DOI: 10.3901/JME.2019.02.186

无失效数据场合智能换刀机器人中轴承的 可靠性评估*

李海洋^{1,2} 谢里阳^{1,2} 刘 杰^{1,2} 袁延凯^{1,2} 姚常辉^{1,2} 姜春龙^{1,2}

(1. 东北大学机械工程与自动化学院 沈阳 110819;

2. 东北大学航空动力装备振动及控制教育部重点实验室 沈阳 110819)

摘要: 在目前无失效数据可靠性评估方法中, 采用一个模型很难同时得到参数的点估计和置信区间估计。如果采用不同方法分别进行点估计和区间估计, 则会造成结果的一致性问题。为此在无失效数据情况下对某型号智能换刀机器人系统中转动关节处的滚动轴承进行可靠性分析, 提出一种新的无失效数据可靠性评估模型。新模型采用 E-Bayes 方法推导出产品寿命概率分布曲线, 进而得到产品可靠度的点估计。再利用参数 Bootstrap 法从寿命概率分布中重新抽取新样本, 通过新样本获得产品可靠度的区间估计。在不降低结果可信度的情况下, 同时得到产品可靠度的点估计和区间估计。算例分析结果表明, 在威布尔分布条件下, 新模型不仅能够满足可靠性评估的要求, 还可以提高可靠度区间估计精度。所提模型已经验证在进行无失效数据可靠性评估过程中具有良好的可行性, 且便于工程应用。

关键词: 可靠性评估; 无失效数据; E-Bayes 方法; 参数 Bootstrap 法; 威布尔分布

中图分类号: TB114

Reliability Evaluation of Bearings in the Intelligent Robot for Changing the Hob without Failure Data

LI Haiyang^{1,2} XIE Liyang^{1,2} LIU Jie^{1,2} YUAN Yankai^{1,2} YAO Changhui^{1,2} JIANG Chunlong^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819;

2. Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-Propulsion Systems of Ministry of Education,
Northeastern University Shenyang 110819)

Abstract: It is difficult to obtain the point estimation and confidence interval estimation of the parameters simultaneously by using a single model in the current reliability evaluation method of zero-failure data. If different methods are used for point estimation and interval estimation, the consistency of the results will be caused. In order to solve this problem, the reliability analysis of rolling bearings at rotating joints in an intelligent tool changing robot system without failure data is carried out, and a new reliability evaluation model based on zero-failure data is proposed. The E-Bayes method is adopted by the new model to derive the probability distribution curve of product life, and then the point estimation of product reliability is obtained. Then, the parameter Bootstrap method is used to re-extract new samples from the life probability distribution, and the interval estimation of product reliability is obtained from the new samples. The point estimation and interval estimation of product reliability are obtained simultaneously without reducing the credibility of the result. The case analysis shows that the new model not only meets the requirements of reliability assessment, but also improves the accuracy of reliability interval estimation under Weibull distribution. The proposed model is validated to be feasible in the process of reliability evaluation of zero-failure data, and it is also convenient for engineering application.

Key words: reliability evaluation; zero-failure data; E-Bayes method; parameter Bootstrap method; Weibull distribution

0 前言

随着科技的进步, 工业机器人因为重复精度高、

可靠性好、适应环境能力强等优点, 已经在智能制造与工业生产各个领域中广泛应用^[1]。从机械系统可靠性的角度分析, 机器人关节部分的可靠性水平将直接影响机器人的运行可靠性。在转动关节部位一般采用滚动轴承或者滑动轴承, 轴承的可靠性尤为关键。高品质轴承通常具有长寿命和无失效的特

* NSFC-辽宁联合基金和辽宁重大装备制造协同创新中心资助项目。
20180319 收到初稿, 20180910 收到修改稿

点, 在进行可靠性试验过程中, 常出现试验停止却无试样发生失效的现象。因此, 在无失效数据条件下研究轴承的可靠性评估问题具有重要实际意义^[2]。

无失效数据情形常出现在可靠性试验的定时截尾试验中, 属于一种特殊情况。但是, 随着科技的进步, 高可靠性产品的寿命越来越长, 由于时间和成本的限制, 在进行可靠性试验的过程中出现无失效数据情况同样地越来越多。利用当前的无失效数据可靠性评估方法得到可接受的产品寿命分布的相关参数点估计并不难^[3-5]。若要得到寿命分布参数的真值就变得十分困难, 为了提高可靠性评估的效果而引入参数的区间估计是非常必要的。

