DOI: 10.3901/JME.2020.23.226

基于近似测地线的分层次自动铺带轨迹规划方法^{*}

张 鹏^{1,2} 尹来容^{1,2} 周振华^{1,2} 黄 龙^{1,2}

(1. 长沙理工大学汽车与机械工程学院 长沙 410114;
2. 长沙理工大学工程车辆轻量化与可靠性技术湖南省高校重点实验室 长沙 410114)

摘要: 自动铺带技术是一种增量制造技术,适用于制造翼面、壁板等大尺寸、小曲率复合材料构件,具有加工成本低、效率高特点。轨迹规划是自动铺带技术的关键环节,它直接关系到复合材料构件的成型精度与质量。现有的自动铺带轨迹规划方法难以便捷兼顾调控铺放间隙与防止铺放褶皱,保证铺带产品的最终质量。有鉴于此,提出了一种基于近似测地线的分层次铺放轨迹规划方法。主要目标是合理利用预浸带允许变形能力,在防止铺放褶皱产生的前提下,保证相邻带料不产生覆盖,且间隙不超过 2.5 mm。首先,研究了铺放间隙的产生与演化规律,给出了几种典型曲面上初始铺放间隙的优化方法。接下来,提出了近似测地线的数学模型与求解格式。然后,基于铺放褶皱的产生机制与铺放间隙的演化规律,确定了近似测地线的测地曲率大小与符号。最后,在双曲面模具以及自由曲面模具上验证了所提出方法的有效性。

关键词: 自动铺带; 轨迹规划; 测地线; 复合材料; 预浸带

中图分类号: TH164

A Multi-level Trajectory Planning Method Based on Quasi-geodesic for Automated Tape Placement

ZHANG Peng^{1,2} YIN Lairong^{1,2} ZHOU Zhenhua^{1,2} HUANG Long^{1,2}

(1. College of Automotive and Mechanical Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114;

2. Key Laboratory of Lightweight and Reliability Technology for Engineering Vehicle, Education Department of Hunan Province, Changsha 410114)

Abstract: Automated tape placement (ATP) is one kind of additive manufacturing technology, and suitable for manufacturing composite components with large size and small curvature, such as airfoil and panel. This technology has the advantage of low cost and high efficiency. Trajectory planning is the key link of ATP, which directly affects the precision and efficiency of the lay-up process, and the quality of final product. Existing trajectory planning methods for ATP generally show difficulties in adjusting lay-up gaps and conveniently suppressing the appearance of wrinkles at the same time. For this reason, a multi-level trajectory planning method based on quasi-geodesic is presented. The proposed approach takes advantage of the deformability of prepreg to prevent overlaps and gaps which are greater than 2.5 mm between adjacent tapes. Firstly, the evolution law of lay-up gaps on non-developable surfaces is deduced. At the same time, an optimization strategy for initial lay-up gaps on several typical surfaces is introduced. Then, a mathematical model for quasi-geodesic is established on the basis of differential geometry. Next, the magnitude and sign of the geodesic curvature on the quasi-geodesic is specified based on the forming mechanism of wrinkles and the evolution law of lay-up gaps. Lastly, the proposed methodology is validated on a hyperboloid surface and a freeform surface.

Key words: ATP; trajectory planning; geodesic; composite material; prepreg

0 前言

自动铺带技术是复合材料成型自动化的典型代

表,是实现复合材料“低成本、高性能、高效率”制造的重要途径,在航空航天高性能复合材料结构的制造中应用极为广泛^[1]。轨迹规划是自动铺带技术的关键环节,直接影响铺放过程的精度、效率以及最终产品的质量。

从自动铺带技术产生与发展以来,新的轨迹规划原理与方法不断涌现。1987 年,LEWIS 等^[2]首先

^{*} 国家自然科学基金(51705036, 51705034)和湖南省自然科学基金(2018JJ3542)资助项目。20191208 收到初稿,20200609 收到修改稿

提出了“自然路径”的概念以防止预浸带在铺放过程中产生褶皱。在此之后,国内外学术界围绕“自然路径”开展了很多探索性工作^[3-6]。主要目的是提高“自然路径”轨迹规划方法的精度与效率。“自然路径”模型通过迭代计算减小预浸带两侧弧长的差异,达到避免铺放褶皱产生的目的,但非可展模具曲面上“自然路径”的求解过程往往比较繁琐。另外,“自然路径”模型一般没有关注预浸带的变形行为。

