

DOI: 10.3901/JME.2015.23.012

旋量键合图在并联机构动力学建模中的应用*

郭菲^{1,2} 李永泉^{2,3} 宋肇经^{1,2} 张立杰^{1,2}

- (1. 燕山大学河北省重型机械流体动力传输与控制实验室 秦皇岛 066004;
2. 先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室(燕山大学) 秦皇岛 066004;
3. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室 秦皇岛 066004)

摘要: 旋量键合图将旋量理论与键合图相结合,兼具了旋量理论描述空间并联机构简洁、直观及键合图多能域建模统一、规范的特点。对空间并联机构基本组成单元——构件和运动副,利用旋量键合图,构建动力学模型,并进行模块化处理。在此基础上,调用单元模块,就可建立与可视化的机构一一对应的并联机构旋量键合图模型,按照规则化推导方法,得到适用于现代控制理论的空间并联机构状态方程。以曲柄滑块机构及空间3-UPS/S并联机构为研究对象,验证旋量键合图模块化建模的可行性,给出空间并联机构具有通用性的规则化动力学建模过程,并且进一步分析空间3-UPS/S并联机构匀速及加速运动状态下驱动力、支链约束反力变化规律。这种建模方法的应用为后续构建机器人系统全局动力学模型及控制研究奠定基础。

关键词: 旋量键合图; 空间并联机构; 动力学; 状态方程

中图分类号: TH112

Screw Bond Graph in the Application of the Parallel Mechanism Dynamics Modeling

GUO Fei^{1,2} LI Yongquan^{2,3} SONG Zhaojing^{1,2} ZHANG Lijie^{1,2}

- (1. Hebei Provincial Key Laboratory of Heavy Machinery Fluid Power Transmission and Control, Yanshan University, Qinhuangdao 066004;
2. Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science (Yanshan University), Ministry of Education of China, Qinhuangdao 066004;
3. Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

Abstract: Screw bond graph combines screw theory with bond graph. It has characteristics of screw theory and bond graph which are simple and intuitive to describe the spatial mechanism, and unified and standard to build the multi-energy domain model. Dynamic models of bodies and kinematic pairs are built by screw bond graph, and then modularized. By using the modules, the spatial parallel mechanism model can be established and the state-space equations which are suitable for modern control theory can be obtained. The slider-crank mechanism and spatial 3-UPS/S parallel mechanism are taken as examples. By using the above method, it is given that the dynamic modelling process of the spatial parallel mechanism which is common and regularization. The motion rules of driving and constraining force under the states motion of uniform and accelerated are analyzed, which lays the foundation for building global dynamics model of the robot system and subsequent control research.

Key words: screw bond graph; spatial parallel mechanism; dynamics; state-space equations

0 前言

并联机器人属于多种能量形式(例如:机、电、液、气)耦合的多体机器人系统,其动力学数学模型

的研究由来已久,传统方式是以分析力学原理为基础的动力学建模方法,如牛顿-欧拉法、达朗伯-拉格朗日方程法、虚功原理法和凯恩方法等^[1-4],这些方法从理论上已经基本解决了并联机器人机械本体刚体动力学建模问题。但大部分还是限于单能量域的局部动力学建模,若想得到多能域并联机器人系统动力学模型,也主要局限于对各能域子系统分别

* 国家自然科学基金资助项目(51275438, 51405421)。20141214 收到初稿, 20150906 收到修改稿

列写动力学方程, 通过中间变量联立求解, 这一过程相当繁琐, 易出错、有误差, 且不容易得到适合于现代控制理论的状态方程。因此, 找到简洁、统一的形式化方法描述机器人系统的数学模型至关重要。

以能量守恒原理为基础的键合图理论^[5], 可以用统一的方式处理多种能量形式并存系统的建模与仿真问题, 在电气、液压、热力学等领域得到了广泛的应用^[6-9], 规则化建模也比较完善。在机器人动力学建模领域, 国外的研究主要有 IBRAHIM 等^[10]采用键合图方法建立了 Stewart 并联机构刚体动力学模型, VICTOR 等^[11]建立了机器人腿部机构键合图模型; ANAND 等^[12]和 BERA 等^[13-14]分别对机构的万向节和转动副、移动副进行了键合图建模。在国内, 相关研究较少, 主要为平面五杆^[15]、七杆^[16]机构以及王中双等^[17]对空间 3 自由度刚性、柔性串联机器人的建模。由于并联机器人机械本体的非线性和强相互耦合, 上述文献基于传统的键合图建模时, 模型比较复杂, 会产生微分因果关系及代数环^[4], 难以推导得出状态方程或者得到状态方程很难进行数值求解^[10]。这些问题制约了键合图在并联机构动力学建模中的发展。

1993 年, 文献[18]中提出了旋量键合图的概念, 并应用到汽车轮轴系统的建模^[19]中。此概念是将运动旋量与力旋量的互易积等效为键合图中的功率流, 从而将旋量理论与键合图理论结合, 发挥了旋量理论在分析空间机构以及功率键合图在多能域动力学建模中的优势。本文将旋量键合图引入空间并联机构的动力学建模中, 采用传统键合图的符号规则与因果关系表示方法^[4]。首先, 对三维运动刚体构建基于惯性坐标系下的旋量键合图模型; 其次, 由于键合图具有只分析速度关系, 而力关系自动平衡的优点, 利用旋量理论对运动副进行简单运动学分析, 构建旋量键合图模型, 并进行模块化处理; 最后, 直接调用模块构建并联机构具有统一形式的动力学模型, 并推导状态方程。采用上述步骤分别对曲柄滑块机构和空间 3-UPS/S 并联机构进行了建模。基于旋量键合图构建的动力学模型可与电、液等驱动系统键合图模型直接连接, 从而为多能域并联机器人系统全局动力学仿真及控制奠定基础。