对无失效数据条件下轴承进行可靠性评估, 需要预判轴承产品的寿命分布类型, 经过国内外学者大量研究可知假设轴承寿命服从威布尔分布是合理的^[6-7]。在无失效数据情况下产品寿命分布参数估计中, Bayes 方法因其能够充分利用产品的先验信息能够提高可靠性评估的精度, 而得到广泛应用^[8-9]。茆诗松等^[10]将多层 Bayes 方法引入产品失效概率的估计, 通过估计出各个截尾时间处的失效概率而配出一条产品寿命分布曲线, 再得到产品可靠度的点估计。HAN^[11]在指数分布条件下, 利用 Bayes 方法和多层 Bayes 方法估计出产品各个截尾时间的失效概率, 进而得到无失效数据情形可靠度的估计。在威布尔分布条件下, 刘海涛等^[12]利用分布函数自身凹凸性的特点得到产品可靠性参数的 Bayes 估计。考虑到失效概率为减函数, 韩明^[13-14]将 Beta 分布作为先验分布。在 Bayes 方法基础上提出了 E-Bayes 方法, 多层 Bayes 方法求解过程复杂, 有时甚至需要采用数值积分才能求解, 而 E-Bayes 方法克服这些方面不足并提高可靠性分析效率。蔡国梁等^[15]通过控制样本量变化, 对比分析了多层 Bayes 方法和 E-Bayes 方法, 结果表明在样本量足够大时两种法所得结果极为接近。在样本量充足情况下, E-Bayes 方法不仅求解过程简单, 且得到评估效果与多层 Bayes 方法差别不大。

上述参数估计 Bayes 方法往往只能得到产品可靠性参数的点估计, 置信限分析法在无失效数据可靠性评估中的应用, 是对可靠性参数区间估计的有益尝试。傅惠民等^[16]在威布尔分布条件下, 假设形状参数为已知, 从而得到产品使用寿命与可靠度的置信下限。HAN 等^[17-19]进一步提出了最优置信限方法, 并在不同的寿命分布类型中应用, 根据实际可靠性分析要求得到可靠度的单侧置信限。贾祥等^[20]为提高可靠性评估结果的可信性, 通过改进配分布曲线法, 使得可靠性分析结果既包含点估计, 也包

含置信区间估计。此外, 在小样本情况下, 为了扩大无失效数据样本量, 罗巍等^[21-22]将 Bootstrap 方法引入无失效数据可靠性分析, 运用不确定性原理得到可靠性函数的区间估计。

经过以上分析可知, 对无失效数据和极少失效数据情形下的可靠度估计问题, 现有方法往往只能得到参数的点估计, 或者只能得到参数的单侧置信区间估计, 很难同时得到参数的点估计和置信区间估计。考虑到这些问题, 提出一种在不降低评估结果可信度的情况下, 同时得到产品可靠度的点估计和区间估计新模型。该模型利用 E-Bayes 方法得到各个截尾时间处的产品失效概率估计, 然后利用配分布曲线方法配出一条产品寿命概率分布曲线, 并得到产品可靠度的点估计。引入参数 Bootstrap 法的思想从已经得到产品寿命概率分布曲线中重新取样本, 通过新样本估计出产品可靠度的置信区间估计。最终通过与其他方法对比分析, 验证新模型不仅操作简便, 且得到可靠度置信区间估计精度更高。

1 轴承的寿命分布与无失效数据样本

1.1 轴承的寿命分布类型

近年来, 由于地铁工程与隧道工程在全球范围内展开, 盾构法在施工过程中优势明显而得到广泛采用^[23]。盾构机(Tunnel boring machine, TBM)在隧道的掘进过程中, 需要进行多次换刀作业, 常规带压换刀条件苛刻并且伴随着危险, 所以需要智能机器人换刀系统来辅助完成工作。从机械可靠性角度分析可知, 机器人关节部位属于机器人的薄弱环节, 关节部位安全可靠地运行是机器人机构运动精度和能够完成规定动作的重要保证。对应用于智能换刀机器人机械系统中关节部位的滚动轴承进行可靠性评估具有一定的实际意义。

滚动轴承的寿命概率分布类型常用威布尔分布来表示^[6], 其分布函数为

$$F(t, \beta, g) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{g} \right)^\beta \right] \quad (1)$$

式中, g 为尺度参数, 该参数是与产品的寿命函数的分散程度相关的参数, 代表产品的特征寿命。 β 为形状参数, 是与产品的失效机理相关的参数, β 的变化表示多个失效原因相互作用, 形状参数数值的大小则与轴承材料有关。

杨晓蔚^[24]对洛阳轴承研究所国家轴承质量监督中心和各有关轴承企业长期积累的 135 组, 6 种类型、52 种型号、共 2 031 套轴承的疲劳寿命试验

数据分析,得到形状参数球轴承的可取值 1.5,滚动轴承的可取值 1.7。当形状参数取值为 2.0 时能够满足常规可靠性分析要求。因此在确认轴承寿命符合威布尔分布规律的前提下,关键的问题在于分布参数估计精度研究。

