 2 中的数据代入式(4)计算可知

$$\hat{\mu} = b_0 = 18.526 5$$

$$\sigma = b_1 = 5.749 7$$

相关系数

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x}) \times (y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \times \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = 0.998 5$$

类似地, 可以估计出风电齿轮箱中各齿轮疲劳寿命服从对数正态分布时的相应参数, 其结果列于

表 3。

表 3 齿轮箱中各齿轮寿命分布函数的相关参数

	对数均值 μ / h	对数标准差 σ / h	相关系数 γ
太阳轮 s	18.526 5	5.747 9	0.998 5
行星轮 p	13.787 1	5.347 4	0.999 4
内齿轮 r	14.648 1	9.620 2	0.998 0
斜齿轮 4	20.863 6	15.069 1	0.997 1
斜齿轮 5	28.333 1	22.177 5	0.996 4
斜齿轮 6	13.757 7	5.342 4	0.999 4
斜齿轮 7	14.333 0	5.436 9	0.999 3

从表 3 中所列出的各齿轮寿命服从对数正态分布时的相关系数可以看出, 各相关系数 γ 都接近于 1, 说明各组数据都是符合对数正态分布的。从整体假设检验的角度讲, 相关系数能起到检验分布的作用。说明对数正态分布能够较好地刻画风电齿轮箱中各齿轮寿命分布函数随时间的变化特性, 进而能够较好地描述各齿轮寿命分布函数的分布特性。因此, 这里将满足对数正态分布的各齿轮寿命分布函数作为风电齿轮箱零件寿命联合分布函数的边缘分布函数。

2.2 Copula 函数的选取

在确定了风电齿轮箱零件寿命联合分布函数的边缘分布函数之后, 利用风电齿轮箱中各齿轮的寿命分布函数, 根据齿轮寿命服从对数正态分布时的相应参数, 生成相应的随机数(寿命), 再利用 Matlab R2012b 软件计算出各随机数相对应的经验分布函数值, 然后根据这些随机数的经验分布函数值, 绘制出风电齿轮箱中两两齿轮寿命经验分布函数的二元频数直方图, 并在频数直方图的基础上绘制出频率直方图, 最终根据该频率直方图的形状选取适当的 Copula 函数, 作为两两齿轮失效率的联合密度函数(即 Copula 密度函数)的估计^[14]。其中太阳轮 s 和行星轮 p 的二元直方图如图 6 所示。

(a) 频数直方图

图 6 齿轮寿命分布函数的二元直方图

从图 6 中可以看出, 频率直方图具有对称的尾部, 说明联合密度函数(即 Copula 密度函数)具有对称的尾部, 且尾部相关不是很明显。也就是说, 风电齿轮箱中齿轮寿命随机变量之间的相关结构主要表现为对称相关的模式。因此, 可以选取阿基米德 Copula 函数族中的 Frank Copula 函数来描述各齿轮寿命之间的相关结构。Frank Copula 函数能较好地描述随机变量之间的对称相关关系, 其分布密度图如图 7 所示。

图 7 Frank Copula 函数的分布密度图

其分布函数表达式为

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n; \lambda) = -\frac{1}{\lambda} \ln \left[1 + \frac{\prod_{i=1}^n (\exp(-\lambda u_i) - 1)}{(\exp(-\lambda) - 1)^{n-1}} \right] \quad (5)$$

式中, 相关参数 $\lambda \neq 0$ 。 $\lambda > 0$ 表示随机变量 u_i 正相关; $\lambda \rightarrow 0$ 表示随机变量 u_i 趋向于独立; $\lambda < 0$ 表示随机变量 u_i 负相关。

3 风电齿轮箱可靠性模型

将风电齿轮箱系统看成由各齿轮组成的串联

系统。由图 1 风电齿轮箱的结构简图可知, 其系统可靠性框图如图 8 所示。

图 8 风电齿轮箱系统可靠性框图

由于受相同工作环境、相同载荷冲击等因素的影响, 使得风电齿轮箱中各零件间失效的相关关系多体现为正相关性。即在一定应力作用下, 一个零件的强度会随着另一个零件强度的衰减而衰减, 从而导致其失效的趋势比两者相互独立时要大, 其正相关性的概率描述为

$$P(X > t, Y > t) \geq P(X > t) \cdot P(Y > t) \quad (6)$$

设 X, Y 的相关结构为 $C_{XY}(u, v)$, 分布函数分别为 $F_X(x)$, $F_Y(y)$, 则式(6)等价于

$$C_{XY}(F_X(t), F_Y(t)) \geq F_X(t)F_Y(t) \quad (7)$$

假设齿轮箱中各零件的地位是均等的, 根据概率论可知, 零件失效寿命 X_i 相关情况下, t 时刻风电齿轮箱的可靠性模型为

$$R_n(t) = P(X_1 > t, X_2 > t, \dots, X_n > t) =$$

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \dots \int_0^\infty f(x_1 > t, x_2 > t, \dots, x_n > t) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (8)$$