1 旋量键合图概念

1.1 广义变量

传统键合图采用功率和能量变量: 流变量 f 、势变量 e 、广义位移变量 q 及广义动量 p , 4 种变量

形式对物理系统构建统一的模型。而旋量键合图利用速度旋量 $T = [\omega \ r \times \omega + v]^T$ 、力旋量 $W = [\tau \ r \times f + \tau]^T$ 、广义位移 $Q = [\theta \ X]^T$ 及广义动量 $P = [p_r \ p_t]^T$ 来表示传统键合图中的 4 种变量形式, 它们与机械系统各物理量的对应关系如表 1 所示。

旋量键合图中, 刚体瞬时功率表示为

$$P = W^T \cdot T \quad (1)$$

功率流的半箭头符号表示如图 1 所示。

图 1 功率流符号

表 1 广义变量符号表示

	势变量	流变量	广义动量	广义位移
传统键合图	e	f	p	q
旋量键合图	W	T	P	Q
机械平动	F (力)	v (速度)	p_t (动量)	X (位移)
机械转动	τ (扭矩)	ω (角速度)	p_r (角动量)	θ (角位移)

1.2 基本通口元件

键合图中, 通口元件通常用来表示真实系统中构件的理想数学模型。旋量键合图中, 常用的几种基本通口元件的符号及特性如表 2 所示。

表 2 基本通口元件

通口元件	通用关系	符号表示
Se : 势源元件	W 给定, T 任意	$Se \Rightarrow$
Sf : 流源元件	W 任意, T 给定	$Sf \Leftarrow$
I : 惯性元件	$P = \Phi_t(T)$ $T = \Phi_t^{-1}(P)$	$\frac{W = \dot{P}}{T} I$
0-结: 共势结	$W_1 = W_2 = W_3,$ $T_1 + T_2 + T_3 = 0$	
1-结: 共流结	$T_1 = T_2 = T_3,$ $W_1 + W_2 + W_3 = 0$	

表 2 中键一端的短划线称为因果划, 表示系统的输入与输出变量, 它直接指示了势变量的方向。

1.3 变换器

变换器(-MTF-)在机械系统中通常用来表示几何转换或运动学连接^[4]。在旋量键合图中, 它还可以表示同一旋量在不同坐标系下的转换, 并且遵循功率守恒的原则。

三维空间中, 假设惯性坐标系为 Ψ_0 , 刚体 k 在坐标系 Ψ_i 、 Ψ_j 中速度旋量的坐标变换为

$$T_k^{j,0} = Ad_{H_i^j} T_k^{i,0} = \begin{bmatrix} {}^j_i R & 0 \\ -{}^j_i R S({}^i p_{jo}) & {}^j_i R \end{bmatrix} T_k^{i,0} \quad (2)$$

式中, $T_k^{i,0}$ 和 $T_k^{j,0}$ 分别为刚体 k 绝对速度在 Ψ_i 和 Ψ_j 下的速度旋量; $Ad_{H_i^j}$ 表示速度旋量变换矩阵; jR 表示 Ψ_i 相对于 Ψ_j 的方位旋转矩阵; ${}^i p_{jo}$ 表示 Ψ_j 的坐标原点在 Ψ_i 中的位置矢量, $S()$ 表示三维矢量的反对称矩阵。

利用坐标变换的功率守恒特性, 得到力旋量关系如式(3)所示, 此式也即是力旋量坐标变换式

$$W_k^{i,0} = Ad_{H_i^j}^T W_k^{j,0} = \begin{bmatrix} {}^iR & S({}^i p_{jo}) {}^iR \\ \mathbf{0} & {}^jR \end{bmatrix} W_k^{j,0} \quad (3)$$

式(2)、(3)为旋量键合图中可调变换器的特性方程, 其模数为 $Ad_{H_i^j}$, 符号形式如图 2 所示。

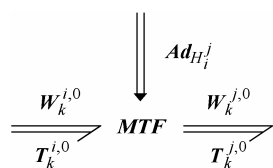


图 2 变换器旋量键合图符号

2 三维运动刚体动力学模型

假设组成并联机构的构件为刚体, 对三维空间中运动的刚体 k , 构建其质心处惯性主轴坐标系 Ψ_c , 则刚体惯性矩阵^[20]可表示为

$${}^c I_k = \begin{pmatrix} {}^c J_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m E_3 \end{pmatrix}$$

式中, E_3 为 3 阶单位阵, J_k^c 为转动惯量矩阵, 是一个对角阵

$${}^c J_k = \begin{pmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix}$$

那么, 刚体 k 的广义动量 P_k 为

$$P_k = {}^c I_k T_k \quad (4)$$

根据旋量理论, 得到动量定理的旋量表示

$$W_k = \frac{d}{dt} P_k + T_k \times P_k \quad (5)$$

其相应的动力学旋量方程为

$$\dot{P}_k = W_k + P_k \times T_k \quad (6)$$

这样就可以得到刚体三维运动在惯性主轴坐标系 Ψ_c 下的旋量键合图^[19]。

但是, 由于体坐标系方向时刻变化, 在连续运动的坐标系下很难对刚体的运动进行准确描述, 以及作用于刚体的力旋量也很难分解在运动的惯性主

轴坐标系中^[4]。因此, 构建与惯性系三轴平行的质心坐标系 Ψ_k , 旋量的转化由式(2)、(3)可以得到

$$\begin{cases} T_k^{k,0} = Ad_{H_c^k} T_k^{c,0} \\ W_k^{c,0} = Ad_{H_c^k}^T W_k^{k,0} \end{cases} \quad (7)$$

