DOI: 10.3901/JME.2021.01.028

柱壳结构螺栓法兰连接非线性刚度分析*

潘嘉诚^{1,2} 关振群^{1,2} 曾 岩^{1,2} 孙伟程^{1,2}

(1. 大连理工大学工程力学系 大连 116024;

2. 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室 大连 116024)

摘要: 螺栓法兰装配的柱壳连接结构主要由壳体承载压缩载荷, 而由螺栓-法兰结构承载拉伸载荷。当拉伸载荷大于临界值时, 法兰盘接触面出现压力零域, 即发生局部接触分离进而造成连接刚度损失, 令螺栓-法兰连接结构呈轴向刚度非线性特征。为揭示预紧力作用下结构参数对此非线性刚度的影响, 基于弹性薄壳理论和 Couchaux 改进梁理论构造了法兰盘与柱壳的变形协调机制, 建立此连接结构的理论模型。经与有限元模型对比, 此理论模型能正确预测螺栓法兰连接结构分离阶段初始刚度及表征分离阶段的刚度非线性变化。在此模型基础上, 进一步研究了螺栓预紧力、装配位置、法兰盘厚度等参数对螺栓法兰连接结构分离条件、分离行为及分离阶段非线性刚度的影响, 获得了分离临界载荷随设计参数的变化趋势。

关键词: 非线性刚度; 螺栓法兰连接; 柱壳结构; 结构分离; 临界载荷

中图分类号: O342

Nonlinear Stiffness Analysis of Bolted Flange Connection in Cylindrical Shell Structure

PAN Jiacheng^{1,2} GUAN Zhenqun^{1,2} ZENG Yan^{1,2} SUN Weicheng^{1,2}

(1. Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116024;

2. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024)

Abstract: In the cylindrical shell connection structure assembled with bolted flange, the axial load is borne by the shell for compression, but by the bolted flange assembly for tension. When the tensile load is greater than the critical value, the existence of zero contact pressure region between flanges leads to local separation and loss of connection stiffness, which means the axial stiffness is nonlinear. To reveal the influence of structural parameters on the nonlinear stiffness under the preload, the theoretical model of bolted flange connection structure is established by constructing the deformation coordination mechanism of flange and cylindrical shell, based on the elastic thin shell theory and Couchaux improved beam theory. Compared with the finite element model, the theoretical model can correctly predict the initial stiffness and the change of the nonlinear stiffness in the separation stage of the bolted flange connection. By using the theoretical model, the influence of design parameters such as bolt preload, assembly position and flange thickness on the separation condition, separation behavior and nonlinear stiffness in separation stage of bolted flange connection structure is further studied. The variation trend of the separation critical load with the design parameters is obtained.

Key words: nonlinear stiffness; bolted flange connection; column shell structure; structural separation; critical load

0 前言

螺栓法兰连接结构广泛应用于航空航天、核

工程及风电等领域^[1-4]。作为运载火箭等航天器舱段间装配连接主要形式, 螺栓法兰连接在成本控制及操作性等方面的优势得到 NASA 肯定, 被纳入其未来航空航天系统结构技术规划六大方向之一^[5]。由于螺栓法兰装配结构存在几何突变以及法兰偏置特性, 拉伸载荷会影响法兰盘间接触状态; 当拉伸载荷幅值大于特定值时, 法兰盘

* 国家自然科学基金(11672052, 11302035)和中央高校基本科研业务费专项资金(DUT2019TD37)资助项目。20191230 收到初稿, 20200407 收到修改稿

装配接触面将发生局部分离(接触退化问题), 造成连接结构的刚度损失。已有研究发现^[6]: 极端载荷下航天结构连接刚度会降低 35%~45%, 令螺栓法兰连接结构刚度非线性特征明显, 影响动力学响应。关于弹性构件受压时的接触退化问题^[7-9], 为分析接触压力以及接触域长度, 常见的做法是建立关于接触压力及接触边界长度的积分方程组, 由切比雪夫积分定理将接触压力作切比雪夫展开, 并进一步将积分方程转换为线性方程组求解, 但此法需要将边界条件换为级数表达, 级数阶次选取的影响大且难于应对复杂载荷工况的求解。另一方面, 以往将法兰盘视为伯努利梁的简化建模方法^[3, 10]通常用以分析极端偏置拉伸载荷下的法兰分离状态, 即将法兰盘面接触压力视为梁端的点接触, 得到螺栓法兰连接结构极端拉伸载荷下的轴向刚度解析表达。但是限于伯努利梁理论缺陷, 上述简化的梁模型无法表征法兰盘面侧向压应力, 进而无法分析法兰盘接触退化问题。对此, COUCHAUX 等^[11-12]基于能考虑侧向应力及剪应力的高阶改进梁理论, 分析偏置拉伸载荷工况下 T 型连接结构装配法兰间的接触压力分布, 认为法兰盘发生局部分离时, 接触域存在于自由端与螺栓紧固域间(图 1), 接触压力分布高度依赖于接触域长度与法兰厚度的比值。但该简化模型未考虑螺栓装配预紧力对法兰盘接触压力分布的影响, 对法兰盘接触域位置的估计导致该模型的分析工况为偏置载荷幅值远大于螺栓预紧力情形, 这种大载荷对航天器等含螺栓法兰连接的结构往往意味着设计中不允许出现的结构破坏。

图 1 极端偏置拉伸载荷下的连接结构变形^[11]

鉴于此, 本文基于圆柱薄壳理论及高阶改进梁理论建立了柱壳-螺栓法兰装配分析模型; 考虑螺栓装配预紧力的影响, 探究了螺栓法兰盘的分离条件, 描述了法兰盘由装配接触至局部分离的过程以及分离阶段连接结构的非线性刚度变化。