随着对预浸带变形机制研究的深入,国内外学者已意识到测地线在自动铺带轨迹规划环节中的重要性。LONG 等^[7]研究了正高斯模具曲面上预浸带的变形规律,证明了预浸带的铺放路径应沿着测地线。DEBOUT 等^[8]指出沿测地线铺放可保证预浸带变形最小。熊文磊等^[9]构造了一种基于网格化曲面的测地线新算法,考虑了轨迹的可铺放性要求。文立伟等^[10]构建了一种基于结构设计的自调节轨迹规划算法,使预浸料铺放轨迹向测地线方向偏转,从而缓解带料的变形。沿着测地线铺放可保证预浸带变形最小,降低预浸带铺放褶皱产生的可能,但由于模具曲面高斯曲率的影响,相邻带料之间难以保证完全平行,造成覆盖或间隙的产生。

目前学术界关于铺放间隙的产生及演化规律鲜有研究报道,但铺放间隙的优化、调控策略并不少见。HOGG 等^[11]采用一系列小段的测地线来构造整个铺放路径,每一小段之间定义偏移角度以控制相邻带料之间的间隙。但是,每一小段测地线之间的偏移可能会导致预浸带产生较大的局部变形。WYATT 等^[12]采用迭代的方法对测地线的初始条件进行了优化,优化的目的在于控制相邻带料之间的间隙。该方法难以预测带料是否发生了过大变形,进而防止铺放褶皱的产生。还大军等^[13]定义了相邻预浸带之间的间隙,基于该定义提出了间隙的优化方法。在优化过程中,他们考虑了铺放路径两侧的弧长差异以防止铺放褶皱的产生。该方法在构造每一段微小铺放路径时,均需计算两侧弧长的差异,可能导致计算量的显著增加。ASKEN 等^[14]提出了一种利用预浸料沿宽度方向的转向以降低相邻带料之间过大间隙的方法。该方法并不针对原有光滑曲面,而是在与光滑曲面对应的网格曲面上实施。当网格划分很精细时,网格曲面的生成需要消耗较多的计算时间。LEMAIRE 等^[15]在网格曲面上基于水平集以及快速行进法构造了等距线作为预浸料的铺放路径。

总的来说,近年来提出的轨迹规划方法大致可以分为两类。一类是在测地线的基础上调整铺放路

径以消除铺放间隙问题。但这些方法一般难以预测预浸带沿着铺放轨迹产生的变形,从而有效避免铺放褶皱的产生。第二类是基于多条等距线控制相邻带料之间的间隙。虽然等距线可以避免相邻带料之间产生覆盖或者过大间隙,但对于复杂曲面铺放,它很容易导致预浸料产生过大变形。等距线在自动铺丝轨迹规划中应用广泛^[16-18],但通常情况下并不直接应用于自动铺带。

有鉴于此,本文提出了一种基于近似测地线的分层次铺放轨迹规划方法。其基本原理是利用近似测地线对测地线策略中原有铺放路径进行优化。与现有方法相比,本方法主要有两个优势:第一,基于铺放间隙的产生与演化规律对间隙问题进行调控,可以保证优化过程更有针对性与效率;第二,很容易预测预浸带沿近似测地线铺放所产生的变形,从而防止优化过程造成铺放褶皱问题。

1 方法总体架构

现有的商用铺带软件通常基于测地线规划预浸带的铺放路径以保证带料变形最小^[19]。如图 1 所示, P_1 与 P_2 为模具 S 上两条相邻的预浸带, r_1 与 r_2 为预浸带铺放路径,它们沿着曲面 S 上的测地线。对于复杂模具曲面铺放, r_1 与 r_2 不平行,导致 P_1 与 P_2 之间产生覆盖或过大的铺放间隙,影响最终构件力学性能。

图1 基于近似测地线的自动铺带轨迹规划方法原理图

为消除覆盖与过大的铺放间隙,本文提出一种基于近似测地线的铺放路径优化方法。具体优化目标为:① 保证相邻预浸带不产生覆盖且间隙大小不超过2.5 mm;② 防止优化过程中预浸带产生铺放褶皱。

