DOI: 10.3901/JME.2020.24.219

变可信度近似模型及其在复杂装备优化设计中的应用研究进展*

周奇¹ 杨扬² 宋学官³ 韩忠华^{4,5} 程远胜⁶ 胡杰翔¹
舒乐时^{7,8} 蒋平^{7,8}

- (1. 华中科技大学航空航天学院 武汉 430074;
2. 华中农业大学工学院 武汉 430070;
3. 大连理工大学机械工程学院 大连 116024;
4. 西北工业大学翼型、叶栅空气动力学国家级重点实验室 西安 710072;
5. 西北工业大学航空学院 西安 710072;
6. 华中科技大学船舶与海洋工程学院 武汉 430074;
7. 华中科技大学数字制造装备与技术国家重点实验室 武汉 430074;
8. 华中科技大学机械科学与工程学院 武汉 430074)

摘要: 变可信度近似模型通过融合不同精度分析模型的数据,可有效平衡近似模型预测性能和建模成本之间的矛盾,在复杂装备优化设计中受到广泛的关注。综述变可信度近似模型及其在复杂装备优化设计中的应用研究进展。概述三类常用变可信度近似建模方法的基本思想,并介绍变可信度近似建模方法研究的最新进展。回顾面向变可信度近似模型试验设计方法的发展现状,包括一次性试验设计方法和序贯试验设计方法。综述直接影响变可信度近似模型优化设计求解精度和效率的两类近似模型管理策略,探讨基于变可信度近似模型的智能优化和可靠性/稳健性优化这两个领域前沿问题。归纳总结变可信度近似模型应用于复杂装备优化设计的现状。针对变可信度近似建模及其优化设计给出了一些应用建议,并指出未来值得深入研究的方向。

关键词: 变可信度近似模型; 序贯采样; 装备优化设计; 序贯优化; 多学科优化设计

中图分类号: TH11; V221

Survey of Multi-fidelity Surrogate Models and their Applications in the Design and Optimization of Engineering Equipment

ZHOU Qi¹ YANG Yang² SONG Xueguan³ HAN Zhonghua^{4,5} CHENG Yuansheng⁶
HU Jiexiang¹ SHU Leshi^{7,8} JIANG Ping^{7,8}

- (1. School of Aerospace Engineering, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074;
2. College of Engineering, Huazhong Agricultural University, Wuhan 430070;
3. School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024;
4. National Key Laboratory of Science and Technology on Aerodynamic Design and Research, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072;
5. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072;
6. School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074;
7. The State Key Laboratory of Digital Manufacturing Equipment and Technology, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074;
8. School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074)

Abstract: Multi-fidelity (MF) surrogate models have attracted significant attention recently in engineering design optimization since

* 国家自然科学基金资助项目(51805179, 51775203, 51705182, 51721092)。
20200309 收到初稿, 20200908 收到修改稿

they can make a trade-off between high prediction accuracy and low computational cost by augmenting the small number of expensive high-fidelity (HF) samples with a large number of cheap low-fidelity (LF) data. This work summarizes the state-of-the-art of MF surrogate modeling approaches and their applications in engineering design optimization. Firstly, the concept of three types of commonly used MF surrogate models is provided and the developments of extensions of them are reported. Secondly, the design of experiments for the MF surrogate models are summarized, including the one-shot design and sequential design approaches. Thirdly, two model management strategies, which directly determine the accuracy and efficiency of MF surrogate model-assisted design optimization approaches, are presented. Besides, the hot topics, MF surrogate model-assisted intelligent optimization algorithms and reliability/robust optimization are discussed. Fourthly, the applications of MF surrogate models in the practical engineering design domain are summarized. Finally, some suggestions about the usage of the MF surrogate models and their applications are provided, followed by the discussion of the deserved future work.

Keywords: multi-fidelity surrogate model; sequential sampling; equipment design and optimization; sequential optimization; multi-disciplinary design and optimization

0 前言

复杂装备通常包含多个存在复杂耦合关系的部件或子系统,涉及结构、流体、声学、传热、振动等多个学科,其设计本质是多学科优化设计问题。随着计算机技术的飞速发展,各学科相继引入了各类先进的数值仿真分析工具,如结构学科的 ANSYS、ABAQUS 等,流体学科的 FLUENT、CFX 等,数值仿真分析过程通常需要耗费巨大的时间成本。在进行装备优化设计过程中,通常需要多次调用数值仿真分析才能获得最优设计方案。这种直接调用数值仿真分析的装备优化设计,其计算耗时无法满足装备设计快速高效的需求。在此背景下,近似模型技术应运而生,迅速成为多学科优化设计的关键技术^[1],并被成功应用于飞行器、船舶、汽车等装备的优化设计^[2-3]。常用的近似模型主要包括多项式响应面 (Polynomial response surface, PRS) 模型、径向基函数 (Radical basis function, RBF) 模型、Kriging 模型、支持矢量回归 (Support vector regression, SVR) 模型、人工神经网络 (Artificial neural network, ANN) 模型、移动最小二乘曲线 (Moving least squares, MLS) 模型、多元自适应回归样条 (Multivariate adaptive regression splines, MARS) 模型等。上述近似模型各有千秋,国内外学者从不同侧重面对近似模型的理论与方法及其工程应用情况进行了综述^[1, 4-12]。如 WANG 等^[4]详细讨论了近似模型在各类工程设计问题中的效用与应用现状; VIANA 等^[5]较为细致地讨论了近似模型在输入输出空间降维、模型选择与组合及工程优化设计中的研究进展; LIU 等^[6]对近似模型中的序贯试验设计方法进行了全面地讨论; 龙腾等^[7]对试验设计和近似模型在飞行器多学科优

化设计的研究现状进行了详尽地总结; 韩忠华等^[8]全面概述了 Kriging 近似模型理论及其在飞行器优化设计领域的应用研究进展。

美国国家航空航天局《CFD 2030 愿景: 通往革命性计算航空科学之路》发展规划指出^[13]: “在过去的十年中, 先进的近似模型技术的发展以及基于伴随的最优形状设计技术的引入, 使得 CFD 技术可以用于飞机和燃气轮机组件的空气动力学优化, 但使用高精度分析模型处理多学科优化设计问题仍旧归属于高端技术, 绝非常规做法”。诚然, 在近似模型构建过程中, 若完全依赖于高精度分析模型, 耗时的仿真分析或高昂的试验成本将令设计者望而却步; 反之, 若仅仅依赖于低精度分析模型, 获得的近似模型通常很难反映复杂装备的真实特征。亦即, 近似模型构建需要平衡模型性能与建模成本之间的矛盾关系。在此背景下, 变可信度近似建模方法被提出, 其利用高/低精度分析模型的各自优势, 使用较多的低精度样本点以降低计算复杂性, 同时使用少量的高精度样本点来保证变可信度近似模型的预测性能, 可有效平衡近似模型预测性能与建模成本之间的矛盾关系, 在复杂装备优化设计中展现出了巨大的潜力。恰如美国国家航空航天局《CFD 2030 年愿景》的两份发展规划中的阐述^[13-14]: “将高精度仿真数据与低精度模型数据以及来自风洞、发动机或飞行测试等试验数据融合的方法, 将为降低航空系统设计总体风险提供强有力的支撑”; “变可信度近似模型的发展需要长期研究, 并且可能在 2030 年以后仍是活跃的研究主题”。图 1 总结了 2000 年至 2019 年与变可信度近似模型及其优化相关的文献发表量及引用热度。从图 1 中可以看出, 变可信度近似模型及其在优化设计中的应用受到的关注度逐年递增。

图 1 近 20 年变可信用度近似模型发文情况与引用热度(数据统计来源为 Google 学术库, 截至 2020 年 3 月)

近年来, 国内外学者已相继发表若干与变可信用度近似模型有关的综述论文。其中, VIANA 等^[15]综述近似模型在多学科优化设计中的应用现状时, 单独列出一节对变可信用度建模方法的发展状况进行了回顾; 韩忠华等^[16]综述近似模型在高效全局气动优化设计方法中的研究进展时, 单独列出一节对基于变可信用度近似模型的气动优化设计方法的应用现状进行了详细介绍; ZHENG 等^[17-18]简要综述了变可信用度近似模型中的关键技术; PEHERSTORFER 等^[19]讨论了变可信用度近似模型在不确定性传播、统计推断、优化三方面的应用研究进展; FERNÁNDEZ-GODINO 等^[20]对变可信用度近似建模方法及其在流体、固体力学领域的应用现状进行了全面的论述。上述文献分别从不同角度对变可信用度近似模型及其优化进行了综述, 但是, 缺乏对变可信用度近似模型构建方法、面向变可信用度近似模型的试验设计及变可信用度近似模型辅助优化设计较为全面的讨论。鉴于此, 本文在前人研究工作的基础上, 重点对上述三方面的关键技术与研究现状进行论述, 旨在为相关领域学者深入研究变可信用度近似模型理论与方法及开展

基于近似模型的复杂装备优化设计提供参考。

本文第 1 节介绍了变可信用度近似模型构建方法的研究进展, 包括基于标度函数的变可信用度近似建模方法、基于空间映射的变可信用度近似建模方法及 Co-Kriging 变可信用度近似建模方法; 第 2 节对面向变可信用度近似模型的试验设计方法的最新研究进展进行了概述; 第 3 节介绍了基于变可信用度近似模型的优化设计方法, 包括变可信用度近似模型管理策略、基于变可信用度近似模型的智能优化算法及变可信用度近似模型在不确定性优化领域的最新研究进展; 第 4 节探讨了变可信用度近似模型在复杂装备优化设计领域应用中的关键问题及发展现状; 最后, 针对变可信用度近似建模及其优化设计给出了一些应用建议, 并探讨了亟待解决的难点和未来发展方向。

1 变可信用度近似模型构建方法

1.1 变可信用度近似模型构建方法分类

变可信用度近似模型构建中所需要解决的核心问题是如何有效融合高/低精度分析模型的数据。当

前,变可信度近似模型构建方法主要包括以下 3 类。

(1) 基于标度函数的变可信度近似建模方法,即建立高/低精度分析模型之间的标度函数(加法函数、乘法函数或混合函数),将标度函数和低精度分析模型融合以构建变可信度近似模型。

(2) 基于空间映射的变可信度近似建模方法,即将高精度分析模型的设计变量空间映射到低精度分析模型的设计变量空间,或将低精度输出空间映射到高精度分析模型的输出空间,在此基础上寻找合适的转换函数,构建变可信度近似模型。

(3) Co-Kriging 变可信度近似建模方法,即基于 Bayesian 理论,以低精度分析模型提供趋势,通过对高精度样本点进行插值,构建变可信度近似模型。

除了上述 3 类方法,其他变可信度近似建模方法在优化设计中也有报道,如基于神经网络结构的方法,感兴趣的读者可参阅文献[21-22]。

1.2 变可信度近似模型构建方法的研究进展

假设可用的高/低精度分析模型的样本点数据见式(1)

$$\begin{cases} \mathbf{X}^l = \{\mathbf{x}_1^l, \mathbf{x}_2^l, \dots, \mathbf{x}_{N_l}^l\}; \mathbf{f}^l = \{f_1^l, f_2^l, \dots, f_{N_l}^l\} \\ \mathbf{X}^h = \{\mathbf{x}_1^h, \mathbf{x}_2^h, \dots, \mathbf{x}_{N_h}^h\}; \mathbf{f}^h = \{f_1^h, f_2^h, \dots, f_{N_h}^h\} \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{X}^l = \{\mathbf{x}_1^l, \mathbf{x}_2^l, \dots, \mathbf{x}_{N_l}^l\}$ 表示低精度样本点集合; $\mathbf{f}^l = \{f_1^l, f_2^l, \dots, f_{N_l}^l\}$ 表示低精度样本点处的输出响应; $\mathbf{X}^h = \{\mathbf{x}_1^h, \mathbf{x}_2^h, \dots, \mathbf{x}_{N_h}^h\}$ 表示高精度样本点集合; $\mathbf{f}^h = \{f_1^h, f_2^h, \dots, f_{N_h}^h\}$ 表示高精度样本点处的输出响应。

本节将对常用的 3 类变可信度建模方法进行概述。

1.2.1 基于标度函数的变可信度近似建模方法

(1) 基于乘法标度的变可信度近似建模方法 (Multiplicative scaling function based multi-fidelity surrogate modeling, MS-MFS)。HAFTKA 等^[23]于 1991 年首次提出了基于乘法标度函数的变可信度近似建模方法。在 MS-MFS 中, 标度因子 k 定义为高精度样本点 $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma^2 \exp\left\{-\sum_{j=1}^u \theta_j (x_j - x'_j)^2\right\}$ 处的高/低精度分析模型输出响应之间的比率

$$l_i(\mathbf{x}_i^h) = \frac{f^h(\mathbf{x}_i^h)}{\hat{f}^l(\mathbf{x}_i^h)} \quad (2)$$

式中, $l_i(\mathbf{x}_i^h)$ 为高精度样本点 $\mathbf{x}_i^h$ 处的标度因子; $f^h(\mathbf{x}_i^h)$ 为高精度样本点 $\mathbf{x}_i^h$ 处高精度分析模型的输

出响应; $\hat{f}^l(\mathbf{x}_i^h)$ 为高精度样本点 $\mathbf{x}_i^h$ 处低精度分析模型的输出响应。

为了在整个设计空间中获得高/低精度分析模型响应之间的比例, 通过分别取高精度样本点集合 $\mathbf{X}^h = (\mathbf{x}_1^h, \mathbf{x}_2^h, \dots, \mathbf{x}_{N_h}^h)$ 和 标 度 因 子 集 合 $\mathbf{l} = \{l_1, l_2, \dots, l_{N_h}\}$ 作为输入和输出来构建乘法标度函数 $\hat{\mathbf{l}}(\mathbf{x})$ 。那么, 基于乘法标度函数的变可信度近似模型可数学描述为

$$\hat{f}_{mf}(\mathbf{x}) = \hat{f}^l(\mathbf{x}) \hat{\mathbf{l}}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

值得指出的是, 当存在高精度样本点 $\mathbf{x}_i^h$ 处低精度分析模型的输出响应等于 0 时, MS-MFS 会失效。这个特征在一定程度上限制了 MS-MFS 在装备优化设计中的应用, 这是因为最优化解通常位于约束边界。

(2) 基于加法标度的变可信度近似建模方法 (Additive scaling function based multi-fidelity surrogate modeling, AS-MFS)。为了克服 MS-MFS 的缺点, LEWIS 等^[24]提出了基于加法标度函数的变可信度近似建模方法。在 AS-MFS 中, 标度因子 $\delta(\mathbf{x})$ 定义为高精度样本点 $\mathbf{x}_i^h$ 处的高/低精度分析模型的输出响应之间的差值

$$\delta(\mathbf{x}_i^h) = f^h(\mathbf{x}_i^h) - f^l(\mathbf{x}_i^h) \quad (4)$$

式中, $\delta(\mathbf{x}_i^h)$ 为高精度分析模型的样本点 $\mathbf{x}_i^h$ 处的标度因子。

为了在整个设计空间中获得高/低精度分析模型响应之间的差异, 通过分别取高精度样本点集合 $\mathbf{X}^h = (\mathbf{x}_1^h, \mathbf{x}_2^h, \dots, \mathbf{x}_{N_h}^h)$ 和 标 度 因 子 集 合 $\boldsymbol{\delta} = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{N_h}\}$ 作为输入和输出来构建加法标度函数 $\hat{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x})$ 。那么, 基于加法标度函数的变可信度近似模型可数学描述为

$$\hat{f}_{mf}(\mathbf{x}) = \hat{f}^l(\mathbf{x}) + \hat{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x}) \quad (5)$$

为了充分发挥低精度模型的趋势作用, 学者提出采用常系数 ρ_0 、 ρ_1 来充分挖掘高/低精度分析模型响应之间的线性关系^[25-29]

$$\hat{f}_{mf}(\mathbf{x}) = (\rho_0 + \rho_1 \hat{f}^l(\mathbf{x})) + \hat{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x}) \quad (6)$$

