DOI: 10.3901/JME.2019.13.013

航空发动机快变信号的匹配同步压缩变换研究*

陈雪峰¹ 王诗彬¹ 程礼²

(1. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室 西安 710049;
2. 空军工程大学航空航天工程学院 西安 710038)

摘要: 航空发动机快变信号特征提取是航空发动机健康监测与故障诊断的关键技术之一。针对航空发动机快变信号特征提取需求及其瞬时频率快变的特点,提出了匹配同步压缩变换方法。构造了匹配快变信号调频结构的瞬时频率估计算子,能同时考虑快变信号时频能量随频率和时间方向的分布,从而提高快变信号时频表示的能量聚集性,提升航空发动机快变信号提取能力。通过航空发动机主轴承寿命试验机的碰摩故障试验,以及某型航空发动机的碰摩故障诊断工程案例,验证匹配同步压缩变换方法对于航空发动机快变信号处理的有效性。工程应用结果表明,对于航空发动机转子系统动静碰摩故障,匹配同步压缩变换能够有效提取该故障导致的振动信号瞬时频率快速振荡的强时变特征,从而诊断转子系统碰摩故障。

关键词: 航空发动机; 故障诊断; 时频分析; 同步压缩变换

中图分类号: TG17

Matching Synchrosqueezing Transform for Aero-engine's Signals with Fast Varying Instantaneous Frequency

CHEN Xuefeng¹ WANG Shibin¹ CHENG Li²

(1. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049;
2. Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038)

Abstract: Feature extraction of aero-engine's vibration signals with fast time-varying instantaneous frequency (IF) plays an important role in health monitoring and fault diagnosis for aero-engines. According to the nonlinear frequency-modulated (FM) property of the aero-engine's vibration signals, a time-frequency analysis (TFA) method called matching synchrosqueezing transform (MSST) is introduced to achieve a highly concentrated TF representation comparable to the standard time-frequency reassignment methods (STFRM), even for signals with fast varying IF; furthermore, MSST retains the reconstruction benefit of synchrosqueezing transform (SST). MSST captures the philosophy of STFRM to simultaneously consider time and frequency variables, and incorporates three estimators (i.e., the IF estimator, the group delay estimator, and a chirp-rate estimator) into a comprehensive and accurate IF estimator. The effectiveness of MSST is verified by experimental and practical applications. The results of aero-engine engineering applications show that the feature of the fast varying IF caused by the rub-impact fault in an aero-engine rotor system can be effectively extracted and thus the rub-impact fault is diagnosed.

Key words: aero-engine; fault diagnosis; time-frequency analysis; synchrosqueezing transform

0 前言

航空发动机是飞机的“心脏”,是一种在高速、高温、快加速、强扰动等极端服役环境下运行的高精密复杂机械装备,被誉为现代工业“皇冠上的明珠”。我国十三五规划纲要中指出,未来五年中国计

划实施100个重大工程及项目,航空发动机排名第一。我国实施“中国制造2025”,明确将航空发动机等航空航天装备列为战略重点发展领域。

航空发动机发展史是一个伴随着故障的频繁发生、排除、再发生与再排除的过程。即使一型设计非常成功与使用情况非常良好的航空发动机,可能还会出现致命故障^[1]。碰摩故障属航空发动机的常见故障。根据美国国防媒体局报道,埃格林空军基地的F-35战机的F135发动机因长期碰摩导致发动机失效并发生着火事故,迫使所有F-35战机停飞检

* 国家重点基础研究发展计划(973计划,2015CB057400)、国家自然科学基金(51605366)、中国博士后科学基金(2016M590937)和高校基本科研业务费资助项目。20180701收到初稿,20181213收到修改稿

查^[2-3]。我国多型发动也发生过类似的碰摩故障并导致严重事故。

航空发动机的安全运行对监测诊断技术求知若渴,振动诊断技术是保障其运行安全的关键技术之一。美国 VAATE 计划将先进的振动诊断与主轴承状态监测技术列为 PHM 诊断关键技术。国外航空发动机典型 PHM 系统均包括振动 PHM 技术。例如,美国 F119 与 F135 发动机都采用前中介机匣、后支承环以及附件机匣 3 个振动加速度传感器监测发动机振动状态^[4];英国罗罗 Trent 900 的 EHM 系统同样配备振动监测与振动信号处理单元。美国普惠公司首席专家 VOLPONI^[5]在其航空发动机健康管理的过去、现状和未来的综述文章中,强调结构损伤监测与诊断,尤其是转子系统的振动状态监测,对航空发动机运行安全与事故预防的重要性。开展航空发动机健康监测与故障诊断研究、提高航空发动机运行可靠性至关重要。

航空发动机快变信号,是指航空发动机频繁变工况、大幅加减速、高转速变刚度运行等所引起的瞬时频率随时间快速变化的强时变非平稳信号,其物理特征是强调制规律的非平稳信号,数学特征是信号的相位函数导数变化快。例如,航空发动机每秒加速(或减速)可达 1 000 r/min(图 1,高压转速 100%为 13 200 r/min);高压转子发生动静碰摩故障时,发动机转子系统刚度随碰摩故障的发生而变化,振动信号的瞬时频率的变化周期小于 5 ms(图 2)。航空发动机快变信号的特征提取,是航空发动机健康监测与故障诊断的关键技术之一。时频分析理论由于其时频联合表征信号非平稳特征的优势,在机械故障诊断中取得了广泛的应用^[6]。然而,传统时

