DOI: 10.3901/JME.2015.11.041

大尺寸球轴承打滑分析及其应用*

王海同^{1,2} 李铁民^{1,2} 王立平^{1,2} 李逢春^{1,2}

(1. 清华大学机械工程系 北京 100084;

2. 清华大学先进制造装备及控制北京市重点实验室 北京 100084)

摘要: 滚动轴承是旋转机械中承受载荷并传递运动最重要的零部件之一。大尺寸球轴承是滚动轴承的一种, 由于其尺寸大、工作负载重, 其作为支撑部件被广泛应用于重型机床滑枕部件中。基于赫兹接触理论建立大尺寸球轴承的拟静力学方程, 以 FAG-B71956E 角接触球轴承为算例, 得到其不同轴向力、径向力及转速情况下, 轴承位移变化及发热情况, 并基于试验打滑判据得到球轴承的打滑临界曲线。针对某重型机床滑枕部件进行分析, 利用力平衡、力矩平衡及变形协调方程得到滑枕轴承组受力情况, 并找出发热量最大轴承。为避免该轴承由于打滑而过早失效, 计算得到该轴承的打滑临界转速, 为不同工况下滑枕最高转速选取提供了依据。

关键词: 大尺寸球轴承; 重型机床; 打滑

中图分类号: TG156

Research and Application on the Skidding Analysis of the Large Size Ball Bearing

WANG Haitong^{1,2} LI Tiemin^{1,2} WANG Liping^{1,2} LI Fengchun^{1,2}

(1. Department of Mechanical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084;

2. Beijing Key Lab of Precision Manufacturing Equipments and Control, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract: Rolling bearing is one of the most important components used in rotating machinery to support load and transmit the movement. The large size ball bearing is one kind of the rolling bearing. Due to the characteristic of large size and heavy duty, the large size ball bearing is widely used in the ram of heavy-duty machine tools. Based on the Hertz contact theory, the quasi static equations of the large size ball bearing are established, and the displacement and heat power under different operating condition is calculated. According to the criterion of Hirano for bearing skidding, the critical curve of skidding is given. A heavy duty machine tool is analyzed, and the force situation of the bearings in the ram is calculated with the help of force balance, moment balance and deformation compatibility equations. In addition, the ball bearing with the highest friction power is selected. In order to avoid the failure of this ball bearing, the critical skidding speed is calculated, which could be helpful in determining the rotating speed of the ram under different operating conditions.

Key words: large size ball bearing; heavy duty machine tool; skidding

0 前言

滚动轴承是将相对旋转的轴与轴座间的滑动摩擦变为滚动摩擦, 从而减少摩擦损失的精密机械元件。由于其维护方便并工作可靠, 在机械领域有着广泛的应用。大尺寸球轴承是滚动轴承的一种, 经常用于负载较大的工作环境中。重型机床中的滑枕部件经常使用大尺寸球轴承作为支撑元件。

轴承在正常工作过程中需要滚子在轴承内外

沟道上做纯滚动, 当滚动体与轴承内外圈的接触摩擦力不足时就会出现打滑。轴承打滑会加速磨损轴承的内外圈, 引起轴承的振动、噪声、过渡发热等现象。如何减少或避免轴承出现打滑是轴承设计及使用过程中的关键问题。

国内外学者针对球轴承的打滑现象从理论分析与试验两个角度做了大量研究。在理论研究方面, 目前使用最为广泛的模型是 JONES^[1]提出的沟道控制理论, 即滚子在某个沟道上做纯滚动并且没有自旋运动, 从而计算其在另外一个沟道上的运动状态。HARRIS 等^[2-3]在其所提出的滚子打滑模型中考虑

* 国家科技重大专项资助项目(2013ZX04013-011)。20140919 收到初稿, 20150228 收到修改稿

了赫兹接触力、摩擦力及滚子离心力等。LANIADO-JACOME 等^[4]利用有限元对滚子与内外圈沟道间的相对滑动进行了仿真研究。TU 等^[5]计算了轴承在加速工况下的打滑问题。JAIN 等^[6]利用动力学模型求解了角接触球轴承的打滑特性,但其针对滚动体分析中使用了准静态假设。陈渭等^[7]分析了涡动工况下高速轴承的打滑问题。在试验研究方面,HIRANO^[8]基于钢球磁通量变化给出了滚动轴承的试验打滑判据。LIAO 等^[9]基于 HIRANO 试验判据计算出在不同轴向力与径向力条件下的滚子打滑特征,并提出了轴向预紧力的优化方案。XU 等^[10]基于主轴热态特性试验验证了 HIRANO 试验判据的有效性。针对球轴承打滑特性的研究主要集中在高速轻载的工作条件。但由于大尺寸球轴承的滚子直径大、质量高,在“相对低速”下离心力及陀螺力矩引起的滚子打滑现象依然不可忽略。