式中, 常系数 ρ_0 、 ρ_1 通过式(7)获得

$$\begin{aligned} \min : L(\rho_0, \rho_1) &= \sum_{i=1}^m \left[(\rho_0 + \rho_1 \hat{f}^l(\mathbf{x}_i^h)) - f^h(\mathbf{x}_i^h) \right]^2 \\ \text{s.t. } l_0 &\leq \rho_0 \leq u_0, l_1 \leq \rho_1 \leq u_1 \end{aligned} \quad (7)$$

作为上述方法的特例, 部分学者将上述过程简化为^[30-34]

$$\hat{f}_{mf}(\mathbf{x}) = \rho \hat{f}^l(\mathbf{x}) + \hat{\delta}(\mathbf{x}) \quad (8)$$

由于 AS-MFS 的概念直观且建模简洁, 其成为基于标度函数的变可置信度近似建模中最常用的方法, 已被广泛应用于装备的优化设计过程。

(3) 基于混合标度的变可置信度近似建模方法 (Hybrid scaling function based multi-fidelity surrogate modeling, HS-MFS)。为了利用乘法标度函数和加法标度函数的优点, GANO 等^[35]于 2005 年提出了基于混合标度函数的变可置信度近似建模方法。在 HS-MFS 中, 将 MS-MFS 和 AS-MFS 的输出响应加在一起, 并引入权重系数以反映它们之间的相对贡献率。那么, 基于混合标度函数的变可置信度近似模型可数学描述为

$$\hat{f}_{mf}(\mathbf{x}) = \omega(\hat{l}(\mathbf{x})\hat{f}^l(\mathbf{x})) + (1 - \omega)(\hat{f}^l(\mathbf{x}) + \hat{\delta}(\mathbf{x})) \quad (9)$$

式中, ω 为权重系数。

权重系数通常根据已获得的先验知识或设计人员经验确定。需要指出的是, HS-MFS 方法在建模过程中依然无法避免 MS-MFS 方法的缺陷。

上述 3 种基于标度函数的变可置信度近似建模方

法既可用于构建局部近似模型, 也可用于全局近似模型的构建。由于高精度样本点数量有限, 通常基于标度函数构建的变可置信度近似模型的预测性能主要取决于标度函数。表 1 总结了基于标度函数的变可置信度近似建模方法中, 标度函数选用的近似模型类型。由表 1 可以看出, 标度函数中 Kriging 模型的应用远超于其他类型。这主要归因于 Kriging 模型在建模中具有如下特点和优势^[36-40]: ① Kriging 模型属于插值类近似模型, 即模型经过所有试验样本点, 这对于确定性仿真是非常有必要的; ② 如果输出响应值存在噪声, Kriging 模型仍可通过其本身具有的建模机制(“块金效应”或误差项)进行插值拟合; ③ 通常所需要拟合的函数为黑箱函数, 即函数的内在特性无法获知, Kriging 模型对大多数函数类型适应性良好; ④ 作为一种高斯过程模型, Kriging 模型能够集成不同设计阶段的数据, 包括设计者获得的先验信息; ⑤ Kriging 模型能够提供非试验样本点处的预估误差, 这一特征在有限样本点条件下, 对于获取近似模型的预测性能格外重要。

表 1 标度函数选用的近似模型类型汇总

	PRS	RBF	Kriging	SVR	NN
加法标度	[31, 41-47]	[28, 30, 48]	[25, 27-29, 33, 49-54]	[26, 28, 55]	[56]
乘法标度	[23, 45, 57-63]		[64, 65]		
混合标度	[66]	[67, 68]	[35, 46, 69-74]		

1.2.2 基于空间映射的变可置信度近似建模方法 (Space mapping based multi-fidelity surrogate modeling, SM-MFS)

(1) 基于输入-输入空间映射的变可置信度近似建模方法由 BANDLER 等^[75]首次提出。这种方法的关键思想是寻找合适的转换关系 $\mathbf{P}$, 将高精度样本点集 $\mathbf{X}^h = \{\mathbf{x}_1^h, \mathbf{x}_2^h, \dots, \mathbf{x}_{N_h}^h\}$ 与低精度样本点集 $\mathbf{X}^l = \{\mathbf{x}_1^l, \mathbf{x}_2^l, \dots, \mathbf{x}_{N_l}^l\}$ 进行匹配(图 2)。

图 2 输入-输入空间映射的示意

寻找合适的转换关系 $\mathbf{P}$ 通常是一个迭代的过程。在转换关系 $\mathbf{P}$ 下, 高/低精度分析模型的输出响应满足

$$\|f^l(\mathbf{X}^l) - f^h(\mathbf{P}(\mathbf{X}^h))\| \leq \varepsilon \quad (10)$$

式中, ε 表示容差因子, $\|\cdot\|$ 为设计者选定的范数形式。

基于输入-输入空间映射的变可置信度近似建模方法的主要优点是允许高/低精度分析模型的设计空间维度不一致。该方法主要用于电子工程领域^[76-77]。由于装备设计问题通常属于多维度问题, 因此, 在输入-输入空间映射过程中, 寻找合适的转换关系对多维度-多维度进行匹配较为困难, 这无疑制约了其在装备优化设计领域的应用。

(2) 基于输出-输出空间映射的变可置信度近似建模方法的主要思想是^[78-80]考虑到低精度样本点通常容易获取, 可建立高精度输入空间到低精度输出空间“多对一”的映射关系 $\mathbf{P}_1$, 高精度样本点常常有限, 则寻找合适的转换关系 $\mathbf{P}_2$, 将低精度分析模型的输出集合 $\mathbf{f}^l$ 与高精度分析模型的输出集合 $\mathbf{f}^h$ 进行匹配, 将原本输入空间-输出空间“多对一”的映射关系转化为“一对一”的映射关系(图 3)。

图 3 输出-输出空间映射的示意

基于输出-输出空间映射的变可置信度近似建模方法的主要优点是对于输入空间维度较高且高精度样本点稀疏的问题,该方法通常也能得到较高的预测精度。值得说明的是,该方法在高/低精度样本点嵌套时会得到较好的效果。

1.2.3 Co-Kriging 变可置信度近似建模方法

Co-Kriging 模型起源于地质统计学领域,后由 KENNEDY 等^[81]首次应用于融合高/低精度分析模型的数据。Co-Kriging 作为 Kriging 的拓展,继承了 Kriging 模型特有的优点。当前应用较为广泛的 Co-Kriging 建模方法主要包括 KOH 模型^[81]、Qian-CK 模型^[82]、RECURSIVE-CK 模型^[83]、HK 模型^[84]。

(1) KOH 模型将低精度数据与高精度数据相结合进行建模,其高斯过程表述见式(11)

$$\begin{bmatrix} f^l(x_l) \\ f^h(x_h) \end{bmatrix} \sim GP(\mathbf{H}^T \boldsymbol{\beta}, \mathbf{C}) \quad (11)$$

$$\mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} \mathbf{h}^T(x_l) & 0 \\ \rho \mathbf{h}^T(x_h) & \mathbf{h}^T(x_h) \end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta} = (\beta_l \quad \beta_\delta) \quad (12)$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \sigma_l^2 \mathbf{R}_l(x_l, x_l) & \rho \sigma_l^2 \mathbf{R}_l(x_l, x_h) \\ \rho \sigma_l^2 \mathbf{R}_l(x_h, x_l) & \rho^2 \sigma_l^2 \mathbf{R}_l(x_h, x_h) + \sigma_\delta^2 \mathbf{R}_\delta(x_h, x_h) \end{pmatrix} \quad (13)$$

式中, $\mathbf{h}(x)$ 表示所选回归函数基项; β_l 和 β_δ 分别表示低精度分析模型和修正函数的回归系数矢量; ρ 为低精度函数与高精度函数的比例系数; PARK 等^[85]讨论了 Co-Kriging 中比例系数 ρ 的作用,并指出通过平滑修正函数可得到更精确的预测值; σ_l^2 和 σ_δ^2 分别表示低精度分析模型和修正函数的方差; $\mathbf{R}_l$ 和 $\mathbf{R}_\delta$ 分别表示低精度分析模型和修正函数的相关函数,具体形式由所选核函数确定,常用的高斯核函数为

$$R(x_i, x_j) = \exp \left(- \sum_{k=1}^m \theta_k |x_{i,k} - x_{j,k}|^2 \right) \quad (14)$$

基于上述 Co-Kriging 模型,样本点处的后验预

测均值为

$$\hat{f}_{mf}(\mathbf{x}) = \mathbf{H}^T(\mathbf{x}) \boldsymbol{\beta} + \mathbf{c}(\mathbf{x})^T \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{H}^T \boldsymbol{\beta}) \quad (15)$$

式中

$$\mathbf{c}^T(\mathbf{x}) = \left(\rho \sigma_l^2 \mathbf{R}_l(\mathbf{x}, x_l) \quad \rho^2 \sigma_l^2 \mathbf{R}_l(\mathbf{x}, x_h) + \sigma_\delta^2 \mathbf{R}_\delta(\mathbf{x}, x_h) \right) \quad (16)$$

样本点处的预估方差公式为

$$s(\mathbf{x})^2 = (\rho^2 \sigma_l^2 + \sigma_\delta^2) - \mathbf{c}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{c} + \frac{1 - \mathbf{H}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{f}}{\mathbf{H}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H}} \quad (17)$$

值得说明的是,从表达式上看, KOH 模型与基于加法标度的变可置信度近似建模方法采用 Kriging 模型时类似。然而,其求解方法从概念上有本质的区别。KOH 模型通过极大似然估计获取比例系数 ρ 及修正函数的超参数,而基于加法标度的变可置信度近似建模方法通过最小化变可置信度近似模型与高精度分析模在高精度样本点处的累积差异值获取标度函数的超参数。

(2) Qian-CK 模型: QIAN 等^[82]基于 KOH 框架,提出了 Qian-CK 模型。不同于 KOH 模型假定比例系数 ρ 为一个常数,在 Qian-CK 的模型中,比例系数 ρ 可随样本空间的变化而变化,即比例系数是输入变量的函数 $\rho(\mathbf{x})$ 。同时 Qian-CK 模型考虑了测量误差 $\varepsilon(\mathbf{x})$,因此,式(11)的高斯过程参数 $\mathbf{H}$ 与 $\mathbf{C}$ 相应改为

$$\mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} \mathbf{h}^T(x_l) & 0 \\ \rho(\mathbf{x}_h) \mathbf{h}^T(x_h) & \mathbf{h}^T(x_h) \end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta} = (\beta_l \quad \beta_\delta) \quad (18)$$

由于函数 $\rho(\mathbf{x})$ 带来了额外的超参数, Qian-CK 模型中作了如下假定

$$\begin{cases} p(\rho | \sigma_\rho^2) \sim GP(\mu_\rho, \nu_\rho \sigma_\rho^2) \\ p(\sigma_\rho^2) \sim IG(\alpha_\rho, \gamma_\rho) \\ p(\varepsilon) \sim GP(0, \sigma_\varepsilon^2) \end{cases} \quad (19)$$

(3) RECURSIVE-CK: LE GRATIET L 等^[83]同样针对比例系数 ρ 进行了调整,不同于 Qian-CK 中的假定 $\rho(\mathbf{x})$ 服从概率分布,GRATIET 假设 $\rho(\mathbf{x})$ 满足一个回归关系

$$\rho(\mathbf{x}) = \mathbf{g}^T(\mathbf{x}) \boldsymbol{\beta}_\rho \quad (20)$$

式中, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ 为回归基项, $\boldsymbol{\beta}_\rho$ 为比例系数的回归系数。

(4) HAN 等^[84]借鉴 Kriging 模型的理论,提出了通用性强、建模简洁的 HK 模型。HK 模型的主要

思想是“趋势模型+修正模型”，即以大量低精度样本点构造低精度 Kriging 模型来反映“全局变化趋势”，以少量的高精度样本点修正模型，从而获得能有效替代高精度分析模型的变可信度近似模型。

HK 模型可以数学描述为

$$\hat{f}_{mf}(\mathbf{x}) = \beta_0 \hat{f}^l(\mathbf{x}) + Z(\mathbf{x}) \quad (21)$$

式中，平稳随机过程均值为 0，其协方差为

$$\text{Cov}[Z(\mathbf{x}), Z(\mathbf{x}')] = \sigma^2 R(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \quad (22)$$

值得指出的是 HK 模型的误差估计中由于引入了低精度近似模型的预估值，能够提供更合理的不确定性预估。

除了从高/低精度分析模型数据融合方式上开展 Co-Kriging 建模方法的研究外，当前对 Co-Kriging 建模方法的延伸性探索主要集中在以下两方面。

(1) 提高 Co-Kriging 模型的建模效率：HAN 等^[86]提出了简化 Co-Kriging 模型相关矩阵计算过程的方法，该方法中 Co-Kriging 模型的超参数计算复杂度与传统 Kriging 模型相当；ZIMMERMANN 等^[87]引入辅助变量对 Co-Kriging 模型相关矩阵进行表达，极大降低了 Co-Kriging 模型中待估超参数的数量。BERTRAM 等^[88]解决了 Co-Kriging 模型中协方差矩阵和极大似然估计的理论问题；卢月明等^[89]采用主成分分析方法对输入变量进行降维，显著降低了 Co-Kriging 模型的计算复杂度和预测误差。

(2) 拓展 Co-Kriging 模型的应用场景：YAMAZAKI 等^[90]在 HAN 等^[86]的工作基础上，将可融合的分析模型精度拓展为三层；XIAO 等^[91]将传统的两层 Co-Kriging 模型扩展到多层 Co-Kriging 模型；HAN 等^[92]对两层 HK 模型进行拓展，拓展后的 HK 模型可用于融合来源于多层精度分析模型的数据；ROKITA 等^[93]将本征正交分解用于对多精度分析模型的多输出响应降维，提出了可用于高维输出响应的 Co-Kriging 模型；为有效处理高/低精度分析模型样本数据非对称，LIU 等^[94]将 Co-Kriging 模型分解为全局趋势项和局部差异项，同时在局部差异项中引入权系数以利用高/低精度模型相似度信息；ZAYTSEV 等^[95-96]提出了一种可用于大数据的 Co-Kriging 模型；为了融合非层次型精度分析模型数据，CHEN 等^[97]提出了三种基于多输出高斯过程的 Co-Kriging 模型；考虑到若低精度分析模型提供的响应趋势不准，则将对变可信度近似模型的精度产生负面影响，PERDIKARIS 等^[98]提出了非线性 Co-Kriging 模型。

2 面向变可信度近似模型的试验设计方法

面向变可信度近似模型的试验设计所需要解决的核心问题是如何在设计空间中布置高/低精度样本点，为构建变可信度近似模型提供合理、有效的数据。这种方法可以分为两类：① 一次性试验设计方法，即一次性获得所有高/低精度样本点构建变可信度近似模型；② 序贯试验设计方法，即初始选定少量均匀分散在整个设计空间的高/低精度样本点，序贯过程中通过已有样本点信息来指导试验设计过程。

2.1 一次性试验设计方法

面向变可信度近似模型的一次性试验设计方法是指将所有可用资源一次性用于获得所有样本点，以构建变可信度近似模型。根据变可信度近似模型对高/低精度样本点关系的限定，可分为高/低精度样本点非嵌套和嵌套两种(图 4)，即高精度样本点是否为低精度样本点的子集。

图 4 嵌套-非嵌套样本点集示意

○ 低精度样本点 + 高精度样本点

(1) 高/低精度样本点非嵌套：一般而言，传统的试验设计方法，如正交设计(Orthogonal arrays design, OAD)^[99]、拉丁超立方试验设计(Latin hypercube design, LHD)^[100]、均匀设计(Uniform design, UD)^[101]、最大最小设计(Maximin/minimax design)^[102]等均可直接用于生成非嵌套高/低精度样本点。有关传统试验设计方法的研究综述，感兴趣的读者可参阅文献[103-104]。