同样的, 将惯性矩阵 ${}^c I_k$ 转化为相对于质心坐标系 Ψ_k , 得到转化后的转动惯量矩阵^[21]为

$$J_k = {}^k R {}^c J_k {}^k R^T \quad (8)$$

那么, 在与惯性系平行的质心坐标系 Ψ_k 中, 刚体 k 的惯性矩阵可以表示为

$$I_k = \begin{pmatrix} J_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m_k E_3 \end{pmatrix} \quad (9)$$

则动量可以表示为

$${}^k P_k = I_k T_k^{k,0}$$

构建三维运动刚体 k 在 Ψ_k 下的旋量键合图模型, 也就是其动力学模型, 如图 3 所示。

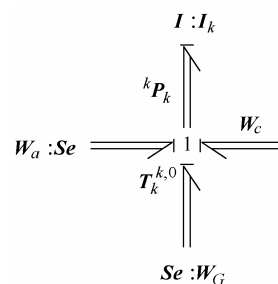


图 3 三维运动刚体旋量键合图模型

得到状态方程为

$${}^k \dot{P}_k = W_G + W_a + W_c \quad (10)$$

式中, W_G 为重力旋量、 W_a 为驱动力旋量、 W_c 为约束力旋量。

3 运动副动力学模型

运动副是空间并联机构的基本组成单元, 常用的类型有转动副、移动副、万向铰及球面副等。我们对其进行旋量键合图建模并分析。

3.1 转动副(R)

如图 4 所示, 构件 i 和 k 绕 S_j 轴作相对转动, 接触点为 B , 转角为 θ_j , 两构件之间的垂直距离 d_j 称为偏矩, 是一个常数。其中, $O-XYZ$ 为惯性坐标系 Ψ_0 。

分别以两构件的质心 C_i 、 C_k 为坐标原点, 构建与 Ψ_0 坐标轴平行的质心坐标系 Ψ_i 和 Ψ_k , 同时在接触点 B 处构建坐标系 Ψ_j , 其中 z_j 轴沿 S_j 轴方向。构件 i 和 k 在 Ψ_j 中速度旋量表示分别为

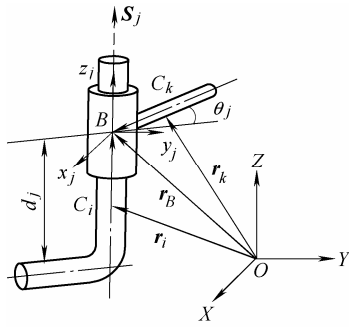


图 4 转动副

$$\begin{cases} T_i^{j,0} = Ad_{H_i^j} T_i^{i,0} \\ T_k^{j,0} = Ad_{H_k^j} T_k^{k,0} \end{cases} \quad (11)$$

两构件的相对速度为

$$T_i^{j,k} = T_i^{j,0} - T_k^{j,0} \quad (12)$$

结合图 3 所示的刚体模型, 根据式(11)、(12), 构建转动副完整旋量键合图如图 5 所示。

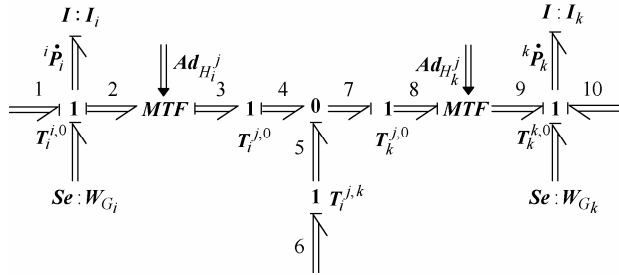


图 5 运动副旋量键合图

由旋量键合图模型, 按照规则化推导过程^[4], 得到转动副的状态方程

$$\begin{aligned} {}^i\dot{P}_i &= W_{G_i} + W_1 - W_2 = W_{G_i} + W_1 - Ad_{H_i^j}^T W_3 = \\ &W_{G_i} + W_1 - Ad_{H_i^j}^T W_6 \\ {}^k\dot{P}_k &= W_{G_k} + W_{10} + W_9 = W_{G_k} + W_{10} + Ad_{H_k^j}^T W_8 = \\ &W_{G_k} + W_{10} + Ad_{H_k^j}^T W_6 \end{aligned} \quad (13)$$

式中, W_1 、 W_{10} 分别为施加在构件 i 和 k 上力旋量, W_6 为两构件之间的相互约束力旋量, 此力旋量只允许两构件作相对转动, 而限制了其他方向的运动, 因此

$$W_6 = [\tau_x \quad \tau_y \quad 0 \quad f_x \quad f_y \quad f_z]^T$$

3.2 移动副(P)、万向铰(U)和球面副(S)

图 5 所示的运动副旋量键合图模型同样适用于移动副、万向铰及球面副。其中, 当运动副为移动副时, 模型中 W_6 表示的相互约束力旋量只允许两构件产生相对移动, 而限制了其他方向的运动, 则

$$W_6 = [\tau_x \quad \tau_y \quad \tau_z \quad f_x \quad f_y \quad 0]^T$$

同理, 万向铰允许两构件产生两个相对转动, 假设限制了绕 z_j 的转动, 则约束力旋量可表示为

$$W_6 = [0 \quad 0 \quad \tau_z \quad f_x \quad f_y \quad f_z]^T$$

球面副允许两构件之间具有 3 个独立的相对转动, 其约束力旋量表示为

$$W_6 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad f_x \quad f_y \quad f_z]^T$$

对于图 5 所示的运动副旋量键合图, 将其封装表示成简单的形式如图 6 所示。这种图示形式与机构组成单元对应, 更加直观。

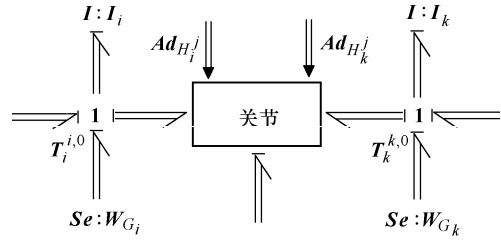


图 6 运动副模块化旋量键合图

3.3 模型验证(曲柄滑块机构)