频分析方法应用于航空发动机快变信号分析时,分析性能会下降,甚至无能为力。

时频聚集性与重构性能是衡量时频分析方法性能的两个关键指标^[7],也是时频分析方法是否能够提取航空发动机快变信号特征的关键。时频重排方法通过对时频变换结果二次处理,重新排列时频能量分布,将每个时频点的能量叠加至能量中心,从而增强时频聚集性^[8]。传统时频重排方法在时间与频率两个方向同时重排信号能量,使得其通用性好、时频聚集性高,然而它不具有可逆性质,因而无法重构时域信号。同步压缩变换与传统时频重排方法不同,仅在频率单个方向重排信号时频表示,具有重构性质^[8-9]。然而同步压缩变换忽略了信号时频域能量在时间方向的分布,使得其只能处理信号瞬时频率随时间变化缓慢的信号(即局部近似谐波信号)^[10-12]。当其分析航空发动机快变信号时,由于其瞬时频率随时间变化快,导致同步压缩变换的能量分散,时频聚集性严重下降,其重构性能也随之下降。如何保证时频分析方法同时具备高时频聚集性与重构性能,是提升快变信号分析性能与故障诊断性能有待解决的问题之一。

本文针对航空发动机快变信号特征提取问题及其瞬时频率快变的特点,提出了匹配同步压缩变换方法。按照调频信号的调频规律构造的匹配瞬时频率估计算子,能够匹配快变信号调频结构,不仅能够考虑快变信号的时频能量随频率方向的分布,而且能够补偿其时频能量在时间方向的分布,从而提高快变信号时频表示的能量聚集性,提升航空发动机快变信号提取能力。通过航空发动机主轴承寿命试验机的碰摩故障试验以及某型航空发动机碰摩故障诊断的工程案例,验证匹配同步压缩变换对于航空发动机快变信号处理的有效性。工程应用结果表明:航空发动机快变信号的匹配同步压缩变换方法,对于航空发动机转子系统动静碰摩故障,能够有效提取该故障导致的振动信号瞬时频率快速振荡的周期快变特征,从而诊断转子系统碰摩故障。

1 同步压缩变换及其存在问题

1.1 短时傅里叶变换

通常,信号 $x \in L^2(\mathbf{R})$ 的短时傅里叶变换(Short-time Fourier transform, STFT)定义为

$$S_x(u, \xi) = \langle x(t), g(t-u) \exp(i\xi t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)g(t-u)\exp(i\xi t)dt \quad (1)$$

式中, $g(t)$ 为实对称的窗函数。为后文使用方便,

图 1 某航空发动机高压转子转速变化与振动幅值变化历程

图 2 转子碰摩故障时振动信号瞬时频率快速周期振荡现象

本文采用另一种形式的短时傅里叶变换: 将窗函数 $g(t)$ 时移 u 单位, 频移 ξ 单位得到短时傅里叶原子 $g_{u,\xi}(t) = g(t-u)\exp(i\xi(t-u))$, 与信号 $x(t)$ 内积为

$$S_x(u, \xi) = \langle x(t), g_{u,\xi}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \overline{g_{u,\xi}(t)} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) g(t-u) \exp(-i\xi(t-u)) dt \quad (2)$$

短时傅里叶变换的窗函数在非平稳信号处理中起着重要作用: 窗函数是否具有高的时间分辨率和频率分辨率与被分析信号的非平稳特性有关。考虑对高斯函数进行如下尺度伸缩

$$g_\sigma(t) = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} g\left(\frac{t}{\sigma}\right) = (\pi\sigma^2)^{-1/4} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

1.2 同步压缩变换

同步压缩变换(Synchrosqueezing transform, SST)在一种可逆的时频重排方法。它在线性时频变换(例如小波变换、短时傅里叶变换)基础上, 通过后处理方法提高时频表示方法的能量聚集性。同步压缩变换大致分为三步。

(1) 按照式(2)计算信号 x 的时频表示。

(2) 计算时频重排的瞬时频率(Instantaneous frequency, IF)估计算子

$$\tilde{\omega}_x(u, \xi) = \frac{\partial_u S_x(u, \xi)}{i S_x(u, \xi)} \quad (4)$$

式中, $\partial_u S_x(u, \xi) = \partial S_x(u, \xi) / \partial u$ 表示短时傅里叶变换对其时移变量的偏导数。

(3) 根据瞬时频率估计算子重排信号时频系数

$$T_x(u, \omega) = \int_{\Xi_x(u)} S_x(u, \xi) \delta(\omega - \tilde{\omega}_x(u, \xi)) d\xi$$

式中, $\Xi_x(u) = \{\xi \in \mathbf{R}; |S_x(u, \xi)| \neq 0\}$ 。

同步压缩变换的逆变换重构公式为

$$x(u) = \frac{1}{2\pi g(0)} \int T_x(u, \omega) d\omega \quad (5)$$

与传统的时频重排相比, 同步压缩变换不仅能够提升信号时频表示的聚集性, 还能够将信号的时频表示逆变换成时域信号, 从而实现信号分解或者滤波等分析。

下面简单回顾同步压缩变换具有理论保障分析性能的信号类型和分析精度。

定义 1: 设函数 $x: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{C}$, 如果 $x(t) = A(t) \cdot \exp(i\phi(t))$ 的幅值函数和相位函数满足以下条件

$$A \in L^\infty(\mathbf{R}) \cap C^1(\mathbf{R}) \quad \phi \in C^2(\mathbf{R}) \quad \phi', \phi'' \in L^\infty(\mathbf{R})$$

$$A(t) > 0 \quad \inf_{t \in \mathbf{R}} \phi'(t) > 0 \quad \sup_{t \in \mathbf{R}} \phi'(t) < \infty$$