(2) 高/低精度样本点嵌套：有一些变可信度近似模型(如 KOH 等)要求高/低精度样本点满足嵌套关系，即 $\mathbf{X}^h \subset \mathbf{X}^l$ 。为了生成嵌套的高/低精度样本点，一般有三种处理方法：① 高/低精度样本点采用传统试验设计方法独立生成，然后通过通过对高/低精度样本点平移，以满足嵌套关系^[79, 105-106]。例如，LE GRATIET 等^[105]提出最近邻域采样方法，该方法通过优化拉丁超立方试验设计分别生成高/低精度样本点，然后将距离各个高精度样本点最近的低精

度样本点平移至高精度样本点处,以保证高/低精度样本点嵌套。② 采用传统试验设计方法生成低精度样本点,然后通过空间填充准则在低精度样本点中选取子集作为高精度样本点^[107-108]。例如,YI等^[107]基于连续局部枚举和改进的全局和声搜索算法从低精度样本点中根据最大最小距离准则,确定高精度样本点的位置;BALABANOV等^[108]采用复合设计生成低精度样本点,随后按照D-最优准则在低精度样本点集合中选出高精度样本点集;QIAN等^[109]结合伽罗瓦域和正交阵列构建了基于正交阵列以及基于空间填充的嵌套样本点;QIAN等^[110]基于特殊随机排列提出了一种嵌套拉丁超立方设计,该设计易于满足任意设计变量及样本点数量的场景;RENNEN等^[111]提出了基于“最大最小”距离准则的嵌套拉丁超立方试验设计方法,展示了3种不同类型的嵌套网格设计,具有良好的空间填充特性。③ 对优化拉丁超立方试验设计方法进行改进,并列生成嵌套的高/低精度样本点^[112-114]。例如,TSAI^[112]提出了一种新的嵌套正交阵列——平行-平面型嵌套正交阵列,用于生成具有两级精度的嵌套样本点,并提出了一种启发算法用于中小规模的设计;QIAN^[113]提出了一种特殊的拉丁超立方试验设计,称为切片拉丁超立方设计,其每个切片都是一个小的拉丁超立方设计,可用于输入变量个数不确定的嵌套试验设计;HE等^[114]基于正交阵列提出了一种同时生成高/低精度样本点的嵌套拉丁超立方设计,该方法相比于QIAN^[110]提出的嵌套拉丁超立方试验设计有着更好的空间填充性。

2.2 序贯试验设计方法

相比一次性试验设计方法,序贯试验设计方法旨在充分利用建模过程中获得的信息(如高/低精度分析模型之间的相关信息,差异信息等)指导变可置信度近似模型样本点的选取。典型的面向变可置信度近似模型序贯试验设计遵循三步曲(图5)。

图5 面向变可置信度近似模型序贯试验设计流程

第一步:生成初始高/低精度样本点集合,获取

高/低精度分析模型的响应值,构建初始变可置信度近似模型。

第二步:根据特定的准则,更新高/低精度样本点集合,同时更新变可置信度近似模型。

第三步:根据设定的收敛准则,判断序贯更新过程是否结束。若收敛准则满足,则输出当前变可置信度近似模型;反之,则返回继续执行第二步。

面向变可置信度近似模型的序贯试验设计方法的核心在于“第二步”:如何选择高/低精度样本点,用于序贯更新变可置信度近似模型。这也是不同的序贯试验设计方法之间的主要区别。当前,针对低精度样本点的获取成本相较于高精度样本点可忽略与必须考虑两种不同的应用场景,研究者已相继开展了一些工作。

(1) 低精度样本点的获取成本相较于高精度样本点可忽略。在这种场景下,因大量低精度样本点可被应用于构建变可置信度近似模型,则序贯更新变可置信度近似模型仅需考虑高精度样本点的空间位置分布。XIONG等^[115]提出了一种序贯嵌套拉丁超立方试验设计方法,该方法根据交叉验证误差准则序贯更新高/低精度样本点;CAI等^[22]提出了一种基于泰森多边形法和交叉验证的自适应试验设计方法用于对高精度样本点集更新;ZHOU等^[116]提出了加权累计误差准则用于追踪高/低精度模型差异变化非光滑的区域,同时引入距离惩罚避免高精度样本点积聚;BENAMARA等^[117]在本征正交分解的变可置信度框架的基础上,提出了一种改进的投影误差准则,依据该准则序贯更新变可置信度近似模型;XIA等^[118]将验证点按照变可置信度近似模型的预估方差由大到小排序,并逐次用于更新变可置信度近似模型;ELSAYED^[119]通过最大化近似模型的预估方差获得高精度样本点,用于序贯更新变可置信度近似模型。通常来讲,面向单精度近似模型的序贯试验设计方法均可直接拓展应用于该场景。感兴趣的读者可参阅文献[6, 120-122],了解单精度近似模型的序贯试验设计方法的研究现状。

(2) 低精度样本点的获取成本相较于高精度样本点须考虑:在这种场景下,序贯更新变可置信度近似模型除了需要考虑高精度样本点的空间位置,还需考虑低精度样本点的空间位置及高/低精度样本点的获取成本比率 q 。LE GRATIET等^[123]在迭代过程中通过最大化积分均方预估方差的减少量 $IMSE_{red}(x)$,以获得潜在的样本点 $x^{h,*}$ 和 $x^{l,*}$,然后,在建立的高/低精度样本点对 $IMSE_{red}(x)$ 贡献的判断准则,若 $IMSE_{red}^h(x^*) > qIMSE_{red}^l(x^*)$,则更新高

精度样本点 $\mathbf{x}^{h,*}$, 反之则仅添加低精度样本点 $\mathbf{x}^{l,*}$; PELLEGRINI 等^[124]在迭代过程中最大化变可置信度近似模型的预估方差($s_m^2 = \sqrt{s_l^2(\mathbf{x}) + s_\delta^2(\mathbf{x})}$), 获得潜在的样本点 $\mathbf{x}^*$, 在此基础上, 比较标度函数预估方差 $s_\delta^2(\mathbf{x}^*)$ 与 q 倍的低精度近似模型的预估方差 $qs_l^2(\mathbf{x}^*)$ 的大小, 若 $s_\delta^2(\mathbf{x}^*) > qs_l^2(\mathbf{x}^*)$, 则同时将高/低精度样本点 $\mathbf{x}^{h,*}$ 和 $\mathbf{x}^{l,*}$ 用于更新变可置信度近似模型, 反之则仅添加低精度样本点 $\mathbf{x}^{l,*}$; 考虑到给定计算资源下, 高/低精度样本点的分配比对变可置信度近似模型的预测性能有重要影响; ZHOU 等^[49]在迭代过程中首先最大化变可置信度近似模型的预估方差, 分别获得潜在的高精度样本点 $\mathbf{x}^{h,*}$ 及等成本的 q 个低精度样本点 $\mathbf{x}_1^{l,*}, \mathbf{x}_2^{l,*}, \dots, \mathbf{x}_q^{l,*}$, 然后, 通过提出的高/低精度预估提高水平准则判断更新高精度样本点或 q 个低精度样本点 $\mathbf{x}_1^{l,*}, \mathbf{x}_2^{l,*}, \dots, \mathbf{x}_q^{l,*}$, 来同时达到高/低精度样本点最优空间位置和资源分配比。GHOSH 等^[125]在迭代过程中以最大化预估均方差/单位成本 $\max\left(s_l(\mathbf{x}), \frac{s_\delta(\mathbf{x})}{q}\right)$ 获得潜在的样本点 $\mathbf{x}^*$,

随后, 通过比较标度函数预估均方差 $\frac{s_\delta(\mathbf{x})}{q}$ 与低精度近似模型的预估均方差 $s_l(\mathbf{x}^*)$ 的大小, 若 $\frac{s_\delta(\mathbf{x}^*)}{q} > s_l(\mathbf{x}^*)$, 则添加高精度样本点 $\mathbf{x}^{h,*}$, 反之则添加低精度样本点 $\mathbf{x}^{l,*}$, 与此同时, 该方法借助 Believer 策略拓展到可分别对潜在的高/低精度样本点求解。

面向变可置信度近似模型的序贯试验设计方法的收敛准则有两种: ① 变可置信度近似模型的精度达到预设要求^[22, 115, 117-119, 126]; ② 用于获取高/低精度样本点的资源达到许用上限^[50, 55, 115, 123, 125, 127]。这两种准则也用于衡量序贯试验设计方法之间的优劣性:

① 变可置信度近似模型达到预设要求的精度, 哪种序贯设计方法所需的总资源最少; ② 有限的总资源下, 哪种序贯设计方法下变可置信度近似模型精度最高。

值得说明的是, 初始样本点数量会影响序贯试验设计方法的最终效果。与传统单精度近似模型序贯采样方法类似, 过少的初始高/低精度样本点下, 初始模型精度不高, 则误差预估不准, 可能导致序贯过程前期样本点的浪费; 反之, 过大的初始样本点数据, 则可允许的序贯高/低精度分析模型的样本点的数量下降, 可能导致序贯过程起不到明显的作用。通常而言, 合适的初始样本点数量与当前所要解决的问题的维度和复杂度、现有的计算资源及采

用的变可置信度建模方法密切相关。当前研究中对初始样本点数量的选取研究较少且更无统一论。结合文献中对传统单精度近似模型序贯采样方法中对初始样本点数量的讨论^[128-131]和作者的经验, 建议: ① 若收敛准则要求变可置信度近似模型的精度达到预设值, 则以问题的设计空间维度 d 作为依据(高精度样本点数 $5d$, 低精度样本点数量随着模型精度降低, 依次以 2 倍的高精度数量递增); ② 若对总资源有限定, 则建议选取 40%~60% 的总资源用于获取初始样本点集。

3 基于变可置信度近似模型的优化设计方法

复杂装备优化设计过程中, 通过建立变可置信度近似模型替代耗时的仿真计算或物理试验可以达到降低计算成本、缩短设计周期的目的。基于变可置信度近似模型的优化设计方法主要有以下两种模式。

(1) 静态模型法: 即在优化设计前, 构建精度满足要求的变可置信度近似模型, 优化过程中近似模型不再更新^[35, 42, 57, 71, 74, 118, 132-133](图 6a)。该方法在基于物理试验的优化设计中更为常用。原因在于, 进行物理试验获取样本点的响应往往一次性完成, 试验条件的苛刻限制导致序贯进行物理试验较为困难^[132-134]。

图 6 基于变可置信度近似模型的优化设计方法的两种模式

(2) 动态模型法: 即在优化之前构建初始变可置信度近似模型, 随着优化的进行, 采用近似模型管理策略更新变可置信度近似模型(图 6b)。近似模型管理作为动态模型法最为重要一环, 直接决定了优化方法的求解精度和效率。通常情况下, 该方法获得真实解所需的样本点要少于静态模型法。当前基于变可置信度近似模型的优化设计中常用的近似模型管理策略主要包括信赖域方法和高效全局优化方法。

除此以外, 近年来变可置信度近似模型也逐步与智能优化算法的机理相融合及被拓展应用于不确定性环境下的优化设计问题。

3.1 变可置信度近似模型管理策略

3.1.1 基于变可置信度近似模型的信赖域优化

基于变可置信度近似模型的信赖域优化采用信赖域模型管理框架(Trust region model management framework, TRMMF), 通过在不同的信赖域内求解一系列的子优化问题, 最终能够收敛于高精度分析模型的局部最优解。基于变可置信度近似模型的 TRMMF 的基本流程如图 7 所示。可以看出, 基于变可置信度近似模型的信赖域优化是一个迭代求解的过程: 每次迭代在信赖域内构建变可置信度近似模型用于求解子优化问题, 并根据最优解的变化判断下一次迭代信赖域的位置以及大小, 循环上述过程, 直到算法收敛。

图 7 基于变可置信度近似模型的 TRMMF 流程图

在第 k 次迭代过程中, 信赖域内的子优化问题可描述为

$$\begin{cases} \text{minimize: } \hat{f}_{mf}^k(\mathbf{x}) \\ \text{subject to: } \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_c^k\| \leq \Delta^k \end{cases} \quad (23)$$

式中, $\hat{f}_{mf}^k(\mathbf{x})$ 为第 k 次迭代过程中所构建的变可置信度近似模型, $\mathbf{x}_c^k$ 是第 $k-1$ 个子优化问题所求得的最优解, 同样也是第 k 个子优化问题中的信赖域中心, Δ^k 是第 k 个信赖域的半径。若第 k 个子问题所求得最优解表示为 $\mathbf{x}_*^k$, 则利用式(24)可计算出信赖域比

$$\rho^k = \frac{f(\mathbf{x}_c^k) - f(\mathbf{x}_*^k)}{f(\mathbf{x}_c^k) - \hat{f}_{mf}(\mathbf{x}_*^k)} \quad (24)$$

式中, $f(\bullet)$ 是目标函数的真实值, $\hat{f}_{mf}(\mathbf{x}_*^k)$ 是变可置信度近似模型的预测值。

由式(24)可以看出, ρ^k 是目标函数的实际提升与变可置信度近似模型的预测提升之比, 可以用来衡量变可置信度近似模型的准确性。根据 ρ^k 的大小, 可按照如下准则更新信赖域作为第 $k+1$ 次迭代的参数

$$\begin{cases} \rho^k \leq 0 & \text{拒绝现有步长} & \Delta^{k+1} = \Delta^k / 2 \\ 0 < \rho^k \leq r_1 & \text{接受现有步长} & \Delta^{k+1} = \Delta^k / 2 \\ r_1 < \rho^k < r_2 & \text{接受现有步长} & \Delta^{k+1} = \Delta^k \\ r_2 \leq \rho^k & \text{接受现有步长} & \Delta^{k+1} = 2\Delta^k \end{cases} \quad (25)$$

式中, r_1 和 r_2 为自定义参数。

当基于梯度的优化算法被用于 TRMMF 框架中时, 为保证优化解的收敛性, 所构建的变可置信度近似模型需与高精度样本点响应保持一阶一致性。因此, 常利用一阶或者二阶泰勒展开式构建变可置信度近似模型, 且在建模过程中采用标度函数的方式修正低精度模型。ALEXANDROV 等^[63]提出了利用一阶泰勒展开构建基于乘法标度函数的变可置信度近似模型, 并将其用于无约束信赖域优化问题中; ALEXANDROV 等^[57]利用基于乘法标度函数的变可置信度近似模型求解有约束优化问题时, 提出了三种不同的约束处理方式; MARDUEL 等^[43]利用修正的二阶泰勒展开构建了基于加法标度函数的变可置信度近似模型, 并将其与惩罚函数法结合用于解决有约束优化问题; GANO 等^[135]将基于一阶和二阶泰勒展开构建的加法标度变可置信度近似模型应用于信赖域算法中进行优化, 结果表明基于二阶泰勒展开构建的变可置信度近似模型所需更少的高精度样本点; CLARK 等^[72]比较了基于一阶泰勒展开、二阶泰勒展开和梯度增强 Kriging 三种近似模型以及加法标度函数、乘法标度函数和混合标度函数三种建模方式构建的变可置信度近似模型在信赖域优化算法中的性能, 得出利用梯度增强 Kriging 构建的混合标度变可置信度近似模型的性能最佳; ROBINSON 等^[77]比较了利用线性空间映射、修正的空间映射和基于本征正交分解三种方式构建的变可置信度近似模型在信赖域优化中的性能, 结果表明基于本征正交分解方法构建的变可置信度近似模型最佳。

