DOI: 10.3901/JME.2021.01.068

微点蚀齿轮法向接触刚度分形预估模型*

王晓鹏 刘世军

(机械科学研究总院郑州机械研究所 郑州 450052)

摘要: 微点蚀作为齿面疲劳点蚀失效作用的初期特征, 准确地预估其法向接触刚度是研究齿轮系统动力学故障特性重要课题之一。结合微观尺度下表面形貌分形参数和接触点面积分布作用, 通过单微凸体弹-塑性接触力学性能研究引申建立结合面法向接触刚度分形模型, 定性分析微观元素对法向载荷和法向接触刚度的影响。根据渐开线齿轮宏观几何尺寸和微观微点蚀物理几何成因, 建立近似粗糙度模拟微点蚀特征的分形参数, 研究齿面不同加工工艺和不同程度微点蚀特征的渐开线齿轮法向接触刚度特性。结果表明: 表面微观元素对法向载荷和法向接触刚度具有不同的影响作用, 且元素之间具有关联性, 沿齿廓啮合点具有不同的表面接触系数, 提高齿面精度(降低粗糙度)能够提高啮合齿面法向接触刚度。齿面微点蚀使得齿轮结合面法向接触刚度明显降低, 仿真结果与实际工程相吻合, 为后期分析微点蚀动力学响应及微点蚀扩展等做研究基础铺垫。

关键词: 齿轮; 微点蚀; 法向接触刚度; 分形理论; 表面形貌

中图分类号: TH117

Fractal Prediction Model of Normal Contact Stiffness of Micro-pitting Gear

WANG Xiaopeng LIU Shijun

(Zhengzhou Research Institute of Mechanical Engineering, China Academy of Machinery Science and Technology, Zhengzhou 450052)

Abstract: Micro-pitting is the initial failure feature of tooth surface with fatigue pitting. Estimating its normal contact stiffness is one important subject to study the dynamic fault characteristics of gear system. Combined the fractal parameters of surface morphology and the distribution area of contact points on the microscopic scale, the fractal model of joint surface with normal contact stiffness was established by studied the elastic-plastic contact mechanical properties of micro-convex, and the effect of microscopic elements on normal load and normal contact stiffness was analyzed qualitatively. The estimated fractal parameters for micro-pitting characteristic was established with the macroscopic physical dimension of involute gear and microscopic physical cause of micro-pitting, to studied normal contact stiffness of involute gear under different machining technology of tooth surface and different levels of micro-pitting. The result shows that the surface microscopic elements have different effects on normal load and normal contact stiffness, and the elements have a certain relevance. The different surface contact coefficients are along the meshing point of the tooth profile, and improving the accuracy of the tooth surface (reducing the roughness) can improve the normal contact stiffness of the meshing tooth surface. The normal contact stiffness of joint surface of gear is lower significantly with the micro-pitting of tooth surface, and the simulation results are consistent with the actual engineering. The proposed mathematical model of micro-pitting can be used as a basis for analysis of dynamic response and expansion of micro-pitting.

Key words: gear; micro-pitting; normal contact stiffness; fractal theory; surface topology

0 前言

当齿面的循环接触应力超过材料疲劳极限时,

在轮齿齿面或离齿面一定深度处产生微细裂纹, 裂纹逐渐发展, 微小金属片从齿面脱落形成凹坑, 此现象称为疲劳点蚀^[1]。其位置较多出现在靠近节线的下侧, 如图 1 所示。

* 国家重点研发计划资助项目(2018YFB2001700, 2018YFB2001300)。
20191222 收到初稿, 20200320 收到修改稿

图1 齿面疲劳点蚀失效示意图

点蚀是齿轮疲劳失效重要形式之一, 当点蚀特征出现后, 不仅影响齿面接触强度, 还影响齿轮表面接触刚度。研究点蚀特征的形成机理及形成后的强度性能、动力学响应特征一直以来是国内外学者持续研究课题^[2-6]。微点蚀作为齿面点蚀失效作用的初期特征, 研究重要性不言而喻, 由于空间尺度尺寸效应作用不同, 对其研究尚缺。随着微观尺度空间下接触表面微观形貌对接触特性的研究, 结合面接触特性与外部载荷、表面微观形貌、材料特性等关系密切^[7-9]。田红亮等^[10-11]通过微观几何形貌构建固定结合面的粗糙表面数学/力学模型研究其法向接触刚度作用; GOERKE 等^[12]建立法向分形接触面的数学模型和试验进行接触面承载能力分析, 并分析不同参量(形貌特征、硬度等)对接触面承载能力的影响作用; 文献[13-14]研究粗糙表面分形特性对接触面法向、切向承载能力和干摩擦下的法向接触刚度的影响, 而 YUAN 等^[15-16]结合弹塑性理论提出粗糙接触表面改进 M-B 模型; 赵林林等^[17-18]进行分形理论下齿面接触强度和接触刚度定性分析。ZHAO 等^[19]详细概述了分形理论在机械传动领域工程应用中可实现的研究特征和面临的问题与挑战。