本文使用赫兹接触理论建立了大尺寸球轴承的拟静力学方程,计算轴承在不同工况下的位移及发热功率,并以 HIRANO 打滑判据为基础得到其临界打滑曲线。以某重型机床为实例,基于力平衡、力矩平衡及变形协调方程求得轴承组中各轴承受力情况。为避免轴承组中发热量最大的轴承由于打滑而过早失效,提出了滑枕最高转速的计算方法。

1 球轴承拟静力学建模

角接触球轴承中内外沟道及滚子的相互关系如图 1 所示^[3]。其中 A 点为轴承外滚道沟曲率中心,根据外沟道控制理论,其位置点保持不变。 B 为球中心最终位置, C 点为内滚道沟曲率中心最初位置, D 点为内滚道沟曲率中心。在此基础上建立滚动轴承中的几何关系。对于向心球轴承及推力球轴承,接触角分别为 0° 及 90° ,求解过程与角接触球轴承一致。

(a) 滚动体角位置

(b) 滚动体 j 位移图

图 1 角接触球轴承的几何关系

内外沟道曲率中心与球中心最终位置之间的距离为

$$A_{ij} = (f_i - 0.5)D + \delta_{ij}$$

$$A_{oj} = (f_o - 0.5)D + \delta_{oj}$$

根据位移关系得

$$A_{1j} = BD \sin \alpha + \Delta z + R_i \theta_x \cos \phi_j - R_i \theta_y \sin \phi_j$$

$$A_{2j} = BD \cos \alpha + \Delta x \sin \phi_j + \Delta y \cos \phi_j$$

引入变量 X_{1j} 与 X_{2j} , 得到角度方程

$$\cos \alpha_{oj} = \frac{X_{2j}}{(f_o - 0.5)D + \delta_{oj}}$$

$$\sin \alpha_{oj} = \frac{X_{1j}}{(f_o - 0.5)D + \delta_{oj}}$$

$$\cos \alpha_{ij} = \frac{A_{2j} - X_{2j}}{(f_o - 0.5)D + \delta_{ij}}$$

$$\sin \alpha_{ij} = \frac{A_{1j} - X_{1j}}{(f_o - 0.5)D + \delta_{ij}}$$

式中 A_{ij}, A_{oj} ——第 j 个滚动体内外沟道曲率中心到滚子球心的距离;

δ_{ij}, δ_{oj} ——第 j 个滚动体与内外滚道间的法向接触变形;

f_i, f_o ——内外沟道曲率半径;

D ——滚动体与内外滚道间的法向接触变形;

$$R_i = \frac{1}{2}d_m + (f_i - 0.5)D \cos \alpha。$$

通过勾股定理, 得到方程

$$(A_{1j} - X_{1j})^2 + (A_{2j} - X_{2j})^2 - [(f_i - 0.5)D + \delta_{ij}]^2 = 0$$

$$X_{1j}^2 + X_{2j}^2 - [(f_o - 0.5)D + \delta_{oj}]^2 = 0$$

球轴承中的滚子受力情况如图 2 所示。这里, 使用外沟道控制理论来讨论滚动体的运动情况, 即轴承外沟道接触中只发生纯滚动, 即式中 $\lambda_{ij} = 0$,

图 2 角位置 ϕ_j 处的球载荷

$\lambda_{oj} = 2$ 。球的法向载荷与法向接触变形的关系为

$$Q_{oj} = K_{oj} \delta_{oj}^{1.5}$$

$$Q_{ij} = K_{ij} \delta_{ij}^{1.5}$$

滚动体水平与垂直方向上的力平衡方程为

$$Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - Q_{oj} \sin \alpha_{oj} - \frac{M_{gj}}{D} (\lambda_{ij} \cos \alpha_{ij} - \lambda_{oj} \cos \alpha_{oj}) = 0$$

$$Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - Q_{oj} \cos \alpha_{oj} + \frac{M_{gj}}{D} (\lambda_{ij} \sin \alpha_{ij} - \lambda_{oj} \sin \alpha_{oj}) + F_{cj} = 0$$