在优化问题的目标函数为黑箱函数、数值仿真响应包含噪声或者样本点的响应通过物理试验获得等情形下, 高精度样本点处的梯度信息难以获得^[51], 无法利用泰勒展开在信赖域内构建局部变可置信度近似模型。基于全局变可置信度近似模型的信赖域优化方法可将优化迭代过程中所求得优化解加入样本点集, 提高变可置信度近似模型的全局建模精度^[35]。GANO 等^[35]建立了基于混合标度的变可置信度近似模型的信赖域优化算法, 针对初始优化阶段样本点较少导致近似建模精度较低的问题, 提出了一种热启动优化方法; GANO 等^[53]利用 Kriging 构建了基于标度函数的变可置信度近似模型, 提出根据最

大似然函数变化或者信赖域系数变化判断是否更新 Kriging 的模型参数; MARCH 等^[51]针对约束优化问题中有无初始可行解两种情形, 提出了两种基于变可置信度近似模型的信赖域优化方法; MARCH 等^[48]通过合理选取样本点使得构建的低精度模型和差异模型为全线性模型, 以保证算法的收敛性; BRYSON 等^[136]提出了一种基于变可置信度近似模型的准牛顿优化方法, 相比于信赖域模型管理方法, 所提出的方法搜索方向更合理, 所需的低精度模型样本点更少; FISCHER 等^[137]提出了一种基于混合标度函数和梯度增强 Kriging 的变可置信度近似建模方法, 并将与其信赖域优化方法结合, 应用于悬臂式锥形梁设计中。

3.1.2 基于变可置信度近似模型的高效全局优化方法

高效全局优化 (Efficient global optimization, EGO) 方法的思想是优化过程中通过序贯添加样本点来平衡全局探索和局部搜索之间的关系。在 EGO 算法中, 更新点的选择方式直接决定了方法的收敛精度和效率。基于近似模型的高效全局优化中常用的样本点更新准则有期望改善 (Expectation improvement, EI)^[138]、概率改善 (Probability of improvement, PI)^[138]、置信下界 (Lower confidence bounding, LCB)^[139]等。当前基于变可置信度近似模型的高效全局优化方法的研究主要集中在将上述三种常用准则及其拓展式与优化过程有机结合。

(1) EI 方法及其拓展: EI 准则是目前应用最为广泛的样本点更新准则。不少学者将其与变可置信度近似模型相结合, 在 EI 函数中由变可置信度近似模型提供预测值及预估误差, 序贯优化过程中选取高精度样本点更新变可置信度近似模型。例如, ARIYARIT 等^[140]将所提出的变可置信度近似模型与 EI 准则结合应用于直升机桨叶设计中。随后, ARIYARIT 等^[29]将所提出的变可置信度近似模型用于多目标优化问题中, 使用期望超体积提升选取序贯样本点; 针对有约束的情形, HAN 等^[92]提出了多级 HK 模型, 并将其与约束 EI 准则结合; RAJNARAYAN 等^[54]将基于加法标度函数的变可置信度近似模型与约束 EI 准则结合, 并将其拓展至多级低精度分析模型的情形。

EI 的拓展方法中较为经典的是 HUANG 等^[141]提出的增强 EI 准则。该准则考虑了不同精度模型预测响应的后验相关系数、随机误差影响、以及不同分析模型的计算成本, 能够同时选择更新样本点的位置与精度层级。增强 EI 准则可以数学表示为

$$EI(\mathbf{x}, l) = E \left[\max(\hat{f}_m(\mathbf{x}^*) - \hat{f}_m(\mathbf{x}), 0) \right] \cdot \alpha_1(\mathbf{x}, l) \cdot \alpha_2(\mathbf{x}, l) \cdot \alpha_3(l) \quad (26)$$

式中, $E \left[\max(\hat{f}_m(\mathbf{x}^*) - \hat{f}_m(\mathbf{x}), 0) \right]$ 为试验点 $\mathbf{x}$ 处预估改善的期望; $\alpha_1(\mathbf{x}, l)$ 为不同精度模型预测响应的后验相关系数; $\alpha_2(\mathbf{x}, l)$ 用于调整输出响应存在随机误差时的 EI 值; $\alpha_3(l)$ 用于衡量 l 级模型与高精度模型的成本关系。

增强 EI 函数的各部分计算公式如下

$$E \left[\max(\hat{f}_m(\mathbf{x}^*) - \hat{f}_m(\mathbf{x}), 0) \right] = \left(\hat{f}_m(\mathbf{x}^*) - \hat{f}_m(\mathbf{x}) \right) \Phi \left(\frac{\hat{f}_m(\mathbf{x}^*) - \hat{f}_m(\mathbf{x})}{s_m(\mathbf{x})} \right) + s_m(\mathbf{x}) \phi \left(\frac{\hat{f}_m(\mathbf{x}^*) - \hat{f}_m(\mathbf{x})}{s_m(\mathbf{x})} \right) \quad (27)$$

$$\alpha_1(\mathbf{x}, l) = \text{Corr} \left[f_l^p(\mathbf{x}), f_m^p(\mathbf{x}) \right] \quad (28)$$

$$\alpha_2(\mathbf{x}, l) = \left(1 - \frac{\sigma_{\varepsilon, l}}{\sqrt{s_l^2(\mathbf{x}) + \sigma_{\varepsilon, l}^2}} \right) \quad (29)$$

$$\alpha_3(l) = \frac{C_m}{C_l} \quad (30)$$

式中, $\mathbf{x}^*$ 为“有效最优解”, 其计算公式为 $\mathbf{x}^* = \arg \max_{\mathbf{x} \in \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}} [-\hat{f}_m(\mathbf{x}) - s_m(\mathbf{x})]$; $\hat{f}_m(\mathbf{x})$ 为高精度预估响应, $s_m(\mathbf{x})$ 为高精度预估误差, $f_l^p(\mathbf{x})$ 为 l 级精度模型后验均值, C_l 为 l 级精度分析模型计算成本。

增强 EI 函数公式中第一项只与高精度分析模型相关, 故该方法更加倾向于添加高精度样本点。当添加其他 l 级精度样本点时, 系数 $\alpha_1(\mathbf{x}, l)$ 用于反映增强 EI 函数下降的幅度; 当 $l = m$ 时该系数值为 1, 这表明添加高精度样本点时增强 EI 函数值没有降低。当系统存在随机误差时, 系数 $\alpha_2(\mathbf{x}, l)$ 随着预测精度提高而减少, 以确保重复选点时的贡献降低。系数 $\alpha_3(l)$ 表示进行一次高精度计算与进行一次 l 级精度计算之间的成本比, 该系数能够根据不同精度层级之间的成本调整增强 EI 函数值, 使得增强 EI 函数能够平衡不同精度模型的计算成本与模型贡献之间的关系。

为了在迭代过程中自适应地向不同精度的模型分配计算资源, ZHANG 等^[142]根据 HK 模型推导得到了变可置信度 EI 函数, 通过该 EI 函数能够同时选取更新样本点的位置及精度模型的层级。变可置信度 EI 函数表达式为

$$EI_{mf}(\mathbf{x}, l) = \begin{cases} (y_{\min} - \hat{y}(\mathbf{x}))\Phi\left(\frac{y_{\min} - \hat{y}(\mathbf{x})}{s(\mathbf{x}, l)}\right) + \\ s(\mathbf{x}, l)\phi\left(\frac{y_{\min} - \hat{y}(\mathbf{x})}{s(\mathbf{x}, l)}\right) & s(\mathbf{x}, l) > 0 \\ 0 & s(\mathbf{x}, l) = 0 \end{cases} \quad (31)$$

式中, $y_{\min}$ 为当前最优的高精度响应值, $\hat{y}(\mathbf{x})$ 为 HK 模型的预估响应值, $s^2(\mathbf{x}, l)$ 为 HK 模型由于缺少 l 级精度的样本点 $\mathbf{x}$ 时的不确定性, 其计算公式为

$$s^2(\mathbf{x}, l) = \begin{cases} \beta_0^2 s_{ff}^2(\mathbf{x}) & l = 1 \\ s^2(\mathbf{x}) & l = 2 \end{cases} \quad (32)$$

式中, β_0 为 HK 模型趋势函数中的系数, $s_{ff}^2(\mathbf{x})$ 为低精度 Kriging 模型的预估不确定性, $s^2(\mathbf{x})$ 为 HK 模型的预估不确定性。

对于无约束优化问题, 序贯更新样本点 $\mathbf{x}$ 和相应的精度层级能够根据如下子优化问题确定

$$\mathbf{x}, l = \arg \max_{\mathbf{x}, l} EI_{mf}(\mathbf{x}, l) \quad (33)$$

若高/低精度分析模型相关性高, 由于低精度样本点计算成本小, 则变可信用度 EI 倾向于添加更多的低精度样本点。反之, 如果若高/低精度分析模型相关性较低, 则 β_0 会非常小(接近于 0), 此时添加低精度样本点对改善高精度模型的贡献很小, 变可信用度 EI 函数将倾向于添加高精度样本点。

除了上述提到的拓展 EI 方法之外, 还有学者根据不同变可信用度近似模型的类型拓展了 EI 准则。例如, MELIANI 等^[143]提出了一种多级的 EI 序贯加点准则, 该准则根据 EI 值确定序贯样本点的位置, 同时利用不同精度样本点对变可信用度近似模型不确定性的贡献程度及计算成本综合确定精度层级; KONTOGIANNIS 等^[144]提出了一种针对有约束多目标优化问题的变可信用度近似模型序贯更新准则, 通过最大化目标函数的 EI 值获得 Pareto 解集, 并从 Pareto 解集中选取序贯样本点, 最后根据误差值判断更新样本点的精度层级; HAO 等^[69]针对梯度增强的变可信用度近似模型提出了一种自适应 EI 准则, 针对高/低精度分析模型分别应用 EI 准则, 同时, 根据低精度近似模型和差异模型的误差自适应确定模型精度层级; REISENTHIEL 等^[145]提出了一种基于 RBF 的变可信用度近似建模方法, 并与增强的 EI 准则结合应用于气动弹性机翼设计问题中; LIU 等^[146]提出了全相关 Co-Kriging 变可信用度近似模型, 并提出了相应的拓展 EI 准则, 能同时考虑不同精度模型预估响应的相关性、不同分析模型计算成本以及样

本点密度的影响; CHEN 等^[147]提出了一种针对低精度分析模型不可分层时的变可信用度近似模型序贯更新方法, 该方法通过 EI 准则选取序贯样本点位置, 同时通过最大化成本加权的预估不确定性降低系数来选取模型精度层级。

(2) LCB 方法及其拓展: 相较于 EI 准则, LCB 准则具有结构简洁, 权重更容易控制等优点。XIONG 等^[148]提出了一种适用于两级变可信用度近似模型的序贯优化方法。该方法通过置信下界函数序贯选取更新样本点, 该函数表达式为

$$LCB_{mf}(\mathbf{x}) = \hat{f}_{mf}(\mathbf{x}) - ks_{mf}(\mathbf{x}) \quad (34)$$

式中, $\hat{f}_{mf}(\mathbf{x})$ 为变可信用度近似模型的预测值, $s_{mf}(\mathbf{x})$ 为预估误差, k 为全局探索与局部搜索之间的权重系数。

为得到合适的权重取值, 该方法在优化迭代过程中利用周期切换准则, 使得 k 值在 $\{0, 1, 0, 3\infty\}$ 之间循环取值。

鉴于上述方法在优化过程中仅能添加高精度样本点, JIANG 等^[149]将单精度 LCB 准则拓展以适用于变可信用度近似模型, 该函数表达式为

$$LCB_{mf}(\mathbf{x}, l) = \omega_f \hat{f}_{mf}(\mathbf{x}) - \omega_{mse} \hat{\sigma}(\mathbf{x}, l) CR(l) \quad (35)$$

式中, ω_f 、 ω_{mse} 分别为局部与全局搜索的权重系数, 通过变可信用度近似模型预测值及预估误差求取变异系数得到; l 为近似模型的精度层级; $\hat{\sigma}(\mathbf{x}, l)$ 为变可信用度近似模型的不确定性; $CR(l)$ 为高/低精度样本点的成本比。

对于不同精度层级的 LCB 函数, 第一项均为高精度预测响应, 因而该方法更加关注高精度近似模型的局部区域。第二项由高/低精度模型的不确定性大小决定, 同时考虑高/低精度样本点的成本比, 使得拓展后的 LCB 函数能够自适应地分配不同精度分析模型之间的计算资源。

(3) PI 方法及其拓展: 阮雄风^[150]提出了一种拓展 PI(Extended PI, EPI)函数, 用于构建不同精度层级模型 PI 函数之间的关系, 以确定序贯更新样本点的位置及其模型精度层级。EPI 的数学表达式为

$$EPI(\mathbf{x}, l) = PI_{mf}(\mathbf{x}) \times Corr(\mathbf{x}, l) \times CR(l) \times \eta(\mathbf{x}, l) \quad (36)$$

式中, $PI_{mf}(\mathbf{x})$ 表示基于变可信用度近似模型的 PI 函数, $Corr(\mathbf{x}, l)$ 、 $CR(l)$ 和 $\eta(\mathbf{x}, l)$ 表示与第 l 层级模型相关的参数项。相应的函数表达式为

$$PI_{mf}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\hat{s}_s(\mathbf{x})\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 \exp\left[\frac{-(I - \hat{y}_s(\mathbf{x}))^2}{2\hat{s}_s(\mathbf{x})^2}\right] dI = \Phi\left(\frac{y_{\min} - \hat{y}_s(\mathbf{x})}{\hat{s}_s(\mathbf{x})}\right) \quad (37)$$

$$Corr(\mathbf{x}, l) = Corr[\hat{y}_s(\mathbf{x}), \hat{y}_l(\mathbf{x})] = \frac{Cov[\hat{y}_s(\mathbf{x}), \hat{y}_l(\mathbf{x})]}{\sqrt{\hat{s}_s(\mathbf{x})^2 \times \hat{s}_l(\mathbf{x})^2}} \quad (38)$$

$$CR(l) = \frac{C_m}{C_l} \quad (39)$$

$$\eta(\mathbf{x}, l) = \prod_{i=1}^{n_l} [1 - R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i^l)] \quad (40)$$

式中, $\hat{y}_l(\mathbf{x})$ 和 $\hat{s}_l(\mathbf{x})^2$ 、 $\hat{y}_s(\mathbf{x})$ 和 $\hat{s}_s(\mathbf{x})^2$ 分别表示第 l 层级和第 m 层级近似模型在 $\mathbf{x}$ 处的预测响应和预估均方误差; C_l 为层级为 l 的分析模型计算成本; $\mathbf{x}_i^l$ 表示第 i 个精度层级为 l 的样本点; $R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i^l)$ 为样本点的空间相关性函数。

当采样点 $\mathbf{x}$ 添加到第 s 层级时, 相关系数 $Corr(\mathbf{x}, l)$ 达到最大值 1, 表明添加高精度样本点时, 变可置信度近似模型的 PI 值没有降低。而对于其他情况, $Corr(\mathbf{x}, l)$ 始终满足不等式 $0 < Corr(\mathbf{x}, l) < 1$, 这使得添加低精度样本点时, 量化 PI 函数的衰减程度成为可能。成本比率 $CR(l)$ 的目的是根据不同层级模型样本点的计算成本来调整 $EPI(\mathbf{x}, l)$ 函数, 以平衡不同精度模型的计算成本与模型贡献之间的关系。样本点密度函数 $\eta(\mathbf{x}, l)$ 主要用于避免样本点的聚集。当 $(\mathbf{x}, l)$ 接近已有样本时, 样本点密度函数 $\eta(\mathbf{x}, l)$ 的数值将迅速下降; 当 $(\mathbf{x}, l)$ 处已存在样本时, $\eta(\mathbf{x}, l) = 0$ 。