基于上述对接触面分形模型的定性研究理论及工程应用, 结合齿轮副真实啮合过程中, 工作齿面材料参数和载荷作用进一步研究齿面接触承载能力和法向接触刚度特性。结合微点蚀成因物理现象, 建立微点蚀表面形貌分形接触数学预估模型, 定量地研究微点蚀特征对法向接触刚度的影响, 进一步改进及完善齿轮系统动力学之接触刚度计算数学/力学模型应用和齿面疲劳点蚀作用的响应特性。

1 齿面微点蚀成因

一对渐开线直齿轮副啮合过程中, 在循环接触应力的作用下, 由于齿面存在滑动, 裂纹总是沿摩擦力方向出现的, 如图 2 所示。图示中看出以节线为界限, 摩擦力方向和裂纹方向呈现交替更变。齿面任意啮合位置点接触模型可等效为两圆柱滚子接触, 图 3 所示两滚子(主动, 从动)接触示意, 接触

点速度为 v_1 、 v_2 , 其中 $v_1 > v_2$, 并定义主动滚子为追越面, 从动滚子为被追越面, 在滚子之间充满润滑油并进入裂纹。根据图 3a 所示运动方向, 产生图中所示摩擦力和裂纹方向, 且表面是由右至左依次进行接触, 对于被追越面裂纹子接触模型(图 3b 左), 接触点移动时, 裂纹口先接触, 将裂纹口封住, 使得裂纹内润滑油油压增高, 且裂纹底部尖端存在应力集中, 从而使得裂纹进行扩展; 对于追越面裂纹子接触模型(图 3b 右), 接触点移动时, 裂纹腹部先开始接触, 将裂纹内部润滑油排挤出内部, 使得油压降低, 从而减缓裂纹的扩展。结合齿面啮合接触特性, 沿节线至齿根方向是被追越面, 沿节线至齿顶方向是追越面, 因此靠近节线下侧的裂纹容易扩展出现点蚀, 这与图 1 点蚀失效特征图相吻合。

图2 齿面裂纹萌生方向

图3 点蚀的形成

2 粗糙面分形接触模型

2.1 微凸体接触模型

基于 W-M 分形函数以及分形参数的尺度独立性, 建立粗糙表面弹塑性接触分形接触 M-B 模型^[20], 将接触等效简化为粗糙表面与刚性理想表面的接触, 如图 4 所示。图中明确可以看出, 载荷作用下的粗糙面变形为 $\delta_z - d$ 。同时, 由 W-M 函数推导的粗糙面微凸体变形前服从余弦变化分布, 如图 5 和式(1)所示。

图 4 粗糙面与刚平面接触示意图

图 5 长度为 l 的接触点几何形状

$$z(x) = G^{D-1} l^{2-D} \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad -\frac{l}{2} < x < \frac{l}{2} \quad (1)$$

式中, D 为分形维数, G 为粗糙表面高度参数(简称粗糙幅值), l 为单微凸体长度。根据与长度 l 相关的微凸体余弦分布函数和图形显示, 结合任意点曲率半径计算方法, 推导可得微凸体顶端曲率半径 R 和顶端最大变形量 $\delta_{\max}$ 的相关公式为

$$R = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(1 + \frac{dz(x)}{dx} \right)^{3/2} / \frac{d^2 z(x)}{dx^2} \right] = \frac{l^D}{\pi^2 G^{D-1}} = \frac{a^{D/2}}{\pi^2 G^{D-1}} \quad (2)$$

$$\delta_{\max} = G^{D-1} a^{(2-D)/2} \quad (3)$$

式中, a 为微凸体弹性接触面积。将顶端曲率半径 R 代入弹-塑性变换临界变形量 δ_c 可得临界变形量与接触面积的关系式(4), 并联合式(3)推导得出弹-塑性变换临界接触面积为式(5)。根据微凸体接触几何变形关系, 可得出弹性接触面积与顶端曲率半径和弹性变形量数学关系为式(6)