$$|A'(t)| < \varepsilon |\phi'(t)| \quad |\phi''(t)| < \varepsilon |\phi'(t)|$$

则称函数 $x \in L^\infty(\mathbf{R})$ 为精度为 $\varepsilon > 0$ 的本征模式

(Intrinsic-mode-type, IMT)函数。

定义 2: 设函数 $x: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{C}$, 如果存在 K 个 IMT 函数, 使得 $x(t) = \sum_{k=1}^K A_k(t) \exp(i\phi_k(t))$ 中任意 IMT 函数的相位函数 $\phi_k(t)$, 对于 $\forall t \in \mathbf{R}$ 与 $\forall k \in \{1, 2, \dots, K-1\}$ 均满足如下条件

$$\phi'_{k+1}(t) - \phi'_k(t) \geq d$$

则称函数 x 为精度 $\varepsilon > 0$ 、距离 $d > 0$ 的 $\mathcal{A}_{\varepsilon,d}$ 型分离的多分量 IMT 叠加函数, 所有 $\mathcal{A}_{\varepsilon,d}$ 型分离 IMT 叠加函数的集合称之为 $\mathcal{A}_{\varepsilon,d}$ 函数类。

定理 1: 设 x 为 $\mathcal{A}_{\varepsilon,d}$ 函数类中分离的多分量 IMT 叠加函数, 令 $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon^{1/3}$ 。设函数 $h \in C^\infty(\mathbf{R})$ 满足 $\int h(t) dt = 1$; 窗函数 $g \in \mathcal{S}$ ($\mathcal{S}$ 为 Schwartz 类) 且其傅里叶变换 $\hat{g}$ 紧支于区间 $[-\frac{d}{2}, \frac{d}{2}]$ 。若 x 的短时傅里叶变换 $S_x(u, \xi)$ 的重排公式为

$$T_{x,\tilde{\varepsilon}}^\delta(u, \omega) = \int_{\Xi_{x,\tilde{\varepsilon}}(u)} S_x(u, \xi) \frac{1}{\delta} h\left(\frac{\omega - \tilde{\omega}_x(u, \xi)}{\delta}\right) d\xi$$

式中, $\Xi_{x,\tilde{\varepsilon}}(u) = \{\xi \in \mathbf{R}_+; |S_x(u, \xi)| \geq \tilde{\varepsilon}\}$ 。如果 ε 足够小, 则有以下情况。

(1) $|S_x(u, \xi)| \geq \tilde{\varepsilon}$ 仅当 $(u, \xi) \in Z_k$ 时成立, 其中 $Z_k = \{(u, \xi): |\xi - \phi'_k(u)| < \frac{d}{2}\}, k \in \{1, 2, \dots, K\}$ 。

(2) 对于 $\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$ 与任意 $(u, \xi) \in Z_k$, 当其满足 $|S_x(u, \xi)| \geq \tilde{\varepsilon}$

$$|\tilde{\omega}_x(u, \xi) - \phi'_k(u)| \leq \tilde{\varepsilon} \quad (6)$$

(3) 对于 $\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$, 存在常数 C 使得对 $\forall b \in \mathbf{R}$

$$\left| \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2\pi g(0)} \int_{|\omega - \phi'_k(u)| \leq \tilde{\varepsilon}} T_{x,\tilde{\varepsilon}}^\delta(u, \omega) d\omega \right) - A_k(u) \exp(i\phi_k(u)) \right| \leq C\tilde{\varepsilon}$$

定理 1 表明, 当信号 $x \in \mathcal{A}_{\varepsilon,d}$ 时, 同步压缩变换的重排结果 $T_{x,\tilde{\varepsilon}}^\delta(u, \omega)$ 会在 (u, ω) 平面内高聚集性地聚拢在曲线 $\omega = \phi'_k(u)$ 的一个窄带范围内, 并且利用第 k 个窄带范围内的重排结果即可高精度地重构原信号中的第 k 个 IMT 信号成分。定理 1 的第一部分表明, 当信号 $x \in \mathcal{A}_{\varepsilon,d}$ 时, 信号时频表示 $S_x(u, \xi)$ 存在 K 个互不接触的时频子区域 Z_k , 且相邻的各子区域之间 $|S_x(u, \xi)|$ 很小。同时, 在子区域 Z_k 中, $x_k(t)$ 可被其主要部分 $x_{k,1}(u, t) = A_k(u) \cdot \exp\{i[\phi_k(u) + \phi'_k(u)t]\}$ 近似。第二部分表明, 当信号 $x \in \mathcal{A}_{\varepsilon,d}$ 时, 同步压缩变换的瞬时频率估计算子能够估计信号的瞬时频率, 估计误差小于 $\tilde{\varepsilon}$, 估计精度高。也就是说, 对于局部可以近似为谐波函数的信号, 同步压缩变换的瞬时频率估计算子能够有效估计信号的瞬时频率。第三部分表明, 当信号 $x \in \mathcal{A}_{\varepsilon,d}$ 时, 同步压缩变

换的逆变换能够重构任意信号成分,且重构误差小于 $C\tilde{\varepsilon}$ 。也就是说,对于局部可以近似为谐波函数的信号,同步压缩变换的逆变换能够有效重构信号。

1.3 同步压缩变换快变信号处理时存在的问题

本节通过一个信号示例,说明同步压缩变换流程以及快变信号处理时的不足。我们考虑的信号为

$$x(t) = \begin{cases} \cos(500\pi t) & 0 < t \leq 0.5 \\ \cos(500\pi t - 50\cos(4\pi t)) & 0.5 < t \leq 1 \end{cases} \quad (7)$$

