DOI: 10.3901/JME.2021.01.138

基于声功率灵敏度的仿生脉序优化方法研究*

戴大力¹ 肖新标² 陈辉¹ 姚丹² 金学松²

(1. 西南交通大学材料科学与工程学院 成都 610031;

2. 西南交通大学牵引动力国家重点实验室 成都 610031)

摘要: 通过仿照自然界双子叶植物叶脉的分布形式和生长特性, 提出一种自适应成长的板壳结构加筋布局设计。采用仿生设计, 将结构加筋分布的过程看作为一个逐级生长的分枝结构, 从种子点位置出发, 沿着使结构性能最优的方向进行生长同时将对结构性能贡献最小的加强筋进行退化, 逐步形成最优加筋布局。以矩形薄板为例, 首先, 通过典型算例的刚度优化进行方法验证; 进而, 结合有限元分析法和声辐射模式方法, 获取结构辐射声功率并计算仿生脉序生长规律下的声功率灵敏度, 基于声功率灵敏度分布和“单元生死”实现加筋布置, 最终寻求辐射声功率最小的结构加筋布局方案; 最后, 调查了激励频率对加筋布局的影响。结果表明, 仿生脉序优化法得到的加筋最优布局比现有传统方式更为有效, 布局清晰, 结果更优。相关分析可为轻质板壳结构的加筋布局优化设计提供科学指导。

关键词: 仿生脉序; 薄板加筋; 拓扑优化; 声辐射; 灵敏度分析

中图分类号: TB532

Study on the Optimization Method of Biomimetic Venation
Based on Sound Power SensitivityDAI Dali¹ XIAO Xinbiao² CHEN Hui¹ YAO Dan² JIN Xuesong²

(1. School of Materials Science and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031;

2. State Key Laboratory of Traction Power, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031)

Abstract: A self-adapted stiffening layout design of plate and shell structure is proposed by imitating the distribution form and growth characteristics of the veins of dicotyledonous plants in nature. By bionic design, the process of stiffening the structure can be seen as a branching structure growing step by step. From the given seed point position, growth and branching are carried out along the direction that makes the structural performance optimal. Meanwhile, the reinforcement that contribute least to the structural performance are degraded to gradually form the optimal stiffened layout. Taking the rectangular thin plate as an example, firstly, by using the stiffness optimization of typical examples can verify the method. Then, combining the finite element analysis method and acoustic radiation mode method, the radiated acoustic power of the structure is obtained and the acoustic power sensitivity under the bionic venation growth law is calculated. Based on the sensitivity distribution of sound power and "element birth and death", the reinforcement layout can be realized, and the scheme of structure reinforcement layout with the lowest radiation sound power is finally found. Finally, investigating the influence of excitation frequency on reinforcement layout. The results show that the optimal layout of reinforcement obtained by the bionic venation optimization method is more effective than the existing traditional methods, with clearer layout and better results. The correlation analysis can provide scientific guidance for the reinforcement layout optimization design of light-weight plate shell structure.

Key words: bionics design; stiffeners for thin plate; topology optimization; sound radiation; sensitivity analysis

0 前言

高速列车车体低噪声设计常需要考虑到车体轻

量化, 以达到节能和绿色环保的目的。板壳结构作为构建车体结构的主要用材, 其刚度低、挠度大, 易产生剧烈振动和噪声, 是提高乘车舒适性和环境友好性的关键缺陷, 而解决问题的常用方法是布置加强筋, 加筋结构以质量小、易于加工等优点被广泛运用于列车、船舶和飞机结构中。传统加强筋布局形式未针对结构声学特性经过系统的优化设计,

* 国家自然科学基金(U1934203/U1834201)、四川省科技计划(2020YJ0254)和牵引动力国家重点实验室自主研究课题(2019-Q02)资助项目。20200207 收到初稿, 20200712 收到修改稿

无法对材料进行有效的利用。随着拓扑优化逐渐发展完善,变密度法^[1]、均匀化法^[2]、渐进结构法^[3]、水平集法^[4]、遗传算法^[5]等拓扑优化技术被广泛应用于结构优化问题,但由于连续体拓扑优化方法最终结果仅能获得大致的加筋区域,还需要设计人员进行进一步处理,才能获得准确清晰的最优布局结果。而离散体拓扑优化方法由于算法适用性较低,且采用变量相对于设计域不连续,应用受限。大自然生物体为了适应环境变化总是以消耗自身物质和能量最小化的方式不断地进行着自适应进化,其生长规律与加强筋最优布局遵循的加筋原则有着一定相似性。近几年来,仿生优化的算法被广泛运用于结构拓扑优化设计的问题中。