除了拓展 EI、LCB、PI 准则外, BEACHY 等^[151]提出了一种适用于低精度模型不可分层的序贯采样

准则——期望效力(Expected effectiveness, EE)准则, 综合考虑期望提升、不同低精度分析模型主导系数变化、模型不确定性以及模型的计算成本; WANG 等^[152]在变可置信度近似模型的高效全局优化过程中, 局部搜索准则为最小化变可置信度近似模型的预估响应, 全局搜索准则为最大化变可置信度近似模型的预估均方误差; GHOREISHI 等^[153]提出一种适用于不可分层低精度模型的变可置信度近似建模方法, 对目标函数和约束条件中变可置信度近似模型采用不同的准则进行序贯更新, 目标函数的更新基于两步前瞻实用函数和模型计算成本, 约束条件的更新基于信息获取策略和模型计算成本; SHI 等^[154]提出一种双目标导向的自适应填充策略, 将有约束的单目标优化问题转化为双目标优化问题, 同时最大化目标函数的期望改善以及约束条件中的约束违背; KEANE 等^[155]基于 Co-Kriging 变可置信度近似模型, 利用交换算法对高精度模型进行样本点更新。

3.2 基于变可置信度近似模型的智能优化方法

智能优化算法是一类借鉴自然界的特定规律演化而来的搜索方法, 在各类优化问题中有着广泛应用。与传统优化算法相比, 智能优化算法需要对目标函数和约束条件进行大量计算以获得全局最优解。在解决复杂装备优化设计问题时, 目标函数和约束条件的求解往往依赖于耗时的仿真模型或昂贵的物理试验, 这无疑限制了智能优化算法应用于求解实际工程问题的能力。为了解决这一问题, 学者们提出了多种基于近似模型的智能优化算法, 以降低寻优成本^[156-161]。与单精度近似模型辅助智能优化算法类似, 变可置信度近似模型可以融入智能优化算法全过程的各个环节中。例如, 变可置信度近似模型可与进化类算法的全过程交互(图 8), 包括初始化、选择、交叉、变异及适应度评价。

图 8 变可置信度近似模型与进化算法全过程的交互示意(★代表可交互的阶段)

当前研究中, 变可置信度近似模型主要用于替代原始函数进行函数值计算。其中, 低精度分析模型相较于高精度分析模型成本可忽略时; YI 等^[162]提出了基于加法标度函数的变可置信度近似模型辅助和声搜索算法, 该方法引入非支配排序的概念, 选择高/低精度样本点序贯更新变可置信度近似模型;

MEHMANI 等^[163]提出了一种基于自适应切换的乘法标度变复杂度近似模型辅助粒子群优化, 该方法基于模型误差的自适应判断准则, 可在寻优过程中实现单精度近似模型-低精度分析模型-变可置信度近似模型-高精度分析模型的切换; ZHU 等^[164]首先利用低精度分析模型获得初始 Pareto 最优前沿, 然后,

在 Pareto 最优前沿选取高精度样本点构建基于乘法标度函数的变可置信度近似模型, 寻优过程中通过构建的变可置信度近似模型对个体适应度值进行预测, 以降低高精度仿真次数; LIU 等^[64]在该方法的基础上引入 K 均值聚类算法对种群划分, 通过在局部区域内建立变可置信度近似模型, 以提高该方法求解高维问题的能力; JIANG 等^[165]提出了三阶段变可置信度近似模型辅助多目标进化算法, 该方法对适应度值的评价时, 逐步自适应的选用低精度模型-变可置信度近似模型-高精度近似模型; ZHOU 等^[166]总结了变可置信度近似模型辅助多目标进化算法的基本框架(图 9), 并提出了考虑变可置信度近似模型预估不确定性的个体更新策略和考虑优化解离散程度的种群更新策略, 有效降低了寻优成本。当低精度分析模型

相较于高精度分析模型成本不可忽略时: SHU 等^[167]提出了一种在线变可置信度近似模型辅助多目标进化算法, 该方法首先判断支配状态可能受到变可置信度近似模型预估不确定性影响的个体; 然后, 采用低精度分析模型计算这些个体的适应度值并添加至样本点集更新变可置信度近似模型, 若个体支配状态依然受到影响, 则继续采用高精度分析模型计算其适应度值, 反之则由变可置信度模型进行预测; 随后, SHU 等^[168]发现优化后期非支配解之间支配状态的准确判断相较于支配解与非支配解之间的关系判断, 对多目标进化算法的收敛效率影响更大, 提出了一种两阶段更新策略, 进一步减少了优化所需的高精度样本点数量。

图 9 低精度分析模型成本可忽略时基于变可置信度近似模型的多目标进化算法框架

3.3 基于变可置信度近似模型的不确定性优化设计方法

复杂装备由于材料性能波动、制造加工误差、装配误差、载荷难以精确获取以及其他极端环境等造成的不确定性影响日益凸显。可靠性和稳健性优化设计相关理论与方法为降低不确定性因素的负面影响, 保障复杂装备的设计质量提供了强有力的支撑。其中, 可靠性优化设计旨在保证优化设计方案处约束条件的极限状态函数能满足规定指标的概率; 稳健性优化设计旨在保证设计方案处约束条件满足可行稳健性要求的同时目标函数对不确定性因素不敏感。在目标函数和约束条件的评估涉及耗时的仿真分析的不确定性优化问题中, 计算负担更加凸显。为了解决这一问题, 学者们提出将近似模型与可靠性和稳健性优化设计方法结合, 以提高不确定性优化设计效率^[169-177]。当前基于变可置信度近似模型的可靠性和稳健性优化设计主要集中在随机不确定性(不确定性因素概率分布信息已知)的情形。

随机不确定性下, 基于变可置信度近似模型的可靠性优化设计通常可数学描述为

$$\begin{aligned} \min & f(\mathbf{d}, \boldsymbol{\mu}_x) \\ \text{s.t.} & P(\hat{g}_{i,mf}(\mathbf{d}, \mathbf{x}) \leq 0) \leq P_i', i=1, 2, \dots, C_E \\ & P(g_j(\mathbf{d}, \mathbf{x}) \leq 0) \leq P_j', j=1, 2, \dots, C_C \\ & \mathbf{d}^L \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}^U; \boldsymbol{\mu}_x^L \leq \boldsymbol{\mu}_x \leq \boldsymbol{\mu}_x^U \end{aligned} \quad (41)$$

式中, $f(\mathbf{d}, \boldsymbol{\mu}_x)$ 为目标函数; $\mathbf{d}$ 为确定性变量, $\boldsymbol{\mu}_x$ 为随机变量 $\mathbf{x}$ 的均值; $\mathbf{d}^L$, $\mathbf{d}^U$ 分别为 $\mathbf{d}$ 的上下界; $\boldsymbol{\mu}_x^L$, $\boldsymbol{\mu}_x^U$ 分别为 $\boldsymbol{\mu}_x$ 的上下界; $P(\bullet)$ 为失效概率算子; $\hat{g}_{i,mf}(\mathbf{d}, \mathbf{x})$ 为耗时约束的变可置信度近似模型; $g_j(\mathbf{d}, \mathbf{x})$ 为非耗时约束; P_i' , P_j' 分别为耗时约束和不耗时约束的最大允许失效概率; C_E , C_C 分别为耗时约束和不耗时约束的个数。

VENKATARAMAN^[160]在小失效概率的可靠性优化过程中, 采用基于乘法标度函数的变可置信度近似模型替代极限状态函数, 以降低优化所需的高精度分析样本点数目; GANO 等^[46]提出了基于变可置信度近似模型的双环嵌套可靠性优化设计方法; 随后, LI 等^[178]在此基础上, 利用优化算法求解加法和乘法标度函数的权重系数以在混合标度过程中反映它们之间的相对贡献率, 显著提升了变可置信度近似模型在可靠性优化设计过程中的预测精度。

随机不确定性下, 基于变可置信度近似模型的稳健性优化设计通常可数学描述为

$$\begin{aligned} \min \quad & \hat{\mu}_{f(d, \mu_x)} + k\hat{\sigma}_{f(d, \mu_x)} \\ \text{s.t.} \quad & \hat{\mu}_{g_i(d, \mu_x)} + k\hat{\sigma}_{g_i(d, \mu_x)} \leq 0, i=1, 2, \dots, C_E \\ & \mu_{g_j(d, \mu_x)} + k\sigma_{g_j(d, \mu_x)} \leq 0, j=1, 2, \dots, C_C \\ & d^L \leq d \leq d^U; \mu_x^L \leq \mu_x \leq \mu_x^U \end{aligned} \quad (42)$$

式中, $\hat{\mu}_{f(d, \mu_x)}$, $\hat{\sigma}_{f(d, \mu_x)}$ 分别为由变可置信度近似模型计算的目标函数均值和方差, $\hat{\mu}_{g_i(d, \mu_x)}$, $\hat{\sigma}_{g_i(d, \mu_x)}$ 分别为由变可置信度近似模型计算的耗时约束的均值和方差; $\mu_{g_j(d, \mu_x)}$, $\sigma_{g_j(d, \mu_x)}$ 为非耗时约束的均值和方差; k 为置信水平系数, 如 $k=3$ 代表 99.74% 的置信水平。

KEANE^[179]提出了基于 Co-Kriging 的稳健性优化设计方法, 该方法中目标函数的均值和方差被当作独立的目标构建多目标优化数学模型, 稳健性优化过程中 Co-Kriging 用于预测目标函数的均值和方差; PADRON 等^[180]在稳健性优化设计方法中, 利于基于多项式混沌展开的变可置信度近似模型预测目标函数的均值和方差; TAO 等^[44]采用多项式响应面标度低精度深度置信网络, 以构建基于加法标度的变可置信度近似模型, 并将该近似模型用于预测稳健性优化中的目标函数均值和方差; CHAKRABORTY 等^[181]将变可置信度多项式近似模型与基于双响应面法的稳健性优化设计方法结合, 并采用差分进化算法来提高变可置信度近似模型辅助稳健性优化设计方法的寻优效率。上述方法中, 变可置信度近似模型常常被当作真实模型, 忽略了其预估不确定性的影响, 导致优化设计方案的真实稳健性难以保证。为解决这一问题, ZHOU 等^[182]建立 HK 模型替代计算耗时的目标和约束, 提出了考虑变可置信度近似模型不确定性的 6Sigma 稳健性优化设计方法。

4 变可置信度近似模型在复杂装备优化设计中的应用

变可置信度近似模型已广泛应用于航空航天、船舶、汽车、装备加工制造、电子电器等工程领域。低精度分析模型的选取是否恰当是变可置信度近似模型在工程应用中能否达到理想效果的一个重要因素。高/低精度分析模型实则是一个相对的概念, 他们是对同一复杂装备在不同复杂程度条件下的描述。低精度分析模型通常由高精度分析模型的简化

处理得来。表 2~6 总结了航空航天领域、船舶领域、汽车领域、加工领域、电子电器领域的高/低精度模型的应用情况。

表 2 航空航天领域采用的不同精度分析模型(1)

精度类型	高/低精度类型及参考文献
维度	3D panel method/Area-rule ^[154] ; 2D/3D ^[183]
仿真求解器	Cart3D/Linearized panel ^[51] ; VLM/VRM ^[184] ; BLFP/RANS ^[185] ; AVL/AADL-3D ^[52] ; RANS/XFOIL ^[29] ; ADSP/AADL-3D ^[67] ; FUN2D/Vortex panel method ^[135] ; Cart3D/Modied Newtonian Method ^[186] ; BEMT/RANS ^[187] ; HOST/elsA ^[188] ; ASWING/VABS ^[189] ; RANS/ADSP ^[190] ; AVL/Euler ^[191] ; STAGS-A/BOCS ^[133]
粗网络/细网络	[57, 70-72, 84, 86, 90, 154, 192-194]
仿真/试验	[44, 124, 195]
半收敛/收敛	[76]
稳态/瞬态	[196-197]

表 3 航空航天领域采用的不同精度分析模型(2)

参考文献	Analytical	Empirical	Linear	Euler	RANS
[77]	L		H		
[42, 198]	L			H	
[93, 199]	L				H
[34, 200-201]		L			H
[52]			L		H
[48, 51]			L	H	
[56, 70-71, 84, 86, 90, 180, 202-204]				L	H

注: L 表示低精度分析模型; H 表示高精度分析模型。

表 4 船舶领域采用的不同精度分析模型

精度类型	高/低精度类型及参考文献
分析公式	简化/非简化 ^[64, 164]
粗网络/细网络	[152, 205-209]
维度	2D/3D ^[210]
仿真求解器	k-Epsilon 模型/SST k-w模型 ^[206]
近似模型/仿真模型	[211-212]

表 5 汽车领域采用的不同精度分析模型

精度类型	高/低精度类型及参考文献
分析公式	简化/非简化 ^[213]
粗网络/细网络	[45]
仿真求解器	一步求解器/增量求解器 ^[47, 214-215]

表 6 加工领域采用的不同精度分析模型

精度类型	高/低精度类型及参考文献
分析模型/仿真	[216]
仿真/试验	[134, 217]

表 7 电子电器领域采用的不同精度分析模型

精度类型	高/低精度类型及参考文献
维度	2D/3D ^[118, 218]
粗网络/细网络	[219-220]

从表 2~7 中可以得出,复杂装备设计中常用的简化方式主要有:① 简化物理模型的描述:通过简化需要求解的微分方程/物性条件来获取低精度分析模型;② 对物理模型降维处理:采用与高维度对应的低维度模型来获取装备的性能;③ 改变模型的离散化程度:采用粗糙的有限元网格简化精细化加密的有限元网格;④ 简化装备性能的获取方式:采用计算机仿真作为物理实验的简化;⑤ 减少迭代次数:采用半收敛结果作为低精度模型。

5 结论

本文综述了变可信用度近似模型及其在复杂装备优化设计中的应用研究现状和进展,主要包括变可信用度近似模型构建方法、面向变可信用度近似模型的试验设计方法、变可信用度近似模型辅助优化设计及变可信用度近似模型在复杂装备优化设计中的应用四个方面。针对上述四个方面研究,给出了一些应用建议。

(1) 变可信用度近似建模基本理论与方法发展日趋成熟,尤其是 Co-Kriging 方法理论更加完备。但是仍然没有一种模型适用于所有工程问题,对于常规应用场景,可消化吸收现有方法,比较选出最合适的变可信用度近似建模方法。

(2) 面向变可信用度近似模型的试验设计方法已逐步从单一的追求设计空间均匀分布向同时考虑输入空间均匀性、输出空间非线性、高/低精度样本点的相关性与计算成本比转换。通常情况下,自适应布置高/低精度样本点能充分利用已有样本点数据信息,获得更佳的试验设计方案。

(3) 基于变可信用度近似模型的优化设计方法已从静态模型优化拓展为动态模型优化,从传统优化拓展到智能优化,从单目标拓展到多目标,从确定性场景拓展到不确定性场景。一般情况下,基于变可信用度近似模型的优化方法较基于单精度近似模型的优化方法求解精度和效率都有大幅提升。

(4) 变可信用度近似模型在航空航天、船舶、汽车、装备加工制造、电子电器等领域均得到了广泛应用。通过对高精度分析模型进行简化以获取低精度分析模型时,低精度分析模型的简化方式直接决定了变可信用度近似模型的应用效果。现有丰富的低

精度简化方式可为保障变可信用度近似模型的应用效果提供参考。

通过对大量文献的调研与分析,为进一步丰富和发展变可信用度近似模型理论与方法,拓宽变可信用度近似模型的工程应用范围,作者认为今后仍需围绕以下八个方面开展深入研究。

(1) “维度魔咒”。当前变可信用度建模对解决 100 维以下的预测问题效果较好,对于 100 维以上的问题尚显无力。复杂装备设计中的高维问题较为常见,如船舶双层底结构轻量化设计中稳定性预测涉及的设计变量超过 200 多个;声学超材料设计时声学性能预测涉及的设计变量达 500 多个。研究适用于高维问题的变可信用度建模方法任重而道远。

(2) 物理场预测。数字孪生技术的蓬勃发展,对温度场、应力场、流场等物理场的预测提出了极高要求。基于变可信用度近似模型的物理场预测可架起仿真手段与传感手段的桥梁。