$$\delta_c = \left(\frac{\pi K \sigma_y}{2E} \right)^2 R = \left(\frac{K \phi}{2} \right)^2 \frac{a^{D/2}}{G^{D-1}} \quad (4)$$

$$a_c = \left(\frac{K \phi}{2} \right)^{2/(1-D)} G^2 \quad (5)$$

$$a = \pi R \delta \quad (6)$$

式中, σ_y 为较软材料屈服强度, E 为综合弹性模量, K 为表面硬度与材料屈服强度相关系数, $K=H/\sigma_y$, H 为表面硬度, ϕ 为材料特性参数, $\phi=\sigma_y/E$, a_c 为弹-塑性变换临界面积。

由 Hertz 接触理论推导得到单个微凸体的法向弹性载荷为

$$p_e = \frac{4}{3} E R^{1/2} \delta^{3/2} \quad (7)$$

将式(2)、(3)、(6)相关参数关系代入式(7)可得出弹性载荷与接触面积函数关系为

$$p_e(a) = \frac{4}{3} \sqrt{\pi} E G^{D-1} a^{(3-D)/2} \quad (8)$$

同理, 若发生塑性变形, 则塑性载荷相关于接触面积函数关系为

$$p_p(a) = H a = K \sigma_y a \quad (9)$$

2.2 法向载荷和法向接触刚度模型

设 a_l 为最大单微凸体的接触面积, 齿面接触可等效于两圆柱体接触, 由于两圆柱体接触微凸体个数与平面接触存在差异, 引入圆柱表面接触系数 λ_c , 则齿面接触点的面积分布函数 $n(a)$ 如式(10)所示

$$\begin{cases} n(a) = \left| \frac{dN(A > a)}{da} \right| = \frac{1}{2} \lambda_c D \frac{a_l^{D/2}}{a^{D/2+1}} \\ \lambda_c = \left[\frac{\left(\frac{4L}{\pi E} \frac{R_1 R_2}{R_1 \pm R_2} \right)^{1/2}}{\pi(R_1 \pm R_2)} \right]^{\frac{1}{R_2 \pm R_1}} \end{cases} \quad (10)$$

式中, L 为圆柱体接触长度, R_1 和 R_2 为圆柱体曲率半径。当 $a_l > a_c$ 时, 微凸体接触点呈现弹-塑性接触状态, 其法向总载荷为弹性载荷和塑形载荷组合而成

$$\begin{aligned} P &= \int_{a_c}^{a_l} p_e(a) n(a) da + \int_{a_s}^{a_c} p_p(a) n(a) da = \\ &= \frac{4}{3} \lambda_c \sqrt{\pi} E G^{D-1} \frac{D}{3-2D} a_l^{D/2} (a_l^{(3-2D)/2} - a_c^{(3-2D)/2}) + \\ &= \frac{D}{2-D} \lambda_c K \sigma_y a_l^{D/2} a_c^{(2-D)/2} \end{aligned} \quad (11)$$

当 $a_l < a_c$ 时, 微凸体接触点呈现塑性接触状态, 其法向总载荷仅仅含有塑形载荷

$$P = \int_{a_s}^{a_l} p_p(a) n(a) da = \frac{D}{2-D} \lambda_c K \sigma_y a_l \quad (12)$$

根据 Hertz 接触理论的单个微凸体弹性载荷和接触变形量关系(式(7)), 其法向接触刚度可由弹性载荷对其接触变形量进行微分求得

$$k_n = \frac{dp_e}{d\delta} = 2 E R^{1/2} \delta^{1/2} \quad (13)$$

将式(6)代入, 并联合接触点面积分布函数 $n(a)$ (式(10))求得法向接触总刚度与接触面积的关系函数为

$$\begin{aligned} K_n &= \sum k_n = \int_{a_c}^{a_l} k_n n(a) da = \\ &= \frac{2 E \lambda_c}{\sqrt{\pi}} \frac{D}{1-D} a_l^{D/2} (a_l^{(1-D)/2} - a_c^{(1-D)/2}) \end{aligned} \quad (14)$$

2.3 量纲一法向载荷和量纲一法向接触刚度模型

由于齿面接触作用为非完全塑性形式, 即 $a_l > a_c$ 的情况, 为了数值仿真时减少参数量的输入, 对式(11)进行归一化化简, 得到量纲一法向载荷数学计算模型如下。