KOBAYASHI^[6]提出一种基于叶脉网状生长系统(称作“L”系统)的拓扑优化方法,其以最小化叶脉质量和压降为优化目标对植物脉序进行模拟。季金等^[7]和丁晓红等^[8]通过基于植物根系等分枝系统自适应脉络生长过程对加筋布局进行优化,将植物根系与加筋结构之间联系起来,提出了加筋板结构的自适应仿生优化法。郭策等^[9]利用仿生甲虫鞘翅结构轻质特点,将其应用于飞机大开口区域筋板结构的设计。薛开等^[10]基于自适应仿生优化法,借鉴了叶脉结构特征和分枝系统的原理,提出了脉序生长算法,针对结构性能、振动频率等方面进行优化设计。现有脉序优化算法主要考虑单一生长因素,仅对叶脉生长过程进行简单模拟,难以满足复杂的实际工程需求;而且,叶脉的生长方式与加筋布局设置的形式在概念和设计思路存在着不小的差异,主脉和次脉的生长地位不同,且生长的功能需求也不同。要以植物的生长规律来作为加筋布局的指导思想,需要对其进行修正后运用;其次,这些研究中大多都是从振动角度对加强筋布局进行优化,来改善结构的力学性能,而基于仿生进行降噪优化的研究^[11-12]相对较少,对此相关的分析与研究还有待深入。

本文基于仿生设计原理,综合基结构法和双向渐进结构优化法的特点,以植物生长规律作为指导思想建立仿生脉序优化算法的设计模型,以对结构的声学特性进行优化并形成最优布局。以矩形薄板为例,将针对结构刚度进行优化,对比 SIMP 算法、遗传算法等结果,对该方法进行验证。随后结合有限元法和声辐射模态方法,获取加筋薄板的结构声辐射并计算声功率灵敏度,基于声功率灵敏度以及“单元生死”实现加筋布局,对比优化布局 and 传统加筋布局结果,验证方法在声学优化上的高效性。最后,调查激励频率对加筋布局的影响。

1 植物脉序生长机理

开展仿生设计,需要根据功能需求对仿生对象进行选型分析,本文采用植物叶脉作为仿生对象。加强筋作为板壳结构的一种有效的加强形式,主要起提高结构承载能力的作用。与之相似,植物叶脉的分布形式也被广泛认为能够有效承载叶片自重和风雨载荷的冲击,在结构功能上,与加强筋有着较大的相似性。植物叶脉的生长形式如图 1 所示。

图 1 植物脉序类型

相比于图 1 中单子叶植物的平行叶脉或蕨类植物的叉状脉等叶脉类型,双子叶植物的网状脉络更具有复杂的拓扑分布形式,更接近于加筋布局。网状叶脉的主要分布特征是主脉两侧分枝形成侧脉,由侧脉再分支成细脉并在叶片内连接成网状。不同分枝彼此具有相似性,整个脉络具有自相似结构,这种生长形式称为 L 系统,如图 2 所示。其中主脉与侧脉在叶片背面向外凸出,可以看作在叶片上布置加强筋,因此叶脉在结构上与加强筋体相似。

图 2 L 系统分型生长过程^[13]

叶脉的生长是遵循能量最小化原理且生长方向受外部环境驱动,在叶柄固定的约束条件和叶片上的载荷作用下,以最少材料向着植物需求方向生长并释放结构中的剪切应力。因此脉络的生长形式可以归纳为能量的最优分布,即利用最少的材料寻找使生长目标最优的过程,这与在轻量化要求下对加筋薄板进行目标函数的优化过程相同。

2 建立仿生优化模型

本文利用基结构法建立模型,如图 3 所示。在植物叶脉生长规律上,去除了主脉和侧脉的生长等

级, 让所有单元都同等级进行生长。基结构法主要思想是将薄板离散为壳单元网格后, 将单元上任意两个节点用梁单元连接起来, 形成设计所需的基础结构模型, 即基结构, 避免了网格的重新划分, 简化了建模流程。基结构将优化中可能成长为加强筋的单元先行建立起来, 同时根据仿生优化算法将对目标函数无效或低效的单元退化, 利用有限元法的“单元生死”使其在结构中失效, 将加筋材料利用到贡献高的单元上, 选择出最优布局所需要的加筋体。由于主要是优化加筋布局, 因此, 加强筋的形状及尺寸参数取为常数, 即所有加强筋均采用矩形, 加强筋高度及宽度在优化中保持不变。加强筋的布局优化主要是想在所有加筋梁单元集合中, 找到一组能够在约束条件(加筋材料和总质量不变)及边界条件下, 满足目标函数的加筋梁单元集合, 将其建立起来形成所需的最优布局结果。

图3 基结构模型

2.1 加筋布局设计流程

仿生脉序优化布局的形成是一个逐步生长的过程, 如图4所示。

图4 加强筋生长示意图

从给定的种子点出发, 在其附近单元中选择对目标函数贡献最多的未生长单元进行生长。在优化中, 所有已生长为加强筋的“实”梁单元(已加筋梁单元)的两个节点, 包括种子点都是新的分枝点。与分枝点相连的“虚”的梁单元(在结构中失效), 即潜在加筋梁单元, 都是下一次迭代中可能生长为加强筋的单元, 虚梁单元的集合被称为生长单元集合。