(3) 高/低精度分析模型关联性挖掘。变可信用度近似模型的高/低精度分析模型在精度和效率两个维度上存在关联性,应该进一步研究二者之间的关系,充分发挥高/低精度分析模型各自的优势。

(4) 变可信用度近似模型的预测性能评估。变可信用度近似模型的预测性能决定了优化设计方案的准确度,依赖于额外验证点的性能评估较为耗时。研究通用性强且不依赖于额外验证点的变可信用度近似模型预测性能评估方法,以降低变可信用度近似模型的性能评估成本。

(5) 面向变可信用度近似模型的并行采样。并行仿真计算普及度越来越高,研究有效的并行试验设计方法,以提高变可信用度近似模型的序贯更新效率。

(6) 大规模设计变量和约束优化设计问题。大规模设计变量和含大量隐式约束的优化问题仍然是一个重要挑战。如大型船舶横剖面结构优化设计问题中设计变量可达 200 多个;机翼气动-结构优化问题中,仅与应力相关的约束就超过了 5×10^4 个。因此,研究可适用于大规模设计变量和多约束处理的变可信用度近似模型辅助优化设计方法迫在眉睫。

(7) 特殊性态的设计问题中低精度模型的选取。针对具有特殊性态的复杂装备优化设计,如舰船防护结构设计中简化分析模型可能导致破坏模式的变化,如何合理确定低精度分析模型仍然值得探究。

(8) 工程优化设计自主化云端软件开发。打通仿真软件与试验平台的数据接口,建立线上多源异构数据库,在此基础上开发通用性强的变可信用度近似模型工程优化设计云端软件,扩展与有限元软件

的数据接口,以降低变可信度近似模型的应用门槛,进一步拓宽变可信度近似模型的工程应用范围。

参 考 文 献

- [1] FORRESTER A I, KEANE A J. Recent advances in surrogate-based optimization[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2009, 45(1-3): 50-79.
- [2] 武宇飞, 龙腾, 史人赫, 等. 针对高维优化问题的快速追峰采样方法[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(3): 138-146.
- WU Yufei, LONG Teng, SHI Renhe, et al. A rapid mode pursuing sampling method for high dimensional optimization problems[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(3): 138-146.
- [3] YI W, ZHENG Y, WANG W, et al. Optimal design and force control of a nine-cable-driven parallel mechanism for lunar takeoff simulation[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 32(1): 73.
- [4] WANG G G, SHAN S. Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2007, 129(4): 370-380.
- [5] VIANA F A, GOGU C, HAFTKA R T. Making the most out of surrogate models: Tricks of the trade[C]// *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, ASME, 2010: 587-598.
- [6] LIU H, ONG Y-S, CAI J. A survey of adaptive sampling for global metamodeling in support of simulation-based complex engineering design[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, 57(1): 393-416.
- [7] 龙腾, 刘建, WANG G G, 等. 基于计算试验设计与代理模型的飞行器近似优化策略探讨[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(14): 79-105.
- LONG Teng, LIU Jian, WANG G G, et al. Discuss on approximate optimization strategies using design of computer experiments and metamodels for flight vehicle design[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(14): 79-105.
- [8] 韩忠华. Kriging 模型及代理优化算法研究进展[J]. *航空学报*, 2016, 37(11): 3197-3225.
- HAN Zhonghua. Kriging surrogate model and its application to design optimization: A review of recent progress[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(11): 3197-3225.
- [9] BHOSEKAR A, IERAPETRITOU M. Advances in surrogate based modeling, feasibility analysis, and optimization: A review[J]. *Computers & Chemical Engineering*, 2018, 108: 250-267.
- [10] CHATTERJEE T, CHAKRABORTY S, CHOWDHURY R. A critical review of surrogate assisted robust design optimization[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2019, 26(1): 245-274.
- [11] STORK J, FRIESE M, ZAEFFERER M, et al. Open issues in surrogate-assisted optimization[M]. Cham: Springer, 2020.
- [12] GARUD S S, KARIMI I A, KRAFT M. Design of computer experiments: A review[J]. *Computers & Chemical Engineering*, 2017, 106(1): 71-95.
- [13] SLOTNICK J, KHODADOUST A, ALONSO J, et al. CFD vision 2030 study: A path to revolutionary computational aerosciences[R]. NASA/CR-2014-218178, NF1676L-18332, 2014.
- [14] SLOTNICK J P, KHODADOUST A, ALONSO J J, et al. Enabling the environmentally clean air transportation of the future: A vision of computational fluid dynamics in 2030[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical Engineering Sciences*, 2014, 372(2022): 20130317.
- [15] VIANA F A, SIMPSON T W, BALABANOV V, et al. Special section on multidisciplinary design optimization: Metamodeling in multidisciplinary design optimization: How far have we really come?[J]. *AIAA Journal*, 2014, 52(4): 670-690.
- [16] 韩忠华, 许晨舟, 乔建领, 等. 基于代理模型的高效全局气动优化设计方法研究进展[J]. *航空学报*, 2020, 41(3): 2-41.
- HAN Zhonghua, XU Chenzhou, QIAO Jianling, et al. Recent progress of efficient global aerodynamic shape optimization using surrogate-based approach[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020, 41(3): 2-41.
- [17] ZHENG J, QIU H, FENG H. The variable fidelity optimization for simulation-based design: A review[C]// *Proceedings of the 16th International Conference on Computer Supported Cooperative Work in Design (CSCWD)*, IEEE, 2012: 289-294.
- [18] 郑君, 蒋学鹏. 基于变可信度近似的设计优化关键技术综述[J]. *河北科技大学学报*, 2018, 39(5): 386-393.
- ZHENG Jun, JIANG Xuepeng. Review on the key techniques of the variable-fidelity approximation based design optimization[J]. *Journal of Hebei University of*

- Science and Technology, 2018, 39(5): 386-393.
- [19] PEHERSTORFER B, WILLCOX K, GUNZBURGER M. Survey of multifidelity methods in uncertainty propagation, inference, and optimization[J]. SIAM Review, 2018, 60(3): 550-591.
- [20] FERNÁNDEZ-GODINO M G, PARK C, KIM N H, et al. Issues in deciding whether to use multifidelity surrogates[J]. AIAA Journal, 2019, 57(1): 1-16.
- [21] BERCI M, GASKELL P H, HEWSON R W, et al. Multifidelity metamodel building as a route to aeroelastic optimization of flexible wings[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2011, 225(9): 2115-2137.
- [22] CAI X, QIU H, GAO L, et al. Adaptive radial-basis-function-based multifidelity metamodeling for expensive black-box problems[J]. AIAA Journal, 2017, 55(1): 151-166.
- [23] HAFTKA R T. Combining global and local approximations[J]. AIAA Journal, 1991, 29(9): 1523-1525.
- [24] LEWIS R M, NASH S G. A multigrid approach to the optimization of systems governed by differential equations[C]// Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization. Long Beach, CA, 2000: 4890.
- [25] ZHENG J, SHAO X, GAO L, et al. A hybrid variable-fidelity global approximation modelling method combining tuned radial basis function base and kriging correction[J]. Journal of Engineering Design, 2013, 24(8): 604-622.
- [26] ZHENG J, SHAO X, GAO L, et al. Difference mapping method using least square support vector regression for variable-fidelity metamodeling[J]. Engineering Optimization, 2014, 47(6): 719-736.
- [27] XIONG Y, CHEN W, TSUI K L. A new variable-fidelity optimization framework based on model fusion and objective-oriented sequential sampling[J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130(11): 111401.
- [28] ZHOU Q, SHAO X, JIANG P, et al. Differing mapping using ensemble of metamodels for global variable-fidelity metamodeling[J]. CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2015, 106(5): 323-355.
- [29] ARIYARIT A, KANAZAKI M. Multi-fidelity multi-objective efficient global optimization applied to airfoil design problems[J]. Applied Sciences, 2017, 7(12): 1318.
- [30] SONG X, LÜ L, SUN W, et al. A radial basis function-based multi-fidelity surrogate model: Exploring correlation between high-fidelity and low-fidelity models[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2019, 60(3): 965-981.
- [31] FERNÁNDEZ-GODINO M G, DUBREUIL S, BARTOLI N, et al. Linear regression-based multifidelity surrogate for disturbance amplification in multiphase explosion[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2019, 60(6): 2205-2220.
- [32] SHU L, JIANG P, SONG X, et al. Novel approach for selecting low-fidelity scale factor in multifidelity metamodeling[J]. AIAA Journal, 2019, 57(12): 5320-5330.
- [33] ZHANG Y, KIM N H, PARK C, et al. Multifidelity surrogate based on single linear regression[J]. AIAA Journal, 2018, 56(12): 4944-4952.
- [34] 李晓斌, 张为华, 陈小前. 基于 Kriging 近似函数的变复杂度近似模型[J]. 宇航学报, 2006, 27(12): 155-159.
- LI Xiaobin, ZHANG Weihua, CHEN Xiaoqian. Variable complexity approximation model using Kriging approximation function[J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(12): 155-159.
- [35] GANO S E, RENAUD J E, SANDERS B. Hybrid variable fidelity optimization by using a kriging-based scaling function[J]. AIAA Journal, 2005, 43(11): 2422-2433.
- [36] LI M. An improved kriging-assisted multi-objective genetic algorithm[J]. Journal of Mechanical Design, 2011, 133(7): 071008.
- [37] HAN Z-H, ZHANG Y, SONG C X, et al. Weighted gradient-enhanced kriging for high-dimensional surrogate modeling and design optimization[J]. AIAA Journal, 2017, 55(12): 4330-4346.
- [38] MEHDAD E, KLEIJNEN J P C. Classic Kriging versus Kriging with bootstrapping or conditional simulation: Classic Kriging's robust confidence intervals and optimization[J]. Journal of the Operational Research Society, 2015, 66(11): 1804-1814.
- [39] KLEIJNEN J P C. Kriging metamodeling in simulation: A review[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 192(3): 707-716.
- [40] WANG H, CHEN L, LI E. Time dependent sheet metal forming optimization by using Gaussian process assisted firefly algorithm[J]. International Journal of Material

- Forming, 2018, 11(2): 279-295.
- [41] PALAR P S, TSUCHIYA T, PARKS G T. Multi-fidelity non-intrusive polynomial chaos based on regression[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2016, 305: 579-606.
- [42] VIANA F A, STEFFEN V, BUTKEWITSCH S, et al. Optimization of aircraft structural components by using nature-inspired algorithms and multi-fidelity approximations[J]. *Journal of Global Optimization*, 2009, 45(3): 427-449.
- [43] MARDUEL X, TRIBES C, TRÉPANIER J-Y J O, et al. Variable-fidelity optimization: Efficiency and robustness [J]. *Optimization & Engineering*, 2006, 7(4): 479-500.
- [44] TAO J, SUN G. Application of deep learning based multi-fidelity surrogate model to robust aerodynamic design optimization[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2019, 92: 722-737.
- [45] SUN G, LI G, STONE M, et al. A two-stage multi-fidelity optimization procedure for honeycomb-type cellular materials[J]. *Computational Materials Science*, 2010, 49(3): 500-511.
- [46] GANO S E, RENAUD J E, AGARWAL H, et al. Reliability-based design using variable-fidelity optimization[J]. *Structure and Infrastructure Engineering*, 2006, 2(3-4): 247-260.
- [47] SUN G, LI G, LI Q. Variable fidelity design based surrogate and artificial bee colony algorithm for sheet metal forming process[J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2012, 59: 76-90.
- [48] MARCH A, WILLCOX K. Provably convergent multifidelity optimization algorithm not requiring high-fidelity derivatives[J]. *AIAA Journal*, 2012, 50(5): 1079-1089.
- [49] ZHOU Q, WANG Y, CHOI S K, et al. A sequential multi-fidelity metamodeling approach for data regression[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2017, 134: 199-212.
- [50] ZHOU Q, SHAO X, JIANG P, et al. An active learning metamodeling approach by sequentially exploiting difference information from variable-fidelity models[J]. *Advanced Engineering Informatics*, 2016, 30(3): 283-297.
- [51] MARCH A, WILLCOX K. Constrained multifidelity optimization using model calibration[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2012, 46(1): 93-109.
- [52] LEE D, VAN NGUYEN N, TYAN M, et al. Enhanced multi-fidelity model for flight simulation using global exploration and the Kriging method[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2016, 231(4): 606-620.
- [53] GANO S E, RENAUD J E, MARTIN J D, et al. Update strategies for kriging models used in variable fidelity optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2006, 32(4): 287-298.
- [54] RAJNARAYAN D, HAAS A, KROO I. A multifidelity gradient-free optimization method and application to aerodynamic design[C]// *Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, AIAA/ISSMO, 2008: 6020.
- [55] ZHOU Q, SHAO X, JIANG P, et al. An adaptive global variable fidelity metamodeling strategy using a support vector regression based scaling function[J]. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2015, 59(12): 18-35.
- [56] KOU J, ZHANG W. Multi-fidelity modeling framework for nonlinear unsteady aerodynamics of airfoils[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, 76: 832-855.
- [57] ALEXANDROV N M, LEWIS R M, GUMBERT C R, et al. Approximation and model management in aerodynamic optimization with variable-fidelity models[J]. *Journal of Aircraft*, 2001, 38(6): 1093-1101.
- [58] SHARMA A, GOGU C, MARTINEZ O, et al. Multi-fidelity design of an integrated thermal protection system for spacecraft reentry[C]// *Structural Dynamics, and Materials Conference*, Schaumburg: AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, 2008: 2062.
- [59] GOLDFELD Y, VERVENNE K, ARBOCZ J, et al. Multi-fidelity optimization of laminated conical shells for buckling[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2005, 30(2): 128-141.
- [60] VENKATARAMAN S. Reliability optimization using probabilistic sufficiency factor and correction response surface[J]. *Engineering Optimization*, 2006, 38(6): 671-685.
- [61] CHANG K J, HAFTKA R T, GILES G L, et al. Sensitivity-based scaling for approximating structural response[J]. *Journal of Aircraft*, 1993, 30(2): 283-288.
- [62] HUTCHISON M G, UNGER E R, MASON W H, et al. Variable-complexity aerodynamic optimization of a high-speed civil transport wing[J]. *Journal of Aircraft*, 1994, 31(1): 110-116.
- [63] ALEXANDROV N, NIELSEN E, LEWIS R, et al. First-order model management with variable-fidelity