该信号成分的前半段 ($0 < t \leq 0.5$) 是一个频率为 250 Hz 的纯谐波信号成分,满足定义 1 的 $\mathcal{A}_{\varepsilon,d}$ 条件,后半段 ($0.5 < t \leq 1$) 是一个瞬时频率为 $f_i(t) = 250 + 100\sin(4\pi t)$ 的调频信号成分,由于瞬时频率变化较快,不满足定义 1 中 $\mathcal{A}_{\varepsilon,d}$ 的 $|\phi''(t)| < \varepsilon|\phi'(t)|$ 且 ε 足够小的条件。

图 3a 为该信号的时域波形,图 3b 为其短时傅里叶变换结果,可观察该信号瞬时频率变化的大致规律。图 3c 为瞬时频率估计算子计算结果,从图中可以发现:前半段瞬时频率估计算子的系数相同,都等于 250,表明该时频子区域中的任意时刻,能量来源于频率为 250 Hz 的信号成分;而后半段瞬时频率估计算子的系统不同,且在同一时刻,不同频率位置的系数也不相同,视觉效果上呈现出“倾斜”的状态。图 3d 为该信号的同步压缩变换结果。图 3e 与图 3f 分别为 $t = 0.25$ s 与 $t = 0.75$ s 的同步压缩变换时间切片。从图中可看出:前半段得到高聚集性的重排结果,聚集在 250 Hz 处;后半段得到的时频表示模糊,同步压缩变换系数也远小于前半段的同步压缩变换系数。这是因为,前半段瞬时频率估计算子的系数都是 250,因而短时傅里叶变换对应部分的能量可以重排到频率为 250 Hz 的位置;但是后半段,即使在同一时刻,瞬时频率估计算子的系数也不相同。此时,仅仅通过瞬时频率估计算子从频率方向重排时频域的信号能量,而忽略从时间方向重排信号能量,导致短时傅里叶变换对应部分的能量被分散到不同的频率位置,因而只能得到模糊的重排结果。

综上所述,同步压缩变换仅通过瞬时频率估计算子,考虑信号时频能量在频率方向的分布,而忽略了信号时频能量在时间方向的分布。对于满足条件 $|\phi''(t)| < \varepsilon|\phi'(t)|$ 的信号(即局部可近似为纯谐波成分的信号,以下简称局部近似谐波信号),由于其瞬时频率恒定或者缓慢变化,其时频能量在时间方向的影响可以忽略,因此同步压缩变换能够得到高聚集性的时频重排结果,并且具有信号重构性质。然而,对于航空发动机快变信号,由于其瞬时频率变

化快,不满足 $|\phi''(t)| < \varepsilon|\phi'(t)|$ 条件。因此同步压缩变换结果无法达到定理 1 中所述分析性能:瞬时频率估计误差会增大,重构误差也会增大,从而无法满足航空发动机快变信号分析的要求。

图 3 同步压缩变换示意图

2 匹配同步压缩变换

本节在同步压缩变换的基础上,根据航空发动机快变信号瞬时频率变化快的特点,提出匹配同步压缩变换方法。

设 $x \in L^2(\mathbf{R})$, 在短时傅里叶变换式(2)基础上,定义瞬时频率估计算子 $\tilde{\omega}_x(u, \xi)$, 群延时估计算子 $\tilde{t}_x(u, \xi)$, 调频率估计算子 $\tilde{c}_x(u, \xi)$ 分别为

$$\tilde{\omega}_x(u, \xi) = \frac{\partial_u S_x(u, \xi)}{i S_x(u, \xi)} \quad (8)$$

$$\tilde{t}_x(u, \xi) = u + \frac{i \partial_\xi S_x(u, \xi)}{S_x(u, \xi)} \quad (9)$$

$$\tilde{c}_x(u, \xi) = \frac{\partial_u \tilde{\omega}_x(u, \xi)}{\partial_u \tilde{t}_x(u, \xi)} \quad (10)$$

在此基础上,定义匹配瞬时频率 (Matching instantaneous frequency, MIF) 估计算子为

$$\tilde{\omega}_x^c(u, \xi) = \tilde{\omega}_x(u, \xi) + \tilde{c}_x(u, \xi)[u - \tilde{t}_x(u, \xi)] \quad (11)$$

匹配同步压缩变换采用匹配瞬时频率估计算子代替瞬时频率估计算子，重排信号的短时傅里叶变换的时频系数，重排公式如下

$$T_x^c(u, \omega) = \int_{\mathcal{E}_{x,\varepsilon}(u)} S_x(u, \xi) \delta(\omega - \tilde{\omega}_x^c(u, \xi)) d\xi \quad (12)$$

式中， $\mathcal{E}_{x,\varepsilon}(u) = \{\xi \in \mathbf{R}; |S_x(u, \xi)| \neq 0\}$ 。同时，匹配同步压缩变换的重构公式为

$$x(u) = \frac{1}{2\pi g(0)} \int_{-\infty}^{+\infty} T_x^c(u, \omega) d\omega \quad (13)$$