由威布尔分布函数可以得到概率密度函数与可靠度函数分别为

$$f(t, \beta, g) = \frac{\beta t^{\beta-1}}{g^\beta} \exp \left[-\left(\frac{t}{g} \right)^\beta \right] \quad (2)$$

$$R(t) = \exp \left[-\left(\frac{t}{g} \right)^\beta \right] \quad (3)$$

1.2 仿真生成轴承的无失效数据样本

为了对某型号智能换刀机器人机械系统中转动关节处的滚动轴承进行可靠性分析,进行 j 组可靠性定时截尾试验,按照从小到大进行排序后截尾时间记为 $T_1, T_2, \dots, T_j (T_1 < T_2 < \dots < T_j)$, 每组参加试验样本的数量为 $n_1, n_2, \dots, n_j$ 。若在可靠性试验结束时,没有轴承试样发生失效,得到的试验数据则为无失效数据样本。此时,轴承的无失效数据可以表示为 $(T_i, n_i) (i=1, 2, \dots, j)$ 。对于无失效数据信息存在这样的规律:各个截尾时间对应产品的失效概率为 p_i , 则有 $p_1 < p_2 < \dots < p_j$; 并记 $s_i = n_i + n_{i+1} + \dots + n_j$, 此参数表示运行时间不小于截尾时间 T_i 的试样总数。

在无失效数据情况下,为了验证提出新模型的稳健性和适用性,根据文献[25]的做法,利用 Monte Carlo 方法生成一组服从威布尔分布的随机数(随机数的数量要大于轴承可靠性试验的套数,生成的随机数数量是 600),这组数据的分布参数取值为 $\beta = 2.0$, $g = 2000$, 得到一组(共 $l = 55$ 个试样)滚动轴承的无失效数据,如表 1 所示。

表 1 轴承的无失效数据

序号 i	截尾时间 T_i/h	轴承套数 $n_i/\text{套}$	未失效样品 总数 $s_i/\text{套}$
1	111	10	55
2	352	9	45
3	451	8	36
4	510	7	28
5	577	6	21
6	634	5	15
7	665	4	10
8	697	3	6
9	736	2	3
10	826	1	1

对于截尾时间的选取原则是将生成的 600 个随机数(远大于无失效数据样本数量)按照从小到大排序,依次将每 10 个数据分成一组。取前 10 组,再

选取每组中最小的数据,然后取略小于该数据的数值作为一个截尾时间点。也就是说,假设在该时间停止试验时没有试样失效发生。该例子中滚动轴承共 55 套,每个截尾时间点参加试验的轴承套数为 n_i , 依次递减,每个截尾时间点尚未发生失效的样品的总数为 s_i 。数值仿真生成无失效数据样本的目的是验证新模型评估结果与真值之间差距与评估效果。

2 产品可靠度的点估计

2.1 配分布曲线法

配分布曲线法由茆诗松等^[26]提出,该方法具体操作流程如图 1 所示,其中关键部分是产品失效概率的估计。

图 1 配分布曲线法思路框架

2.2 失效概率的 E-Bayes 估计

如果失效概率 p_i 的先验分布为共轭 Beta 分布,其概率密度表达形式为

$$\begin{cases} \pi(p_i | a, b) = p_i^{a-1} (1-p_i)^{b-1} / B(a, b) \\ 0 < p_i < 1, a > 0, b > 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中, Beta 函数 $B(a, b) = \int_0^1 t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt$ 。

由于失效概率 p_i 为减函数,通过选择参数 a, b 的取值可使 $\pi(p_i | a, b)$ 满足要求,对其求导可得

$$\frac{d\pi(p_i | a, b)}{dp_i} = \frac{p_i^{(a-2)} (1-p_i)^{b-2} [(a-1)(1-p_i) - (b-1)p_i]}{B(a, b)} \quad (5)$$

当 $0 < a \leq 1$ 、 $b > 1$ 时,即 $\frac{d\pi(p_i | a, b)}{dp_i} < 0$ 可满足失

效概率 p_i 为减函数。根据 Beta 函数的性质,当参数 $a=1$ 时, b 的取值越大 Beta 函数的尾部越细,会导

致 Bayes 估计的稳健性变差^[27]。所以参数 b 的取值设置一个上限 c (c 为大于 1 的常数), 定义超参数 b 的取值范围是 $1 < b < c$ 。参数 a 取值为 1 时, p_i 的先验概率密度函数为

$$\pi(p_i | b) = b(1 - p_i)^{b-1} \quad (6)$$

式中, $0 < p_i < 1$ 。根据文献[28]得到 p_i 的 E-Bayes 估计 $\hat{p}_i$, $\hat{p}_i = \int_G \hat{p}_i(b) \pi(b) db = E[\hat{p}_i(b)]$ 。