3.3.1 构建曲柄滑块机构的旋量键合图模型

如图 7 所示的单自由度平面曲柄滑块机构, 可以看作是一个 RRRP 机构, 曲柄长 $AB = r$ 、连杆长 $BP = l$, 质心 c_1 、 c_2 位于杆中间位置, m_1 、 m_2 、 m_3 分别为各构件质量。构建原点位于各构件质心及各运动副接触点的坐标系, 分别与惯性系平行。

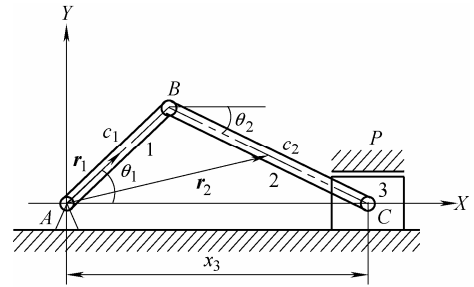


图 7 曲柄滑块机构

调用运动副模块模型, 构建机构的完整旋量键合图如图 8 所示, 并得到状态方程

$$\begin{cases} {}^1\dot{P}_1 = W_a + W_{G_1} + Ad_{H_1^A}^T W_2 + Ad_{H_1^B}^T W_3 \\ {}^2\dot{P}_2 = W_{G_2} - Ad_{H_2^B}^T W_3 - Ad_{H_2^C}^T W_4 \\ {}^3\dot{P}_3 = W_{G_3} + W_5 + W_6 = W_{G_3} + W_4 + W_7 \end{cases} \quad (14)$$

式中, W_2 、 W_3 、 W_4 、 W_7 为四个约束力旋量; W_a 为驱动力旋量; $Ad_{H_1^A}^T$ 、 $Ad_{H_1^B}^T$ 、 $Ad_{H_2^B}^T$ 、 $Ad_{H_2^C}^T$ 为转换矩阵

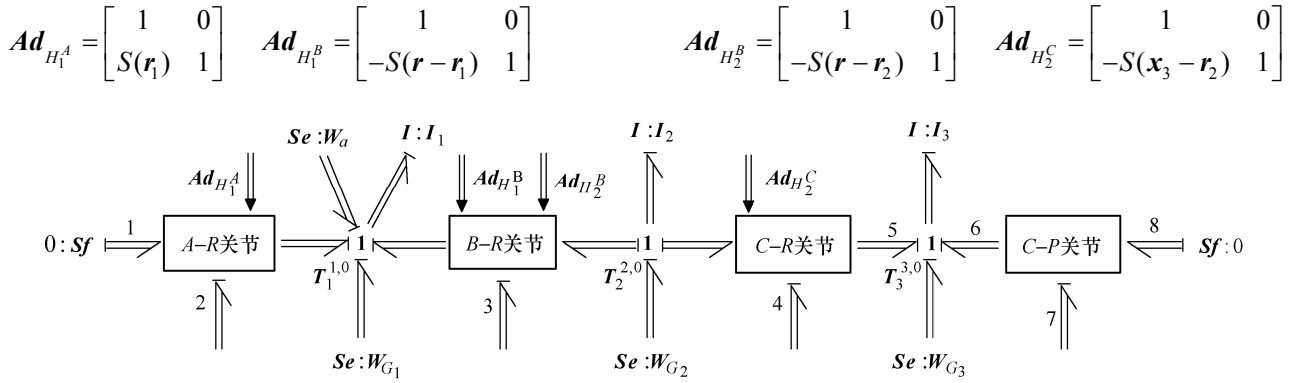


图 8 曲柄滑块机构旋量键合图

3.3.2 旋量键合图模型验证

给定曲柄滑块机构的尺寸参数：曲柄及连杆长分别为 $r=0.1\text{m}$ 、 $l=0.16\text{m}$ ；转动惯量分别为 $J_{e1}=4.42\times 10^{-5}\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 、 $J_{e2}=1.73\times 10^{-4}\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ；各构件质量分别为 $m_1=0.064\text{kg}$ 、 $m_2=0.077\text{kg}$ 、 $m_3=0.014\text{kg}$ 。令曲柄以恒定角加速度 $(5\pi/180)\text{rad/s}$ 转动一周，初始条件为 $\theta_1=62^\circ$ 、 $\omega_1=0$ 。建立曲柄滑块机构 ADAMS 模型(图 9)，进行动力学仿真。图 10 所示为旋量键合图模型及 ADAMS 模型动力学求解驱动力矩曲线。

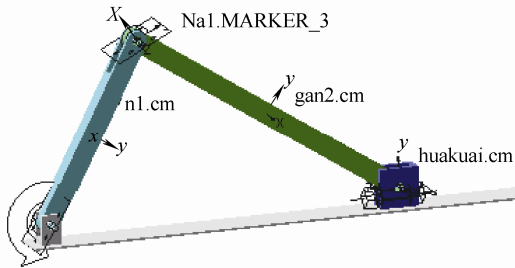


图 9 曲柄滑块机构

由图 10 可以看出，根据旋量键合图模型与 ADAMS 模型方法分别求得的曲柄滑块机构的驱动力矩曲线相符，验证了两种模型的一致性。利用旋量键合图不仅可以得到机构状态方程、求解驱动力矩，还可以方便地求得机构相邻构件之间的约束力，如图 11 所示 A、B、C 处约束力曲线。