式中 Q_{ij}, Q_{oj} ——第 j 个滚动体与内外沟道间的赫兹接触应力;

F_{cj} ——第 j 个滚动体的离心力;

$$F_{cj} = \frac{1}{2} m d_m \omega^2 \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)_j^2;$$

M_{gj} ——第 j 个滚动体所受陀螺力矩;

$$M_{gj} = J \left(\frac{\omega_R}{\omega} \right)_j \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)_j \omega^2 \sin \varphi。$$

对于内滚道旋转的情况下

$$\frac{\omega_m}{\omega} = \frac{1}{1 + \frac{(1 + \gamma' \cos \alpha_o) \cos(\alpha_i - \beta)}{(1 - \gamma' \cos \alpha_i) \cos(\alpha_e - \beta)}}$$

$$\frac{\omega_R}{\omega_m} = \frac{1 + \gamma' \cos \alpha_o}{\gamma' \cos(\alpha_o - \beta)}$$

$$\tan \beta = \frac{\sin \alpha_o}{\cos \alpha_o + \gamma'}$$

滚动轴承一般由多个滚动体构成, 在求得每个滚动体的受力状态后可代入轴承内圈平衡方程进行计算

$$F_x - \sum_{j=1}^{j=z} \left(Q_{ij} \cos \alpha_{ij} + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \sin \alpha_{ij} \right) \sin \phi_j = 0$$

$$F_y - \sum_{j=1}^{j=z} \left(Q_{ij} \cos \alpha_{ij} + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \sin \alpha_{ij} \right) \cos \phi_j = 0$$

$$F_z - \sum_{j=1}^{j=z} \left(Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cos \alpha_{ij} \right) = 0$$

$$M_x - \sum_{j=1}^{j=z} \left[\left(Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cos \alpha_{ij} \right) R_i + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} r_i \right] \cos \phi_j = 0$$

$$M_y + \sum_{j=1}^{j=z} \left[\left(Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} \cos \alpha_{ij} \right) R_i + \lambda_{ij} \frac{M_g}{D} r_i \right] \sin \phi_j = 0$$

2 轴承发热功率

轴承热的产生主要来自于内部的摩擦, 滚动轴承中摩擦力矩可分为三部分: 负载引起的摩擦力矩 M_F ; 润滑剂黏性摩擦引起的摩擦力矩 M_v ; 滚动体变形区自旋运动的摩擦力矩 M_s 。由此再得到轴承的发热功率^[1]

$$T = 1.047 \times 10^{-4} (M_F + M_v) n + \sum M_s \omega_s$$

式中 ω_s ——滚子在沟道上的自旋运动角速度。

(1) 负载引起的摩擦力矩

$$M_F = f_1 F_\beta d_m$$

$$f_1 = z \left(\frac{F_s}{C_s} \right)^y$$

式中 F_s ——当量静负荷;

C_s ——基本额定静负荷。

(2) 润滑剂黏性摩擦引进的摩擦力矩

$$M_v = \begin{cases} 10^{-7} f_0 (v_0 n)^{2/3} d_m^3 & v_0 n \geq 2000 \\ 160 \times 10^{-7} f_0 d_m^3 & v_0 n \leq 2000 \end{cases}$$

式中 v_0 ——润滑剂的运动黏度;

f_0 ——轴承形式及润滑油类型相关量。

(3) 变形区自旋运动摩擦力矩^[12]

$$M_s = \frac{3uQaE}{8}$$

$$\omega_{si} = -\omega_R \sin(\beta - \alpha_i) + (\omega - \omega_m) \sin \alpha_i$$

$$\omega_{so} = \omega_R \sin(\alpha_o - \beta) - \omega_m \sin \alpha_o$$

式中 u ——摩擦因数, 通常取 0.06~0.07^[1];

a ——接触区域椭圆长轴;

E ——接触区域椭圆第二类完全椭圆积分;

ω_{si}, ω_{so} ——滚子在内外沟道上的自旋运动角速度。

3 轴承打滑临界转速

随着轴承转速的提高, 滚子离心力及陀螺力矩增大, 导致滚子与轴承内沟道之间的接触应力及接触面积变小。当转速不断提高, 内沟道与滚子之间的静摩擦力小于陀螺力矩的作用, 滚子便会产生打滑。增大轴向预紧力、减小径向预紧力及降低转速都可以有效地抑制打滑的产生。HIRANO^[8]基于试