实梁单元集合称为退化单元集合, 即单元在下一步迭代中可能被退化掉。潜在加筋梁单元中不属于分枝点的另一个节点称为潜在分枝点, 是下一步迭代中的新分枝点, 也是加强筋可能生长的方向。依照生长、退化准则, 在生长单元集合中选择贡献最大的单元进行生长, 选择退化单元集合中贡献度最小的单元进行退化, 最终形成满足所需功能的最优布局结果。由于种子点位置对加筋方向及进程影响较大, 导致最优加筋路径也会随之改变, 根据大量算例可以确定种子点设置准则: 选择约束端和载荷端附近单元中, 对目标函数贡献量最大的单元节点作为种子点。合理的种子分布能有效提高计算效率。

2.2 单元灵敏度计算

为了衡量单元对结构目标函数的贡献程度, 引入单元灵敏度的概念。灵敏度即求导信息, 灵敏度分析(Sensitivity analysis, SA)是一种度量, 是一种评价因设计变量或参数的改变而引起的结构响应特性变化率的方法^[14], 可以评价设计变量变化对目标函数的影响程度。本文采用单元灵敏度作为判断加筋梁单元进入生长、退化操作的依据。加筋布局还需考虑结构轻量化, 因此需对加筋梁体积进行归一化。某次迭代中第*i*个单元的灵敏度值近似表达为

$$\alpha_i^e = \frac{\partial f}{\partial x_i} \approx \Delta f_i = \begin{cases} \frac{f_{\min} - f_1}{V_i} & x_i = 1 \\ \frac{f_1 - f_{\min}}{V_i} & x_i = x_{\min} \end{cases} \quad (1)$$

在优化中, x_i 取值分别对应加筋单元的“生长”和“退化”两个状态。取1时表示单元已生长为加强筋的实梁单元, 以有限元法的“单元生”功能实现生长, 对应目标函数值为 f_1 ; 当 x_i 取 $x_{\min}$ 时表示单元退化为在结构中失效的虚梁单元, 以有限元法的“单元死”功能实现退化, 对应目标函数值为 $f_{\min}$ 。 V_i 表示第*i*个加筋梁的体积。式(1)中灵敏度反应单元生长或退化对目标函数的贡献量, 其绝对值越大, 贡献量也越大。

2.3 生长/退化准则和收敛条件

通过有限元分析获取单元灵敏度后, 需设置生长、退化准则进行判断, 筛选进入生长、退化过程的梁单元, 其生长准则如下

$$V < V^* \quad (2)$$

此时将虚梁单元集合中灵敏度绝对值最大的 $\alpha_{\max}^0$ 单元利用“单元生死”进行激活, 实现单元生长。式中 V 表示当前迭代中加强筋的总体积, V^* 表示设置的加强筋总体积上限。退化准则如下

$$\begin{aligned}
 &V \geq V^* \\
 &\text{或 } \alpha_{\min}^1 \leq RR * \alpha_{\max}^1 \\
 &\text{或 } \alpha_{\min}^1 \leq RR * \alpha_{\max}^0
 \end{aligned} \quad (3)$$

此时选择对目标函数贡献量最小的 $\alpha_{\min}^1$ 实梁单元进行退化。式中 RR 表示事先指定好的退化率，为了确保单元在优化过程中不会被错误的退化失效，造成优化无法顺利进行。退化率过大会造成单元被提前地错误地退化，优化陷入死循环；退化率过小，满足退化条件的单元就越少，反而会导致单元没有被及时退化，得不到最优布局。因此，选择合适的退化率有助于提高优化效率，将材料从低效区域转移到最高效区域中，通过大量算例表明退化率设置在 0.1%~0.5% 之间就能满足获得最优结果的要求。

为了保证每次迭代的优化效果以及优化历程在获得最优布局后能及时被终止，提出收敛精度作为设计流程的终止条件，其表达为

$$\frac{\left| \sum_{i=1}^N f_{k-i+1} - \sum_{i=1}^N f_{k-N-i+1} \right|}{\sum_{i=1}^N f_{k-i+1}} \leq \tau \quad (4)$$

式中， N 为整数，表示仅当最后 $2N$ 次迭代优化过程同时满足约束和收敛精度要求时，设计才可终止。通过大量算例表明收敛精度设置为 0.05%~0.1% 之间最为合适，一般略小于 0.1%。

仿生脉序加筋布局优化设计流程图，如图 5 所示。

图 5 仿生脉序法优化设计流程图

3 结构刚度以及声辐射优化

3.1 结构刚度优化数学模型

结构在容许的外部荷载的作用下，必须具有一定抵抗变形的能力，以降低结构的振动幅度，保证其变形不超过结构的限值。以矩形薄板结构刚度优化为例，采用仿生脉序优化法进行加筋布局设计，验证方法有效性。在结构优化中，采用结构应变能作为目标函数，其值是结构整体刚度的一个逆指标，其值越低，刚度越高，结构振动就越低。对应结构刚度优化问题，其一般数学表达式如下

$$\begin{aligned}
 &\text{find } x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \\
 &\min E = \left| \frac{1}{2} F^T \delta^* \right| \\
 &\text{s.t. } V \leq V^* \\
 &x_i = x_{\min} \text{ 或 } 1
 \end{aligned} \quad (5)$$