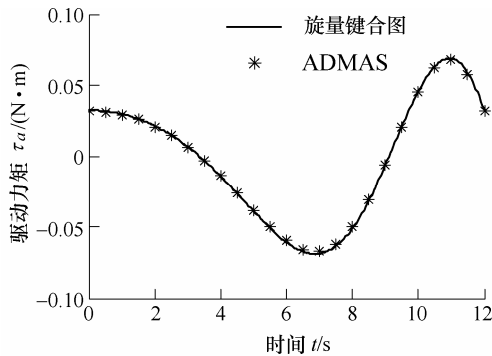


图 10 驱动力矩

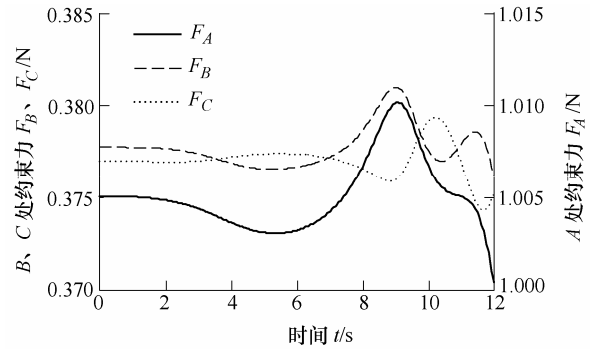


图 11 相邻构件之间的约束力

4 空间 3-UPS/S 并联机构动力学分析

4.1 机构旋量键合图及状态方程

对于空间 3-UPS/S 并联机构，其三个主动支链由 U 副、P 副和 S 副组成，按 120° 分布连接动、静平台，从动支链由杆件连接 S 副构成。其中 4 个 S 副与动平台相连，3 个 U 副与定平台相连，3 个 P 副为驱动副。建立机构惯性坐标系 Ψ_0 、动坐标系 Ψ_p 及分支坐标系 Ψ_i 如图 12 所示， z_i 轴沿杆轴向方向， y_i 轴垂直于平面 OA_iB_i 。机构初始位置时 Ψ_p 与 Ψ_0 重合，选取 T&T 角描述机构的姿态^[22]，变换矩阵可以表示为

$${}^0_pR = R(z, \varphi)R(y, \theta)R(z, -\varphi)R(z, \psi) = R(z, \varphi)R(y, \theta)R(z, \psi - \varphi)$$

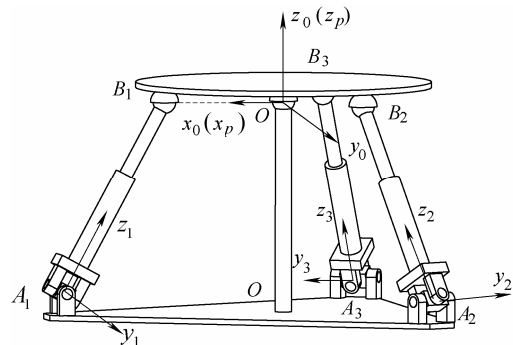
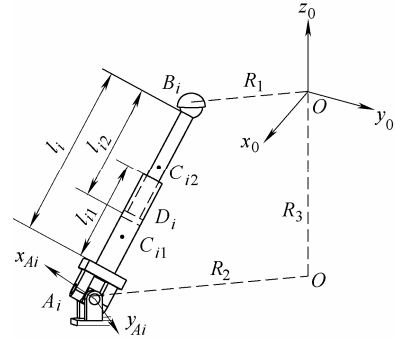
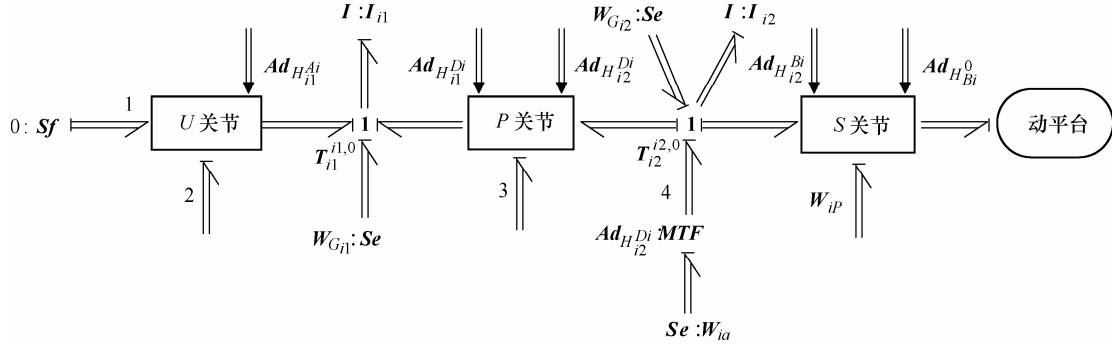


图 12 空间 3-UPS/S 并联机构

(1) 由于 3-UPS/S 并联机构具有三个结构相同的支链, 选取第 i 个支链(图 13)。构建与惯性系 Ψ_0 平行的上、下连杆质心坐标系 Ψ_{i1} 、 Ψ_{i2} , 及与分支坐标系 Ψ_i 平行的接触点坐标系 Ψ_{Di} 、 Ψ_{Bi} ; 此外, 以接触点 A_i 为坐标原点, 令 y_{Ai} 轴方向为虎克铰固定轴线的方向, x_{Ai} 轴垂直于 y_{Ai} 轴和 z_i 轴构成的平面, 构建接触点坐标系 Ψ_{Ai} 。调用图 6 所示的运动副模块, 构建支链旋量键合图模型, 如图 14 所示, 并推导状态方程式。