如图1所示,优化步骤分为两个层次,第一层优化为调整相邻预浸带 P_1 与 P_2 铺放路径起始点 O_1 、 O_2 之间的距离 d ,在防止覆盖的前提下使两条带料尽可能靠近。对于复杂模具曲面,经过第一层优化后,覆盖或过大的间隙仍有可能在带料末端出现,

为此我们进行第二层优化。即将原有铺设路径 r_2 在 T 点以后产生微小转向成为近似测地线 $\bar{r}_2$ 以消除带料末端的覆盖或过大间隙。通常可令 T 点与 O_2 点重合, 以使带料 P_2 得到更大的调整范围。

本文接下来部分将围绕近似测地线策略中以下三个关键问题展开论述: ① 如何基于模具曲面几何特征以及铺设间隙的产生与演化规律对初始铺设间隙进行优化; ② 如何构造曲面上近似测地线的数学模型及求解格式; ③ 如何防止预浸带沿着近似测地线产生过大变形进而发生褶皱。

2 铺设间隙的产生及演化规律

本节分析预浸带沿测地线铺设时, 铺设间隙的产生及演化规律, 然后基于该规律对初始铺设间隙进行优化。

图 2 铺设间隙模型

如图 2 所示, 相邻两条预浸带 P_1 、 P_2 的中心线 r_1 、 r_2 沿着测地线铺设, P_1 与 P_2 的铺设起始点 O_1 、 O_2 位于一条测地线上, QH 表示以 Q 为起点且正交于 r_1 的测地线, 其与 r_2 交于点 H 。根据还大军等人关于相邻预浸带之间铺设间隙的定义^[13], 带料 P_1 与 P_2 在 Q 点的间隙为

$$\delta = QH - W \quad (1)$$

式中, W 为预浸带宽度。另外, 当 $\delta > 0$ 时, 表示两条带料在 Q 点产生间隙; 当 $\delta < 0$ 时, 表示带料在 Q 点发生覆盖。

图 3 测地线策略中铺设方向与间隙的演化

接下来, 为获得铺设间隙的演化规律, 我们分

析随着 r_1 、 r_2 的延伸, 模具曲面几何特征对 QH 及铺设间隙大小的影响。如图 3 所示, 令 r_1 、 r_2 与 O_1O_2 正交, 即两条预浸带的初始铺设方向相同。

根据高斯-波涅定理可以得到

$$\sum_{i=1}^3 (\pi - a_i) + \theta + \iint_D K d\sigma + \int_{O_1Q} k_g ds + \int_{QH} k_g ds + \int_{HO_2} k_g ds + \int_{O_2Q} k_g ds = 2\pi \quad (2)$$

式中, D 为 r_1 、 r_2 包络的单联通区域; K 为区域 D 的高斯曲率; k_g 为区域 D 外边界的测地曲率; a_1 、 a_2 、 a_3 均为 90° 。由于区域 D 外边界均为测地线, 因此可以得到 P_2 相对于 QH 的铺设角度 θ 为

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \iint_D K d\sigma \quad (3)$$

预浸带 P_1 、 P_2 铺设方向的差异, 可通过二者铺设角度之差 $\Delta\theta$ 来描述

$$\Delta\theta = \theta - \frac{\pi}{2} = -\iint_D K d\sigma \quad (4)$$

由式(4)可看出, P_1 、 P_2 铺设角度的差异 $\Delta\theta$ 随着包络区域 D 的增大以及模具曲面高斯曲率的增加而增大。显然, 由于模具曲面高斯曲率的影响, P_1 、 P_2 铺设方向不同, 两条预浸带无法保持完全平行, 随着铺设路径的延伸, 带料间可能产生覆盖或过大的铺设间隙。

通过分析可发现, 铺设间隙的大小一方面与 $\Delta\theta$ 有关, 另一方面与铺设路径长度有关。其中, $\Delta\theta$ 越大, 则 P_1 、 P_2 分开(靠近)的趋势越显著, 越容易出现覆盖与过大铺设间隙。而随着带料铺设路径的延伸, 铺设角度差异 $\Delta\theta$ 所产生的作用将更明显, 这也是工程实践中通常会发现涉及到间隙的铺设问题多出现在带料末端的主要原因。

由式(4)同样可得到几种典型模具曲面上铺设间隙的演化规律。

(1) 当模具曲面可展时(高斯曲率 $K \equiv 0$), $\Delta\theta = 0$, 随着铺设路径的延伸, P_1 、 P_2 将始终保持平行, QH 大小保持恒定, 带料间不会产生间隙问题。