当 $D \neq 1.5$ 时, 有

$$P^* = \frac{4\lambda_c \sqrt{\pi}}{3} G^{*D-1} g_1(D) A_r^{*D/2} \left[\left(\frac{2-D}{D\lambda_c} A_r^* \right)^{(3-2D)/2} - a_c^{*(3-2D)/2} \right] + \lambda_c K \phi g_2(D) A_r^{*D/2} a_c^{*(2-D)/2} \quad (15a)$$

当 $D = 1.5$ 时, 有

$$P^* = \sqrt{\pi} \lambda_c G^{*1/2} \left(\frac{A_r^*}{3\lambda_c} \right)^{3/4} \ln \left(\frac{A_r^*}{3\lambda_c a_c^*} \right) + 3\lambda_c K \phi \left(\frac{A_r^*}{3\lambda_c} \right)^{3/4} a_c^{*1/4} \quad (15b)$$

式中, P^* 为量纲一法向载荷, $P^* = P/EA_a$, G^* 为量纲粗糙幅值, $G^* = G/\sqrt{A_a}$, A_r^* 为量纲真实接触面积, $A^* = A_r/A_a$, a_c^* 为量纲临界接触面积, $a_c^* = a_c/A_a$, $g_1(D)$ 和 $g_2(D)$ 为相关于分形维数 D 的函数, $g_1(D) = [D/(3-2D)][(2-D)/D\lambda_c]^{D/2}$, $g_2(D) = [D/(2-D)][(2-D)/D\lambda_c]^{D/2}$, A_a 为名义接触面积。

对法向接触刚度式(14)进行量纲化化简, 所得量纲一法向接触刚度数学计算模型为

$$K_n^* = \frac{2\lambda_c}{\sqrt{\pi}} g_3(D) A_r^{*D/2} \left[\left(\frac{2-D}{D\lambda_c} A_r^* \right)^{(1-D)/2} - a_c^{*(1-D)/2} \right] \quad (16)$$

式中, K_n^* 为量纲一法向接触刚度, $g_3(D)$ 为相关于分形维数 D 的函数, $g_3(D) = [D/(1-D)][(2-D)/D\lambda_c]^{D/2}$ 。

由式(15)、(16)可知, 构建的量纲-法向载荷和法向接触刚度分别与 A_r^* 和 a_c^* 存在一定数学表达相关性, 并通过此关系可以构建 P^* 和 K_n^* 两者之间的数学关系为

$$\begin{cases} P^* \sim (A_r^*, a_c^*) \\ K_n^* \sim (A_r^*, a_c^*) \end{cases} \Rightarrow (K_n^* \sim P^*) \quad (17)$$

3 分形接触模型仿真与分析

为了数据对比显示直观化, 采用单对数坐标作图法进行仿真结果数据绘制, 图 6 ($\lambda_c=0.7, G^*=10^{-10}$) 可以看出, 法向载荷随真实接触面积增加而增大, 随分形维数增加呈现先减小后增大现象, 根据变化趋势可近似得出法向载荷存在最小极值, 进一步选取分形维数 $D=1.50 \sim 1.65$ 进行细化仿真分析, 结果见图 7, 由图 7a 看出绘制的三维拓扑图呈现凹形, 且随真实接触面积增加变化更明显, 结合等高线图

(图 7b) 看出载荷最小极值近似出现在分形维数 $D=1.57$ 附近。图 8 中显示不同分形维数作用下, 法向接触刚度随分形维数的增加而增大, 同时随真实接触面积增加而增大。

图 6 分形维数 D -量纲-法向载荷 P^*

图 7 分形维数 D -量纲-法向载荷 P^*

图 8 分形维数 D -量纲-法向接触刚度 K_n^*

取相同分形维数和圆柱表面接触系数 ($D=1.6, \lambda_c=0.7$) 分析粗糙幅值对法向载荷和法向接触刚度的影响。图 9 中可以看出, 法向载荷随粗糙幅值增加而增大, 法向接触刚度随粗糙幅值增加而降低。从式(5)中分析可得, 在硬度系数、材料特性系数和名义接触面积同一条件下, 随粗糙幅值的降低发生弹-

塑性变化临界面积减小,从而提高了接触体表面光洁度并有效地提高法向接触刚度。上述分析结果显示粗糙面分形参数 D 和 G 对法向载荷的影响具有差异性,而对法向刚度的影响具有一致性,表明增加表面分形维数和光洁度能提高表面的抗变形能力。