- physics applied to multi-element airfoil optimization[C]// Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, 2000: 4886.
- [64] LIU Y, COLLETTE M. Improving surrogate-assisted variable fidelity multi-objective optimization using a clustering algorithm[J]. Applied Soft Computing, 2014, 24: 482-493.
- [65] KOZIEL S, LEIFSSON L T. Multi-objective airfoil design using variable-fidelity CFD simulations and response surface surrogates[C]// Multidisciplinary Design Optimization Conference, AIAA, 2014: 0289.
- [66] HU D, MAO J, WANG R, et al. Optimization strategy for a shrouded turbine blade using variable-complexity modeling methodology[J]. AIAA Journal, 2016, 54(9): 2808-2818.
- [67] NGUYEN N V, TYAN M, LEE J W. A modified variable complexity modeling for efficient multidisciplinary aircraft conceptual design[J]. Optimization and Engineering, 2014, 16(2): 483-505.
- [68] TYAN M, NGUYEN N V, LEE J W. Improving variable-fidelity modelling by exploring global design space and radial basis function networks for aerofoil design[J]. Engineering Optimization, 2014, 47(7): 885-908.
- [69] HAO P, FENG S, LI Y, et al. Adaptive infill sampling criterion for multi-fidelity gradient-enhanced Kriging model[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2020: 1-21.
- [70] RUMPFKEIL M P, BERAN P. Construction of dynamic multifidelity locally optimized surrogate models[J]. AIAA Journal, 2017, 55(9): 3169-3179.
- [71] HAN Z H, GÖRTZ S, ZIMMERMANN R. Improving variable-fidelity surrogate modeling via gradient-enhanced Kriging and a generalized hybrid bridge function[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 25(1): 177-189.
- [72] CLARK D L, MAKAS A, GRANDHI R V. Status of multifidelity model management strategies in aircraft design[C]// Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, AIAA/ISSMO, 2017: 4431.
- [73] SON S H, CHOI D H. The effects of scale factor and correction on the multi-fidelity model[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2016, 30(5): 2075-2081.
- [74] FISCHER C C, GRANDHI R V. A surrogate-based adjustment factor approach to multi-fidelity design optimization[C]// Non-Deterministic Approaches Conference. Kissimmee, Florida: AIAA, 2015: 1375.
- [75] BANDLER J W, BIERNACKI R M, CHEN S H, et al. Space mapping technique for electromagnetic optimization[J]. Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, 1994, 42(12): 2536-2544.
- [76] REN J, LEIFSSON L T, KOZIEL S, et al. Multi-fidelity aerodynamic shape optimization using manifold mapping[C]// Structural Dynamics, and Materials Conference. San Diego, California: AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, 2016: 0419.
- [77] ROBINSON T, ELDRED M, WILLCOX K, et al. Strategies for multifidelity optimization with variable dimensional hierarchical models[C]// 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference 14th AIAA/ASME/ AHS Adaptive Structures Conference 7th, 2006: 1819.
- [78] ZHENG J, SHAO X, GAO L, et al. A prior-knowledge input LSSVR metamodeling method with tuning based on cellular particle swarm optimization for engineering design[J]. Expert Systems with Applications, 2014, 41(5): 2111-2125.
- [79] JIANG P, XIE T, ZHOU Q, et al. A space mapping method based on Gaussian process model for variable fidelity metamodeling[J]. Simulation Modelling Practice and Theory, 2018, 81: 64-84.
- [80] ZHOU Q, JIANG P, SHAO X, et al. A variable fidelity information fusion method based on radial basis function[J]. Advanced Engineering Informatics, 2017, 32: 26-39.
- [81] KENNEDY M C, O'HAGAN A. Predicting the output from a complex computer code when fast approximations are available[J]. Biometrika, 2000, 87(1): 1-13.
- [82] QIAN P Z G, WU C F J. Bayesian hierarchical modeling for integrating low-accuracy and high-accuracy experiments[J]. Technometrics, 2008, 50(2): 192-204.
- [83] LE GRATIET L, GARNIER J. Recursive Co-Kriging model for design of computer experiments with multiple levels of fidelity[J]. International Journal for Uncertainty Quantification, 2014, 4(5): 365-386.
- [84] HAN Z H, GÖRTZ S. Hierarchical Kriging model for variable-fidelity surrogate modeling[J]. AIAA Journal, 2012, 50(9): 1885-1896.
- [85] PARK C, HAFTKA R T, KIM N H. Low-fidelity scale

- factor improves Bayesian multi-fidelity prediction by reducing bumpiness of discrepancy function[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, 58(2): 399-414.
- [86] HAN Z, ZIMMERMAN R, GÖRTZ S. Alternative cokriging method for variable-fidelity surrogate modeling[J]. *AIAA Journal*, 2012, 50(5): 1205-1210.
- [87] ZIMMERMANN R, HAN Z-H J A, SCIENCES A I M. Simplified cross-correlation estimation for multi-fidelity surrogate cokriging models[J]. *Advances and Applications in Mathematical Sciences*, 2010, 7(2): 181-202.
- [88] BERTRAM A, ZIMMERMANN R. Theoretical investigations of the new Co-Kriging method for variable-fidelity surrogate modeling[J]. *Advances in Computational Mathematics*, 2018, 44(6): 1693-1716.
- [89] 卢月明, 王亮, 仇阿根, 等. 一种基于主成分分析的协同克里金插值方法[J]. *测绘通报*, 2017(11): 51-57, 63. LU Yueming, WANG Liang, QIU Agen, et al. A Kriging interpolation method based on principal component analysis[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2017(11): 51-57, 63.
- [90] YAMAZAKI W, MAVRIPLIS D J. Derivative-enhanced variable fidelity surrogate modeling for aerodynamic functions[J]. *AIAA Journal*, 2013, 51(1): 126-137.
- [91] XIAO M, ZHANG G, BREITKOPF P, et al. Extended Co-Kriging interpolation method based on multi-fidelity data[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2018, 323: 120-131.
- [92] HAN Zhonghua, XU Chenzhou, ZHANG Liang, et al. Efficient aerodynamic shape optimization using variable-fidelity surrogate models and multilevel computational grids[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020, 33(1): 31-47.
- [93] ROKITA T, FRIEDMANN P P. Multifidelity Co-Kriging for high-dimensional output functions with application to hypersonic airloads computation[J]. *AIAA Journal*, 2018, 56(8): 3060-3070.
- [94] LIU H, ONG Y S, CAI J, et al. Cope with diverse data structures in multi-fidelity modeling: A Gaussian process method[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2018, 67: 211-225.
- [95] ZAYTSEV A, BURNAEV E. Large scale variable fidelity surrogate modeling[J]. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 2017, 81(1-2): 167-186.
- [96] BURNAEV E, ZAYTSEV A. Surrogate modeling of multifidelity data for large samples[J]. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2015, 60(12): 1348-1355.
- [97] CHEN S S, JIANG Z, YANG S X, et al. Nonhierarchical multi-model fusion using spatial random processes[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2016, 106(7): 503-526.
- [98] PERDIKARIS P, RAISSI M, DAMIANOU A, et al. Nonlinear information fusion algorithms for data-efficient multi-fidelity modelling[J]. *Proc. Math. Phys. Eng. Sci.*, 2017, 473(2198): 20160751.
- [99] OWEN A B. Orthogonal arrays for computer experiments, integration and visualization[J]. *Statistica Sinica*, 1992: 439-452.
- [100] MCKAY M D, BECKMAN R J, CONOVER W J. Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. *Technometrics*, 1979, 21(2): 239-245.
- [101] FANG K T, LIN D K, WINKER P, et al. Uniform design: Theory and application[J]. *Technometrics*, 2000, 42(3): 237-248.
- [102] JOHNSON M E, MOORE L M, YLVISAKER D. Minimax and maximin distance designs[J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 1990, 26(2): 131-148.
- [103] CHEN V C P, TSUI K L, BARTON R R, et al. A review on design, modeling and applications of computer experiments[J]. *IIE Transactions*, 2006, 38(4): 273-291.
- [104] PRONZATO L, MÜLLER W G. Design of computer experiments: Space filling and beyond[J]. *Statistics Computing*, 2012, 22(3): 681-701.
- [105] LE GRATIET L. Multi-fidelity Gaussian process regression for computer experiments[D]. Paris: Université Paris-Diderot, 2013.
- [106] PARK C, HAFTKA R T, KIM N H. Remarks on multi-fidelity surrogates[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, 55(3): 1029-1050.
- [107] YI J, LI X, XIAO M, et al. Construction of nested maximin designs based on successive local enumeration and modified novel global harmony search algorithm[J]. *Engineering Optimization*, 2017, 49(1): 161-180.
- [108] BALABANOV V, GROSSMAN B, WATSON L, et al. Multifidelity response surface model for HSCT wing bending material weight[C]// *Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, AIAA/USAF/NASA/ISSMO, 1998: 4804.
- [109] QIAN P Z, TANG B, WU C J. Nested space-filling

- designs for computer experiments with two levels of accuracy[J]. *Statistica Sinica*, 2009: 287-300.
- [110] QIAN P Z. Nested Latin hypercube designs[J]. *Biometrika*, 2009, 96(4): 957-970.
- [111] RENNEN G, HUSSLAGER B, VAN DAM E R, et al. Nested maximin Latin hypercube designs[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, 41(3): 371-395.
- [112] TSAI S F. Construction of nested orthogonal arrays of parallel-flats type[J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2017, 181: 41-51.
- [113] QIAN P Z G. Sliced Latin hypercube designs[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 2012, 107(497): 393-399.
- [114] HE X, QIAN P Z. Nested orthogonal array-based Latin hypercube designs[J]. *Biometrika*, 2011, 98(3): 721-731.
- [115] XIONG S, QIAN P Z G, WU C F J. Sequential design and analysis of high-accuracy and low-accuracy computer codes[J]. *Technometrics*, 2013, 55(1): 37-46.
- [116] ZHOU Q, SHAO X Y, JIANG P, et al. An active learning variable-fidelity metamodeling approach based on ensemble of metamodels and objective-oriented sequential sampling[J]. *Journal of Engineering Design*, 2016, 27(4-6): 205-231.
- [117] BENAMARA T, BREITKOPF P, LEPOT I, et al. Adaptive infill sampling criterion for multi-fidelity optimization based on Gappy-POD[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2016, 54(4): 843-855.
- [118] XIA B, HONG S, CHOI K, et al. Optimal design of winding transposition of power transformer using adaptive Co-Kriging surrogate model[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2017, 53(6): 1-4.
- [119] ELSAYED K. Optimization of the cyclone separator geometry for minimum pressure drop using Co-Kriging[J]. *Powder Technology*, 2015, 269: 409-424.
- [120] CROMBECQ K, LAERMANS E, DHAENE T. Efficient space-filling and non-collapsing sequential design strategies for simulation-based modeling[J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 214(3): 683-696.
- [121] JIN R, CHEN W, SUDJANTO A. On sequential sampling for global metamodeling in engineering design[C]// *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, ASME, 2002: 539-548.
- [122] GARUD S S, KARIMI I A, BROWNBRIDGE G P, et al. Evaluating smart sampling for constructing multidimensional surrogate models[J]. *Computers & Chemical Engineering*, 2018, 108: 276-288.
- [123] LE GRATIET L, CANNAMELA C. Co-Kriging-based sequential design strategies using fast cross-validation techniques for multi-fidelity computer codes[J]. *Technometrics*, 2015, 57(3): 418-427.
- [124] PELLEGRINI R, LEOTARDI C, IEMMA U, et al. A multi-fidelity adaptive sampling method for metamodel-based uncertainty quantification of computer simulations[C]// *Proceedings of the VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, ECCOMAS, 2016: 1-17.
- [125] GHOSH S, KRISTENSEN J, ZHANG Y, et al. A strategy for adaptive sampling of multi-fidelity Gaussian processes to reduce predictive uncertainty[C]// *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, ASME, 2019: 98418.
- [126] PELLEGRINI R, LEOTARDI C, IEMMA U, et al. A multi-fidelity adaptive sampling method for metamodel-based uncertainty quantification of computer simulations[C]// *Proceedings of the VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, ECCOMAS, 2016: 1-17.
- [127] ZHOU Q, SHAO X, JIANG P, et al. An active learning variable-fidelity metamodeling approach based on ensemble of metamodels and objective-oriented sequential sampling[J]. *Journal of Engineering Design*, 2016, 27(4-6): 205-231.
- [128] XU S, LIU H, WANG X, et al. A robust error-pursuing sequential sampling approach for global metamodeling based on voronoi diagram and cross validation[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2014, 136(7): 071009.
- [129] AUTE V, SALEH K, ABDELAZIZ O, et al. Cross-validation based single response adaptive design of experiments for Kriging metamodeling of deterministic computer simulations[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013, 48(3): 581-605.
- [130] LV L, SHI M, SONG X, et al. A fast-converging ensemble infilling approach balancing global exploration and local exploitation: The go-inspired hybrid infilling strategy[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2020, 142(2): 021403.
- [131] LOEPKY J L, SACKS J, WELCH W J. Choosing the

- sample size of a computer experiment: A practical guide[J]. *Technometrics*, 2009, 51(4): 366-376.
- [132] YANG Y, GAO Z, CAO L. Identifying optimal process parameters in deep penetration laser welding by adopting hierarchical-Kriging model[J]. *Infrared Physics Technology*, 2018, 92: 443-453.
- [133] SINGH P, COUCKUYT I, ELSAYED K, et al. Multi-objective geometry optimization of a gas cyclone using triple-fidelity co-Kriging surrogate models[J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2017, 175(1): 172-193.
- [134] ZHOU Q, YANG Y, JIANG P, et al. A multi-fidelity information fusion metamodeling assisted laser beam welding process parameter optimization approach[J]. *Advances in Engineering Software*, 2017, 110: 85-97.
- [135] GANO S, PEREZ V, RENAUD J, et al. Multilevel variable fidelity optimization of a morphing unmanned aerial vehicle[C]// *Structural Dynamics & Materials Conference, AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures*, 2004: 1763.
- [136] BRYSON D E, RUMPFKEIL M P. Multifidelity quasi-newton method for design optimization[J]. *AIAA Journal*, 2018, 56(10): 4074-4086.
- [137] FISCHER C C, GRANDHI R V. A surrogate-based adjustment factor approach to multi-fidelity design optimization[C]// *Non-deterministic Approaches Conference*. Kissimmee, Florida: AIAA, 2015: 1375.
- [138] JONES D R, SCHONLAU M, WELCH W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions[J]. *Journal of Global Optimization*, 1998, 13(4): 455-492.
- [139] SASENA M J, PAPALAMBROS P, GOOVAERTS P. Exploration of metamodeling sampling criteria for constrained global optimization[J]. *Engineering Optimization*, 2002, 34(3): 263-278.
- [140] ARIYARIT A, SUGIURA M, TANABE Y, et al. Hybrid surrogate-model-based multi-fidelity efficient global optimization applied to helicopter blade design[J]. *Engineering Optimization*, 2018, 50(6): 1016-1040.
- [141] HUANG D, ALLEN T T, NOTZ W I, et al. Sequential kriging optimization using multiple-fidelity evaluations[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2006, 32(5): 369-382.
- [142] ZHANG Y, HAN Z H, ZHANG K S. Variable-fidelity expected improvement method for efficient global optimization of expensive functions[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, 58(4): 1431-1451.
- [143] MELIANI M, BARTOLI N, LEFEBVRE T, et al. Multi-fidelity efficient global optimization: Methodology and application to airfoil shape design[C]// *Aviation 2019 Forum, AIAA*, 2019: 3236.
- [144] KONTOGIANNIS S G, SAVILL A M, KIPOUROUS T. A multi-objective multi-fidelity framework for global optimization[C]// *Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures*, 2017: 0136.
- [145] REISENTHIEL P H, ALLEN T T. Application of multifidelity expected improvement algorithms to aeroelastic design optimization[C]// *Multidisciplinary Design Optimization Conference, AIAA*, 2014: 1490.
- [146] LIU Y, CHEN S, WANG F, et al. Sequential optimization using multi-level cokriging and extended expected improvement criterion[J]. *Structural Multidisciplinary Optimization*, 2018, 58(3): 1155-1173.
- [147] CHEN S, JIANG Z, YANG S, et al. Multimodel fusion based sequential optimization[J]. *AIAA Journal*, 2017, 55(1): 241-254.
- [148] XIONG Y, CHEN W, TSUI K L. A new variable-fidelity optimization framework based on model fusion and objective-oriented sequential sampling[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2008, 130(11): 699-708.
- [149] JIANG P, CHENG J, ZHOU Q, et al. Variable-fidelity lower confidence bounding approach for engineering optimization problems with expensive simulations[J]. *AIAA Journal*, 2019, 57(12): 5416-5430.
- [150] 阮雄风. 基于 Co-kriging 模型的变复杂度概率改善优化方法研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2020.
- RUAN Xiongfeng. Research on variable-fidelity probability of improvement optimization method based on improved co-kriging model[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2020.
- [151] BEACHY A J, CLARK D L, BAE H, et al. Expected effectiveness based adaptive multi-fidelity modeling for efficient design optimization[C]// *Scitech 2020 Forum, AIAA*, 2020: 1144.
- [152] WANG P, LI Y, LI C. An optimization framework based on kriging method with additive bridge function for variable-fidelity problem[C]// *International Symposium on Distributed Computing and Applications for Business Engineering and Science (DCABES)*, 2015: 388-392.
- [153] GHOREISHI S F, ALLAIRE D. Multi-information