式中， n 表示梁单元的总数； $f(x)$ 表示优化的目标函数，即结构的总应变能函数； E 表示结构应变能； F 表示外部载荷矢量，由于存在力作负功的可能，最终应变能取绝对值进行计算； δ^* 表示整体结构的位移矢量。

3.2 薄板结构刚度优化数值算例

刚度优化采用典型算例进行对比，以四角固支方板为例。结构梁板单元材料均采用同种材料，弹性模量为 7×10^{10} Pa，泊松比为 0.29，密度为 2.85×10^3 kg/m³。板的长、宽均为 0.2 m，厚度为 0.002 m，加强筋高度为 0.004 m，宽为 0.003 m，预先设置的体积约束上限为 $V^* = 0.2V_0$ ， V_0 为原结构的体积，退化率为 0.5%，收敛精度为 0.1%。有限元分析中基板划分为 20×20 的四节点 SHELL181 壳单元，加强筋则采用两节点 BEAM188 梁单元。如图 6a 所示为四角固支方形薄板，中心受 200 N 垂向集中载荷的受载示意图，6b 为应力云图，6c 为种子点分布图。

图 6 四角固支薄板结构优化

刚度优化中加筋位置主要选择结构应力集中的区域，根据如图 6b 所示的等效应力云图，种子点位置选取方板载荷点和四角约束位置，这些区域在应力云图中颜色稍浅，表示其应力较大，需要通过加

筋对结构该位置的刚度进行补足。种子点分布不宜太过密集,数量也不宜过多,否则会造成生长区域重叠浪费计算量,易陷入局部最优。图 7a~e 表示四角固支方板的刚度优化加筋生长过程。

从图 7 可以看到加强筋从种子点出发沿着约束端和载荷端的连线上进行生长,退化掉对降低结构应变能贡献量小的加筋体,最终在迭代 50 次后形成一个满足优化要求的脉络状加筋布局如图 8a 所示。

图 7 优化加筋生长过程

图 8 表示最终优化结果与 SIMP 和遗传算法布局的对比结果。图 9 是使用仿生脉序法优化的最终加筋布局迭代历程。

图 8 优化布局对比结果

图 9 最终加筋布局迭代历程

从图 8a 可以看出加筋区域主要集中在中心载荷位置处,对比图 8b 的 SIMP 算法,两者在加筋布

局形式上十分相近。对于 SIMP 的优化结果,图中浅色区域只能表明大致的加筋区域,而采用仿生优化算法可以得到清晰的加筋布局图。图 8c 是遗传算法的优化结果,其计算结果最终应变能为原始应变能的 0.16,而仿生优化算法最终计算得到结构应变能为原始应变能的 0.158 9,效果更优,证明了仿生脉序方法的优越性及可靠性。从图 9 可以看出,20 次迭代时,目标函数趋于平缓,在 40 次后几乎达到了最优化的结果,且收敛速度较快。

3.3 结构声辐射优化数学模型

结构受到外部动态激励从而向外辐射噪音。尽管激励力的幅值不大,但激励频率靠近结构固有频率时结构会产生共振,进而引发较大的噪声,甚至造成结构不可恢复的变形和破坏。因此,进行结构谐响应分析,获取结构表面的振速分布,可以为后续声辐射优化提供参考。

对于考虑阻尼情况的多自由度系统,在受到圆频率为 ω 的激励力作用下,其强迫振动响应方程如下

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\delta}} + \mathbf{R}\dot{\boldsymbol{\delta}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\delta} = \mathbf{F}_0 \exp(i\omega t) \quad (6)$$

式中, $\mathbf{M}$ 为结构的总质量矩阵; $\mathbf{R}$ 为结构的总阻尼矩阵; $\mathbf{K}$ 为结构的总刚度矩阵; $\boldsymbol{\delta}$ 为结构中各个节点的位移矢量; $\mathbf{F}_0$ 代表简谐激励力的幅值。设取式(6)的解形式为 $\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\delta}_0 e^{i\omega t}$, 代入回方程并将位移响应对时间求导可以得到结构表面振动速度响应

$$\mathbf{U} = i\omega(\mathbf{K} + i\omega\mathbf{R} - \omega^2\mathbf{M})^{-1}\mathbf{F}_0 \quad (7)$$

由式(7)推导过程可知,结构特征、激励力的幅值和频率对结构振动响应的影响较大。在本文的布局优化设计中,针对激励频率处的结构声辐射进行优化,激励力幅值与频率不变,可以通过加筋对结构的总刚度矩阵和总质量矩阵进行改变以达到降低结构振动响应的目的,实现降低结构声辐射的布局优化。

根据声辐射模态理论^[15],推导出薄板结构声功率计算公式。在对结构进行降噪优化过程中,准确计算结构声辐射是优化的关键。任意形状的薄板结构,结构声功率可表达为

$$W = \frac{1}{2} \iint_s I_s dS \quad (8)$$

源的辐射声功率的定义是垂直于源表面的时间平均声强度在整个源表面上的积分。因此声场内 X 处的平均声强度 I 为

$$I(X, \omega) = \frac{1}{2T} \int_0^T \text{Re}[\mathbf{P}(X, \omega), \mathbf{U}^*(X, \omega)] dt \quad (9)$$