式中, $G = \{b: 1 < b < c\}$ 。该估计值是 p_i 的 Bayes 估计 $\hat{p}_i$ 对超参数 b 的数学期望。在平方损失下, 若 b 先验分布为 $\pi(b) = 1/(c-1)$, 对应 p_i 的 E-Bayes 估计值为^[28]

$$\hat{p}_i = \frac{1}{c-1} \ln \frac{s_i + c + 1}{s_i + 2} \quad (7)$$

2.3 可靠度的点估计

在任务时间 $t = T_i$ 时, 对应的产品失效概率为 p_i 。此时, 失效概率满足等式 $p_i = 1 - \exp[-(T_i / \theta)^\beta]$, ($i = 1, 2, \dots, k$)。通过对等式两边取对数, 可以得到 $\ln T_i = \ln \theta + \beta^{-1} \ln \ln(1 - p_i)^{-1}$ 。将 p_i 和 $\hat{p}_i$ 等效替换, 令 $y_i = \ln T_i$, $x_i = \ln \ln(1 - p_i)^{-1}$, $\mu = \ln \theta$, $\sigma = \beta^{-1}$ 。可得

$$y_i = \mu + \sigma x_i + \varepsilon_i \quad (8)$$

式中, ε_i 是 p_i 和 $\hat{p}_i$ 做等效替换产生的误差, 由于误差数值较小, 常将其省略。

在无失效数据的可靠性分析过程中, 较长的截尾时间对应的数据更重要, 也就是说, 数值较大 T_i 对应的 n_i 和 s_i 比较重要。为了体现上述参数的重要性, 在估计产品寿命分布参数时采用加权最小二乘法^[20], 加权系数的表达式为

$$\omega_i = n_i T_i / \sum_{i=1}^k n_i T_i \quad (9)$$

在 $\sum_{i=1}^k \omega_i (y_i - \hat{\mu} + \hat{\sigma} x_i)^2$ 最小时, 可以得到 μ 和 σ 的估计值 $\hat{\mu}$ 和 $\hat{\sigma}$, 即

$$\begin{cases} \hat{\mu} = \frac{BC - AD}{B - A^2} \\ \hat{\sigma} = \frac{D - AC}{B - A^2} \end{cases} \quad (10)$$

式中, $A = \sum_{i=1}^k \omega_i x_i$, $B = \sum_{i=1}^k \omega_i x_i^2$, $C = \sum_{i=1}^k \omega_i y_i$,

$D = \sum_{i=1}^k \omega_i x_i y_i$ 。此时, 尺度参数的估计为 $\hat{\theta} = \exp(\hat{\mu})$,

形状参数的估计为 $\hat{\beta} = 1 / \hat{\sigma}$ 。根据式(3)和文献[20]可得到产品可靠度的点估计为

$$\hat{R}(t) = \exp \left[- \left(\frac{t}{\hat{\theta}} \right)^{\hat{\beta}} \right] \quad (11)$$

3 产品可靠度的置信区间估计

通过上一节的分析可知, 通过参数估计得到的轴承寿命概率分布函数为

$$\hat{F}(t, \hat{\theta}, \hat{\beta}) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{\hat{\theta}} \right)^{\hat{\beta}} \right] \quad (12)$$

为了得到产品可靠度的区间估计, 引入参数 Bootstrap 法^[29], Bootstrap 方法是一种增广样本统计方法。其利用现有试验样本的经验分布 F_n 代替未知总体分布, 通过重复抽样增大样本量, 能充分利用子样本本身的信息, 对于总体分布类型不需要作假设。

参数 Bootstrap 法应用于可靠度参数的区间估计基本思路为: 将 $\hat{F}(t, \hat{\theta}, \hat{\beta})$ 作为无失效数据轴承产品的总体分布函数, 从中抽取独立同分布的随机样本 $X = (X_1, X_2, \dots, X_l)$; 重新抽取的新 Bootstrap 样本容量要保持与初始的无失效数据样本是等量的, 将新样本记作 $X^* = (X_1^*, X_2^*, \dots, X_l^*)$; β 是总体分布的一个参数, β 的 Bootstrap 估计值通过 $\hat{\beta}^* = \beta(X_1^*, X_2^*, \dots, X_l^*)$ 获得; 经过 m 次重复抽样将会得到 m 个参数 β 的 Bootstrap 估计值, 记为 $\beta_j^* = \beta(X_j^*)$ ($j = 1, 2, \dots, m$); 为了对产品的可靠度进行区间估计, 将 $R(t)$ 作为最终需要获得参数; 在经过 m 次重复抽样将得到 m 个可靠度的估计, 将其按照从小到大排序后为 $\hat{R}'_1(t), \hat{R}'_2(t), \dots, \hat{R}'_m(t)$; 在置信水平为 $1 - \alpha$ 情况下, 根据百分位法得到产品可靠度的区间估计为 (R'_l, R'_u) , 式中, $\alpha / 2$ 为分位点, $l_1 = m\alpha / 2$, $u_1 = m(1 - \alpha / 2)$ 。