图 13 支链 i 结构图图 14 支链 i 旋量键合图

支链状态方程为

$$\begin{cases} {}^{i1}\dot{\mathbf{P}}_{i1} = \mathbf{W}_{G_{i1}} + \mathbf{Ad}_{H_{i1}^{Ai}}^T \mathbf{W}_2 + \mathbf{Ad}_{H_{i1}^{Di}}^T \mathbf{W}_3 \\ {}^{i2}\dot{\mathbf{P}}_{i2} = \mathbf{Ad}_{H_{i2}^{Di}}^T \mathbf{W}_{ia} + \mathbf{W}_{G_{i2}} - \mathbf{Ad}_{H_{i2}^{Bi}}^T \mathbf{W}_3 - \mathbf{Ad}_{H_{i2}^{0_{Bi}}}^T \mathbf{W}_{iP} \end{cases} \quad (15)$$

式中, \mathbf{W}_2 、 \mathbf{W}_3 、 \mathbf{W}_{iP} 及 \mathbf{W}_{ia} 分别为支链 U 副、P 副、S 副处约束力旋量及驱动力旋量

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_3 &= [0 \quad 0 \quad \tau_{3z} \quad f_{3x} \quad f_{3y} \quad f_{3z}]^T \\ \mathbf{W}_5 &= [\tau_{5x} \quad \tau_{5y} \quad \tau_{5z} \quad f_{5x} \quad f_{5y} \quad 0]^T \\ \mathbf{W}_{ia} &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad f_{ia}]^T \\ \mathbf{W}_{iP} &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad f_{iPx} \quad f_{iPy} \quad f_{iPz}]^T \end{aligned}$$

(2) 对动平台构建旋量键合图, 如图 15 所示, 并推导状态方程。

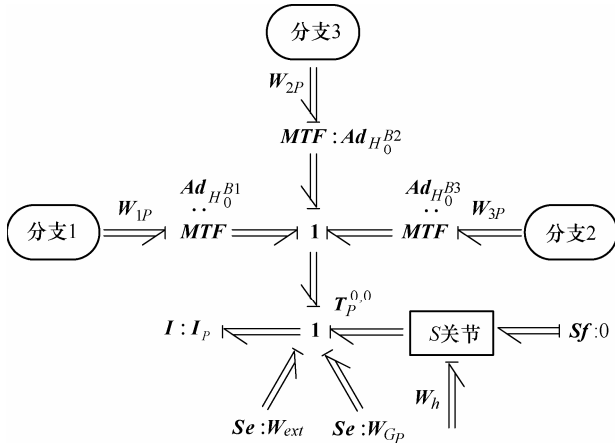


图 15 动平台旋量键合图

平台状态方程为

$${}^0\dot{\mathbf{P}}_p = \mathbf{W}_{G_p} + \sum_{i=1}^3 \mathbf{Ad}_{H_0^{Bi}}^T \mathbf{W}_{iP} + \mathbf{W}_h + \mathbf{W}_{ext} \quad (16)$$

式中, \mathbf{W}_{ext} 为外加载荷, \mathbf{W}_h 为从动支链对动平台的约束力旋量 $\mathbf{W}_h = [0 \quad 0 \quad 0 \quad f_{hx} \quad f_{hy} \quad f_{hz}]^T$ 。

(3) 根据机构位姿及式(3)得到相应的变换矩阵, 其中 ${}^{i1}\mathbf{R} = {}^0\mathbf{R}_{Ai}$, ${}^{i2}\mathbf{R} = {}^{i1}\mathbf{R}_{Di}$, ${}^{i3}\mathbf{R} = {}^{i2}\mathbf{R}_{Bi}$, ${}^0\mathbf{R} = {}^0\mathbf{R}_{0_{Bi}}$ 。 ${}^0\mathbf{R}$ 和 ${}^i\mathbf{R}$ 可分别用 Ψ_{Ai} 和 Ψ_i 的三个坐标轴的单位主矢量相对于 Ψ_0 的方向余弦表示

$${}^0\mathbf{R} = [\mathbf{x}_i \quad \mathbf{y}_i \quad \mathbf{z}_i] \quad {}^i\mathbf{R} = [\mathbf{x}_{Ai} \quad \mathbf{y}_{Ai} \quad \mathbf{z}_{Ai}]$$

$$\mathbf{y}_i = \frac{\mathbf{OA}_i \times \mathbf{OB}_i}{|\mathbf{OA}_i \times \mathbf{OB}_i|} \quad \mathbf{z}_i = \mathbf{s}_i \quad \mathbf{x}_i = \mathbf{y}_i \times \mathbf{z}_i$$

$$\mathbf{y}_{A1} = [0 \quad 1 \quad 0]^T \quad \mathbf{y}_{A2} = [-\sin 60^\circ \quad -\cos 60^\circ \quad 0]^T$$

$$\mathbf{y}_{A3} = [\sin 60^\circ \quad -\cos 60^\circ \quad 0]^T \quad \mathbf{x}_{Ai} = \mathbf{y}_{Ai} \times \mathbf{s}_i$$