1 柱壳连接结构模型

螺栓法兰装配的柱壳连接结构如图 2 所示, 设加载端面上的轴向载荷无偏置, 柱壳作为传力结构将此均布载荷传递到螺栓法兰连接结构。由于法兰盘面上螺栓位置的偏置特性, 拉伸载荷将影响法兰盘接触压力分布, 导致局部分离; 同时法兰盘端截面的变形转角与圆柱壳段相应交界截面变形转角协调, 令柱壳靠近法兰盘处局部翘曲(图 3)。因此对模型做出如下假定: ① 柱壳段法兰盘加载端截面的平均变形转角与相应柱壳段端面的变形转角保持协调; ② 图 2 加载端面上的轴向载荷不受翘曲影响, 柱壳段高度远大于法兰盘高度; ③ 柱壳承载时材料恒处于线弹性状态, 柱壳壁厚为常量且远小于其直径, 即认为线弹性薄壳理论可用于柱壳建模分析。

图 2 螺栓法兰装配的柱壳结构

图 3 圆柱壳纵剖面的载荷及局部翘曲

考虑结构对称性, 柱壳受到图 2 无偏置的轴向拉伸载荷时, 其柱坐标系下的挠度方程为^[13]

$$D \frac{d^4 \omega}{dx^4} + \frac{E_s t_s}{R^2} \omega = -\frac{\mu_s N}{2\pi R^2} \quad (1)$$

式中, $D = E_s t_s^3 / 12(1 - \mu_s^2)$, E_s 、 μ_s 、 t_s 及 R 分别为柱壳弹性模量、泊松比、壁厚及半径, N 为轴向拉伸载荷合力幅值。此方程通解为

$$\omega = e^{-\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) - \frac{\mu_s N}{2\pi E_s t_s} \quad (2)$$

式中, $\beta = \sqrt[4]{3(1-\mu_s^2)/\sqrt{Rt_s}}$; 因靠近法兰端的柱壳局部翘曲, 其截面变形转角与法兰盘端面平均转角协调, 设为 Θ_s ; 远离法兰端的柱壳无翘曲, 故 C_3 、 C_4 常量为零; 由法兰盘对称性, 图 2 中 L 型法兰基础构件侧边无切应力, 由平衡关系可知柱壳相应交界截面无剪切内力, 由此补充边界条件

$$Q_s = -D \frac{d^3 \omega}{dx^3} \Big|_{x=0} = 0 \quad \frac{d\omega}{dx} \Big|_{x=0} = \Theta_s \quad (3)$$

由式(2)和式(3), 柱壳挠度为

$$\omega(x) = \frac{e^{-\beta x}}{2\beta} (\Theta_s \sin \beta x - \Theta_s \cos \beta x) - \frac{\mu_s N}{2\pi E_s t_s} \quad (4)$$

与之对应的柱壳与法兰交界端面挠度及弯矩为

$$\omega_s = \omega \Big|_{x=0} = -\frac{\Theta_s}{2\beta} - \frac{\mu_s N}{2\pi E_s t_s} \quad (5)$$

$$M_s = M \Big|_{x=0} = D\beta \Theta_s \quad (6)$$

由式(6)可知, 柱壳翘曲发生时, 法兰盘加载端面内力弯矩与其平均变形转角成正比。

2 螺栓-法兰盘模型

对于图 2 所示较大直径的柱壳连接结构可由螺栓个数划分为多个 L 型法兰基础构件进行建模分析, 此划分方法的合理性已得到验证^[2]。因此, 这里将 L 型法兰基础构件上的法兰面简化为考虑侧向应力及剪应力的梁模型, 同时不考虑螺栓孔影响且不计螺栓头与螺母的形貌差异; 在本文所讨论的工况下, 螺栓-法兰盘装配结构的各力学参量关于法兰盘接触面对称, 可知装配法兰盘接触面内任一点挠度及摩擦力为零, 如图 4 所示。

图 4 法兰盘与刚性光滑地基接触的梁模型

对侧底面与光滑刚性地基接触的梁段, COUCHAUX^[14]结合平面应力平衡方程及梁理论, 给出如下截面内力表征的改进梁平衡方程弱形式

$$F(x) = -\frac{dM(x)}{dx} \quad p(x) = p_0(x) - \frac{dF(x)}{dx} \quad (7)$$

式中, $F(x)$ 为截面剪力, $M(x)$ 为截面弯矩, $p(x)$ 及 $p_0(x)$ 分别为梁侧底面接触压力及梁侧顶面分布载荷。由平面应力情形下的几何条件、物理条件及梁侧底面接触面挠度约束条件, 可得与刚性光滑地基接触的梁段弯矩方程为

$$\frac{d^4 M}{dx^4} - \frac{84}{13h^2} \frac{d^2 M}{dx^2} + \frac{420}{13h^4} M = \frac{35}{26} \frac{d^2 p_0}{dx^2} \quad (8)$$

相比于伯努利梁模型, 此改进的梁模型可考虑梁侧向应力及剪切应变, 其梁截面的挠度如下

$$\omega(x) = -\frac{1}{4E} \left(2z - \frac{3z^2}{h} + 2\frac{z^4}{h^3} \right) \frac{d^2 M}{dx^2} - \frac{p_0 z}{E} - \frac{6\mu M z^2}{Eh^3} + \omega_1(x) \quad (9)$$

式中, z 为图 4 所示的以梁截面中轴线为原点的纵坐标, h 为法兰盘厚度, E 以及 μ 分别为法兰盘的弹性模量以及泊松比, $\omega_1(x)$ 为如下的梁截面中轴线挠度

$$\omega_1(x) = \frac{13h}{32E} \frac{d^2 M}{dx^2} - \frac{h}{2E} p_0 + \frac{3\mu M}{2Eh} \quad (10)$$

由截面弯矩与应力的积分关系, 可知截面弯矩为

$$M(x) = EI \left(\frac{d\phi_x}{dx} - \frac{6\mu}{5Eh} \frac{d^2 M}{dx^2} \right) \quad (11)$$

式中, I 为截面惯性矩, ϕ_x 为如下的截面平均转角

$$\phi_x = -\frac{d\omega_1}{dx} + \frac{24(1+\mu)+3\mu}{10Eh} \frac{dM}{dx} + \frac{39h}{1120E} \frac{d^3 M}{dx^3} \quad (12)$$