图9 粗糙幅值 G^* -量纲一法向载荷 P^* 和量纲一法向接触刚度 K_n^*

图10($D=1.6, G^*=10^{-10}$)显示法向载荷随圆柱表面接触系数增加而增大,并呈现非线性增长,且同接触面积作用下差额增长量逐渐减小。法向接触刚度与接触面积和圆柱表面接触系数的相互作用关系变化曲线同法向载荷曲线呈现一样的变化趋势。

图10 圆柱表面接触系数 λ_c -量纲一法向载荷 P^* 和量纲一法向接触刚度 K_n^*

图11和图12显示法向载荷和法向接触刚度与表面硬度和材料特性参数的曲线关系,且都随变量 H 和 ϕ 的增加而增大。进一步分析两者对临界接触面积的影响,图13中看出随表面硬度和材料特性参数的增加临界接触面积呈现非线性降低,但随粗糙幅值增加而增大,表明同种冷加工作用下,应用不同材料及热处理工艺能够改善接触体弹-塑性临界接触面积,从而提高其承载能力和抗变形能力。

图11 表面硬度 H -量纲一法向载荷 P^* 和量纲一法向接触刚度 K_n^*

图12 材料特性参数 ϕ -量纲一法向载荷 P^* 和量纲一法向接触刚度 K_n^*

图13 材料特性参数 ϕ 和表面硬度 H -临界接触面积 a_c^*

通过上述对各参数影响结果讨论,分形维数、粗糙幅值、圆柱表面接触系数等参量并不是单独对载荷和法向刚度产生影响的,而是共同作用并决定表面微观形貌特性,且根据分析对象几何特性具有一定的协调性关系。因此,对于分形理论实现工程化应用,应综合考虑表面微观因素对法向载荷和法向接触刚度等力学性能的影响。

4 微点蚀齿面法向接触刚度

由文献[21-23]相关研究成果和微点蚀形成机理表明点蚀一般首先出现在小齿轮齿面上,主要发生沿节线至齿根区域(图1和图14^[24]),点蚀特征尺寸范围在0.01 mm(微点蚀)至0.8 mm(扩展点蚀),如果点蚀进一步扩展将发生齿面剥落失效特征(剥落特征大于0.8 mm)。结合图14a显示齿面发生裂纹示意方式(表面裂纹和次表面裂纹),在

啮合力和润滑油共同作用下对于表面裂纹最大特征尺寸在 $10\ \mu\text{m}$ 左右, 而次表面裂纹特征尺寸在 $20\sim 100\ \mu\text{m}$ 。微点蚀发生尺度特征极小, 根据微观表面形貌粗糙度模拟方法^[25-26], 可以通过改变齿面粗糙度^[27]特性并结合分形理论来建立微点蚀数学分析模型。

图 14 扫描电子显微镜下的微点蚀特征

根据文献[28-29]对机加工等工艺零件表面微观形貌粗糙度实测数据及理论计算分析, 拟合得到粗糙度 Ra 与分形维数 D 、粗糙幅值 G 的近似关系为式(18)和式(19), 呈现幂指数协调关系

$$D = 1.528/Ra^{0.042} \quad (18)$$

$$G = 10^{-\frac{5.26}{Ra^{0.042}}} \quad (19)$$

图 15 显示一对重合度范围在 $1 < \varepsilon < 2$ 的直齿轮副啮合过程, 沿啮合作用线齿面发生单双交替啮合作用, 根据微点蚀主要发生位置选取单齿对啮合区 CP 段为研究对象, 直齿轮副主要计算参数见表 1。

图 15 直齿轮副啮合过程示意图

表 1 渐开线直齿轮副计算相关参数

参数	数值
齿数	25,33
模数/mm	4
齿宽/mm	28
压力角/(°)	20
齿顶高系数	1
顶隙系数	0.25
弹性模量/MPa	2.06×10^5
泊松比	0.3
材料屈服强度/MPa	835
功率/kW	30
转速/(r/min)	1 000

由 Bobillier 法则作图法^[30]和渐开线齿轮齿廓基本参数, 推导得出单齿对啮合区 CP 段任意啮合点的曲率半径与啮合角的关系, 如式(20)所示。根据两圆柱体 Hertz 弹性接触理论推导出啮合接触半宽和名义接触面积与啮合角关系, 见式(21)

$$\begin{cases} \rho_{pm} = mz_p \cos \alpha \tan \alpha_{pm} / 2 \\ \rho_{qm} = mz_q \cos \alpha \tan \alpha_{qm} / 2 \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} F = 9549 \cdot \frac{P_0}{nR_{pm} \cos \alpha_{pm}} \\ b = \sqrt{\frac{4F}{\pi B} \frac{\rho_{pm} \rho_{qm}}{\rho_{pm} + \rho_{qm}} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)} \\ A_a = 2bB \end{cases} \quad (21)$$