(2) 当模具曲面高斯曲率恒正时(正球面), $\Delta\theta < 0$, 随着铺设路径的延伸, P_1 、 P_2 将逐渐靠近, QH 不断减小, 带料间可能会出现覆盖, 且最大覆盖出现于带料末端(模具曲面边界处)。

(3) 当模具曲面高斯曲率恒负时(双曲面), $\Delta\theta > 0$, 随着铺设路径的延伸, P_1 、 P_2 将逐渐远离, QH 不断增大, 带料间可能会出现过大间隙, 且最

大间隙出现于带料末端(模具曲面边界处)。

对于第一种情况, 不需要对初始铺放间隙进行优化; 对于第二种情况, 我们让 d 的值在允许范围内尽可能大, 以增大初始铺放间隙, 缓解两条带料的靠近; 对于第三种情况, 我们让 d 的值在允许范围内尽可能小, 以减小初始铺放间隙, 缓解两条带料的远离。

当模具曲面较复杂时, 曲面上不同区域高斯曲率正负性不定, 铺放间隙的演化规律也会比较复杂。如图 4 所示, 带料 P_1 、 P_2 经过区域 D_1 、 D_2 、 D_3 到达模具曲面边界。设 D_1 区域高斯曲率为正, D_2 区域高斯曲率为负, 且两个区域满足全曲率大小相等、符号相反, 即 $\iint_{D_1} K d\sigma = -\iint_{D_2} K d\sigma$ 。

图 4 复杂曲面上铺放方向与间隙的演化

结合方程(4)可以得到, 带料 P_1 、 P_2 在区域 D_1 上延伸时, 铺放角度差异 $\Delta\theta$ 将逐渐增大, 在 QH 处 $\Delta\theta$ 会达到极大值, 此时 P_1 、 P_2 靠近的趋势最显著。当两条带料进入区域 D_2 后, 由于两区域高斯曲率正负性相反, 铺放角度差异 $\Delta\theta$ 将逐渐减小, P_1 、 P_2 靠近的趋势将得到缓解, 在 $Q'H'$ 处 $\Delta\theta=0$, 此时两条带料铺放方向相同, 不再有靠近的趋势。显然, 在 D_1 、 D_2 两个区域上, 两条预浸带都是在不断靠近的, 铺放间隙不断减小, $Q'H'$ 处将是 D_1D_2 上铺放间隙最小的地方。当 P_1 、 P_2 进入 D_3 区域后, 若 D_3 区域高斯曲率为正, 则两条预浸带将继续靠近, 整个区域上覆盖问题将最容易出现于带料末端(模具曲面边界处); 若 D_3 区域高斯曲率为负, 则两条预浸带将逐渐远离, 整个区域上覆盖问题将最容易出现于 $Q'H'$ 处。当 D_3 区域高斯曲率为负且包络区域较大时, P_1 、 P_2 末端可能又会产生过大铺放间隙。

为了方便描述复杂曲面上铺放间隙的演化规律, 本文结合图 4 给出了一种高斯曲率分布特殊的曲面。对于其他更一般的情况, 总是先分析高斯曲率影响下铺放方向的变化规律, 获得两条预浸带靠近或远离的趋势, 最后得到铺放间隙的演化规律。对于复杂模具曲面, 初始铺放间隙优化策略需根据

模具曲面高斯曲率的具体分布情况给出。

通过对以上几种曲面铺放间隙产生与演化规律的分析可以得到以下结论。

(1) 当模具曲面高斯曲率符号恒定时, 随着铺放路径的延伸, 铺放间隙不断增大或减小, 覆盖或过大的铺放间隙总会出现于带料末端, 此时很容易就能给出初始铺放间隙的优化方法; 当模具曲面复杂、高斯曲率符号不定时, 铺放间隙的演化规律也会变复杂, 此时需要根据模具曲面高斯曲率的具体分布情况给出初始铺放间隙优化方法。对于这种情况, 铺放间隙问题会出现在带料末端或者模具上两条带料铺放方向相同的区域。

(2) 虽然复杂模具曲面上铺放间隙演化规律更为复杂, 但由式(4)得到高斯曲率正负性不同的区域在作用于铺放方向时会相互抵消, 缓解两条预浸带靠近或者远离的趋势。因此, 当模具曲面高斯曲率符号恒定时, 更容易出现铺放间隙问题。