考虑螺栓预紧力对装配接触面压力分布的影响时, 设螺栓头(螺母)对法兰盘施加均布压力 P , 同时设螺栓头(螺母)对法兰盘作用的压力域不变, 即两者间摩擦力足够大以至不发生切向滑移; 初始预紧状态的上下法兰盘完全接触; 由小变形假设, 偏置拉伸载荷作用位置不变。讨论载荷幅值对接触状态的影响, 当拉伸载荷幅值小于临界载荷幅值, 装配法兰间接触不分离; 当载荷幅值大于临界幅值, 装配法兰间接触域局部出现压力零值, 即法兰盘发生局部分离。本节将对上述两种情形的理论模型将分别进行阐述。

2.1 法兰盘接触面不分离的情形

当法兰盘接触面不分离时, 如图 5 所示依据法兰盘上表面是否存在分布载荷, 将其作虚拟分割为三个计算域 R_1 、 R_2 和 R_3 。

图 5 法兰盘接触面不分离的情形

对于以上三个计算域, 式(8)弯矩方程等式右端恒为零。依据相应的局部坐标系, 三个计算域的弯矩具有相同形式的通解如下

$$M_n(x_n) = e^{-a_0 x} (C_{n1} \cos b_0 x_n + C_{n2} \sin b_0 x_n) + e^{a_0 x} (C_{n3} \cos b_0 x_n + C_{n4} \sin b_0 x_n) \quad n=1,2,3 \quad (13)$$

式中, $a_0 = \sqrt[4]{420/13} \cos \varphi / h$, $b_0 = \sqrt[4]{420/13} \sin \varphi / h$, 且 $\varphi = 0.5 \arccos \sqrt{42/130}$ 。式(13)中含 12 个待定参数 C_{ij} 需要由边界条件及计算域间协调关系确定。受拉伸载荷时, 计算域 R_1 的载荷端截面剪力与拉伸外载荷幅值相同, 设为 F ; 载荷端截面内力弯矩由法兰盘与柱壳协调关系确定, 设为 M_s 。计算域 R_3 自由端的截面无外载, 即该截面内力弯矩及剪力为零。同时要求计算域间需满足弯矩、剪力、接触压力及接触压力一阶导数的协调关系, 得到边界条件及协调方程

$$\begin{aligned} M_1(0) &= M_s & M_1(e_1) &= M_2(-e_2) & M_2(e_2) &= M_3(0) \\ M_3(e_3) &= 0 & \frac{dM_1(0)}{dx_1} &= F & \frac{dM_1(e_1)}{dx_1} &= \frac{dM_2(-e_2)}{dx_2} \\ \frac{dM_2(e_2)}{dx_2} &= \frac{dM_3(0)}{dx_3} & \frac{dM_3(e_3)}{dx_3} &= 0 \\ -\frac{d^2 M_1(e_1)}{dx_1^2} &= P & -\frac{d^2 M_2(-e_2)}{dx_2^2} &= P \\ P - \frac{d^2 M_2(e_2)}{dx_2^2} &= -\frac{d^2 M_3(0)}{dx_3^2} \\ \frac{d^3 M_1(e_1)}{dx_1^3} &= \frac{d^3 M_2(-e_2)}{dx_2^3} \\ \frac{d^3 M_2(e_2)}{dx_2^3} &= \frac{d^3 M_3(0)}{dx_3^3} \end{aligned} \quad (14)$$

由式(14), 计算域之间满足截面中轴线挠度 C^1 连续及截面平均转角 C^0 连续, 且式(14)是关于式(13)待定参数 C_{ij} 的线性方程组, 可将 C_{ij} 分解为

$$C_{ij} = C_{ij}^F F + C_{ij}^M M_s + C_{ij}^P P \quad (15)$$

式中, $C_{ij}^F, C_{ij}^M, C_{ij}^P$ 分别为关于法兰厚度及各计算域

长度的尺寸常量; 螺栓张紧力 P 由初始预紧力 P_0 及张紧力变化量 δP 组成; 法兰加载端截面内力弯矩及螺栓张紧力变化量需要由法兰盘、柱壳及螺栓间的协调条件确定。由式(10)、(12), 法兰盘在计算域 R_1 的载荷端截面平均转角变形为

$$\begin{aligned} \Theta(F, M_s, P) &= \{F[\Omega_1(C_{11}^F - C_{13}^F) + \Omega_2(C_{12}^F + C_{14}^F)] + \\ &M_s[\Omega_1(C_{11}^M - C_{13}^M) + \Omega_2(C_{12}^M + C_{14}^M)] + \\ &P[\Omega_1(C_{11}^P - C_{13}^P) + \Omega_2(C_{12}^P + C_{14}^P)]\} / 160Eh \quad (16) \end{aligned}$$

$$\Omega_1 = 65a_0^3 h^2 - 195a_0 b_0^2 h^2 - 192a_0 \mu - 384a_0$$

$$\Omega_2 = 65b_0^3 h^2 - 195a_0^2 b_0 h^2 + 192b_0 \mu + 384b_0$$

由式(9)、(10), 螺栓轴线处的法兰盘与螺栓头交界面挠度如下

$$\begin{aligned} \omega_B(F, M_s, P) &= \{F[(a_0^2 - b_0^2)(C_{21}^F + C_{23}^F) + \\ &2a_0 b_0(C_{24}^F - C_{22}^F)] + M_s[(a_0^2 - b_0^2)(C_{21}^M + C_{23}^M) + \\ &2a_0 b_0(C_{24}^M - C_{22}^M)] + P[(a_0^2 - b_0^2)(C_{21}^P + C_{23}^P) + \\ &2a_0 b_0(C_{24}^P - C_{22}^P) - 2]\} h/2E \quad (17) \end{aligned}$$

初始预紧状态的偏置拉伸载荷幅值为零, 即法兰盘加载端截面内力剪力为零, 考虑法兰盘加载端截面变形转角与对应变形协调的柱壳端转角定义相反, 依式(6)并修正符号有

$$\Theta(0, M_0, P_0) = -M_0 / D\beta \quad (18)$$

可知初始螺栓预紧所得法兰盘加载端面预弯矩为

$$\begin{aligned} M_0 &= \{-D\beta_F[\Omega_1(C_{11}^P - C_{13}^P) + \Omega_2(C_{12}^P + C_{14}^P)]P_0\} \times \\ &\{D\beta_F[\Omega_1(C_{11}^M - C_{13}^M) + \Omega_2(C_{12}^M + C_{14}^M)] + 160Eh\}^{-1} \quad (19) \\ \beta_F &= 420/13h^4 \end{aligned}$$