式中, $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是 n 个零件寿命矢量 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 相关失效的联合密度函数。

对于上述传统的可靠性模型, 其可靠度求解存在三个难点: 一是无法确定 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 的解析形式和分布类型; 二是多重积分求解的繁琐性; 三是零件之间的相关系数求解难。

采用 Copula 函数的相关性理论来对风电齿轮箱齿轮传动系统的可靠性进行建模分析, 则可以同时克服以上困难。考虑由 n 个零件构成的风电齿轮箱系统可靠性建模。若风电齿轮箱中 n 个零件的寿命分别用 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 表示, 各零件的寿命分布函数为 $F_i(t_i) = P(X_i \leq t_i)$, 则 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 的联合分布函数为

$$H(t_1, t_2, \dots, t_n) = P(X_1 \leq t_1, X_2 \leq t_2, \dots, X_n \leq t_n) \quad (9)$$

根据 Sklar 定理可知, 存在一个 n 维 Copula $C_{1,2,\dots,n}$, 使得

$$H(t_1, t_2, \dots, t_n) = C_{1,2,\dots,n}(F_1(t_1), F_2(t_2), \dots, F_n(t_n)) = C_{1,2,\dots,n}(u_1, u_2, \dots, u_n) \quad (10)$$

用 X 表示系统寿命, 假设初始时刻传动系统所有零件都是新的, 且同时开始工作。为了使下述各指标表示形式简洁, 首先说明以下几个符号的具体表达式

$$J_2 = C_{i_1, i_2}(u_{i_1}, u_{i_2}), J_3 = C_{i_1, i_2, i_3}(u_{i_1}, u_{i_2}, u_{i_3}), \dots, J_k = C_{i_1, i_2, \dots, i_k}(u_{i_1}, u_{i_2}, \dots, u_{i_k}) \quad (11)$$

根据串联系统的特点, 零件寿命相关条件下的风电齿轮箱系统可靠度 $R_S(t)$ 可表示为

$$\begin{aligned} R_S(t) &= P(X > t) = \\ &P(X_1 > t, X_2 > t, \dots, X_n > t) = \\ &1 - \sum_{i=1}^n P(X_i \leq t) + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq n} P(X_{i_1} \leq t, X_{i_2} \leq t) + \dots + \\ &(-1)^k \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} P(X_{i_1} \leq t, X_{i_2} \leq t, \dots, X_{i_k} \leq t) + \\ &(-1)^n C(u_1, u_2, \dots, u_n) = \\ &1 - \sum_{i=1}^n u_i + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq n} J_2 + \dots + (-1)^k \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} J_k + \\ &(-1)^n C(u_1, u_2, \dots, u_n) \end{aligned} \quad (12)$$

若 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 彼此相互独立, 则

$$C_{1,2,\dots,n}(u_1, u_2, \dots, u_n) = u_1 u_2 \dots u_n \quad (13)$$

风电齿轮箱零件失效相互独立时的系统可靠度为

$$\begin{aligned} R_S(t) &= 1 - \sum_{i=1}^n u_i + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq n} u_{i_1} u_{i_2} + \dots + (-1)^k \times \\ &\sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} u_{i_1} u_{i_2} \dots u_{i_k} + (-1)^n u_1 u_2 \dots u_n = \\ &(1 - u_1)(1 - u_2) \dots (1 - u_n) = \\ &(1 - P(X_1 \leq t))(1 - P(X_2 \leq t)) \dots (1 - P(X_n \leq t)) = \\ &P(X_1 > t)P(X_2 > t) \dots P(X_n > t) = \\ &R_1(t)R_2(t) \dots R_n(t) \end{aligned} \quad (14)$$

结果同传统可靠性计算模型的计算结果相同。事实上, 零件的寿命矢量 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 相互独立, 仅仅是其相关关系的一种特殊情形, 相关性才是 X_i 间的一般形态。同时也说明了零件寿命相关条件下的风电齿轮箱系统 Copula 可靠度计算模型具有通用性, 适用于风电齿轮箱的工程实际, 符合实际情况。

4 风电齿轮箱的系统可靠性分析

4.1 系统 Copula 可靠性模型相关程度参数的估计

对 Copula 函数的参数估计非常重要, 参数估计的越接近真实值, 风电齿轮箱中相关零件的相关性分析越准确。对于具体 Copula 函数的参数估计, 一般可采用参数法和非参数法两种。本文鉴于 Archimedean copula 函数族中 Frank Copula 函数的特性, 采用非参数估计方法。直接利用 Kendall 秩