(3) 结合方程式(4)可发现, 当预浸带较宽、铺放路径较长、模具曲面高斯曲率较大且符号单一时, 铺放过程更加容易出现铺放间隙问题。

3 参数曲面上近似测地线的构造方法

由于初始铺放间隙的调控范围较小, 经过第一层优化后, 仍有可能出现铺放间隙问题。在第二层优化中, 采用近似测地线代替测地线以获得预浸带的微小转向, 达到优化间隙的目的。近似测地线的实质是曲面上具有微小测地曲率的曲线。预浸带沿着近似测地线铺放所产生的变形不会超出其允许变形的极限, 这样就可以避免铺放褶皱的出现。本节接下部分将建立模具曲面上近似测地线的数学模型, 并给出求解方法。

设 $\mathbf{r}(u, v)=[x(u, v), y(u, v), z(u, v)]$ 为模具曲面 S 的参数方程, 其中 x 、 y 、 z 是参数 u 和 v 的可微函数。

图 5 曲面上测地曲率与法曲率的定义

如图 5 所示, 令 C 是曲面 S 上一条过 M 点的弧长参数化曲线, 它可以用如下方程描述

$$\mathbf{r}(s) = \mathbf{r}(u(s), v(s)) \quad (5)$$

在图5中, $\mathbf{t}$ 与 $\mathbf{n}$ 分别为曲线 C 在 M 点的单位切矢量与单位法矢量, $\mathbf{N}$ 为曲面 S 在 M 点的单位法矢量。令 $\mathbf{b} = \mathbf{N} \times \mathbf{t}$, 则 $\mathbf{N}$, $\mathbf{t}$, $\mathbf{b}$ 三个矢量彼此正交, 并构成一右手坐标系。

根据微分几何^[20], 曲线 C 在 M 点的法曲率矢量 $\mathbf{k}$ 可以通过下列方程求解

$$\mathbf{k} = k_n \mathbf{N} + k_g \mathbf{b} \quad (6)$$

式中, k_n 表示曲面 S 在 M 点切方向 $\mathbf{t}$ 上的法曲率; k_g 表示曲线 C 在 M 点的测地曲率。

根据式(5)以及链式法则, 可以得到曲线 C 在 M 点的单位切矢量 $\mathbf{t}$ 为

$$\mathbf{t} = \mathbf{r}_u \frac{du}{ds} + \mathbf{r}_v \frac{dv}{ds} \quad (7)$$

由法曲率矢量的定义以及复合函数求导法则, 可以得到

$$\mathbf{k} = \frac{d\mathbf{t}}{ds} = \mathbf{r}_{uu} \left(\frac{du}{ds} \right)^2 + 2\mathbf{r}_{uv} \left(\frac{du}{ds} \frac{dv}{ds} \right) + \mathbf{r}_{vv} \left(\frac{dv}{ds} \right)^2 + \mathbf{r}_u \frac{d^2u}{ds^2} + \mathbf{r}_v \frac{d^2v}{ds^2} \quad (8)$$

式中, $\mathbf{r}_u$, $\mathbf{r}_v$; $\mathbf{r}_{uu}$, $\mathbf{r}_{vv}$, $\mathbf{r}_{uv}$ 分别是曲面 S 关于参数 u , v 的一阶偏导数和二阶偏导数。

结合式(6)与式(8)可以得到

$$\mathbf{r}_{uu} \left(\frac{du}{ds} \right)^2 + 2\mathbf{r}_{uv} \left(\frac{du}{ds} \frac{dv}{ds} \right) + \mathbf{r}_{vv} \left(\frac{dv}{ds} \right)^2 + \mathbf{r}_u \frac{d^2u}{ds^2} + \mathbf{r}_v \frac{d^2v}{ds^2} = k_n \mathbf{N} + k_g \mathbf{N} \times \mathbf{t} \quad (9)$$