值得注意的是在上述产品可靠度区间估计过程中 $\hat{R}'_m(t)$ 的求解需要详细说明。将重新抽取的新样本带有总体分布的信息, 这是无失效数据的参数估计方法将不再适用。在威布尔分布情况下, 产品寿命分布参数的估计方法有很多^[30-31]。由于样本量对区间估计的精度影响较大, 而新样本的大小已经固定。因此, 利用矩估计方法对新样本进行参数估计。根据文献[32]得到两参数威布尔的分布的参数估计 $\hat{\theta}'$ 和 $\hat{\beta}'$ 为

$$\hat{\theta}' = \exp \left\{ \overline{\ln X'} + \frac{\sqrt{6}\gamma}{\pi} \left[\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \ln^2 X'_i - (\overline{\ln X'})^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (13)$$

$$\hat{\beta}' = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \left[\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \ln^2 X'_i - (\overline{\ln X'})^2 \right]^{-1/2} \quad (14)$$

式中, 将 $(X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$ 为新样本, 是从产品寿命分布函数 $X \sim W(\hat{\theta}, \hat{\beta})$ 中抽取的, $\overline{\ln X'} = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \ln X'_i$ 。通过每组新样本得到与之对应的产品可靠度估计为^[32]

$$\hat{R}'(t) = \exp \left[- \left(\frac{t}{\hat{\theta}'} \right)^{\hat{\beta}'} \right] \quad (15)$$

4 新模型可靠性评估

通过 E-Bayes 方法估计得到的各个结尾时间对应的轴承的失效概率结果列于表 2。关于参数 c 的取值对失效概率估计的影响在文献[33]中有过详细的论述, 根据文献[33]在本模型中的参数 c 取值为 4。

表 2 轴承的失效概率 E-Bayes 估计

序号 i	截尾时间 T_i/h	失效概率估计值 $\hat{p}_i$
1	111	0.017 1
2	352	0.020 6
3	451	0.025 3
4	510	0.031 8
5	577	0.040 9
6	634	0.054 2
7	665	0.074 4
8	697	0.106 2
9	736	0.156 7
10	826	0.231 0

新模型利用无失效数据对产品进行可靠性评估, 在不降低结果可信度的前提下, 能够同时得到可靠度的点估计与置信区间估计, 基本流程如图 2 所示。

从图 2 中可以看出通过 E-Bayes 方法估计出产品的失效概率并利用配分布曲线法生成轴承的寿命概率分布曲线是新模型展开评估的重要基础。

通过第 2.3 节加权最小二乘法得到轴承寿命分布的参数估计和, 其结果列于表 3 中。相对误差 (Magnitude of relative error, MRE) 能反映参数估计的可信程度, 在这里定义参数估计的误差为^[34]

$$MRE = \frac{|\varphi - \hat{\varphi}|}{\varphi} \quad (16)$$

式中, φ 为参数的真值, $\hat{\varphi}$ 为参数的估计值。

表 3 轴承的寿命分布相关参数的估计

威布尔分布参数估计值		参数估计误差	
$\hat{\theta}$	$\hat{\beta}$	MRE $\hat{\theta}$	MRE $\hat{\beta}$
1 929	2.324 3	0.035 5	0.162 2

图 2 新模型可靠性评估流程图

从表 3 中可以看到, 尺度参数的相对误差为 0.035 5, 形状参数的误差为 0.162 2, 基本满足无失效数据产品的可靠性分析要求。

由于已经得到了轴承产品的寿命概率分布函数的参数估计, 根据式(11)可以得到产品可靠度的点估计, 为了更好地展现可靠度随任务时间变化, 取任务时间范围 0~2 000 h。关于可靠度的区间估计还有一个重要参数需要确定, 即利用参数 Bootstrap 法重复抽样的次数 m 的取值。在任务时间为 2 000 h 时, 根据估计得到的可靠度区间波动情况确定 m 值。通过前面的分析可知, 新抽取的样本数量为 55, 重复抽样 m 次时, 通过式(13)、(14)能够得到 m 组参数估计, 最终将得到 m 条新的寿命概率分布曲线。在置信水平 $1 - \alpha = 0.90$ 条件下, 根据百分位法得到可靠度区间估计上限 $R'_{\alpha/2}$ 在 $\frac{\alpha}{2} \times m$ 处, 下限 $R'_{1-\alpha/2}$ 在 $\frac{\alpha}{2} \times m$ 处。选择抽样次数从 10 次到 10 000 次, 可靠度区间宽度变化与上下限的波动情况如图 3 所示。