式中, T 表示周期; U^* 表示 U 的共轭复数。结构总的辐射声功率是远场中的平均声强在整个半球声场上的积分。由文献[16]可以获取声场中任意一点 X 处声压 $P(X, \omega)$ 与板结构表面任意点 Y 的振速 U 之间的关系, 可以利用瑞利积分表示

$$P(X, \omega) = \frac{i\omega\rho_0}{2\pi r(X, Y)} \iint_S U(Y, \omega) e^{-ikr(X, Y)} dS(Y) \quad (10)$$

式中, $r(X, Y)$ 表示声场内点 X 与结构表面上 Y 点间的距离; $k=\omega/c$ 表示波数; c 表示声音在空气中的速度; ρ_0 表示空气密度。将薄板结构表面划分为若干面积为 $S_i (i=1, 2, \dots, M)$ 的单元, 将单元中心点的速度和声压作为整个单元的速度、声压的平均值。因此, 可以将声压进行离散化处理。将式(9)、(10)及声压的矩阵形式 $P=ZU$ 代入式(8)可得

$$W(\omega) = \frac{\rho_0 c S}{2} \text{Re}(U^* Z U) = \frac{\rho_0 c S}{2} U^H R U \quad (11)$$

式中, R 为 Z 声阻抗矩阵的实部; U^H 表示 U^* 的转置。通过声辐射模态定义可以得到辐射算子 R 的表达式, 矩阵 R 为实对称正定矩阵, 其第 (m, n) 个元素表达式为

$$R(m, n) = \frac{\omega^2 \rho_0 (\Delta S)^2}{4\pi c} \frac{\sin(kr_{mn})}{kr_{mn}} \quad (12)$$

式中, ΔS 表示结构表面均分的单元面积; r_{mn} 表示两个单元格中心位置的间距。由于 R 矩阵是对称正定矩阵, 可以利用特征值分解, 将其分解为由实特征矢量 q_i 组成的 Q 矩阵与由特征值 λ_i 组成的矩阵 Λ 。每个 q_i 都表示一种结构表面振动速度分布, 代表一种可能向外辐射的形式, 是声辐射模态下的离散表达式。令 $y=Q^T U$ 将其代入式(11)中可得

$$W(\omega) = (Q^T U)^H \Lambda (Q^T U) = y^H \Lambda y = \sum_{i=1}^{M_p} \lambda_i |y_i|^2 \quad (13)$$

式中, $y_i=q_i^T U$, 代表着第 i 阶声辐射模态伴随系数; q_i 表示第 i 个辐射模态矢量空间的基矢量; y_i 是振动速度在模态空间中 q_i 上的投影, M_p 表示声辐射模态截断阶数。在中低频中, 起主要作用的是前几阶模态, 从物理意义考虑, 模态阶数越高, 高阶模态对声场的贡献也就越小。因此为了方便计算, M_p 数值选择前七阶结构声辐射进行计算。由于声辐射模态之间相互独立, 可以采用各阶模态声辐射叠加来获取结构总声功率。从以上表达式可以看出, 声辐射模态是结构的一种固有属性, 仅与结构尺寸, 单元大小有关, 与结构本身的材料属性和边界条件无关。结构振动辐射声功率与声辐射模态伴随系数有关, 而声辐射模态伴随系数受结构表面各单元的振速分

布的影响, 通过改变结构刚度矩阵和质量矩阵可以影响结构表面振动速度, 从而求得结构声功率。根据声辐射模态理论, 当结构表面积不发生变化时, 其声辐射模态伴随系数和与之对应的特征值都保持不变, 不随设计变量变化而变化。通过结构声功率对设计变量进行偏导可以获得声功率灵敏度表达式

$$\frac{\partial W}{\partial x_i} = \sum_i^{M_p} \left(\lambda_i \frac{\partial y_i^*}{\partial x_i} y_i + \lambda_i y_i^* \frac{\partial y_i}{\partial x_i} \right) \quad (14)$$

由以上推导, 通过获取加强梁单元刚度和质量矩阵, 进而得到整个结构的刚度和质量矩阵, 由此确定加筋位置和声辐射之间的关系, 可以避免 Ansys 多次重分析过程, 节约优化时间。由于随着加筋单元数目增加, 结构表面振动速度的变化量趋于平缓, 加筋对结构声辐射的抑制效果越来越低。为了保证低噪声加筋设计过程的高效性, 引入声功率效率值 ε^* , 满足以下约束条件式(15)时才进行下一个加筋过程, 如果所有潜在加筋单元都没有满足式(15), 则跳出加筋过程并结束循环。

$$\varepsilon_i = \frac{\text{abs}(W_i - W_{i-1})}{W_{i-1}} \geq \varepsilon^* \quad 1 \leq i \leq m \quad (15)$$