验给出了滚子轴承发生打滑的判断

$$Q_{ij} \sin \alpha_{ij} / F_{cj} \leq 10$$

计算流程图如图3所示。

图3 计算流程图

4 算例

本文以 FAG 公司生产的 B71956E 型角接触球轴承为算例,其基本参数如表1所示,采用 L-HG32 (喷油)润滑。通过轴承的理论分析,可以得到轴承受力与位移的变化关系,即轴承轴向刚度与径向刚度的变化(图4)。图5为轴承发热功率与轴承轴向力、径向力和转速的关系。可以得到以下结论。

表1 轴承参数

参数	数值
内径/m	0.28
节圆直径/m	0.33
外圈沟道曲率半径/m	0.017
滚动体数目	28
滚动体密度/(kg/m ³)	7 800
外径/m	0.38
名义接触角/(°)	25
内圈沟道曲率半径/m	0.016
滚动体直径/m	0.032
摩擦因数	0.07

(1) 当轴承为定位预紧(轴向位移不变),转速提高,轴承所受到的轴向力也会提高。机床中使用的轴承多为定位预紧,安装预紧力($n=0$ r/min)与工作预紧力在预紧力较小时不同。安装预紧力大于 1 500 N,二者近似相等。

(2) 随着轴向力变大,轴承轴向刚度 F_a / δ_a 变大。当轴向力大于 1 500 N 时,轴承轴向刚度不随转速发生变化。

(a) 轴向力与轴向位移($F_r=0$)

(b) 径向力与径向位移($F_a=7\ 000$ N)

图4 轴承力与位移关系

(a) 受力与发热功率($n=400$ r/min)

(b) 转速与发热功率($F_a=11$ kN, $F_r=5$ kN)

图5 轴承发热功率

(3) 随着径向力提高,轴承的径向刚度 F_r / δ_r 变大。在不同转速下,轴承径向力与径向位移曲线完全重合。

(4) 轴向力与径向力的提高均会使轴承发热功率提高。径向力相比于轴向力对轴承发热功率的影响

响更显著。

(5) 随着转速的提升, 轴承发热功率增大。合理的转速选择可以有效避免轴承因过热而烧毁。

该轴承不同转速下的临界打滑曲线如图 6 所示。图 6 中, 每条临界曲线以上的区域为该转速下的非打滑区域。临界曲线以下的区域为该转速下的打滑区域, 应尽量避免出现, 通过降低转速可以使其进入非打滑区域。

在实际应用过程中, 需要先对轴承组进行解算, 基于每个轴承的发热情况, 确定该轴承组中的“短板”, 再计算出避免该轴承打滑的最高转速。

图 6 轴承打滑临界线

5 应用

本文以某公司生产的重型机床为例进行计算。该机床滑枕内部结构如图 4 所示。它的轴承组可分为前端支撑和后端支撑两部分。其中, 前端支撑为三个角接触球轴承, 为增加支撑刚度, 轴承 1 与轴承 2 为同方向布置。轴承 2 与轴承 3 之间为冷却套。后端支撑中, 轴承 4 与轴承 5 为一组角接触球轴承, 轴承 6 为深沟球轴承。重型机床的角接触球轴承在配对安装过程中为保证轴承支点跨距尽量大并且在热膨胀的作用下轴承不会卡死, 多使用开口向外的“O”形安装^[13], 本文所分析机床的轴承组便使用了这种轴承安装方式。其中, 前端支撑采用 FAG-B71956E 型角接触球轴承, 后端支撑分别采用 FAG-B71952E 型角接触球轴承与 FAG-61952M 型深沟球轴承。

图 7 滑枕内轴承组分布

5.1 轴承组受力分析

该机床在加工中, 主要产生三个方向的作用力, 分别为轴向力、径向力与周向力。由于加工方式为铣削加工与镗削加工, 所受到的轴向力主要为对主轴的压紧力。周向力以力矩方式通过主轴作用于电动机, 周向力的大小主要影响电动机的运行状态。因此, 本文主要考虑加工中轴向力与径向力。此外, 该重型机床主轴材料为 38CrMoAl, 其弹性模量远大于轴承刚度。因此, 主轴的位移主要来自轴承位移而不是主轴的弹性变形。假设该机床加工过程负载轴向力 F_a 为 10 kN 至 12 kN, 径向力 F_r 为 9 kN 至 10 kN。轴承 1 的轴向初始预紧力为 3 kN。通过轴承组的受力分析得到每个轴承所受到的轴向力 F_{ai} 与径向力 F_{ri} 。