从图 3 中的可靠度区间估计变化情况可知, 在抽样次数小于 1 000 时, 区间估计宽度变化的同时区间估计的上限和下限波动明显。在抽样次数 1 000~5 000 之间是区间估计的波动趋于平缓, 当

图3 可靠度区间估计波动情况

重复抽样次数 5 000~10 000 时,区间估计的宽度和上下限波动都不再变化。为了得到较好的评估效果,本模型中重复抽样次数定为 5 000 次,即 $m=5\,000$ 。

新模型同时得到轴承产品的可靠度点估计和区间估计随着任务时间的增长变化情况如图 4 所示。

图4 轴承的可靠度随着任务时间变化曲线

从图 4 中可以看出,随着任务时间的增长,产品的可靠度呈现出下降的趋势。在任务时间较短时无论可靠度的点估计与真值非常接近,区间估计包含真值并且区间宽度也比较小,说明新模型在任务时间较短的范围内得到的产品可靠度估计效果很好。随着轴承的任务时间从 500 h 增加至 1 500 h,可靠度的点估计逐渐开始偏高于真值,可靠度的区间估计宽度趋于不变并包含真值。任务时间从 1 500 h 增加至 2 000 h,可靠度的点估计略低于真值,可靠度的区间估计包含真值。采用新模型进行可靠性评估完全能够满足无失效数据产品的可靠性分析要求。

5 对比分析

由于通过产品的无失效数据样本很难确定产品可靠性参数的真值,置信限分析法给出参数的置信区间估计,因此加强了可靠性评估结果的可信性。在文献[18]中对寿命服从能够威布尔分布条件下的

产品进行研究,在形状参数为已知的条件下,给出尺度参数的双侧置信限的估计,进而得到可靠度区间估计。

为了对提出的新模型评估结果进行对比分析,假设形状参数 $\beta' = 2.0$ 为已知,根据文献[18]可以得到尺度参数的区间估计的下限与上限

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{g}_l'' &= \left[\frac{\sum_{i=1}^k n_i t_i^{\beta'}}{-\ln(\alpha/2)} \right]^{1/\beta'} \\ \hat{g}_u'' &= \left[\frac{\sum_{i=1}^k n_i t_i^{\beta'}}{-\ln(1-\alpha/2)} \right]^{1/\beta'} \end{aligned} \right. \quad (17)$$

式中, $\hat{g}_l''$ 为尺度参数区间估计的下限, $\hat{g}_u''$ 为上限。根据式(11)能够得到在置信水平为 α 时,产品可靠度的区间估计下限与上限

$$\left\{ \begin{aligned} R_l''(t) &= \exp \left[\frac{t^{\beta'} \ln(\alpha/2)}{\sum_{i=1}^k n_i t_i^{\beta'}} \right] \\ R_u''(t) &= \exp \left[\frac{t^{\beta'} \ln(1-\alpha/2)}{\sum_{i=1}^k n_i t_i^{\beta'}} \right] \end{aligned} \right. \quad (18)$$

式中, $R_l''(t)$ 为可靠度区间估计的上限, $R_u''(t)$ 为下限。

为了体现新模型在产品可靠度区间估计的精度上的优势,只对可靠度区间估计结果进行了对比分析。在置信水平为 0.90,任务时间从 0~2 000 h 时,估计得到可靠度随着任务时间增加变化情况。为了更清楚表达可靠度区间估计的结果,将新模型的名字定义为 Model 1,将置信限分析法的模型定义为 Model 2。可以得到两个模型产品可靠度的区间估计随着任务时间变化如图 5 所示。

从图 5 中可以看出利用 Model 1 得到的可靠度区间估计结果明显优于 Model 2 的。当任务时间的增加由 Model 2 计算得到的可靠度区间宽度已经开始变宽,并逐渐偏离真值,在任务时间太长时已经失去了区间估计的意义。

为了说明区间宽度变化情况,将区间宽度定义为 $\hat{R}_{sz} = |R_{uz}(t) - R_{lz}(t)|$ ($z=1,2$),随着任务时间的增加,可以得到两个模型区间宽度变化如图 6 所示。

图 5 两种模型计算得到的可靠度区间估计

图 6 两种模型可靠度估计宽度变化趋势

从图 6 结果可以看出,在任务时间超过 1 000 h 时,通过 Model 1 计算得到的可靠度区间估计宽度小于 0.2,且计算结果数值明显小于 Model 2 的。所以 Model 1 得到的结果精度更高。两个模型计算得到的可靠度区间估计宽度在任务时间 0~1 000 h 时虽然接近,但 Model 2 的偏离真值较大。在任务时间 2 000 h 时,Model 2 计算得到的可靠度估计区间宽度达到 0.6,且随着任务时间的区间宽度增长速率变大。

6 结论

(1) 在无失效数据情况下,通过对应用于智能换刀机器人关节处的轴承进行可靠性分析可知,所提出的新模能够同时得到产品可靠度的点估计和区间估计且不降低结果可信度,能够满足可靠性评估要求。