根据式(11)的定义，匹配瞬时频率估计算子 $\tilde{\omega}_x^c(u, \xi)$ 是通过调频率估计算子 $\tilde{c}_x(u, \xi)$ 融合了式(8)中的瞬时频率估计算子 $\tilde{\omega}_x(u, \xi)$ 和式(9)中的群延时估计算子 $\tilde{t}_x(u, \xi)$ 。按照其结构形式可知，它是根据调频信号的瞬时频率规律构建的，其物理意义也是信号的瞬时频率。因此，匹配瞬时频率估计算子 $\tilde{\omega}_x^c(u, \xi)$ 可以理解成一种“改进”的瞬时频率估计算子，且 $\tilde{\omega}_x^c(u, \xi)$ 的构造方式匹配了调频信号的调频本质，这也是本文称之为“匹配瞬时频率估计算子”的原因。匹配瞬时频率估计算子 $\tilde{\omega}_x^c(u, \xi)$ 既吸收了传统时频重排方法同时考虑瞬时频率估计算子和群延时估计算子的优点，同时作为一个整体又可以只从频率方向重排从而使得方法具有逆变换时域信号的性质，因此既提高了同步压缩变换处理快变信号的时频聚集性，同时又保留了重构性能。该重排过程根据匹配瞬时频率估计算子 $\tilde{\omega}_x^c(u, \xi)$ 提供的信号瞬时频率信息再按照同步压缩变换的方式进行，因此称之为“匹配同步压缩变换”(Matching synchrosqueezing transform, MSST)。

通过式(7)相同仿真信号，示意说明匹配同步压缩变换的性能，其分析结果如图4所示。图4a为匹配瞬时频率估计算子，对应的匹配同步压缩变换结果如图4b所示。图4c与图4d分别为 $t=0.25$ s 与 $t=0.75$ s 时匹配同步压缩变换的时间切片。对比图2中的同步压缩变换结果可以发现，匹配同步压缩变换即使对于快变信号成分，依然能够得到与谐波成分类似的高聚集性重排结果。对比图4e中瞬时频率估计算子的局部放大图与图4f中匹配瞬时频率估计算子的局部放大图可以发现，对于快变信号，同步压缩变换的瞬时频率估计算子得到的“倾斜”估计，而式(11)的匹配瞬时频率估计算子得到“垂直”于时间轴的估计，因此能够将短时傅里叶变换在频率方向分布的能量高聚集性地重排到其瞬时频率处，避免了能量分散导致的时频聚集性降低。

下面，本节与同步压缩变换类似，对匹配同步压缩变换所适应的信号进行定义，并给出相应的性能理论体系。

图4 匹配同步压缩变换示意图

定义 3: 设函数 $x: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{C}$ ，如果 $x(t) = A(t) \cdot \exp(i\phi(t))$ 的幅值函数和相位函数满足以下条件

$$A \in L^\infty(\mathbf{R}) \cap C^2(\mathbf{R}) \quad \phi \in C^3(\mathbf{R})$$

$$\phi', \phi'', \phi''' \in L^\infty(\mathbf{R}) \quad A(t) > 0$$

$$\inf_{t \in \mathbf{R}} \phi'(t) > 0 \quad \sup_{t \in \mathbf{R}} \phi'(t) < \infty \quad |A'(t)| < \varepsilon |\phi''(t)|$$

$$|A''(t)| < \varepsilon |\phi''(t)| \quad |\phi'''(t)| < \varepsilon |\phi''(t)| \quad \sup_{t \in \mathbf{R}} |A(t)| < \infty$$

$$\sup_{t \in \mathbf{R}} |A'(t)| < \infty \quad \sup_{t \in \mathbf{R}} |\phi'(t)| < \infty$$

$$\sup_{t \in \mathbf{R}} |\phi''(t)| < \infty \quad \sup_{t \in \mathbf{R}} |\phi'''(t)| < \infty$$

则称函数 $x \in L^\infty(\mathbf{R})$ 是精度为 $\varepsilon > 0$ 的线调频本征模式(Chirp-like intrinsic-mode-type, CIMT)函数。

定义 3 表明，CIMT 函数具有较小变化率的 $A(t)$ 、 $A'(t)$ 与 $\phi''(t)$ ，因而在以 u 为中心的较短时间范围内 CIMT 函数可以看成是幅值为 $A(u)$ 、频率为 $\phi'(u)$ 、调频率为 $\phi''(u)$ 的线调频信号。这一点，与定义 1 中的 IMT 函数仅具有较小变化率的 $A(t)$ 与 $\phi'(t)$ 的信号完全不同，因为在以 u 为中心的较短时间范围内，IMT 函数只可以看成是幅值为 $A(u)$ 、频率为 $\phi'(u)$ 的纯谐波信号。若不考虑幅值函数和相位函数光滑性的影响，则 CIMT 函数不仅能够包含 IMT 函数，由于 CIMT 函数未对 $|\phi''(t)|$ 施加约束，因此 CIMT 函数具有快变信号建模能力以及具有更

广泛的适用范围。

CIMT 函数可理解为一个单分量信号, 对于多分量信号 $x(t) = \sum_{k=1}^K A_k(t) \exp(i\phi_k(t))$, 其定义如下。

定义 4: 设函数 $x: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{C}$, 如果存在 K 个 CIMT 函数, 使得 $x(t) = \sum_{k=1}^K A_k(t) \exp(i\phi_k(t))$ 中任意 CIMT 函数的相位函数 $\phi_k(t)$, 对于 $\forall t \in \mathbf{R}$ 与 $\forall k \in \{1, 2, \dots, K-1\}$, 均满足如下条件

$$\phi'_{k+1}(t) - \phi'_k(t) > d$$

则称函数 x 为精度 $\varepsilon > 0$, 距离 $d > 0$ 的 $\mathcal{B}_{\varepsilon, d}$ 型分离的多分量 CIMT 叠加函数, 所有 $\mathcal{B}_{\varepsilon, d}$ 型分离 CIMT 叠加函数的集合称为 $\mathcal{B}_{\varepsilon, d}$ 函数类。