出现偏置拉伸载荷后, 法兰盘与柱壳的变形转角协调条件及法兰盘-螺栓变形协调条件如下

$$\Theta(F, M_s, P_0 + \delta P) = -M_s / D\beta \quad (20)$$

$$\omega_B(F, M_s, P_0 + \delta P) - \omega_B(0, M_0, P_0) = h\delta P / E_B A_B \quad (21)$$

式中, E_B 及 A_B 为螺栓弹性模量及螺杆等效面积。

由式(20)、(21)可确定法兰盘加载端截面内力弯矩和螺栓张紧力变化量与偏置拉伸载荷幅值的关系。当偏置拉伸载荷幅值达到临界载荷时, 计算域 R_1 局部坐标零点位置接触压力为零, 即法兰盘间出现局部分离, 结合改进梁模型平衡方程式(7), 得到可确定偏置拉伸临界载荷的法兰盘局部分离条件

$$\left. \frac{d^2 M_1(x_1)}{dx_1^2} \right|_{x_1=0} = 0 \quad (22)$$

2.2 法兰盘接触面局部分离的情形

偏置拉伸载荷幅值大于临界载荷时, 法兰盘发生局部分离, 一般非极端拉伸载荷下, 分离域位于偏置拉伸载荷端面与螺栓紧固域之间, 因此将法兰盘虚拟分割为如图 6 所示四个计算域; 保持接触的计算域 R_1 、 R_2 和 R_3 仍然适用式(8)的梁截面内力弯矩方程; 分离域 R_S 因侧底面挠度为零的约束条件不成立, 故式(8)截面内力弯矩方程不再适用。

图 6 法兰分离情形计算域示意图

由平衡关系, R_S 分离域内的弯矩为

$$M_R(x_R) = Fx_R + M_S \quad (23)$$

计算域 R_S 与 R_1 交界处的截面弯矩为

$$M_E = F\xi + M_S \quad (24)$$

式中, ξ 表示法兰盘局部分离距离。由于分离域 R_S 侧底面接触压应力及侧顶面的分布载荷均为零, 域内截面弯矩、截面平均变形转角及截面中轴线挠度关系式简化如下^[9]

$$M_R(x_R) = EI \frac{d\phi_R}{dx_R} \quad (25)$$

$$\phi_R = -\frac{d\omega_R}{dx_R} + \left(\frac{12(1+\mu)}{5Eh} + \frac{3\mu}{10Eh}\right) \frac{dM_R}{dx_R} \quad (26)$$

式中, ϕ_R 表示分离域截面平均转角, ω_R 表示分离域截面中轴线挠度。 R_S 分离域偏置载荷加载端面与圆柱壳体相应交界端面变形协调, 且 R_S 与 R_1 域交界截面同样需要满足变形协调, 因此假定两域交界截面平均变形转角协调及截面中轴线挠度协调。由式(23)~(26)并考虑 R_S 与 R_1 域交界截面变形协调, 得到 R_S 域中轴线挠度及截面平均转角如下

$$\omega_R = \frac{(27\mu + 24)h^2 + 60\xi^2}{10Eh^3} Fx_R - \frac{2}{Eh^3} Fx_R^3 - (6x_R^2 - 12\xi x_R + 6\xi^2) \frac{M_S}{Eh^3} + \Theta_E(\xi - x_R) + \omega_E - \frac{27h^2\mu\xi + 24h^2\xi + 40\xi^3}{10Eh^3} F \quad (27)$$

$$\phi_R = \frac{2M_S x_R + Fx_R^2 - M_S \xi - F\xi^2}{2EI} + \Theta_E \quad (28)$$

式中, Θ_E 和 ω_E 分别为 R_S 与 R_1 交界截面平均变形转角和截面中轴线挠度。法兰加载端截面中轴线挠度 $\tilde{\omega}_S$ 以及截面平均变形转角 $\tilde{\Theta}_S$ 分别为

$$\tilde{\omega}_S = -\frac{(27\mu + 24)h^2\xi + 40\xi^3}{10Eh^3} F - \frac{6\xi^2}{Eh^3} M_S + \Theta_E \xi + \omega_E \quad (29)$$

$$\tilde{\Theta}_S = \Theta_E - \frac{F\xi^2 + 2\xi M_S}{2EI} \quad (30)$$

对于仍保持接触的 R_1 、 R_2 和 R_3 三个计算域内截面弯矩方程式(8)仍适用, 其弯矩通解有相同的表达式如下

$$\tilde{M}_n(x_n) = e^{-a_0 x} (\tilde{C}_{n1} \cos b_0 x_n + \tilde{C}_{n2} \sin b_0 x_n) + e^{a_0 x} (\tilde{C}_{n3} \cos b_0 x_n + \tilde{C}_{n4} \sin b_0 x_n) \quad n=1,2,3 \quad (31)$$

上式 12 个待定参数由截面边界条件及计算域间的协调关系确定。法兰盘分离时, R_1 和 R_S 交界截面内力剪力与拉伸外载荷幅值相同; R_3 计算域自由端截面无外载, 即截面内力弯矩及剪力为零。三个保持接触的计算域交界截面之间仍需满足弯矩、剪力、接触压力及接触压力一阶导数的协调关系, 此三个计算域边界条件和域间协调关系如下