$$\mathbf{z}_{Ai} = \mathbf{x}_{Ai} \times \mathbf{y}_{Ai}$$

(4) 给定机构尺寸及机构运动状态, 由各构件状态方程式(15)、(16), 可求得驱动力旋量及各构件之间约束力旋量。

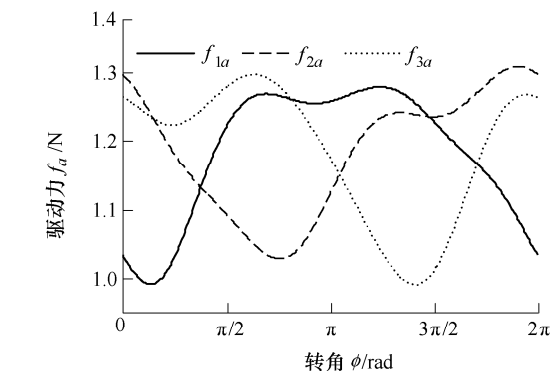
4.2 算例

选取空间 3-UPS/S 并联机构结构参数如表 3 所示, 其中 $i=1,2,3$ 。

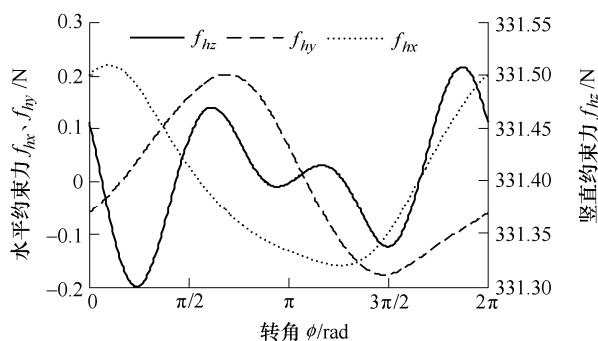
表 3 空间 3-UPS/S 并联机构参数

参数	数值
上平台半径 R_1 / m	0.225
上平台质量 m_p / kg	19
上平台主轴转动惯量 $^c J_p$ / (kg · m ²)	$\begin{bmatrix} 0.36 \\ 0.36 \\ 0.73 \end{bmatrix}$
下平台半径 R_2 / m	0.418
中间杆长 R_3 / m	0.395
支链下连杆长 l_{i1} / m	0.250
支链下连杆质量 m_{i1} / kg	2.27
支链下连杆主轴转动惯量 $^c J_{i1}$ / (kg · m ²)	$\begin{bmatrix} 0.012 \\ 0.012 \\ 0.0012 \end{bmatrix}$
支链上连杆长 l_{i2} / m	0.320
支链上连杆质量 m_{i2} / kg	1.4
支链上连杆主轴转动惯量 $^c J_{i2}$ / (kg · m ²)	$\begin{bmatrix} 0.015 \\ 0.015 \\ 0.00014 \end{bmatrix}$

为避免机构的奇异位形^[23], 令机构初始位姿为 $\theta = 20^\circ$ 、 $\varphi = 10^\circ$, 对动平台施加 100 N 载荷, 同时分别施加两种运动状态: ① 动平台以角速度 $\omega_\phi = (\pi/18) \text{ rad/s}$ 匀速转动, 图 15 为机构约束力及驱动力曲线; ② 动平台以角加速度 $\varepsilon_\phi = (5\pi/180) \text{ rad/s}^2$ 加速转动, 图 16 为转动 4 周驱动力及约束力变化曲线。



(a) 主动支链驱动力



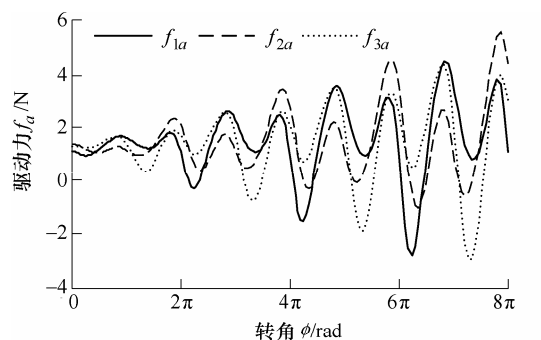
(b) 从动支链球副处约束力

图 16 匀速运动力曲线

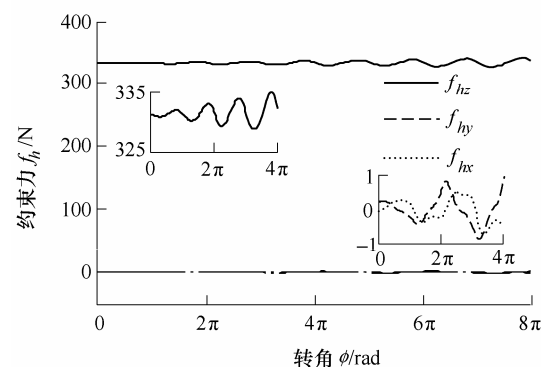
图 16 为机构动平台匀速转动 1 周即 $\phi = 0 \sim 2\pi$ 过

程中, 机构驱动力及约束力曲线。从图 16a 可以看出, 关于 $\phi = \pi$, 机构第一支链驱动力近似对称, 第二、三支链驱动力相互对称, 这一现象符合机构对称的结构形式在匀速运动过程中的规律。此外, 图 16b 从动支链球副处约束力曲线显示, 机构的竖直方向力主要由从动支链球副承担, 其水平方向受力较小。

图 17 为机构动平台加速转动 4 周, 主动支链驱动力及从动支链球副处约束力曲线。对比匀速转动(图 16), 可以看出加速运动过程中驱动力及约束力曲线幅值逐渐增大, 变化加剧。



(a) 主动支链驱动力



(b) 从动支链球副处约束力

图 17 加速运动力曲线

在机构的设计制造中, 首先我们应当着重考虑从动支链球副的承载能力; 其次机构高速运动过程中, 考虑驱动力及约束力变化规律, 提高系统的控制性能。

5 结论

(1) 本文结合旋量理论在机构学分析中的优势, 利用键合图简单建模规则, 构建了机构基本组成单元——刚体及运动副的旋量键合图模块化模型, 对并联机构进行动力学建模时可直接调用此模型。

(2) 对曲柄滑块机构及空间 3-UPS/S 并联机构的分析, 可以看出基于旋量键合图模块化建模过程

与传统动力学建模方法相比, 呈现了规则、直观、简洁的特点, 并且易于获取系统显式状态方程。该建模方法避免了繁琐的数学推导过程, 以及传统键合图模型易出现的微分因果关系及代数环等问题。通过数值算例, 证明了机构旋量键合图模型的可行性、合理性。其中, 对空间 3-UPS/S 并联机构两种运动状态的分析, 可以在一定程度上指导机构的设计制造。