定义 4 表明, $\mathcal{B}_{\varepsilon, d}$ 函数类与 $\mathcal{A}_{\varepsilon, d}$ 函数类的元素的构成形式是相同的, 不同之处在于: $\mathcal{B}_{\varepsilon, d}$ 函数类中多分量信号的各个分量都是 CIMT 函数, 即线调频本征模式函数; 而 $\mathcal{A}_{\varepsilon, d}$ 函数类中多分量信号中各个分量都是 IMT 函数, 即谐波本征模式函数。

对于定义 3 和定义 4 所定义的信号, 匹配同步压缩变换具有如下分析性能。

定理 2: 设 x 为 $\mathcal{B}_{\varepsilon, d}$ 函数类中分离的多分量 CIMT 叠加函数, 令 $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon^{1/3}$ 。设函数 $h \in C^\infty(\mathbf{R})$ 满足 $\int h(t) dt = 1$; 选择窗函数 $g \in \mathcal{S}$ 使得 $g_\phi(t) = \exp(-\frac{1}{2}\phi''(u)t^2)g(t)$ 满足以下条件

$$|\widehat{g_\phi}(\omega)| \leq \varepsilon M_0 \quad |\widehat{tg_\phi}(\omega)| \leq \varepsilon M_1 \quad |\widehat{t^2 g_\phi}(\omega)| \leq \varepsilon M_2$$

式中, M_0 、 M_1 、 M_2 为常数, $\widehat{g}$ 为 g 的傅里叶变换。若 x 的短时傅里叶变换 $S_x(u, s)$ 重排公式为

$$T_{x, \tilde{\varepsilon}}^{c, \delta}(u, \omega) = \int_{\Xi_{x, \tilde{\varepsilon}}^c(u)} S_x(u, \xi) \frac{1}{\delta} h\left(\frac{\omega - \tilde{\omega}_x^c(u, \xi)}{\delta}\right) d\xi \quad (14)$$

式中, $\Xi_{x, \tilde{\varepsilon}}^c(u) = \{\xi \in \mathbf{R}; |S_x(u, \xi)| > \tilde{\varepsilon}\}$ 。如果 ε 足够小, 则有以下情况。

(1) $|S_x(u, \xi)| \geq \tilde{\varepsilon}$ 仅当 $(u, \xi) \in Z_k$ 时成立, 其中 $k \in \{1, 2, \dots, K\}$ 。

(2) 对于 $\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$ 与任意 $(u, \xi) \in Z_k$

$$|\tilde{c}_x(u, \xi) - \phi_k'(u)| \leq \tilde{\varepsilon} \quad (15)$$

(3) 于 $\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$ 与任意 $(u, \xi) \in Z_k$, 当其满足 $|S_x(u, \xi)| \geq \tilde{\varepsilon}_2$

$$|\tilde{\omega}_x^c(u, \xi) - \phi_k'(u)| \leq \tilde{\varepsilon} \quad (16)$$

(4) 对于 $\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$, 存在常数 C 使得对 $\forall b \in \mathbf{R}$

$$\left| \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2\pi g(0)} \int_{|\omega - \phi_k'(u)| < \tilde{\varepsilon}} T_{x, \tilde{\varepsilon}}^{c, \delta}(u, \omega) d\omega \right) - A_k(u) \exp(i\phi_k(u)) \right| \leq C\tilde{\varepsilon}$$

(17)

定理 2 表明, 对于快变信号 $x \in \mathcal{B}_{\varepsilon, d}$, 与定理 1 类似, 其时频表示结果存在 K 个互不接触的时频子区域 Z_k , $k \in \{1, 2, \dots, K\}$, 且相邻的各子区域之间 $|S_x(u, \xi)|$ 很小。更重要的是, 定理 2 的后三个部分表明: ① 对于式(10)定义的调频率估计算子 $\tilde{c}_x(u, \xi)$, 当匹配同步压缩变换分析信号 $x \in \mathcal{B}_{\varepsilon, d}$ 时, 可以得到有精度保证的调频率估计, 即: 调频率估计误差小于 $\tilde{\varepsilon}$; ② 对于式(11)定义的匹配瞬时频率估计算子 $\tilde{\omega}_x^c(u, \xi)$, 当匹配同步压缩变换分析信号 $x \in \mathcal{B}_{\varepsilon, d}$ 时, 可以得到有精度保证的瞬时频率估计, 即: 瞬时频率估计误差也小于 $\tilde{\varepsilon}$; ③ 对于式(13)定义的匹配同步压缩逆变换, 当匹配同步压缩变换分析强时变非平稳信号 $x \in \mathcal{B}_{\varepsilon, d}$ 时, 可以得到有精度保证的信号重构, 即重构误差小于 $C\tilde{\varepsilon}$ 。

实际应用中, 由于信号频率是实数而式(11)为复数形式, 因此需要取其模代替其复数形式。

3 试验验证

本节通过航空发动机主轴承寿命试验机的碰摩故障分析, 验证匹配同步压缩变换对于快变信号特征提取的有效性。该试验机是专门用于航空轴承疲劳寿命试验的试验装置, 可以模拟航空轴承载荷谱、转速谱、温度等工况。试验机整体如图 5 所示, 分为试验机主体、驱动系统、加载系统、润滑系统及电气控制与计算机测试系统等五部分, 可完成不同转速、不同载荷条件下的航空轴承疲劳寿命实验。试验机主体部分如图 6 所示, 主要由高速电主轴、机械支撑轴系、试验轴系等组成。为了让被试轴承拆装方便, 试验轴系采用悬臂式结构。试验时, 高速电主轴带动机械轴从而带动试验轴高速旋转。试验机液压加载系统通过轴向加载端盖和径向加载外套, 分别给试验轴承施加轴向载荷与径向载荷。试验轴承一端由轴颈固定, 另一端由锁紧螺母固定。