- source constrained Bayesian optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2019, 59(3): 977-991.
- [154] SHI R, LIU L, LONG T, et al. Multi-fidelity modeling and adaptive Co-Kriging-based optimization for all-electric geostationary orbit satellite systems[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2020, 142(2): 021404.
- [155] KEANE A J, SÓBESTER A, FORRESTER A I J. Multi-fidelity optimization via surrogate modelling[J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2007, 463(2088): 3251-3269.
- [156] JIN Y, OLHOFFER M, SENDHOFF B. A framework for evolutionary optimization with approximate fitness functions[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(5): 481-494.
- [157] JIN Y, WANG H, CHUGH T, et al. Data-driven evolutionary optimization: An overview and case studies[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 23(3): 442-458.
- [158] WANG H, JIN Y, SUN C, et al. Offline data-driven evolutionary optimization using selective surrogate ensembles[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(2): 203-216.
- [159] JIN Y. Surrogate-assisted evolutionary computation: Recent advances and future challenges[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2011, 1(2): 61-70.
- [160] CHUGH T, SINDHYA K, HAKANEN J, et al. A survey on handling computationally expensive multiobjective optimization problems with evolutionary algorithms[J]. *Soft Computing*, 2017: 1-30.
- [161] GUO D, JIN Y, DING J, et al. Heterogeneous ensemble-based infill criterion for evolutionary multiobjective optimization of expensive problems[J]. *IEEE Trans. Cybern.*, 2019, 49(3): 1012-1025.
- [162] YI J, GAO L, LI X, et al. An on-line variable-fidelity surrogate-assisted harmony search algorithm with multi-level screening strategy for expensive engineering design optimization[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2019, 170: 1-19.
- [163] MEHMANI A, CHOWDHURY S, MESSAC A. Adaptive switching of variable-fidelity models in population-based optimization algorithms[C]// *Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, AIAA/ISSMO*, 2015: 3233.
- [164] ZHU J, WANG Y J, COLLETTE M. A multi-objective variable-fidelity optimization method for genetic algorithms[J]. *Engineering Optimization*, 2013, 46(4): 521-542.
- [165] JIANG P, ZHOU Q, LIU J, et al. A three-stage surrogate model assisted multi-objective genetic algorithm for computationally expensive problems[C]// *Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, IEEE, 2019: 1680-1687.
- [166] ZHOU Q, WU J, XUE T, et al. A two-stage adaptive multi-fidelity surrogate model-assisted multi-objective genetic algorithm for computationally expensive problems[J]. *Engineering with Computers*, 2019: 1-17.
- [167] SHU L, JIANG P, ZHOU Q, et al. An on-line variable fidelity metamodel assisted multi-objective genetic algorithm for engineering design optimization[J]. *Applied Soft Computing*, 2018, 66: 438-448.
- [168] SHU L S, JIANG P, ZHOU Q, et al. An online variable-fidelity optimization approach for multi-objective design optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2019, 60(3): 1059-1077.
- [169] ZHOU Q, SHAO X Y, JIANG P, et al. A deterministic robust optimisation method under interval uncertainty based on the reverse model[J]. *Journal of Engineering Design*, 2015, 26(10-12): 416-444.
- [170] CHEN Z, QIU H, GAO L, et al. A local adaptive sampling method for reliability-based design optimization using Kriging model[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, 49(3): 401-416.
- [171] PAN F, ZHU P, CHEN W, et al. Application of conservative surrogate to reliability based vehicle design for crashworthiness[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2012, 18(2): 159-165.
- [172] ECHARD B, GAYTON N, LEMAIRE M. AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation[J]. *Structural Safety*, 2011, 33(2): 145-154.
- [173] BICHON B J, ELDRED M S, MAHADEVAN S, et al. Efficient global surrogate modeling for reliability-based design optimization[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2012, 135(1): 011009.
- [174] HU W. Approximation assisted multiobjective and collaborative robust optimization under interval uncertainty[D]. Washington: University of Maryland, 2012.

- [175] SONG H, CHOI K K, LEE I, et al. Adaptive virtual support vector machine for reliability analysis of high-dimensional problems[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2012, 47(4): 479-491.
- [176] DODSON M, PARKS G T. Robust Aerodynamic design optimization using polynomial chaos[J]. *Journal of Aircraft*, 2009, 46(2): 635-646.
- [177] JIANG C, QIU H, YANG Z, et al. A general failure-pursuing sampling framework for surrogate-based reliability analysis[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2019, 183: 47-59.
- [178] LI X, QIU H, JIANG Z, et al. A VF-SLP framework using least squares hybrid scaling for RBDO[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, 55(5): 1629-1640.
- [179] KEANE A J. Cokriging for robust design optimization [J]. *AIAA Journal*, 2012, 50(11): 2351-2364.
- [180] PADRON A S, ALONSO J J, ELDRED M S. Multi-fidelity methods in aerodynamic robust optimization[C]// *Non-Deterministic Approaches Conference*, AIAA, 2016: 0680.
- [181] CHAKRABORTY S, CHATTERJEE T, CHOWDHURY R, et al. A surrogate based multi-fidelity approach for robust design optimization[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2017, 47: 726-744.
- [182] ZHOU Q, WANG Y, CHOI S K, et al. A robust optimization approach based on multi-fidelity metamodel[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, 57(2): 775-797.
- [183] TOAL D J J, KEANE A J, BENITO D, et al. Multifidelity multidisciplinary whole-engine thermomechanical design optimization[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2014, 30(6): 1654-1666.
- [184] TAO S, APLEY D W, CHEN W, et al. Input mapping for model calibration with application to wing aerodynamics[J]. *AIAA Journal*, 2019, 57(7): 2734-2745.
- [185] HUANG L, GAO Z, ZHANG D. Research on multi-fidelity aerodynamic optimization methods[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2013, 26(2): 279-286.
- [186] TANCRED J, RUMPFKEIL M P. Aerodynamic response quantification of complex hypersonic configurations using variable fidelity surrogate modeling[C]// *Aerospace Sciences Meeting*, AIAA, 2015: 1703.
- [187] KWON H I, YI S, CHOI S, et al. Design of efficient propellers using variable-fidelity aerodynamic analysis and multilevel optimization[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2015, 31(4): 1057-1072.
- [188] LEUSINK D, ALFANO D, CINNELLA P. Multi-fidelity optimization strategy for the industrial aerodynamic design of helicopter rotor blades[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2015, 42: 136-147.
- [189] ALLAIRE D, KORDONOWY D, LECERF M, et al. Multifidelity DDDAS methods with application to a self-aware aerospace vehicle[J]. *Procedia Computer Science*, 2014, 29: 1182-1192.
- [190] NGUYEN N V, CHOI S M, KIM W S, et al. Multidisciplinary unmanned combat air vehicle system design using multi-fidelity model[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2013, 26(1): 200-210.
- [191] FELDSTEIN A, LAZZARA D, PRINCEN N, et al. Multifidelity data fusion: Application to blended-wing-body multidisciplinary analysis under uncertainty[J]. *AIAA Journal*, 2020, 58(2): 889-906.
- [192] KIM Y, LEE S, YEE K, et al. High-to-low initial sample ratio of hierarchical kriging for film hole array optimization[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2017, 34(1): 108-115.
- [193] BERCI M, TOROPOV V V, HEWSON R W, et al. Multidisciplinary multifidelity optimisation of a flexible wing aerofoil with reference to a small UAV[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, 50(4): 683-699.
- [194] BENAMARA T, BREITKOPF P, LEPOT I, et al. Multi-fidelity POD surrogate-assisted optimization: Concept and aero-design study[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, 56(6): 1387-1412.
- [195] GOLDFELD Y, VERVENNE K, ARBOCZ J, et al. Multi-fidelity optimization of laminated conical shells for buckling[J]. *Structural Multidisciplinary Optimization*, 2005, 30(2): 128-141.
- [196] GUO Z, SONG L, PARK C, et al. Analysis of dataset selection for multi-fidelity surrogates for a turbine problem[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, 57(6): 2127-2142.
- [197] MOHAMMAD ZADEH P, MEHMANI A, MESSAC A. High fidelity multidisciplinary design optimization of a wing using the interaction of low and high fidelity models[J]. *Optimization and Engineering*, 2015, 17(3):

- 503-532.
- [198] 夏露, 高正红. 变可信度模型在气动优化中的应用[J]. 应用数学和力学, 2006, 27(8): 947-953.
- XIA Lu, GAO Zhenghong. Application of variable-fidelity models to aerodynamic optimization[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2006, 27(8): 947-953.
- [199] 黄礼铿, 高正红, 张德虎. 基于变可信度代理模型的气动优化[J]. 空气动力学学报, 2013, 31(6): 783-788.
- HUANG Lijian, GAO Zhenghong, ZHANG Dehu. Aerodynamic optimization based on multi-fidelity surrogate[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2013, 31(6): 783-788.
- [200] 张浩, 陈子聿, 李毅飞, 等. 基于多精度代理模型的高效异型气膜孔设计优化和实验验证[J]. 工程热物理学报, 2020, 41(1): 128-134.
- ZHANG Hao, CHEN Ziyu, LI Yifei, et al. Multi-fidelity based optimization of shaped film cooling hole with experimental validation[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2020, 41(1): 128-134.
- [201] 龚春林, 袁建平, 谷良贤, 等. 基于响应面的变复杂度气动分析模型[J]. 西北工业大学学报, 2006, 24(4): 532-535.
- GONG Chunlin, YUAN Jianping, GU Liangxian, et al. Improving variable complexity model(VCM) for aerodynamic analysis[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2006, 24(4): 532-535.
- [202] 高正红, 左英桃. 变可信度模型管理优化设计方法在气动外形设计中的应用[J]. 应用力学学报, 2008, 25(1): 16-21.
- GAO Zhenghong, ZUO Yingtao. Aerodynamic optimization based on variable-fidelity models[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2008, 25(1): 16-21.
- [203] 张德虎, 高正红, 王明亮. 基于变可信度模型差值的低可信度模型修正方法[J]. 西北工业大学学报, 2011, 29(2): 176-182.
- ZHANG Dehu, GAO Zhenghong, WANG Mingliang. A new and better meta model utilizing difference between high-and-low-fidelity model[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2011, 29(2): 176-182.
- [204] GHOREYSHI M, BADCOCK K, WOODGATE M. Integration of multi-fidelity methods for generating an aerodynamic model for flight simulation[C]// Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, Nevada: AIAA, 2008: 197.
- [205] PELLEGRINI R, IEMMA U, LEOTARDI C, et al. Multi-fidelity adaptive global metamodel of expensive computer simulations[C]//Congress on Evolutionary Computation (CEC), IEEE, 2016: 4444-4451.
- [206] 宋保维, 王新晶, 王鹏. 基于变保真度模型的 AUV 流体动力参数预测[J]. 机械工程学报, 2017, 53(18): 176-182.
- SONG Baowei, WANG Xinjing, WANG Peng. Predictions of AUV's hydrodynamic parameters based on variable-fidelity modeling[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(18): 176-182.
- [207] YI J, LIU J, CHENG Y. A fast forecast method based on high and low fidelity surrogate models for strength and stability of stiffened cylindrical shell with variable ribs[C]// International Conference on Underwater System Technology: Theory and Applications (USYS), IEEE, 2018: 1-6.
- [208] DONG H, SONG B, WANG P, et al. Multi-fidelity information fusion based on prediction of Kriging[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2015, 51(6): 1267-1280.
- [209] LI C, WANG P, DONG H. Kriging-based multi-fidelity optimization via information fusion with uncertainty[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2018, 32(1): 245-259.
- [210] SUN S, SONG B, WANG P, et al. Shape optimization of underwater wings with a new multi-fidelity bi-level strategy[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2019, 61(1): 319-341.
- [211] 张守慧, 谢玲玲, 冯佰威, 等. 基于变复杂度方法的船舶型线优化[J]. 船舶工程, 2018, 40(3): 5-9.
- ZHANG Shouhui, XIE Lingling, FENG Baiwei, et al. Ship profile optimization based on variable complexity method[J]. Ship Engineering, 2018, 40(3): 5-9.
- [212] 姜哲, 崔维成, 黄小平. 基于响应面的可变复杂度方法在桁架式 Spar 平台方案设计中的应用[J]. 船舶力学, 2010, 14(7): 771-781.
- JIANG Zhe, CUI Weicheng, HUANG Xiaoping. Response surface based variable-complexity method for optimization of truss Spar concept design[J]. Journal of Ship Mechanics, 2010, 14(7): 771-781.
- [213] 廖代辉, 成艾国, 钟志华. 基于变复杂度近似模型的汽车安全性和轻量化优化[J]. 中国机械工程, 2013, 24(15): 2118-2121, 2129.
- LIAO Daihui, CHENG Aiguo, ZHONG Zhihua, et al.

- Study on optimization for automobile safety and lightweight based on variable complexity approximate model[J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(15): 2118-2121, 2129.
- [214] SUN G, LI G, ZHOU S, et al. Multi-fidelity optimization for sheet metal forming process[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2010, 44(1): 111-124.
- [215] 孙光永, 李光耀, 龚志辉. 基于代理模型的变复杂度方法在板料成形优化中的应用[J]. 机械工程学报, 2009, 45(9): 201-209.
- SUN Guangyong, LI Guangyao, GONG Zhihui. Application in sheet metal forming optimization based on variable complexity model of metamodeling technique[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(9): 201-209.
- [216] KIM H S, KO M, NI J. A hybrid multi-fidelity approach to the optimal design of warm forming processes using a knowledge-based artificial neural network[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2007, 47(2): 211-222.
- [217] ZHOU Q, CAO L, ZHOU H, et al. Prediction of angular distortion in the fiber laser keyhole welding process based on a variable-fidelity approximation modeling approach[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2018, 29(3): 719-736.
- [218] YE H, CLEMENS M, SEIFERT J. Dimension reduction for the design optimization of large scale high voltage devices using Co-Kriging surrogate modeling[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2015, 51(3): 1-4.
- [219] KOZIEL S, OGURTSOV S. Multi-objective design of antennas using variable-fidelity simulations and surrogate models[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2013, 61(12): 5931-5939.
- [220] KOZIEL S, BEKASIEWICZ A, COUCKUYT I, et al. Efficient multi-objective simulation-driven antenna design using Co-kriging[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation 2014, 62(11): 5900-5905.
-
- 作者简介:** 周奇, 男, 1990 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为多学科优化设计、变可置信度近似建模、装备稳健性优化设计及机器学习等。
E-mail: qizhouhust@gmail.com; qizhou@hust.edu.cn
- 杨扬, 女, 1987 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为数控铣削工艺、工艺参数优化方法、变可置信度近似建模等。
E-mail: yangyang@mail.hzau.edu.cn
- 宋学官, 男, 1982 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机-电-热-流等多学科耦合建模与协同优化、工业大数据挖掘及数据驱动力的预测技术、人工智能与装备智能化技术等。
E-mail: sxg@dlut.edu.cn
- 韩忠华, 男, 1977 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为代理模型理论、算法及其在飞行器设计中的应用、飞行器气动与多学科优化设计理论与方法、计算流体力学算法及应用、计算气动声学及噪声预测、翼型设计等。
E-mail: hanzh@nwpu.edu.cn
- 程远胜, 男, 1962 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为船舶结构分析与轻量化设计、结构冲击动力学与防护设计、基于代理模型的优化算法等。
E-mail: yscheng@hust.edu.cn
- 胡杰翔, 男, 1993 年出生, 博士。主要研究方向为变可置信度近似建模、模型验证与校核、基于代理模型的优化算法等。
E-mail: jiexianghu@hust.edu.cn
- 舒乐时, 男, 1992 年出生, 博士。主要研究方向为变可置信度近似建模、贝叶斯优化、多目标进化算法等。
E-mail: leshishu@gmail.com
- 蒋平(通信作者), 男, 1981 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为激光加工机理与工艺、基于代理模型的加工参数优化方法等。
E-mail: jiangping@hust.edu.cn