在式(9)左右两边分别同时点乘 $\mathbf{r}_u$ 与 $\mathbf{r}_v$, 可以得到非线性微分方程组

$$\begin{cases} (\mathbf{r}_{uu} \cdot \mathbf{r}_u) \left(\frac{du}{ds} \right)^2 + 2(\mathbf{r}_{uv} \cdot \mathbf{r}_u) \left(\frac{du}{ds} \frac{dv}{ds} \right) + (\mathbf{r}_{vv} \cdot \mathbf{r}_u) \left(\frac{dv}{ds} \right)^2 + E \frac{d^2u}{ds^2} + F \frac{d^2v}{ds^2} = k_g \mathbf{r}_u \cdot (\mathbf{N} \times \mathbf{t}) \\ (\mathbf{r}_{uu} \cdot \mathbf{r}_v) \left(\frac{du}{ds} \right)^2 + 2(\mathbf{r}_{uv} \cdot \mathbf{r}_v) \left(\frac{du}{ds} \frac{dv}{ds} \right) + (\mathbf{r}_{vv} \cdot \mathbf{r}_v) \left(\frac{dv}{ds} \right)^2 + F \frac{d^2u}{ds^2} + G \frac{d^2v}{ds^2} = k_g \mathbf{r}_v \cdot (\mathbf{N} \times \mathbf{t}) \end{cases} \quad (10)$$

式中, E , F , G 称为曲面 S 的第一类基本量。另外, 在式(10)中有

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v}{|\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v|} = \frac{\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v}{\sqrt{EG - F^2}}$$

由矢量三重积的拉格朗日公式可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_u \cdot (\mathbf{N} \times \mathbf{t}) &= \\ -\frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} \left[\frac{du}{ds} \mathbf{r}_u \cdot (F\mathbf{r}_u - E\mathbf{r}_v) + \frac{dv}{ds} \mathbf{r}_u \cdot (G\mathbf{r}_u - F\mathbf{r}_v) \right] &= \\ -\frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} \left[\frac{du}{ds} (EF - EF) + \frac{dv}{ds} (GE - FF) \right] &= \\ -\frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} \frac{dv}{ds} (EG - F^2) & \end{aligned} \quad (11)$$

同理可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_v \cdot (\mathbf{N} \times \mathbf{t}) &= \\ -\frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} \left[\frac{du}{ds} \mathbf{r}_v \cdot (F\mathbf{r}_u - E\mathbf{r}_v) + \frac{dv}{ds} \mathbf{r}_v \cdot (G\mathbf{r}_u - F\mathbf{r}_v) \right] &= \\ -\frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} \left[\frac{du}{ds} (FF - EG) + \frac{dv}{ds} (GF - FG) \right] &= \\ -\frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} \frac{du}{ds} (F^2 - EG) & \end{aligned} \quad (12)$$

将式(11)、(12)代入式(10)中, 化简可以得到如下方程组

$$\begin{cases} \frac{d^2u}{ds^2} + \Gamma_{11}^1 \left(\frac{du}{ds} \right)^2 + 2\Gamma_{12}^1 \frac{du}{ds} \frac{dv}{ds} + \Gamma_{22}^1 \left(\frac{dv}{ds} \right)^2 - \frac{k_g}{\sqrt{EG - F^2}} \left(G \frac{dv}{ds} + F \frac{du}{ds} \right) \\ \frac{d^2v}{ds^2} + \Gamma_{11}^2 \left(\frac{du}{ds} \right)^2 + 2\Gamma_{12}^2 \frac{du}{ds} \frac{dv}{ds} + \Gamma_{22}^2 \left(\frac{dv}{ds} \right)^2 - \frac{k_g}{\sqrt{EG - F^2}} \left(F \frac{dv}{ds} + E \frac{du}{ds} \right) \end{cases} = 0 \quad (13)$$

式中, $\Gamma_{jk}^i = \Gamma_{jk}^i(u, v)$ ($i, j, k = 1, 2$) 表示克里斯托弗尔符号。

通过变量替换, 式(13)可改写为线性微分方程组

$$\begin{cases} \frac{du}{ds} = p = F_1(u, v, p, q) \\ \frac{dv}{ds} = q = F_2(u, v, p, q) \\ \frac{dp}{ds} = -\Gamma_{11}^1 p^2 - 2\Gamma_{12}^1 pq - \Gamma_{22}^1 q^2 - \frac{k_g}{\sqrt{EG - F^2}} (Gq + Fp) = F_3(u, v, p, q) \\ \frac{dq}{ds} = -\Gamma_{11}^2 p^2 - 2\Gamma_{12}^2 pq - \Gamma_{22}^2 q^2 + \frac{k_g}{\sqrt{EG - F^2}} (Fq + Ep) = F_4(u, v, p, q) \end{cases} \quad (14)$$