(2) 通过与置信限法可靠性参数区间估计模型进行对比分析,可知新模型不仅所得到区间估计精度更高,且不需要提前已知形状参数的情况下就能得到产品可靠度区间估计。新模型具有操作简单和提高可靠性分析精度高等优点。

(3) 提出的无失效数据可靠评估模型中的思想

不仅适用于轴承类产品分析,同时也适用于寿命服从其他分布类型的高质量、长寿命产品的无失效数据可靠性分析。

参 考 文 献

- [1] LEI Jingtao, YU Huangying, WANG Tianmiao. Dynamic bending of bionic flexible body driven by pneumatic artificial muscles(PAMs) for spinning gait of quadruped robot[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 29(1): 11-20.
- [2] DING Feng, YIN Liucheng, DANG Liuqiang. Reliability assessment of the small sample aero-engine bearings[J]. Advanced Materials Research, 2014, 986-987: 858-861.
- [3] LIU Jianfeng, YIN Yichao, FU Guozhong, et al. Notice of retraction a fusion method of zero-failure data in different environments for reliability assessment of success-failure type products[C]// International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering. IEEE, 2013: 1102-1105.
- [4] 韩明. 无失效数据情形可靠性参数的估计和调整[J]. 应用数学, 2006, 19(2): 325-330.
HAN Ming. Estimation and rectification of reliability parameters in the case of zero-failure data[J]. Mathematica Applicata, 2006, 19(2): 325-330.
- [5] NAGATA H, LI Yagang, MAACK D R, et al. Reliability estimation from zero-failure LiNbO₃ modulator bias drift data[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2004, 16(6): 1477-1479.
- [6] ALI J B, CHEBEL-MORELLO B, SAILDI L, et al. Accurate bearing remaining useful life prediction based on Weibull distribution and artificial neural network[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2015, 56-57: 150-172.
- [7] MA Meng, CHEN Xuefeng, WANG Shibin, et al. Bearing degradation assessment based on weibull distribution and deep belief network[C]//International Symposium on Flexible Automation, IEEE, 2016: 382-385.
- [8] YANG Jianwei, WANG Jinhai, XIE Yidong. Bayesian method for reliability assessment based on zero-failure data under small sample size: Application for high speed railway vehicle[J]. Information Technology Journal, 2013, 12(21): 6203-6207.
- [9] BREMERMAN M V. Practical Bayesian methods for determining device failure rates from zero-failure data[C]//Reliability and Maintainability Symposium, IEEE, 2013: 1-6.
- [10] 茆诗松, 夏剑锋, 管文琪. 轴承寿命试验中无失效数据的处理[J]. 应用概率统计, 1993(3): 326-331.