5.1.1 轴向力

后端支撑中, 轴承 4、5、6 采用游动支撑方式。因此, 加工所产生的轴向力由轴承 1、2、3 承担。轴向压紧力同时作用于轴承 1 与轴承 2, 并通过冷却套与轴承 3 外圈作用于箱体。由于轴承 1 与轴承 2 为同型号轴承同向安装, 可得

$$\delta_{\text{int},a1} = \delta_{\text{int},a2} \quad F_{\text{int},a1} = F_{\text{int},a2}$$

$$\delta_{ai} = \delta_{as} + \delta_{\text{int},ai} \quad i=1,2$$

$$\delta_{a1} = \delta_{a2} \quad F_{a1} = F_{a2}$$

式中 $\delta_{\text{int},ai}$ ——轴承 i 初始预紧引起的轴向位移;

$F_{\text{int},ai}$ ——轴承 i 初始预紧力;

δ_{ai} ——轴承 i 的轴向位移;

δ_{as} ——主轴轴向位移。

对轴承 1 与轴承 2 进行受力分析可得

$$F_{a1} + F_{a2} = F_a + F_{\text{int},a1} + F_{\text{int},a2}$$

$$F_{a1} = F_{a2} = \frac{F_a}{2} + F_{\text{int},a1}$$

轴承 3 为同型号轴承反向安装, 可得

$$F_{\text{int},a3} = F_{\text{int},a1} + F_{\text{int},a2} = 2F_{\text{int},a1}$$

$$\delta_{\text{int},a3} = F_{\text{int},a3} / K_{a3}$$

$$\delta_{a3} = \begin{cases} \delta_{\text{int},a3} - \delta_{as} & \delta_{\text{int},a3} > \delta_s \\ 0 & \delta_{\text{int},a3} \leq \delta_s \end{cases}$$

$$F_{a3} = K_{a3} \delta_{a3}$$

由此得到各轴承的轴向力

$$F_{a1} = F_{a2} = [8 \text{ kN}, 9 \text{ kN}]$$

$$F_{a3} = [0, 1 \text{ kN}]$$

F_{a4} 、 F_{a5} 、 F_{a6} 仍为其初始预紧力, 不随负载变化。

5.1.2 径向力

加工产生的径向力将由 6 个轴承共同承担, 其径向力分析为超静定问题。在力与力矩平衡的基础上需要补充变形协调方程。

图 8 主轴径向受力及变形

$$F_{r1} + F_{r2} + F_{r3} + \rho Ag \cdot L_{AH} = F_r + F_{r4} + F_{r5} + F_{r6}$$

$$F_r \cdot L_{OA} = F_{r1} \cdot L_{OB} + F_{r2} \cdot L_{OC} + F_{r3} \cdot L_{OD} +$$

$$F_{r4} \cdot L_{OE} + F_{r5} \cdot L_{OF} + F_{r6} \cdot L_{OG} + \int_{L_{OH}}^{L_{OA}} (mg \cdot x / L_{AH}) dx$$

$$\delta_{r1} : \delta_{r2} : \delta_{r3} : \delta_{r4} : \delta_{r5} : \delta_{r6} = L_{OB} : L_{OC} : L_{OD} : L_{OE} : L_{OF} : L_{OG}$$

$$F_{ri} = K_{ri} \delta_{ri}$$

式中 F_{ri} ——轴承 i 径向力;
 δ_{ri} ——轴承 i 径向位移;
 ρ ——主轴密度;
 A ——等效截面积;
 K_{ri} ——轴承 i 径向刚度。

通过联立上述力平衡、力矩平衡及变形协调方程, 求得各轴承的轴向力

$$F_{r1} = [2\ 112.2\ \text{N}, 4\ 264.3\ \text{N}]$$

$$F_{r2} = [1\ 947.9\ \text{N}, 3\ 932.2\ \text{N}]$$

$$F_{r3} = [1\ 221.2\ \text{N}, 2\ 463.9\ \text{N}]$$

$$F_{r4} = [945.8\ \text{N}, 1\ 914.7\ \text{N}]$$

$$F_{r5} = [1\ 326.4\ \text{N}, 2\ 683.8\ \text{N}]$$

$$F_{r6} = [2\ 007.6\ \text{N}, 4\ 060.3\ \text{N}]$$

5.2 最高转速计算

通过该轴承组的受力分析可知, 轴承 1 所受到的轴向力 [8 000 N, 9 000 N] 与径向力 [2 112.2 N, 4 264.3 N] 在 6 个轴承中均为最大, 其发热量也为最高, 轴承 1 的工作稳定性与可靠性直接影响着滑枕的性能。为避免其过早损坏, 在工作过程中应尽量避免该轴承出现打滑现象。由此得到该轴承不打滑的最高转速为 545 r/min(图 9), 即滑枕的推荐最高转速。轴承的非打滑最高转速由该轴承受力范围的最小轴向力与最大径向力决定。