为了方便计算, 式(14)可写成矩阵形式

$$\frac{dU}{ds} = \bar{F}(U) \quad (15)$$

式中, $U = [u, v, p, q]^T$, $\bar{F} = [F_1, F_2, F_3, F_4]^T$ 。

式(14)定义了参数曲面上近似测地线的数学模型。当给出初始条件时(铺放起始点位置及铺放方向), 式(14)可以采用诸如龙格-库塔法的数值积分方法进行求解。通过求解该方程组可以得到参数空间中的一系列离散点, 这些离散点构成了曲面 S 上的唯一一条近似测地线。

4 测地曲率的调控范围

自动铺带工艺中预浸带产生的变形与铺放路径的测地曲率直接相关^[7]。测地曲率 k_g 越大, 预浸带变形越大, 铺放过程越容易出现褶皱。为防止预浸带产生过大变形进而出现铺放褶皱, 影响铺带产品的最终质量, 本节将基于铺放褶皱的形成机制给出近似测地线上测地曲率 k_g 的可调控范围。另外, 本节将根据铺放间隙的演化规律, 确定测地曲率 k_g 的符号。

4.1 测地曲率的符号

如图 6 所示, 模具曲面上相邻两条预浸带 P_1 、 P_2 的初始铺放路径 r_1 、 r_2 沿着测地线。由于模具曲面高斯曲率的影响, P_1 、 P_2 之间可能产生覆盖或过大铺放间隙。根据 P_1 与 P_2 的位置关系, 可以分为两种情况。

图 6 基于近似测地线优化铺放间隙

由图 6 可知, 如果两条预浸带间产生过大铺放间隙, 则应采用近似测地线 r_2' 代替 r_2 , 让两条带料

更为靠近。另一方面, 若两条预浸带间产生覆盖, 则应采用近似测地线 r_2'' 代替 r_2 , 让两条带料更为远离。对于情况 1, 近似测地线 r_2' 在测地线 r_2 延伸方向的“左侧”, 结合图 5 分析可以得到 r_2' 上测地曲率 $k_g > 0$ 。同理, 可以得到 r_2'' 上测地曲率 $k_g < 0$ 。对于情况 2, 近似测地线 r_2' 在测地线 r_2 延伸方向的“右侧”, 因此 r_2' 上测地曲率 $k_g < 0$, 同样可得到 r_2'' 上测地曲率 $k_g > 0$ 。显然, 为消除同样的铺放问题, 情况 1 与情况 2 中近似测地线测地曲率的符号相反。不同类型曲面以及两种情况下近似测地线测地曲率的符号如表 1 所示。

表 1 几种典型模具曲面上优化参数的取值

曲面类型	情况 1: 带料 P_2 在 P_1 延伸方向的“右侧”			
	铺放间隙问题	距离 d/mm	测地曲率符号	ξ 的范围
可展曲面	无	$W+1$	无	0
正高斯曲面	覆盖	$W+2$	负	$-1 \leq \xi < 0$
负高斯曲面	过大间隙	$W+0.5$	正	$0 < \xi \leq 1$
曲面类型	情况 2: 带料 P_2 在 P_1 延伸方向的“左侧”			
	铺放间隙问题	距离 d/mm	测地曲率符号	ξ 的范围
可展曲面	无	$W+1$	无	0
正高斯曲面	覆盖	$W+2$	正	$0 < \xi \leq 1$
负高斯曲面	过大间隙	$W+0.5$	负	$-1 \leq \xi < 0$

4.2 预浸带的局部变形

如图 7 所示, 预浸带 P_2 沿着模具表面上的近似测地线 $\bar{r}_2$ 铺放。 P 为 $\bar{r}_2$ 上任意一点, P' 为 P 在带料边界上的对应点。 PP' 构成与 $\bar{r}_2$ 正交的测地线。