- MAO Shisong, XIA Jianfeng, GUAN Wenqi. The reliability analysis of zero-failure data for bearing life test[J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 1993(3): 326-331.
- [11] HAN Ming. Bayesian estimation and hierarchical Bayesian estimation of zero-failure data[J]. Chinese Quarterly Journal of Mathematics, 2001, 16(1): 65-70.
- [12] 刘海涛, 张志华. 威布尔分布无失效数据的 Bayes 可靠性分析[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(11): 103-108.
- LIU Haitao, ZHANG Zhinhua. Bayesian reliability analysis of Weibull zero-failure data[J]. System Engineering Theory and Practice, 2008, 28(11): 103-108.
- [13] 韩明. 多层先验分布的构造及其应用[J]. 运筹与管理, 1997(3): 31-40.
- HAN Ming. The structure of hierarchical prior distribution and application[J]. Operations Research and Management Science, 1997(3): 31-40.
- [14] 韩明. 产品无失效数据的综合处理[J]. 机械工程学报, 2003, 39(2): 129-132.
- HAN Ming. Synthesized process for zero-failure data of the products[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(2): 129-132.
- [15] 蔡国梁, 吴来林, 唐晓芬. 双超参数无失效数据的 E-Bayes 可靠性分析[J]. 江苏大学学报, 2010, 31(6): 736-739.
- CAI Guoliang, WU Laifen, TANG Xiaofen. E-Bayes reliability analysis of double hyper parameters zero failure data[J]. Journal of Jiangsu University, 2010, 31(6): 736-739.
- [16] 傅惠民, 张勇波. Weibull 分布定时无失效数据可靠性分析方法[J]. 航空动力学报, 2010, 25(12): 2807-2810.
- FU Huimin, ZHANG Yongbo. Method of reliability analysis for time truncated zero-failure data based on Weibull distribution[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(12): 2807-2810.
- [17] HAN Ming. Confidence limit of reliability parameters in the case of zero-failure data[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2004, 21(2): 245-244.
- [18] JIANG Renbin, JIANG Danyu. Fiducial lower confidence limits of reliability for a standby system based on zero-failure data[J]. J. Zhejiang Univ. Sci. Ed, 2010(6): 629-632.
- [19] 韩明. Weibull 分布可靠性参数的置信限[J]. 机械强度, 2009, 31(1): 59-62.
- HAN Ming. Confidence limits of reliability parameters for Weibull distribution Journal[J]. Journal of Mechanical Strength, 2009, 31(1): 59-62.
- [20] 贾祥, 王小林, 郭波. 极少失效数据和无失效数据的可靠性评估[J]. 机械工程学报, 2016, 52(2): 182-188.
- JIA Xiang, WANG Xiaolin, GUO Bo. Reliability assessment for very few failure data and zero-failure data[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(2): 182-188.
- [21] 罗巍, 张春华, 谭源源, 等. 基于 Bootstrap 的可修系统贮存可用度近似置信下限评估方法[J]. 兵工学报, 2010, 31(3): 391-395.
- LUO Wei, ZHANG Chunhua, TAN Yuanyuan, et al. Estimating method of the approximate confidence lower limit of repairable system storage availability based on Bootstrap[J]. Acta Armamentarii, 2010, 31(3): 391-395.
- [22] 夏新涛, 叶亮, 李云飞, 等. 基于多层自助最大熵法的可靠性评估[J]. 兵工学报, 2016, 37(7): 1317-1329.
- XIA Xintao, YE Liang, LI Yunfei, et al. Reliability evaluation based on hierarchical Bootstrap maximum entropy method[J]. Acta Armamentarii, 2016, 37(7): 1317-1329.
- [23] LIANG R, WU W, YU F, et al. Simplified method for evaluating shield tunnel deformation due to adjacent excavation[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, 71: 94-105.
- [24] 杨晓蔚. 滚动轴承疲劳寿命威布尔分布三参数的研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2003.
- YANG Xiaowei. Study on three parameters of Wipur distribution for fatigue life of rolling bearings[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2003.
- [25] 宁江凡, 鄢小清, 张士峰. 液体火箭发动机无失效条件下的可靠性分析方法[J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(5): 22-25.
- NING Jiangfan, YAN Xiaoqing, ZHANG Shifeng. Study on reliability analysis method for liquid rocket engine in the case of zero-failure data[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2006, 28(5): 22-25.
- [26] 茆诗松, 王玲玲, 濮晓龙. 威布尔分市场合无失效数据的可靠性分析[J]. 应用概率统计, 1996(1): 94-107.
- MAO Shisong, WANG Lingling, PU Xiaolong. Reliability analysis for Weibull zero-failure data[J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 1996(1): 94-107.
- [27] BERGER J O. Statistical decision theory and Bayesian analysis[J]. Springer, 2002, 83(401): 266.
- [28] 韩明. 失效概率的 E-Bayes 估计及其性质[J]. 数学物理学报, 2007, 27A(3): 488-495.
- HAN Ming. E-Bayes estimation of failure probability and its properties[J]. Acta Mathematica Scientia, 2007, 27A(3): 488-495.
- [29] JOSHI M, SEIDEL-MORGENSTERN A, KREMLING A. Exploiting the bootstrap method for quantifying parameter

- confidence intervals in dynamical systems[J]. *Metabolic Engineering*, 2006, 8(5): 447.
- [30] FLYGARE M E, AUSTIN J A, BUCKWALTER M. Maximum likelihood estimation for the 2-parameter Weibulldistribution based on interval-data [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2009, R-34(1): 57-59.
- [31] HONG HP. Selection of regressand for fitting the extreme value distributions using the ordinary, weighted and generalized least-squares methods[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2013, 118(10): 71-80.
- [32] BAIN L. Inferences based on censored sampling from the Weibull or extreme-value distribution [J]. *Technometrics*, 1972, 14(3): 693-702.
- [33] 高攀东, 沈雪瑾, 陈晓阳, 等. 无失效数据下航空轴承的可靠性分析[J]. *航空动力学报*, 2015, 30(8): 1980-1987.
- GAO Pandong, SHEN Xuejin, CHEN Xiaoyang, et. Reliability analysis for aircraft bearing with zero-failure data[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(8): 1980-1987.
- [34] STENSRUD E, FOSS T, KITCHENHANM B, et al. An empirical validation of the relationship between the magnitude of relative error and project size[C]// *Software Metrics*, 2002. *Proceedings. Eighth IEEE Symposium on IEEE*, 2002: 3-12.
-
- 作者简介: 李海洋, 男, 1987 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机械可靠性理论与结构疲劳。
E-mail: naxiaozi_a@126.com
- 谢里阳, 男, 1962 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为可靠性理论与结构疲劳。
E-mail: lyxie@mail.neu.edu.cn