式中, $\text{abs}(\ast)$ 表示绝对值函数; W_i 为第 i 个加筋单元加筋后结构辐射的声功率; ε_i 为第 i 个加筋单元加筋后的单元灵敏度; ε^* 为声功率效率值。选取合适的效率值, 在达到优化降噪的目的时, 最大化提高优化效率。

3.4 薄板声辐射优化问题数值算例

声辐射优化算例采用了 Ansys 有限元软件建模分析。为了验证方法有效性, 对比理论解和成熟的声学计算软件 VAOne 的计算结果。结构的梁板单元材料均采用同种材料, 弹性模量为 2.1×10^{11} Pa, 泊松比为 0.3, 密度为 7900 kg/m^3 。分析的结构为四边简支中心法向受简谐激励力作用的平板结构。如图 10 所示, 板边长皆为 0.3 m, 板厚度为 0.004 m。不考虑阻尼问题, 加强筋高度为 0.004 m, 宽度为 0.003 m。声学介质为空气, 密度 1.205 kg/m^3 , 声速 343 m/s 。将板离散为 30×30 的方形网格。作用在板中心的激励力幅值为 $F_0=10\text{N}$, 频率为 200 Hz 。其中体积约束为 $V^*=0.1V_0$, V_0 是原板的体积, 退化率为 0.1%, 收敛精度为 0.1%, 效率值为 1%。

图 10 四边简支方板加载示意图

为了准确获取种子点位置,根据声功率灵敏度在结构上的分布来求取,绘制出灵敏度分布图。采用梁单元绘制灵敏度分布不方便观察,因此将计算获得的梁单元声功率灵敏度进行均分,分摊到壳单元上并显示灵敏度在板上的分布情况,每一个壳单元对应两个独立梁单元和四个共用梁单元。这样可以直观表现出方板不同位置处加筋对结构声辐射的影响程度

$$\alpha_i^s = \sum_j^L \alpha_j^e / L \quad (16)$$

式中, α_i^s 表示以第 i 个壳单元表示的灵敏度; L 表示第 i 个壳单元上的梁单元数目; α_j^e 表示第 i 个壳单元上第 j 个梁单元的灵敏度。灵敏度数值为负值时表示此处加筋有利于降低结构声辐射。通过灵敏度分布图有助于我们了解不同位置加筋对结构声辐射的贡献量,获取种子点的位置。以此得到激励频率为 200 Hz 时的声功率灵敏度分布,如图 11 所示。

图 11 四边简支板声功率灵敏度分布

通过图 11 可以看出,不同加筋位置对于声辐射的敏感程度不同,在激励频率 200 Hz 下,四个角位置的单元声功率灵敏度相较于其他位置更为敏感,其次是结构中心,即激励力位置。这是与结构表面振型有密切关系。声辐射模态计算中,辐射算子特征值分解后的特征矢量表示不同频率下结构表面振动速度的分布情况,振动速度越大的位置其对结构声辐射的影响也越大,即灵敏度绝对值越高。因此应当选择四角位置为主要种子点,中心为次要种子点。图 12 表示最终加筋布局 and 迭代历程图。

(a) 最终加筋布局

(b) 迭代历程图

图 12 最终优化布局和迭代历程图

图 12a 为声功率优化迭代后结构最终加筋布局图;图 12b 为降噪效果和结构加筋质量随着迭代增加的变化过程。从最终加筋布局可以看出,随着加筋单元数量的增加,最终优化布局集中在四角和中心部位,与图 11 所表示的灵敏度分布相近,表明这些位置加筋对结构声辐射降低有着很重要的作用。迭代达到 35 次后,计算结果就全面收敛。从图 12b 的迭代历程看出,通过对声功率灵敏度高的位置合理加筋,结构声辐射从单板(无筋时)的声辐射 82.6 dB(A)下降到加筋布局的结构声辐射 68.6 dB(A),共计下降了 13 dB(A)。对于如此大的优化量,可能是算法和模型的影响导致,需进行进一步分析。如图 13 所示,此图采用壳单元分别通过利用 Ansys 的仿生算法、理论计算^[17]、VAOne 计算的结果进行对比,以此验证算法可靠性。

图 13 不同计算方法结果对比

从图 13 的可知,以壳单元作为基础单元划分有限元网格的四边简支板无加筋体结构计算的结构声辐射的理论解、Ansys 和 VAOne 计算结果在整个频段上相差不大。可以认为利用 Ansys 计算的仿生优化算法是有效的。从图中看出,经过加筋布局优化后的四边简支方板的结构声功率在 200 Hz 有着明显降低,而在 300 Hz 后优化结构声辐射在有些频段上反而比优化前还要高,加筋使得板壳结构的模态频率向高频发生迁移。为了探明采用壳单元模拟对优化结果的影响,分别对比了采用壳单元和实体单元的优化结果声辐射变化量,如图 14 所示。