式中, m 为模数; z_p 和 z_q 分别为主从动齿轮齿数, α 为压力角; α_{pm} 和 α_{qm} 分别为主从动齿轮接触点啮合角; P_0 为功率; n 为转速; R_{pm} 为主动轮接触点半径; F 为载荷; B 为齿宽; b 为接触半宽; ρ_{pm} 和 ρ_{qm} 分别为主从动齿轮接触点曲率半径。

将渐开线直齿轮副基本参数代入式(18)、(19)、(10), 可得相关推导参数随啮合角变化关系图, 见图 16、17。图 16 显示由啮合点 C 至节点 P 处综合曲率半径和表面接触系数呈现微量增大, 图 17 中显示接触半宽和名义接触面积也增大。

图 16 啮合角-曲率半径和表面接触系数

图 17 啮合角-接触半宽和名义接触面积

选取 7 种粗糙度进行齿面法向接触刚度计算, 其中, 前 4 种模拟已有的齿轮加工工艺(滚/磨齿、光整等)及工程应用的齿面精度粗糙度值, 后 3 种模拟齿面不同程度微点蚀特征下的表面形貌特征, 将 7 种模拟数值代入式(18)、(19)求得相关分形模型的分形参数, 如表 2 所示。表中数据显示随粗糙度的增加分形维数降低(分形越粗糙), 粗糙幅值增加(表面光洁度降低), 相互变化趋势与真实表面形貌变化吻合。

表 2 不同粗糙度下分形参数

	粗糙度	分形维数 D	粗糙幅值 G
不同加工工艺	0.1	1.68	$10^{-5.79}$
	0.8	1.54	$10^{-5.31}$
	1.6	1.50	$10^{-5.16}$
	3.2	1.46	$10^{-5.01}$
模拟微点蚀特征	12.5	1.37	$10^{-4.73}$
	20	1.35	$10^{-4.64}$
	50	1.30	$10^{-4.46}$

将设计计算参数代入提出的微点蚀法向接触刚度分形模型进行仿真分计算, 图 18 显示同加工工艺下沿 CP 段法向接触刚度呈现微量增长, 这与考虑为线性的 Yang-Sun 模型^[31]有差异; 图 19 显示不同加工工艺精度下法向接触刚度随粗糙度的减小(表面形貌精度越高)而增大, 呈非线性增长, $Ra=0.1$ 的法向接触刚度数量级明显高于选取的其他粗糙度值, 这与提高表面精度使得齿轮接触疲劳强度增强^[32]具有相同作用效果。通过与 Yang-Sun 模型和 NASA 技术报告中提出的半经验公式^[33]对比显示, 提出的模型在普通机加工作用下与两种模型法向接触刚度数量级都在 10^9 , 根据刚度分布知, Yang-Sun 模型介于 $Ra=0.8 \sim 1.6$ 之间, 由于模型独立于载荷和变形, 即几何参数确定后则接触刚度为一常值, 这与实际作用有悖, 而半经验公式介于 $Ra=1.6 \sim 3.2$ 之间。这两种计算模型都未将接触表面形貌考虑在

内, 因此会出现图示差异结果。从结果中看出不同机加工工艺下齿面法向接触刚度具有不同的响应特征, 可见对于高质量、高参数和高性能等齿轮服役工程, 除了齿轮几何宏观尺寸, 还需要考虑不同加工工艺下表面微观形貌特性来定性地和定量地分析其接触特性, 而 Yang-Sun 模型和半经验公式可以作为质量要求不高齿轮的初期刚度预估或新产品设计初期的刚度预判。

图 18 啮合角-法向接触刚度($Ra=0.8$ 、 1.6)

图 19 不同加工工艺的法向接触刚度

图 20 显示齿面出现微点蚀特征后, 其法向接触

图 20 模拟微点蚀特征法向接触刚度

刚度出现明显的刚度减小变化, 与无点蚀特征刚度相差 1~2 个数量级, 同时其承载能力也会降低, 计算仿真结果与工程应用情况变化趋势相吻合, 为后期分析微点蚀动力学响应及微点蚀扩展等做研究基础铺垫。