$$\begin{aligned} \tilde{M}_1(0) &= M_E & \tilde{M}_1(e_1 - \xi) &= \tilde{M}_2(-e_2) & \tilde{M}_2(e_2) &= \tilde{M}_3(0) \\ \tilde{M}_3(e_3) &= 0 & \frac{d\tilde{M}_1(0)}{dx_1} &= F & \frac{d\tilde{M}_1(e_1 - \xi)}{dx_1} &= \frac{d\tilde{M}_2(-e_2)}{dx_2} \\ \frac{d\tilde{M}_2(e_2)}{dx_2} &= \frac{d\tilde{M}_3(0)}{dx_3} & \frac{d\tilde{M}_3(e_3)}{dx_3} &= 0 \\ -\frac{d^2\tilde{M}_1(e_1 - \xi)}{dx_1^2} &= P & -\frac{d^2\tilde{M}_2(-e_2)}{dx_2^2} &= P \\ P - \frac{d^2\tilde{M}_2(e_2)}{dx_2^2} &= -\frac{d^2\tilde{M}_3(0)}{dx_3^2} \\ \frac{d^3\tilde{M}_1(e_1 - \xi)}{dx_1^3} &= \frac{d^3\tilde{M}_2(-e_2)}{dx_2^3} \\ \frac{d^3\tilde{M}_2(e_2)}{dx_2^3} &= \frac{d^3\tilde{M}_3(0)}{dx_3^3} \end{aligned} \quad (32)$$

由式(32)的线性方程组, 可得关于拉伸载荷幅值 F 、 R_S 与 R_1 交界截面内力弯矩 M_E 及螺栓张紧力的如下未知尺寸常量 $\tilde{C}_{ij}$

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{ij} &= \tilde{C}_{ij}^F(e_1 - \xi, e_2, e_3)F + \tilde{C}_{ij}^M(e_1 - \xi, e_2, e_3)M_E + \\ &\quad \tilde{C}_{ij}^P(e_1 - \xi, e_2, e_3)P \end{aligned} \quad (33)$$

与法兰盘未分离时不同, 上式待定参数 $\tilde{C}_{ij}^F$ 、 $\tilde{C}_{ij}^M$ 以及

$\tilde{C}_{ij}^P$ 除了与法兰盘厚度、螺栓装配位置及螺栓头尺寸有关外, 还与法兰盘局部分离距离 ξ 相关。

由式(10)、(12)可得 R_S 与 R_1 交界截面平均转角及中轴线挠度

$$\begin{aligned}\theta_E &= \{F[\Omega_1(\tilde{C}_{11}^F - \tilde{C}_{13}^F) + \Omega_2(\tilde{C}_{12}^F + \tilde{C}_{14}^F)] + \\ &M_E[\Omega_1(\tilde{C}_{11}^M - \tilde{C}_{13}^M) + \Omega_2(\tilde{C}_{12}^M + \tilde{C}_{14}^M)] + \\ &P[\Omega_1(\tilde{C}_{11}^P - \tilde{C}_{13}^P) + \Omega_2(\tilde{C}_{12}^P + \tilde{C}_{14}^P)]\} / 160Eh \quad (34) \\ \omega_E &= \{F[\Omega_3(\tilde{C}_{11}^F + \tilde{C}_{13}^F) + 26a_0b_0h^2(\tilde{C}_{14}^F - \tilde{C}_{12}^F)] + \\ &M_E[\Omega_3(\tilde{C}_{11}^M + \tilde{C}_{13}^M) + 26a_0b_0h^2(\tilde{C}_{14}^M - \tilde{C}_{12}^M)] + \\ &P[\Omega_3(\tilde{C}_{11}^P + \tilde{C}_{13}^P) + 26a_0b_0h^2(\tilde{C}_{14}^P - \tilde{C}_{12}^P)]\} / 32Eh \quad (35)\end{aligned}$$

Ω_1 和 Ω_2 如式(16)所示, 且

$$\Omega_3 = 13a_0^2h^2 - 13b_0^2h^2 + 48\mu \quad (36)$$

而由式(9)、(10), 螺栓轴线位置的法兰盘与螺栓头交界面挠度为

$$\begin{aligned}\tilde{\omega}_B(F, M_E, P) &= \{F[(a_0^2 - b_0^2)(\tilde{C}_{21}^F + \tilde{C}_{23}^F) + \\ &2a_0b_0(\tilde{C}_{24}^F - \tilde{C}_{22}^F)] + M_E[(a_0^2 - b_0^2)(\tilde{C}_{21}^M + \tilde{C}_{23}^M) + \\ &2a_0b_0(\tilde{C}_{24}^M - \tilde{C}_{22}^M)] + P[(a_0^2 - b_0^2)(\tilde{C}_{21}^P + \tilde{C}_{23}^P) + \\ &2a_0b_0(\tilde{C}_{24}^P - \tilde{C}_{22}^P) - 2]\} h / 2E \quad (37)\end{aligned}$$

考虑法兰盘与螺栓头装配面的变形协调关系, 偏置拉伸载荷下的螺栓轴线位置两者交界面挠度与初始螺栓预紧装配载荷下的交界面挠度之差, 应与螺栓变形协调, 于是有如下协调关系式

$$\tilde{\omega}_B(F, M_E, P_0 + \delta P) - \tilde{\omega}_B(0, M_0, P_0) = h\delta P / E_B A_B \quad (38)$$

由分离域 R_S 的载荷加载端截面变形转角与相应柱壳截面变形转角协调关系, 有

$$\tilde{\theta}_S(F, M_S, P_0 + \delta P) = -M_S / D\beta \quad (39)$$

考虑到 R_1 与 R_S 的交界截面为接触与非接触域的分界截面, 接触压力为零, 即

$$\left. \frac{d^2 \tilde{M}_1(x_1)}{dx_1^2} \right|_{x_1=0} = 0 \quad (40)$$

由式(38)~(40), 即可确定法兰盘加载端截面内力弯矩、螺栓张紧力变化量以及法兰盘局部分离距离关于偏置拉伸载荷幅值的表达式。下面先将理论模型计算结果与有限元模型进行对比验证, 再讨论关键