相关系数对 Copula 函数的相关参数进行估计。Kendall 秩相关系数 τ 与 Copula 函数相关程度参数 λ 的对应关系为

$$\tau = 1 + \frac{4}{\lambda} [D_k(\lambda) - 1] \quad (15)$$

式中, $D_k(\lambda) = \frac{k}{\lambda^k} \int_0^\lambda \frac{t^k}{\exp(t) - 1} dt$, $k=1$ 。函数 $D_k(\bullet)$ 也被称为“Debye”函数。

Kendall 秩相关系数 τ 的表达式为

$$\tau = P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0] - P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0] \quad (16)$$

式中, (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 均为独立同分布的随机变量。

通过上述方法对风电齿轮箱中齿轮对之间的相关关系进行分析计算, 估计出风电齿轮箱中各齿轮对之间的相关系数, 最后取其平均值作为风电齿轮箱齿轮寿命相关条件下的系统可靠性 Frank Copula 模型的相关程度参数, 即 $\lambda=1.2607$ 。

4.2 系统 Copula 可靠性模型的计算分析

将风电齿轮箱中各齿轮在相应工作时刻的寿命分布函数值及各齿轮寿命之间的相关程度参数 λ 代入系统可靠性模型(式(12)), 即可得到风电齿轮箱零件寿命相关时的系统可靠度。并根据计算结果, 通过各时刻对应的风电齿轮箱系统可靠度值, 拟合出风电齿轮箱系统可靠度随时间的变化曲线, 如图 9 所示。

图 9 系统可靠度随时间的变化曲线

通过风电齿轮箱零件寿命相关时的系统可靠度模型, 计算出风电齿轮箱系统在不同相关程度参数下的动态可靠度。拟合出不同寿命相关程度参数下风电齿轮箱的系统可靠度随工作时间的变化曲线, 如图 9 所示。

由图 9 可知, 风电齿轮箱的系统可靠度随着运行时间的增加呈现逐渐降低的趋势, 且前期的降低速度比较快, 随着运行时间的增加降低速度逐渐趋

于平缓,其可靠度的降低速度在逐渐减小。这种变化规律随着零件寿命之间相关程度的增大而表现得更为明显,在零件寿命完全相关时最明显。说明了风电齿轮箱传动系统早期可靠度呈现出较高的降低速率,不仅是由于风电齿轮箱零件及系统在设计过程中存在的缺陷、工艺、质量控制和磨损等失效原因引起的,也证明了随机载荷作用以及零件之间的寿命相关程度对风电齿轮箱系统可靠度的影响。

同时,风电齿轮箱的系统可靠度随零件寿命相关程度参数 λ 的增大而增大,符合 Copula 函数的可靠性相关理论;且零件寿命相关时风电齿轮箱的系统可靠度处于独立假设理论和薄弱环节理论计算值之间。验证了风电齿轮箱系统 Copula 可靠性模型的合理性和有效性。

5 结论

(1) 从零件出发,根据齿轮箱中各零件的动态可靠度曲线,由零件可靠度和寿命分布函数之间的关系,给出零件寿命分布函数随时间的变化曲线,利用抽样法和最小二乘法估计出各零件的寿命分布函数参数。

(2) 根据各零件的寿命分布函数,绘制相关零件之间的二元频率直方图,再根据二元频率直方图的形状结合 Copula 函数,选取适当的 Copula 函数形式,建立零件寿命相关条件下的风电齿轮箱系统 Copula 可靠度模型。因无须确定齿轮箱中各零件寿命分布函数的联合分布函数,且避免了各零件之间寿命线性相关假设的局限性,用简单的 Copula 函数运算替代了繁杂的多重积分运算,反映了模型的简洁性和实用性。

(3) 利用非参数估计法,估计出各零件寿命之间的相关程度参数,根据风电齿轮箱系统 Copula 可靠度模型计算出零件寿命相关条件下的风电齿轮箱系统可靠度。给出了风电齿轮箱系统可靠度随时间和零件寿命相关程度参数的变化规律,为风电齿轮箱的设计、制造和维护提供了理论依据。

参 考 文 献

[1] JACK W. Improving gearbox reliability[J]. Renewable Energy Focus, 2009, 10(2): 22-24.
[2] PARK Y, LEE G, SONG J, et al. Characteristics analysis of wind turbine gearbox considering fatigue loads caused by wind fluctuation[C]// 2011 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, August 28-31,