图 14 不同单元类型优化结果对比

从图 14 可以看出,实体单元和壳单元结果在峰值大小和曲线变化规律都很相近,仅模态频率有差别,这是由于壳单元的建模中,简化了结构厚度,采用实常数定义厚度大小,且壳单元对结构内应力计算方式与实体单元不同,两种方法计算的结果固有频率等结果也不同,而实体单元更贴近实际情况,但不论哪种单元模拟都不会影响结构最终优化布局形式,壳单元在计算速率上更好,能更早得到收敛的结果。故采用壳单元获取最优布局,但为了更贴近实际结构,实际声辐射计算采用实体单元。四边简支板未加筋单板采用实体单元,在激励频率为 200 Hz 时计算的声辐射结果为 67.1 dB(A),采用优化布局后声辐射结果为 62.1 dB(A),声功率下降量约为 5 dB(A),更符合实际情况。

为了验证仿生优化算法在声功率优化过程中的高效性,将 200 Hz 简谐激励的四边简支薄板最优加筋布局与传统的加筋形式进行对比,传统加筋布局如图 15 所示。

图 15 传统加筋布局

采用 VAOne 软件验证了结果,主要对比传统的井字和米字形加筋,保证三种布局加强筋质量一致,获取优化加筋和传统加筋布局对结构声功率的下降量。图 16 是不同类型加筋在设计频率范围内的声辐射曲线,表 1 是在 200 Hz 时不同加筋布局的具体数据对比。

图 16 不同加筋类型声辐射曲线图

表 1 不同加筋类型效率 dB(A)

加筋类型	初始结构	优化布局	井字布局	米字布局
声功率级	67.1	62.1	63.6	62.6
声功率下降量	—	5.0	3.5	4.5

从图 16 和表 1 可以看出,仿生脉序结构声辐射优化后的布局在 200 Hz 外载激励时的声辐射相对于未加筋结构声辐射下降了 5 dB(A),而传统井字和米字加筋在加筋体积和尺寸参数相同条件下其结构声辐射下降量分别为 3.5 dB(A)和 4.5 dB(A),仿生优化布局要优于井字形和米字形的布局降噪效果,由此可见,仿生脉序优化法能以更相同的加筋数目取得更好的降噪效果。米字形加筋布局在加筋分布上接近优化布局,可以判断在板的四角和中心位置布置加筋能有效降低结构声辐射,进而验证通过仿生优化算法下通过灵敏度分布情况确立加筋体在板上的布局达成降噪优化的目的是可行可靠的。

4 激励频率对优化结果影响

考虑到实际工况中,薄板结构受到外界载荷的频率不会是单一频率,而是以多个频率或一个宽泛的频率段存在。因此,应该考虑不同激励频率时,是否会对加筋布局产生影响。

根据之前介绍灵敏度分布的概念和优化布局结果,可知,最终加筋体布局位置很大程度上受到结构单元改变的声功率灵敏度分布的影响,这是由于灵敏度分布不仅提供了种子点布置的最佳位置,有利于结构加筋快速优化布置,同时结构声功率灵敏度分布的情况也表示板壳结构在不同频率激励力作用下结构表面振动速度的分布情况,也表示了结构被激发出来共振的振型分布情况,因此灵敏度分布的形式受到薄板不同阶固有频率振型的影响较大。

优化的种子点选择要充分考虑外激励力的频率、位置、结构被激发共振的振型和结构声学灵敏度分布情况。从最终优化布局的加筋形式中可以看出,其形式受灵敏度分布的影响较大,加强筋位置与灵敏度分布位置大致保持一致,可以提出假设,灵敏度分布形式相近的频率其优化结果加筋形式也相近,因此在同一固有频率范围的频率进行优化,可以采用相同种子点和大致的加筋范围,也能确保有效提高结构减振降噪的效果,提高优化效率。因此为了验证这一假设,需在复杂的结构、边界条件、外载荷的结构特性条件下进一步加强研究结构减振降噪仿生优化方法。

5 结论

本文采用基于植物脉序的生长规律结合加强筋布局设置的仿生脉序优化法针对结构刚度及声辐射进行优化,为解决板壳结构加强筋布局设计问题提供了科学指导。

(1) 对比已有的 SIMP 算法和遗传算法的结果,仿生脉序法结果普遍有着更为清晰的加筋布局 and 更加精确的结果;对比仿生脉序优化布局比传统井字和米字加筋布局,在 200 Hz 处声辐射下降了 5 dB(A),降噪效果更好。但在加筋布局的工艺相对复杂一些。由此验证了方法在振动和声辐射优化中的有效性和高效性。

(2) 对板壳结构,仿生脉序加筋优化法采用壳单元对结构声辐射进行优化时与采用实体单元时存在着存在差异,但其差异仅影响结构固有频率位置,

对最终加筋布局几何没有影响,可以认为利用 Ansys 梁壳单元构建的板壳结构是可行可靠的。采用壳单元能更为快速有效的获得最优布局,并能降低计算成本。

(3) 在优化过程中,种子点选择是关键步骤,而种子点的确定以及加筋的历程取决于结构单元声学灵敏度的分布。加强筋位置与灵敏度分布位置大致保持一致,提出假设,灵敏度分布形式相近的频率其优化结果加筋形式也相近,因此在同一固有频率范围的频率进行优化,可以采用相同种子点和大致的加筋范围,也能确保有效提高结构减振降噪的效果,提高优化效率。几何形状、边界条件、载荷特性、材料特性等对声学灵敏度影响较大,需要进一步探索几个因素之间的关系,在后续研究中验证并对算法进行优化。