图 9 打滑临界转速计算

6 结论

(1) 基于赫兹接触理论建立了球轴承的拟静力学方程。以 FAG-B71956E 角接触球轴承为算例, 得到不同轴向力、径向力及转速对球轴承位移及发热功率的影响。大尺寸球轴承位移及发热计算为重型机床滑枕部件及整机的刚度及温度场计算提供了依据。

(2) 基于 HIRANO 试验判据, 得到球轴承打滑的临界曲线。针对某重型机床滑枕进行分析, 利用力平衡、力矩平衡及变形协调方程得到轴承组的受力情况。针对关键轴承进行打滑分析, 得到其临界打滑转速, 为不同工况下滑枕转速选取提供依据。

参 考 文 献

- [1] JONES A B. Ball motion and sliding friction in ball bearings[J]. Journal of Basic Engineering, 1959, 81(3): 1-12.
- [2] HARRIS T A. An analytical model to predict skidding in high speed roller bearings[J]. ASME Transactions, 1966, 9: 229-241.
- [3] HARRIS T A, KOTZALAS M N. Rolling bearing analysis: Advanced concepts of bearing technology[M]. 5th ed. Boca Raton: CRC/Taylor & Francis, 2007.
- [4] LANIADO-JACOME E, MENESES-ALONSO J, DIAZ-LOPEZ V. A study of sliding between rollers and races in a roller bearing with a numerical model for mechanical event simulations[J]. Tribology International, 2010, 43(11): 2175-2182.
- [5] TU Wenbing, SHAO Yimin, MECHEFSKE C K. An analytical model to investigate skidding in rolling element bearings during acceleration[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2012, 26(8): 2451-2458.
- [6] JAIN S, HUNT H. A dynamic model to predict the occurrence of skidding in wind-turbine bearings[C]//

- Journal of Physics: Conference Series. July 11-13, 2011, Oxford, United Kingdom. IOP Publishing, 2011, 305(1): 012027.
- [7] 陈渭, 李军宁, 张立波, 等. 考虑涡动工况的高速滚动轴承打滑失效分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(6): 38-43.
- CHEN Wei, LI Junning, ZHANG Libo, et al. Skidding analysis of high speed rolling bearing considering whirling of bearing[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(6): 38-43.
- [8] HIRANO F. Motion of a ball in angular-contact ball bearing[J]. Asle Transactions, 1965, 8(4): 425-434.
- [9] LIAO N T, LIN J F. Ball bearing skidding under radial and axial loads[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(1): 91-113.
- [10] XU Tao, XU Guanghua, ZHANG Qing, et al. A preload analytical method for ball bearings utilising bearing skidding criterion[J]. Tribology International, 2013, 67: 44-50.
- [11] JIN Chao, WU Bo, HU Youmin. Heat generation modeling of ball bearing based on internal load distribution[J]. Tribology International, 2012, 45(1): 8-15.
- [12] 邓四二, 李兴林, 汪久根, 等. 角接触球轴承摩擦力矩特性研究[J]. 机械工程学报, 2011, 47(5): 114-120.
- DENG Sier, LI Xinglin, WANG Jiugen, et al. Frictional torque characteristic of angular contact ball bearings[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(5): 114-120.
- [13] 成大先, 王德夫, 姬奎生, 等. 机械设计手册[M]. 北京: 化学工业出版社, 2004.
- CHENG Daxian, WANG Defu, JI Kuisheng, et al. Mechanical design[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2004.
-
- 作者简介: 王海同, 男, 1988 年生, 博士研究生。主要研究方向为机床热误差建模及补偿。
E-mail: wang-ht10@mails.tsinghua.edu.cn
- 李铁民(通信作者), 男, 1971 年生, 博士, 副教授, 博士研究生导师。主要研究方向为先进制造装备及其控制。
E-mail: 361781661@163.com