参数对法兰盘局部分离行为及分离阶段的连接结构非线性刚度的影响。

3 有限元模型校核

考虑计算效率及图 1 中螺栓法兰结构对称性, 基于 ABAQUS 6.13 软件将三维有限元模型建模等效为对图 2 所示连接结构 L 型法兰基础构件的建模(图 7)。其中, 结构网格划分采用六面体一阶单元 C3D8R, 单元尺寸 0.5, 柱壳及法兰盘设为铝合金材质($E=69\,000\text{ MPa}$, $\mu=0.3$)且不考虑塑性变形。柱壳壁厚 4 mm, 半径 147.5 mm; 螺栓采用高强钢材质标准 M6 螺栓($E=206\,000\text{ MPa}$, $\mu=0.3$), 即螺杆直径为 6 mm 且不考虑螺栓头与螺母差异。螺栓头与法兰盘装配接触法向行为采用“硬接触”算法用以描述接触压力-接触间隙之间的关系, 即不对接触压力设置幅值限制: 当接触间隙为零, 接触压力不为零且不作上限; 当接触间隙大于零或接触压力为零, 判定该接触分离并解除相应单元节点上的接触约束; 切向行为采用各向同性、摩擦因数 0.3 的库仑摩擦准则; 法兰盘间装配接触面亦采用“硬接触”接触算法且不计摩擦。

图 7 有限元模型示意图

为检验理论模型, 建立了不同螺栓预紧力、螺栓装配位置及法兰盘厚度的连接结构算例, 各算例尺寸参数及尺寸标注如表 1 及图 8 所示。各算例拉伸载荷幅值设置依据为使法兰盘分离域发生在法兰加载端与螺栓紧固域之间。需要说明的是, 模型中拉伸载荷的施加表征为柱壳壁截面上施加均布载荷, 后续对比图表中所示的拉伸载荷幅值为等效单位宽度的 L 型法兰基础构件柱壳壁上的单位线载荷幅值。

表 1 算例连接构件参数

参数	算例一	算例二	算例三	算例四
螺栓装配参数				
e_1/mm	8.5	8.5	12	8.5
螺栓头尺寸参数				
e_2/mm	7	7	7	7
螺栓装配参数				
e_3/mm	11.75	11.75	8.25	11.75
法兰盘厚度				
h/mm	20	16	20	20
螺栓预紧力/N	3 600	3 600	3 600	2 000
拉伸单位线载荷幅值				
$/(N \cdot \text{mm}^{-1})$	36	36	32	20

图 8 连接结构尺寸参数示意图

各个算例法兰盘加载端截面中轴位置的挠度如图 9 所示。可以看出, 连接结构在法兰盘分离阶段的刚度呈“软化”非线性特性, 随着拉伸载荷幅值增加刚度逐渐减小, 同时使得各算例连接结构进入分离阶段的载荷大小存在差异, 即临界载荷幅值不同。

图 9 有限元模型各算例拉伸载荷-测点挠度关系图

图 10 给出了拉伸载荷达到临界载荷时, 法兰盘接触压力分布云图, 可见加载端位置接触压力为零。各算例的临界载荷如图 11 所示, 可以看到, 相比有限元模型, 理论模型虽然低估了连接结构的临界载荷幅值, 但各参数影响下的临界载荷变化趋势相同。

接触压力 CPRESS/(N·mm⁻²)

图 10 临界拉伸载荷下的法兰盘接触应力云图

图 11 临界载荷幅值对比图

在法兰盘分离阶段内, 对比有限元模型与理论模型的法兰盘加载端截面中轴位置挠度以及连接刚度。由图 12~15 可知, 各算例的理论模型都能正确描述连接结构刚度非线性“软化”曲线。由表 2 可知, 各算例能够较好地预示连接结构分离阶段初末的刚度, 其中最大误差为 13.7%, 发生在分离阶段末。

图 12 算例一的分离阶段法兰盘端截面中轴线挠度对比

图 13 算例二的分离阶段法兰盘端截面中轴线挠度对比

图 14 算例三的分离阶段法兰盘端面中轴线挠度对比

图 15 算例四的分离阶段法兰盘端面中轴线挠度对比

表 2 各算例的刚度误差分析

	刚度类型	有限元模型 刚度 ($\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$)	理论模型刚 度 ($\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$)	相对误差 (%)
算例一	分离初刚度	42 008.0	425 36.3	1.3
	分离末刚度	15 384.6	174 85.2	13.7
算例二	分离初刚度	34 237.8	36 160	5.6
	分离末刚度	8 333.3	8 796.7	5.6
算例三	分离初刚度	37 740.1	35 721	-8.5
	分离末刚度	8 333.3	9 131.8	9.6
算例四	分离初刚度	42 161	42 691.0	1.3
	分离末刚度	15 194	17 254	13.6

理论模型与有限元模型的结果差异来源于以下三点：① 理论模型不考虑螺栓孔，即假定螺杆穿透法兰盘进行连接结构的装配。从梁理论来看相当于高估了螺栓头(螺母)紧固域内的截面惯性矩，进而造成对连接结构刚度的高估；② 为建立变形协调关系，理论模型设上法兰盘面螺栓装配轴线位置的变形挠度与螺栓变形相协调，相当于视螺栓头(螺母)为刚性体，引入了螺栓头(螺母)与法兰盘接触面的刚性假设，造成螺栓对法兰盘的约束过大。反映在四个算例结果对比中表现为理论模型对连接结构分

离末刚度存在一定程度高估；③ 理论模型对螺栓头(螺母)与法兰盘间的接触压力做了平均化处理，即假定为均布接触压力；但依据接触理论^[15]，外载作用下相互挤压的接触体，接触面压力并非均布，而取决于接触体的弹性模量、轮廓及挤压合力(幅值、方向)，此接触压力均布假设引入了模型误差。

4 参数讨论与分析

本节讨论连接结构关键参数对临界载荷幅值、法兰盘局部分离行为及连接结构刚度非线性特性变化的影响，涉及的主要影响因素包含螺栓预紧力、螺栓预应力、螺栓装配位置参数及法兰盘厚度等。

4.1 连接结构关键参数影响下的临界载荷幅值

设连接结构基准参数如表 3 所示，后续对比图中的各个算例参数的标识为对基准参数的改变量。由式(22)的法兰盘分离条件，可以得到连接结构临界载荷幅值随各关键参数的变化趋势(图 16~21，图中纵坐标表示单位线载荷幅值)。

表 3 连接结构基准参数

螺栓装配 参数 e_1/mm	螺栓头尺 寸 e_2/mm	螺栓装配 参数 e_3/mm	法兰盘厚 度 h/mm	螺栓预应力 $P_0/(\text{N}\cdot\text{mm}^{-2})$
7	7	7	20	200