参 考 文 献

- [1] DUGRÉ A, VADEAN A, CHAUSÉE J. Challenges of using topology optimization for the design of pressurized stiffened panels[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2016, 53(2): 303-320.
- [2] WANG Bo, TIAN Kuo, HAO Peng, et al. Hybrid analysis and optimization of hierarchical stiffened plates based on asymptotic homogenization method[J]. Composite Structures, 2015, 132(11): 136-147.
- [3] SHOBEIRI V. Bidirectional evolutionary structural optimization for nonlinear structures under dynamic loads[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2019(36): 1-16.
- [4] ZHU Benliang, ZHANG Xianmin, LIU Min, et al. Topological and shape optimization of flexure hinges for designing compliant mechanisms using the level set method[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2019, 32(1): 42-53.
- [5] YU Ying, LI Yongsheng, YU Xiaochun. Application of particle swarm optimization in the engineering optimization design[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(12): 226-231.
- [6] KOBAYASHI M H. On a biologically inspired topology optimization method[J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulations, 2010, 15(3): 787-802.
- [7] 季金, 丁晓红, 熊敏. 基于最优准则法的板壳结构加筋自适应成长技术[J]. 机械工程学报, 2014, 50(11): 162-169.
- JI JIN, DING Xiaohong, XIONG Min. Adaptive growth

- technique of stiffener layout design for plate/shell structures based on optimality criterion[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2004, 50(11): 162-169.
- [8] 丁晓红, 林建中, 山崎光悦. 利用植物根系形态形成机理的加筋薄壳结构拓扑优化设计[J]. 机械工程学报, 2008, 44(4): 207-211.
- DING Xiaohong, LIN Jianzhong, YAMAZAKI Koestu. Topology design optimization of stiffened thin-wall shell structures based on growth mechanism of root system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(4): 207-211.
- [9] 郭策, 陆振玉, 吴元琦. 仿生轻质结构在飞机大开口区的应用及其优化设计[J]. 机械工程学报, 2017, 53(13): 125-134.
- GUO Ce, LU Zhengyu, WU Yuanqi. The application of biomimetic lightweight sandwich panel to the aircraft structure with large cutout and its optimum design[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(13): 125-134.
- [10] 薛开, 李永欣. 板壳结构加筋布局的仿生脉序生长算法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2011, 32(9): 1262-1266.
- XUE Kai, LI Yongxin. A bionic venation growth algorithm for a stiffener layout in plate/shell structure[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 32(9): 1262-1266.
- [11] 滕晓艳, 江旭东, 邹广平, 等. 简谐激励下板壳结构加强筋仿生布局降噪方法[J]. 振动与冲击, 2016, 35(6): 1-6.
- TENG Xiaoyan, JIANG Xudong, ZOU Guangping, et al. Bionic approach for stiffener layout on plate and shell structure under harmonic excitation for noise reduction[J]. Journal of Vibration and shock, 2016, 35(6): 1-6.
- [12] 滕晓艳, 江旭东, 史冬岩. 薄板结构低噪声仿生拓扑优化方法[J]. 中国机械工程, 2016, 27(10): 1358-1364.
- TENG Xiaoyan, JIANG Xudong, SHI Dongyan. A bionic approach of topology optimization to low noise for thin plates[J]. China mechanical engineering, 2016, 27(10): 1358-1364.
- [13] 李彤. 模拟植物生长算法原理及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- LI Tong. Principle and application of simulated plant growth algorithm[M]. Beijing: Science Press, 2016.
- [14] 唐明裴, 阎贵平. 结构灵敏度分析及计算方法概述[J]. 中国铁道科学, 2003, 24(1): 74-79.
- TANG Minpei, YAN Guiping. Overview of structural sensitivity analysis and computation method[J]. China Rail Way Science, 2003, 24(1): 74-79.
- [15] 刘聪, 姜哲. 薄板结构辐射声功率及其灵敏度分析[J]. 噪声与振动控制, 2012(4): 116-120.
- LIU Cong, JIANG Zhe. Study of radiated sound power and its sensitivity analysis of plate[J]. Noise and Vibration Control, 2012(4): 116-120.
- [16] RAYLEIGH L, NACHTRIEB N H. The theory of sound[J]. Physics Today, 1957, 10(1): 32-34.
- [17] 毛崎波, 皮耶奇克, 吴文伟, 等. 基于 MATLAB 的噪声和振动控制[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2016.
- MAO Qibo, PIETRZKO S, WU Wenwei, et al. Control of noise and structure vibration: A matlab-based approach[M]. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2016.

作者简介: 戴大力, 男, 1991 年出生。主要研究方向为振动噪声分析与控制。

E-mail: daiderek1991@qq.com

金学松(通信作者), 男, 1956 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要从事轮轨关系和高速铁路噪声研究。

E-mail: xsjin@home.swjtu.edu.cn