图 5 航空轴承加速疲劳试验机整体实物图

图6 航空轴承加速疲劳试验机主体部分

试验机维护并更换测试轴承后, 重新开始疲劳试验。试验机采用分步升速、分步加载的方式启动至 8 000 r/min 的工作转速。然而, 在经历完 2 000 r/min、3 500 r/min、4 500 r/min 升速至 5 500 r/min 时, 试验台主体部分振动加剧, 遂降速停机。试验机整个升降速过程的振动有效值和转速历程如图 7 所示, 在升速过程中, 试验机的轴向载荷和径向载荷也逐步加大。从图中可以看出, 试验机的振动随着速度升高而逐步增大, 升速至 5 500 r/min 并稳定运行约 30 s 后, 试验机振动显著增大, 遂减速停机。

图7 试验机运行过程全历程振动有效值和转速变化对比图

采用本文提出的匹配同步压缩变换, 分析试验机振动信号显著增大之前约 3 min 时的振动信号, 如图 8 所示(采样频率 20 480 Hz, 信号长度为 20 480)。此时试验机转速为 2 000 r/min, 径向未加载, 轴向载荷为 2 kN。从图中可以发现, 振动信号中存在幅值较低的转子工频及其谐波成分, 工频成分幅值约为 0.2 m/s^2 。匹配同步压缩变换的分析结果如图 9 所示。从图中可以观察到转子系统工频成分(约 33.3 Hz)高聚集性地时频表示结果, 且工频成分快速周期振荡。匹配同步压缩变换采用式(3)所示的高斯窗函数, 尺度参数为 $\sigma=0.006$ 。基于匹配同步压缩变换的时频表示结果, 结合脊线搜索算法, 可提取转子工频成分的瞬时频率。图 10 为提取的瞬时频率及其振荡部分的频谱。从图中观察到转子系统的工频成分的均值与振荡频率都与转子系统的转频相当, 均在 33.3 Hz 附近。当转子系统存在碰摩故障时, 转子系统每周碰摩导致的瞬态刚度的周期变化, 致使系统响应的瞬时频率也周期变换, 且变化的周期与转子系统的转频相同^[13-14]。本文应用匹配同步

压缩变换分析结果与碰摩故障导致的瞬时频率变化特征一致, 从而判断系统存在碰摩故障。

图8 振动信号波形及其频谱

图9 振动信号的匹配同步压缩变换结果

图10 瞬时频率估计及其振荡部分频谱

为了对比说明匹配同步压缩变换的性能, 本文还对比了短时傅里叶变换、重排谱图、同步压缩变换以及 Hilbert-Huang 变换(HHT)等方法, 分析结果

如图 11 所示。可以看出,短时傅里叶变换的时频聚集性低,重排图谱能够提高短时傅里叶变换的时频聚集性。和同步压缩变换相比,对于快变信号,本文提出的匹配同步压缩变换能够提高时频聚集性。图 11d 所示的 HHT 结果未能准确表示转子工频成分对应的瞬时频率结构。

图 11 其他时频分析方法对比

拆机检查后发现,在试验轴承内圈锁紧螺母上的内方顶丝,与轴向加载外罩的内壁发生碰摩。内方顶丝漏出部分已全部磨平,外罩内壁也存在明显划痕,碰摩最严重的位置由于发热导致了周围材料表面发黑,如图 12 所示。为了防止碰摩故障发生,增大轴向加载外罩内径,同时减小锁紧螺母的厚度和内方顶丝的长度,从而加大动静件之间的间隙。加大间隙后的试验机,未发生类似碰摩故障。

图 12 碰摩故障发生位置与碰摩痕迹

4 航空发动机故障诊断案例

航空发动机第一次完成装配后,为磨合发动机零部件并检查各附件工作情况和装配质量,同时按照技术条件调整性能参数,需要进行发动机整机试车,称为磨合试车。发动机出厂之前,为了检查最

后装配质量和调整性能参数以及向订货方提交,也需要进行发动机整机试车,称为验收试车,也称为检验试车。无论是磨合试车,还是检验试车,都能够检测发动机的装配质量。发动机试车的主要工艺流程包括:启动,暖机,磨合运转,发动机各系统功能检查,发动机稳态和瞬态性能检查,发动机其他特性检查和验证,冷机,密封性检查,停车等。

某型航空发动机的振动测试系统如图 13 所示,包含三个振动测点和两个转速信号。三个振动测点主要用于监测低压压气机、高压压气机,高压涡轮以及低压涡轮的振动,两个转速信号分别监测高、低压转子的转速,系统采样频率 3 000 Hz。该型号的某发动机在检验试车时振动超过限制值,由于发动机装备前部件检查均合格,因此可初步判断为发动机装配故障。图 14 为该发动机从慢车升速后振动超标再降速至慢车工况的历程中转速和振动值的变化情况。

图 13 某型航空发动机的振动测试系统示意图

图 14 某航空发动机试车过程中振动与转速变化

采用本文提出的匹配同步压缩变换,分析慢车阶段的振动信号,如图 15 所示。此时低压转子转速约为 2 460 r/min,高压转子转速约为 6 900 r/min。从频谱图中可以发现明显的高、低压转子工频成分,但未见明显的谐波成分。匹配同步压缩变换的分析结果如图 16 所示。匹配同步压缩变换采用式(3)所示的高斯窗函数,其尺度参数为 $\sigma=0.002$ 。从图中可以观察到低压转子系统工频成分(约 41 Hz 附件)