(3) 基于旋量键合图构建的并联机构机械本体动力学模型可直接与键合图中电、液等驱动系统键合图模型连接, 构成多能域并联机器人系统动力学模型, 接下来将对此进行深入研究, 为后续动力学参数辨识及动力学控制研究奠定基础。

参 考 文 献

- [1] 姜晓, 李铁民, 王立平. 过约束并联机构动力学建模方法[J]. 机械工程学报, 2013, 49(17): 123-129.
JIANG Yao, LI Tiemin, WANG Liping. Research on the dynamic model of an over-constrained parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(17): 123-129.
- [2] 陈斌, 宗光华, 于靖军, 等. 一种 2-DOF 类球面并联转台的动力学建模及分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(13): 24-31.
CHEN Bin, ZONG Guanghua, YU Jingjun, et al. Dynamic modeling and analysis of 2-DOF quasi-sphere parallel platform[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(13): 24-31.
- [3] AZIZI M R, NADERI D. Dynamic modeling and trajectory planning for a mobile spherical robot with a 3DOF inner mechanism[J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 64(1): 251-261.
- [4] SHAO Hua, WANG Jinsong, WANG Liping, et al. Dynamic manipulability and optimization of a two DOF parallel mechanism[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2010, 23(4): 403-409.
- [5] KARNOPP D C, MARGOLIS D L, ROSENBERG R C. System dynamics, modeling and simulation of mechatronic systems[M]. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- [6] 王艾伦, 刘云. 复杂机电系统动力学相似分析的键合图法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(1): 74-78.
WANG Ailun, LIU Yun. Bond graph method for the dynamic similarity analysis of complex electromechanical system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(1): 74-78.
- [7] DAMICA V, COHODARB M, KULENOVIC M. Modeling and simulation of hydraulic actuated multibody systems by bond graphs[J]. Procedia Engineering, 2014, 69: 203-209.
- [8] AZIZ A N, SIREGAR P, NAZARUDDIN Y Y, et al. Improving the performance of temperature model of economizer using bond graph and genetic algorithm[J]. International Journal of Engineering & Technology, 2012, 12(1): 57-61.
- [9] BAKKA T, KARIMI H R. Bond graph modeling and simulation of wind turbine systems[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2013, 27(6): 1843-1852.
- [10] YILDIZ I, OMURLU V E, SAGIRLI A. A novel visualization technique in bond-graph method for modeling of a generalized stewart platform[C]// 2008 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, ROBIO 2008, February 21-26, 2009, Bangkok, Thailand. United States: IEEE Computer Society, 2008: 780-785.
- [11] RAGUSILA V, EMAMI M. R. Modelling of a robotic leg using bond graphs[J]. Simulation Modelling Practice and Theory, 2014, 40(1): 132-143.
- [12] VAZ A, SHARMA P, ATRI R. Modeling and simulation of the dynamics of crankshaft-connecting rod-piston-cylinder mechanism and a universal joint using the bond graph approach[C]// 14th National Conference on Machines and Mechanisms, December 17-18, 2009, Durgapur, India. 2009: 298-303.
- [13] BERA T K, SAMANTARAY A K. Consistent bond graph modelling of planar multibody systems[J]. World Journal of Modelling and Simulation, 2011, 7(3): 173-188.
- [14] BERA T K, SAMANTARAY A K, KARMAKAR R. Bond graph modeling of planar prismatic joints[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 49(1): 2-20.
- [15] 王中双, 陆念力, 徐长顺. 平面柔性多体系统完全动力学问题的回转键合图法[J]. 中国机械工程, 2005, 16(23): 2093-2097.
WANG Zhongshuang, LU Nianli, XU Changshun. Gyrobond graph method for complete dynamic problem of planar flexible multi-body systems[J]. China Mechanical Engineering, 2005, 16(23): 2093-2097.
- [16] 张珂, 王生泽. 平面可控七杆机构键合图动力学分析[J]. 中国机械工程, 2006, 17(4): 367-371.
ZHANG Ke, WANG Shengze. Dynamics analysis of a planar controllable mechanism based on bond graph[J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(4): 367-371.
- [17] 王中双. 基于键合图理论的多体系统耦合动力学建模方法的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2007.

- WANG Zhongshuang. Modeling method research for coupling dynamics of multibody systems based on bond graph theory[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2007.
- [18] MASCHKE B M , BIDARD C , SCHAFT A J. Screw-vector bond graphs for multibody systems modeling[C]// Proceedings of the 1994 International Mechanical Engineering Congress and Exposition , November 6-11, 1994, Chicago, USA. New York: ASME, 1994: 637-644.
- [19] BOER G R. A physical multi-body car model using 3-D (screw) bond graphs[D]. Netherlands : Universiteit Twente, 2002.
- [20] STRAMIGIOLI S, BRUYNINCKX H. Geometry of dynamic and higher-order kinematic screws[C]// 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 21-26, 2001, Seoul, Korea. 2001: 3344-3349.
- [21] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- HUANG Zhen , ZHAO Yongsheng , ZHAO Tieshi. Advanced spatial mechanism[M]. Beijing : Higher Education Press, 2006.
- [22] BONEV I A, RYU J. A new approach to orientation workspace analysis of 6-DOF parallel manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2001(36): 15-28.
- [23] HAN Xianguo, LIU Yanlong. Geometric condition of 3UPS-S parallel mechanism in singular configuration[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014, 27(1): 130-137.
-
- 作者简介:** 郭菲, 女, 1986 年出生, 博士研究生。主要研究方向为电液驱动并联机构动力学建模及性能指标。
E-mail: guof_ysu@163.com
- 张立杰(通信作者), 男, 1969 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为并联机构及机器人技术。
E-mail: ljzhang@ysu.edu.cn