图 16 螺栓预应力的影响

图 17 螺栓装配参数 e_1 的影响

图 18 相同螺栓预紧力下螺栓头尺寸 e_2 的影响 图 19 相同螺栓预紧力下螺栓头尺寸 e_2 的影响 图 20 螺栓装配参数 e_3 的影响

图 21 法兰盘厚度的影响

由图 16 给出的连接结构临界载荷幅值随螺栓预应力的变化趋势可知, 临界载荷大小与螺栓预紧力(预应力)成正比, 即螺栓预紧力越大临界载荷越大; 当螺栓预紧力为零时, 临界载荷为零, 退化为极端拉伸载荷下法兰盘分离的情形^[11]。

由图 17 给出的连接结构临界载荷幅值随螺栓螺栓装配位置参数 e_1 的变化趋势可知, 连接结构临界载荷幅值对装配参数 e_1 取值十分敏感且两者负相关; 螺栓头尺寸(即计算域 R_2 的尺寸 e_2)对临界载荷幅值的影响可分为相同螺栓预紧力及相同螺栓预应力两种情形进行讨论。由图 18 可见, 相同螺栓预紧力情形下, 螺栓头尺寸 e_2 取值与临界载荷大小呈负相关关系。但对实际工程问题而言, 螺栓预紧力的施加往往依据螺栓承载能力而定, 即大尺寸螺栓施加相对较大的螺栓预紧力, 因此有必要讨论相同螺栓预应力情形下螺栓头尺寸 e_2 对临界载荷大小的影响。相同螺栓预应力下螺栓头尺寸 e_2 对连接结构临界载荷幅值的影响如图 19 所示, 临界载荷幅值关于螺栓头尺寸参数 e_2 存在极值点, 即一味地增加或减小螺栓头尺寸都不能显著提升连接结构临界载荷幅值。由图 20 中给出的连接结构临界载荷幅值随螺栓装配位置参数 e_3 的变化趋势可知, 二者呈正相关, e_3 越大则临界载荷幅值越大; 最后由图 21 可见法兰盘厚度增加会导致临界载荷幅值线性增大。

4.2 关键参数影响下的法兰盘局部分离行为及连接结构非线性刚度变化

基于表 3 基准参数来研究连接结构分离阶段的非线性行为。图 22~27 给出了各主要参数影响下的拉伸载荷幅值-连接结构加载端截面挠度关系以及拉伸载荷幅值-法兰盘接触分离域长度关系。同时在表 4~6 中分别给出了螺栓装配参数 e_1 、螺栓预紧力(预紧力)以及法兰盘厚度对法兰盘局部分离阶段连接结构刚度的影响。

图 22 螺栓装配参数 e_1 影响下的分离域长度与拉伸载荷幅值的关系图

图 23 螺栓装配参数 e_1 影响下的法兰盘端面测量点挠度与拉伸载荷幅值的关系图

表 4 螺栓装配参数 e_1 影响下的连接结构分离阶段刚度

e_1/mm	分离初刚度 $/(N \cdot \text{mm}^{-1})$	分离末刚度 $/(N \cdot \text{mm}^{-1})$	刚度变化(%)
10	38 505	10 722	-72.2
8	42 006	14 892	-64.5
6	46 858	21 596	-53.9
4	54 861	33 777	-38.4

图 24 螺栓预紧力(预紧力)影响下的法兰盘分离长度与拉伸载荷幅值的关系图

表 5 螺栓预紧力影响下的连接结构分离阶段刚度

螺栓预紧力 $/(N \cdot \text{mm}^{-2})$	分离初刚度 $/(N \cdot \text{mm}^{-1})$	分离末刚度 $/(N \cdot \text{mm}^{-1})$	刚度变化值 (%)
150	44 086	17 740	-59.76
200	43 716	17 790	-59.3
250	44 565	17 773	-60.1
300	44 251	17 768	-59.84

图 25 螺栓预紧力(预紧力)影响下的法兰盘端面测量点挠度与拉伸载荷幅值的关系图

图 26 法兰盘厚度影响下的法兰盘分离域长度与拉伸载荷幅值的关系图

图 27 法兰盘厚度影响下的法兰盘端面测量点挠度与拉伸载荷幅值的关系图

表 6 法兰盘厚度影响下的连接结构分离阶段刚度

法兰盘厚度 $/\text{mm}$	分离初刚度 $/(N \cdot \text{mm}^{-1})$	分离末刚度 $/(N \cdot \text{mm}^{-1})$	刚度变化 (%)
14	36 061	9 387	-74.0
16	38 816	11 930	-69.3
18	41 478	14 714	-65.5
20	43 735	17 763	-59.4

由图 22 可知，不同连接结构螺栓装配参数 e_1 影响下，法兰盘分离域长度与拉伸载荷幅值正相关但不为线性，即随着拉伸载荷幅值的增加，单位拉伸载荷幅值增量下法兰盘分离距离的增量在减小；同时对比不同 e_1 参数下的算例可以看到，螺栓装配参数 e_1 显著影响法兰盘接触分离行为；单位拉伸载荷增量下的接触分离域长度增量随 e_1 增大而显著增大。从图 23 中可看出螺栓装配参数 e_1 显著影响拉伸载荷幅值-法兰盘加载端挠度曲线，即连接结构分离阶段的结构刚度非线性特性关于螺栓装配参数 e_1 十分敏感。如表 4 所示，法兰盘分离阶段初末的连接结构刚度随 e_1 参数的增大而显著减小，同时连接结构刚度“软化”效应随 e_1 参数的增大而增强，即

连接结构刚度非线性特性越显著。

由图 24 可知,不同连接结构螺栓装配预紧力影响下,法兰盘分离域长度与拉伸载荷幅值正相关但不为线性,即随着拉伸载荷幅值的增加,单位拉伸载荷幅值增量下法兰盘分离距离的增量在减小;同时对比不同螺栓预紧力的算例可以看到,螺栓预应力(预紧力)越小,法兰盘越易分离,即分离阶段连接结构的承载能力随着螺栓预紧力的增大而增大;由图 25 及表 5 可知,螺栓预紧力并不影响连接结构分离阶段初末的结构刚度,因此当螺栓装配参数、螺栓头尺寸以及法兰盘厚度给定时,连接结构分离阶段的刚度值由拉伸载荷幅值与螺栓预紧力的比值唯一确定。