高聚集性的时频表示结果, 其中低压转子工频成分快速周期振荡。脊线搜索算法可提取该成分的瞬时频率, 如图 17 所示。低压转子系统的工频成分的均值与振荡频率都与低压转子转频相当, 均在 41 Hz 附近, 从而判断系统存在低压转子碰摩故障。

图 15 该发动机试车过程中的振动信号及其频谱

图 16 该发动机振动信号的匹配同步压缩变换分析结果

图 17 瞬时频率估计及其振荡部分频谱

为了对比说明匹配同步压缩变换的性能, 本文还对比了短时傅里叶变换、重排谱图、同步压缩变换

以及 Hilbert-Huang 变换(HHT)等方法, 分析结果如图 18 所示。从图 18 中可以看出, 短时傅里叶变换的时频聚集性低, 重排谱图能够提高短时傅里叶变换的时频聚集性。和同步压缩变换相比, 对于快变信号, 本文中的匹配同步压缩变换能够提高时频聚集性。图 18d 所示的 HHT 结果也能够基本表示出低压转子工频成分对应的瞬时频率结构, 但其结构受其他成分所干扰。

图 18 该发动机振动信号的其他时频分析方法对比

5 结论

(1) 提出了航空发动机快变信号分析的匹配同步压缩变换方法。构造了匹配瞬时频率估计算子, 能够匹配快变信号的调频结构, 同时考虑了快变信号的时频能量随频率和时间方向的分布, 提高了快变信号时频表示的能量聚集性, 提升了航空发动机快变信号提取能力。

(2) 理论分析表明, 对于局部近似线调频类信号, 匹配同步压缩变换能够准确估计其调频率与瞬时频率, 并实现信号重构。相比于同步压缩变换, 匹配同步压缩变换提高了快变信号分析时的瞬时频率估计精度与信号重构精度。

(3) 通过航空发动机主轴承寿命试验机的碰摩故障试验以及某型航空发动机的碰摩故障诊断的工程案例, 验证了匹配同步压缩变换方法对于航空发动机快变信号处理的有效性。工程应用结果表明, 对于航空发动机转子系统动静碰摩故障, 匹配同步压缩变换能够有效提取该故障导致的振动信号瞬时频率快速振荡的强时变特征, 从而诊断转子系统碰摩故障。

参 考 文 献

- [1] 陈光. 航空发动机结构设计分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2014.
CHEN Guang. Structural design and analysis for aero-engine [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2014.
- [2] CLARK C. F-35 Head bogdan explains the F135 'bad rub' fix [OL]. [2017-05-10]. <http://breakingdefense.com/2014/06/jsf-fire-looks-like-isolated-event-f-35bs-should-fly-tomorrow/>.
- [3] WANG S, YANG L, CHEN X, et al. Nonlinear squeezing time-frequency transform and application in rotor rub-impact fault diagnosis [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2017, 139(10): 101005.
- [4] 李应红, 尉询楷, 胡金海, 等. 航空发动机的智能诊断、建模与预测方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2013.
LI Yinghong, WEI Xunkai, HU Jinhai, et al. Intelligent diagnosis, modeling and prediction method for aero-engine [M]. Beijing: Science Press, 2013.
- [5] VOLPONI A J. gas turbine engine health management: past, present, and future trends [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2014, 136(5): 051201.
- [6] FENG Z, LIANG M, CHU F. Recent advances in time-frequency analysis methods for machinery fault diagnosis: A review with application examples [J]. Mech Syst Signal Process, 2013, 38(1): 165-205.
- [7] SEJDIC E, DJUROVIC I, JIANG J. Time-frequency feature representation using energy concentration: An overview of recent advances [J]. Digit Signal Process, 2009, 19(1): 153-183.
- [8] AUGER F, FLANDRIN P, LIN Y T, et al. Time-frequency reassignment and synchrosqueezing: An overview[J]. IEEE Signal Process Mag., 2013, 30(6): 32-41.
- [9] DAUBECHIES I, LU J, WU H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool [J]. Appl. Comput. Harmon. A, 2011, 30(2): 243-261.
- [10] WANG S, CHEN X, CAI G, et al. Matching demodulation transform and synchrosqueezing in time-frequency analysis [J]. IEEE Trans Signal Process, 2014, 62(1): 69-84.
- [11] LI C, LIANG M. Time-frequency signal analysis for gearbox fault diagnosis using a generalized synchrosqueezing transform [J]. Mech. Syst. Signal Process, 2012, 26: 205-217.
- [12] WANG S, CHEN X, TONG C, et al. Matching synchrosqueezing wavelet transform and application to aeroengine vibration monitoring[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2017, 66(2): 360-372.
- [13] YANG L, CHEN X, WANG S, et al. Rub-impact detection of rotor systems using time-frequency techniques [C/CD]// Proc. ASME 2016 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, American Society of Mechanical Engineers, 2016.
- [14] YANG L, CHEN X, WANG S. Mechanism of fast time-varying vibration for rotor-stator contact system: With application to fault diagnosis [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2017, 46: 11-20.

作者简介: 陈雪峰(通信作者), 男, 1975 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为航空发动机、直升机、风电机组等重大装备运行安全保障的基础理论与应用。

E-mail: chenxf@mail.xjtu.edu.cn

王诗彬, 男, 1985 年出生, 博士, 讲师, 硕士研究生导师。主要研究方向为时频分析、稀疏信号处理等理论及其机械故障诊断应用。

E-mail: wangshibin2008@mail.xjtu.edu.cn

程礼, 男, 1963 出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为航空发动机等重大装备运行安全保障的基础理论与应用。

E-mail: cheng_qiaochu@foxmail.com