5 结论

(1) 法向载荷随分形维数增加呈现先降低后增加趋势, 并存在极小值; 随粗糙幅值、表面接触系数、表面硬度和材料特性增加而增大; 而法向接触刚度随分形参数增加均增大。提高齿面精度(表面加工工艺)能够提高啮合齿面法向接触刚度, 这与提高表面精度使得齿轮接触疲劳强度增强具有同作用效果。

(2) 与 Yang-Sun 模型和半经验公式对比显示, 提出的法向接触刚度分形模型能够全面地预估不同加工工艺(粗糙度)下法向接触刚度, 同时表明对于高质量、高参数和高性能等齿轮服役工程, 除了齿轮几何宏观尺寸, 还需要考虑不同加工工艺下表面微观形貌特性来定性地和定量地分析其接触特性, 实现更精准的工程应用对接。

(3) 当齿面出现微点蚀特征时, 其结合面法向接触刚度明显降低, 与工程实际情况吻合, 为后期分析微点蚀动力学响应及微点蚀扩展等做研究基础铺垫。

参 考 文 献

- [1] ALBAN L E. Systematic analysis of gear failures[M]. Ohio: American Society for Metals, 1985.
- [2] 程俊, 王硕, 武通海, 等. 基于拓展有限元的齿轮点蚀磨粒形态学特征模拟[J]. 机械工程学报, 2016, 52(15): 99-105.
CHENG Jun, WANG Shuo, WU Tonghai, et al. Morphological feature simulation of gear pitting debris based on the extended finite element method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(15): 99-105.
- [3] 程鹏. 行星齿轮点蚀故障刚度计算方法研究及动力学建模[D]. 成都: 电子科技大学, 2016.
CHENG Peng. Research on mesh stiffness calculation method of planetary gearbox with gear pitting and dynamic modeling[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2016.
- [4] LUO Y, BADDOUR N, LIANG M. Dynamical modeling and experimental validation for tooth pitting and spalling in spur gears[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 119: 155-181.
- [5] LIANG X H, ZHANG H S, LIU L B, et al. The influence of tooth pitting on the mesh stiffness of a pair of external spur gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 106: 1-15.
- [6] SANCHEZ M B, PLEGUEZUELOS M, PEDRERO J I. Approximate equations for the meshing stiffness and the load sharing ratio of spur gears including hertzian effects[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 109: 231-249.
- [7] GE S R, CHEN G. Fractal prediction models of sliding wear during the running-in process[J]. Wear, 1999, 231(2): 249-255.
- [8] 黄康, 赵韩, 陈奇. 两圆柱体表面接触承载能力的分形模型研究[J]. 摩擦学学报, 2008, 28(6): 529-533.
HUANG Kang, ZHAO Han, CHEN Qi. Research of fractal contact model on contact carrying capacity of two cylinders surface[J]. Tribology, 2008, 28(6): 529-533.
- [9] WANG R, ZHU L, ZHU C. Research on fractal model of normal contact stiffness for mechanical joint considering asperity interaction[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 134: 357-369.
- [10] 田红亮, 朱大林, 秦红玲. 固定接触界面法向静弹性刚度的改进弹簧分形模型[J]. 三峡大学学报, 2013, 24(6): 83-88.
TIAN Hongliang, ZHU Dalin, QIN Hongling. Improved spring fractal model for normal static elastic stiffness of stationary contact interface[J]. Journal of China Three Gorges University, 2013, 24(6): 83-88.
- [11] 田红亮, 钟先友, 秦红玲, 等. 依据各向异性分形几何理论的固定结合部法向接触力学模型[J]. 机械工程学报, 2013, 49(21): 108-122.
TIAN Hongliang, ZHONG Xianyou, QIN Hongling, et al. Normal contact mechanics model of fixed joint interface adopting anisotropic fractal geometrical theory[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(21): 108-122.
- [12] GOERKE D, WILLNER K. Normal contact of fractal surfaces—Experimental and numerical investigations[J]. Wear, 2008, 264: 589-598.
- [13] KUCHARSKI S, STARZYŃSKI G. Contact of rough surfaces under normal and tangential loading[J]. Wear, 2019, 440: 1-14.
- [14] PAN W, LI X, WANG L, et al. A normal contact stiffness