由图 26 可知,不同连接结构法兰盘厚度影响下,法兰盘分离域长度与拉伸载荷幅值正相关但不为线性,即随着拉伸载荷幅值的增加,单位拉伸载荷幅值增量下法兰盘分离距离的增量在减小;同时对比不同法兰盘厚度的算例可见,法兰厚度对连接结构分离阶段的承载能力影响并不显著;由图 27 及表 6 可知,连接结构分离阶段初末的结构刚度随着法兰盘厚度的增大而增大,同时连接结构刚度“软化”效应随法兰盘厚度的减小而增强,即连接结构刚度非线性特性越显著。

5 结论

(1) 本文基于弹性薄壳理论和 Couchaux 改进梁理论构造了螺栓法兰装配的柱壳连接结构理论模型,与有限元模型对比发现此模型可以在一定精度下高效预测分离阶段连接结构非线性刚度的变化规律,即能够准确描述法兰盘分离过程中带来的连接刚度损失;由此理论模型不但可以考虑预紧力的影响,亦可以有效提高采用此类柱壳连接方式的航天器等结构设计效率。

(2) 在法兰盘未分离阶段,连接结构临界载荷幅值与螺栓装配位置参数 e_1 联系显著且呈负相关,而与螺栓装配位置参数 e_3 正相关;相同螺栓预应力情形,螺栓头尺寸参数 e_2 影响下的临界载荷幅值存在极值点。

(3) 在法兰盘分离阶段,螺栓预紧力变化并不影响分离阶段初末的连接刚度;螺栓装配参数、螺栓头尺寸及法兰盘厚度相同时,连接结构分离阶段的刚度值由拉伸载荷幅值与螺栓预紧力的比值唯一确定;螺栓装配位置参数 e_1 以及法兰盘厚度都会显著影响连接结构非线性刚度“软化”效应;在一定

的尺寸条件下, e_1 参数值越大以及法兰盘厚度越小连接结构分离阶段的刚度“软化”效应越显著。

本文研究结果对设计和使用螺栓法兰装配的柱壳连接结构具有极强的指导意义和参考价值。

参 考 文 献

- [1] CHAI J F, LAI Z Y, LIN F R, et al. Numerical modelling and experimental validation of the flange joint of a piping system in nuclear power plants[C]// The 24th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology. Busan: IASMiRT, 2017: 58-68.
- [2] SØRENSEN J D, SØRENSEN J N. Wind energy systems: Optimising design and construction for safe and reliable operation[M]. Cambridge: Woodhead Publishing, 2011.
- [3] LUAN Y, GUAN Z Q, CHENG G D, et al. A simplified nonlinear dynamic model for the analysis of pipe structures with bolted flange joints[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(2): 325-344.
- [4] 谭雪峰, 阎绍泽. 火箭分离面径向冲击预示的简化圆环分析方法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(16): 95-100.
TAN Xuefeng, YAN Shaoze. Simplified analytical method of radial shock response of satellite-rocket separation interface[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(16): 95-100.
- [5] NOOR A K, SAMUEL L, VENNERI D B, et al. Structures technology for future aerospace systems[J]. Computers and Structures, 2000, 74(5): 507-519.
- [6] 张相盟, 王本利, 刘源. 含迟滞力约束悬臂梁的非线性振动研究[J]. 航空学报, 2013, 34(11): 2539-2549.
ZHANG Xiangmeng, WANG Benli, LIU Yuan. Nonlinear vibration of a cantilever beam constrained by a hysteresis force[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(11): 2539-2549.
- [7] COMEZ I, BIRINCI A, ERDOL R. Double receding contact problem for a rigid stamp and two elastic layers[J]. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2004, 23(2): 301-309.
- [8] YAYLACI M, BIRINCI A. The receding contact problem of two elastic layers supported by two elastic quarter planes[J]. Struct. Eng. Mech., 2013, 48(2): 241-255.
- [9] ADIYAMAN G, BIRINCI A, ÖNER E, et al. A receding contact problem between a functionally graded layer and two homogeneous quarter planes[J]. Acta Mechanica, 2016, 227(6): 1753-1766.

- [10] LU X, ZENG Y, CHEN Y, et al. Transient response characteristics of a bolted flange connection structure with shear pin/cone[J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 395: 240-257.
- [11] COUCHAUX M, HJIAJ M, RYAN I, et al. Effect of contact on the elastic behaviour of tensile bolted connections[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2017, 133: 459-474.
- [12] BALUCH M H, AZAD A K, KHIDIR M A. Technical theory of beams with normal strain[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1984, 110(8): 1233-1237.
- [13] TIMOSHENKO S P, WOINOWSKY-KRIEGER S. Theory of plates and shells[M]. New York: McGraw-hill Companies, 1959.
- [14] COUCHAUX M, HJIAJ M, RYAN I. Enriched beam model for slender prismatic solids in contact with a rigid foundation[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2015, 93: 181-190.
- [15] JOHNSON K L. Contact mechanics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
-
- 作者简介: 潘嘉诚, 男, 1992年出生, 博士研究生。主要研究方向为连接结构非线性动力学。
E-mail: jcpa_ls@mail.dlut.edu.cn
- 关振群, 男, 1965年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为重大装备结构强度与可靠性分析、航空航天结构动力学、大规模科学计算建模与网格生成。
E-mail: guanzhq@dlut.edu.cn
- 曾岩(通信作者), 男, 1979年出生, 博士, 讲师, 硕士研究生导师。主要研究方向为非线性随机动力学、航空航天结构和可靠性分析。
E-mail: zengyan@dlut.edu.cn
- 孙伟程, 男, 1993年出生, 博士研究生。主要研究方向为连接结构非线性动力学。
E-mail: sun_wei_cheng@hotmail.com