2011, Washington, DC, USA. New York: ASME, 2011: 611-620.
[3] ZHAO Limin. MASTA software for wind turbine gearbox design[J]. Advanced Materials Research, 2012, 490-495: 2259-2263.
[4] SU Youliang, WANG Chunxiu, JIANG Wei, et al. Analysis of wind turbine gearbox based on RomaxWIND flexible FE structures[J]. Advanced Materials Research, 2012, 512-515: 669-674.
[5] GIGER U, AMAUDOW K. Redesign of a gearbox for 5MW wind turbines[C]//2011 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, August 28-31, 2011, Washington, DC, USA. New York: ASME, 2011: 635-641.
[6] 秦大同, 邢子坤, 王建宏. 基于动力学和可靠性的风力发电齿轮箱参数优化设计[J]. 机械工程学报, 2008, 44(7): 24-31.
QIN Datong, XING Zhikun, WANG Jianhong. Optimization design of system parameters of the gear transmission of wind turbine based on dynamics and reliability[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 24-31.
[7] 孙永波. 基于 Copula 的关联系统可靠性研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2010.
SUN Yongbo. Reliability of interconnected system research based on Copula[D]. Chongqing: Chongqing University, 2010.
[8] 唐家银, 赵永翔, 何平, 等. 零件失效相关表决系统 Copula 可靠性模型[J]. 机械设计, 2010, 27(7): 24-28.
TANG Jiayin, ZHAO Yongxiang, HE Ping, et al. Copulas reliability model for parts failure dependence voting systems[J]. Journal of Machine Design, 2010, 27(7): 24-28.
[9] 张玲, 何成铭, 易良海, 等. 基于 Copula 函数的装甲车辆齿轮传动可靠性分析[J]. 机械设计, 2011, 28(11): 35-38.
ZHANG Ling, HE Chengming, YI Lianghai, et al. Reliability analysis on armored vehicle gear drive based on copula function[J]. Journal of Machine Design, 2011, 28(11): 35-38.
[10] 韦艳华, 张世英. Copula 理论及其在金融分析上的应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.
WEI Yanhua, ZHANG Shiyong. Copula theory and its application in financial analysis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.

- [11] 易文德, 赵联文. 相依部件混合系统的可靠性[J]. 重庆文理学院学报, 2006, 5(4): 4-7.
- YI Wende, ZHAO Lianwen. The reliability of series parallel system of dependence parts[J]. Journal of Chongqing University of Arts and Sciences, 2006, 5(4): 4-7.
- [12] AN Zongwen, LIU Bo, XU Jie. Dynamic reliability analysis of wind power gearbox component[C]//2013 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, July 15-18, 2013, Emeishan, Sichuan, China. Washington: IEEE, 2013: 215-219.
- [13] 赵宇, 杨军, 马小兵. 可靠性数据分析教程[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2009.
- ZHAO Yu, YANG Jun, MA Xiaobing. The tutorial in

reliability data analysis tutorial[M]. Beijing: Beihang University Press, 2009.

- [14] 谢中华. MATLAB 统计分析与应用: 40 个案例分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2010.
- XIE Zhonghua. MATLAB statistical analysis and application: 40 case analysis[M]. Beijing: Beihang University Press, 2010.

作者简介: 刘 波, 男, 1988 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机械系统可靠性建模。

E-mail: liubo728@126.com

安宗文(通信作者),男,1968年出生,博士,教授,博士研究生导师。
主要研究方向为机械结构可靠性设计理论及复杂系统可靠性建模。

E-mail: anzongwen@163.com

(上接第 163 页)

- synergy for convective heat transfer[J]. Chinese Journal of Chemical Engineering, 2011, 62(9): 2464-2468.
- [13] PRIGOGINE I. Introduction to thermodynamic of irreversible processes[M]. New York: Wiley, 1976.
- [14] NICOLIS G. Self-Organization in nonequilibrium system, from dissipative structure to order through fluctuations[M]. New York: Interscience Pub., 1977.
- [15] WANG J T. Nonequilibrium nondissipative thermodynamics: With application to low pressure diamond synthesis[M]. Berlin: Springer, 2002.
- [16] WANG J T. Modern thermodynamics: A whole view of thermodynamics[M]. Shanghai: Fudan Universty Press, 2012.
- [17] 卢小平, 郭丹丹, 俞树荣. 热力学耦合的相位描述及其

最小耗散原理[J]. 甘肃科学学报, 2015, 27(1): 15-17.

LU Xiaoping, GUO Dandan, YU Shurong. Phase description of thermodynamic coupling and the minimum dissipative principle[J]. Journal of Gansu Sciences, 2015, 27(1): 15-17.

作者简介: 卢小平(通信作者),男,1965年出生,博士研究生,副教授。主要研究方向为热交叉过程的热力学理论、复空间的熵理论及焓理论。

E-mail: luxp09@126.com

俞树荣,男,1962年出生,教授,博士研究生导师。主要研究方向为基于热力学理论的结构强度分析。

E-mail: vusr@lut.cn

郭丹丹, 女, 1987 年出生。主要研究方向为传热传质过程的强化及热力学理论。

E-mail: dandanlzl@163.com