- fractal prediction model of dry-friction rough surface and experimental verification[J]. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2017, 66: 94-102.
- [15] YUAN Y, CHENG Y, LIU K, et al. A revised Majumdar and Bushan model of elastoplastic contact between rough surfaces[J]. *Applied Surface Science*, 2017, 425: 1138-1157.
- [16] YUAN Y, GAN L, LIU K, et al. Elastoplastic contact mechanics model of rough surface based on fractal theory[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 30(1): 207-215.
- [17] 赵林林, 黄小平, 周忠旺. 基于分形理论的齿轮结合面法向接触刚度研究[J]. *重庆理工大学学报*, 2019(8): 78-83.
- ZHAO Linlin, HUANG Xiaoping, ZHOU Zhongwang. Study on normal contact stiffness of gear joint surface based on fractal theory[J]. *Journal of Chongqing University of Technology*, 2019(8): 78-83.
- [18] 陈奇, 赵韩, 黄康, 等. 分形理论在齿轮接触应力分析中的应用研究[J]. *中国机械工程*, 2010, 21(9): 1014-1017.
- CHEN Qi, ZHAO Han, HUANG Kang, et al. Application research on gear contact stress analysis by fractal theory[J]. *China Mechanical Engineering*, 2010, 21(9): 1014-1017.
- [19] ZHAO H, WU Q L. Application study of fractal theory in mechanical transmission[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 29(5): 871-879.
- [20] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surface[J]. *ASME Journal of Tribology*, 1991(113): 1-11.
- [21] LI S, KAHRAMAN A. A micro-pitting model for spur gear contacts[J]. *International Journal of Fatigue*, 2014, 59: 224-233.
- [22] MORALES E G, RYCERZ P, KADIRIC A. Prediction of micropitting damage in gear teeth contacts considering the concurrent effects of surface fatigue and mild wear[J]. *Wear*, 2018, 38: 99-115.
- [23] SHIPLEY E E. Gear failures[J]. *Machine Design*, 1967, 39: 152-162.
- [24] WEIBRING M, GONDECKI L, TENBERGE P. Simulation of fatigue failure on tooth flanks in consideration of pitting initiation and growth[J]. *Tribology International*, 2019, 131: 299-307.
- [25] 陈辉, 胡元中, 王慧, 等. 粗糙表面计算机模拟[J]. *润滑与密封*, 2006(10): 52-55.
- CHEN Hui, HU Yuanzhong, WANG Hui, et al. Computer simulation of rough surfaces[J]. *Lubrication Engineering*, 2006(10): 52-55.
- [26] 姜英杰, 黄伟强, 孙志勇, 等. 零件真实粗糙表面构建及微观接触性能分析[J]. *机械设计与制造*, 2018(8): 8-10.
- JIANAG Yingjie, HUANG Weiqiang, SUN Zhiyong, et al. The analysis of micro contact performance based on established real rough surface of parts[J]. *Machinery Design and Manufacture*, 2018(8): 8-10.
- [27] MIAO X, HUANG X. A complete contact model of a fractal rough surface[J]. *Wear*, 2014, 309: 146-151.
- [28] 陈奇. 基于分形理论的汽车变速箱齿轮接触强度研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2010.
- CHEN Qi. Research on gear contact strength analysis of automobile gearbox by fractal theory[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2010.
- [29] 葛世荣, 朱华. 摩擦学的分形[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- GE Shirong, ZHU Hua. *Fractal tribology*[M]. Beijing: China Machine Press, 2005.
- [30] 厉海祥. 点线啮合齿轮传动[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- LI Haixiang. *Point-line meshing gear transmission*[M]. Beijing: China Machine Press, 2011.
- [31] YANG D C H, SUN Z. A rotary model for spur gear dynamics[J]. *Journal of Mechanisms, Transmissions & Automation in Design*, 1985, 107: 529-535.
- [32] 赵光辉, 刘世军, 李纪强, 等. 各向同性滚磨光整齿轮接触疲劳强度研究[J]. *机械强度*, 2017, 39(3): 540-544.
- ZHAO Guanghui, LIU Shijun, LI Jiqiang, et al. Study of contact fatigue strength for isotropic barrel finishing gear[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2017, 39(3): 540-544.
- [33] LIN H H, LIOU C H. A parametric study of spur gear dynamics[R]. NASA of US: Lewis Research Center, 1998.
- 作者简介: 王晓鹏, 男, 1990 年出生, 博士研究生。主要研究方向为齿轮系统动力学及故障诊断。
E-mail: wangxiaopeng4109@hotmail.com
刘世军, 男, 1962 年出生, 研究员, 博士研究生导师。主要研究方向为齿轮传动技术及可靠性工程。
E-mail: lsj769@163.com