图 7 测地平行坐标系

根据古托夫斯基等关于规整纤维片材映射的推论^[21], 可以得到以下重要结论: ① 模具曲面上预浸带的唯一变形模式为带料内纤维间的滑移; ② 单向预浸带内纤维映射到模具曲面上构成一系列测地平行线。因此, 在图 7 中, 预浸带边界纤维路径 A_0 、 A_2 及中心纤维路径 A_1 为测地平行线, 而法向曲线则为测地线。一般来说, 中心纤维路径 A_1 也为预浸带的铺放路径 $\bar{r}_2$ 。在图 7 中, 以测地线为 u -曲线, 并以 A_0 、 A_1 、 A_2 为 v 曲线, 可构建一个测地坐标系

$M(u, v), \left\{ u \in \left[-\frac{W}{2}, \frac{W}{2} \right], v \in [0, L] \right\}$, 其中, W 与 L

分别指预浸带 P_2 的宽度以及长度。接下来分析 P 点及其对应边界点 P' 处微小纤维长度的差异以表征预浸带在边界附近的局部变形。

由于微小弧长/纤维单元 ds 与 ds' 均位于 v -曲线上, 在测地坐标系 M 中, 两者之间的差异可通过下式表达

$$\Delta = ds' - ds = \sqrt{G\left(\frac{W}{2}, v\right)} dv - \sqrt{G(0, v)} dv \quad (16)$$

对上式中 $G\left(\frac{W}{2}, v\right)$ 在 $u=0$ 处泰勒展开, 得到

$$\sqrt{G\left(\frac{W}{2}, v\right)} = \sqrt{G(0, v)} + \frac{W}{2} \frac{\partial \sqrt{G(u, v)}}{\partial u} \bigg|_{u=0} + \frac{W^2}{8} \frac{\partial^2 \sqrt{G(u, v)}}{\partial u^2} \bigg|_{u=\omega} \quad (17)$$

式中, $\omega \in [0, \frac{W}{2}]$ 。 $\bar{P} = M(\omega, v)$ 表示测地线 PP' 上与 P 及 P' 不重合的一点。

根据微分几何^[20], 有下式成立

$$\frac{\partial \sqrt{G(u, v)}}{\partial u} \bigg|_{u=0} = k_{g u=0}(v) \sqrt{G(0, v)} = k_g(P) \sqrt{G(0, v)} \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 \sqrt{G(u, v)}}{\partial u^2} \bigg|_{u=\omega} = -K(\omega, v) \sqrt{G(\omega, v)} = -K(\bar{P}) \sqrt{G(\omega, v)} \quad (19)$$

在测地坐标系中有 $\sqrt{G(0, v)}=1$, 将方程式(17)~(19)代入方程式(16)整理得到

$$\Delta = \left[\frac{W}{2} k_g(P) - \frac{W^2}{8} K(\bar{P}) \sqrt{G(\omega, v)} \right] ds \quad (20)$$

同理, 可以得到中心弧长/纤维单元与另一侧弧长/纤维单元的差异, 然后将中心与两侧的差异表达为一个统一的公式, 得到

$$\Delta = \left[\pm \frac{W}{2} k_g(P) - \frac{W^2}{8} K(\bar{P}) \sqrt{G(\omega, v)} \right] ds = \varepsilon ds \quad (21)$$

式中, Δ 为 P 点对应带料边界处的局部变形, ε 为由于铺放路径在 P 点测地曲率以及模具曲面在 P 点附近高斯曲率共同作用下, 单位长度上预浸带边界纤维相对于中心纤维的滑移变形。

4.3 测地曲率的幅值

由于自动铺带工艺中采用的模具曲面较为平缓, 因此局部变形 Δ_1 可近似为

$$\Delta_2 = \left[\pm \frac{W}{2} k_g(P) - \frac{W^2}{8} K(P) \right] ds \quad (22)$$

式中, $K(P)$ 表示曲面 S 在 P 处的高斯曲率。这里将公式(21)中 $\sqrt{G(\omega, v)}$ 进行泰勒展开后仅取第一项。

由方程(22)可得到带料 P_2 在 P 处对应边界上的最大变形 $\Delta_{\max}$ 为

$$\Delta_{\max} = \left[\frac{W}{2} / k_g(P) + \frac{W^2}{8} / K(P) \right] ds \quad (23)$$

为避免铺放褶皱的产生, 预浸带最大变形应在带料允许变形范围内, 即需要满足

$$\Delta_{\max} = \left[\frac{W}{2} / k_g(P) + \frac{W^2}{8} / K(P) \right] ds \leq \eta_1(W) ds \quad (24)$$

式中, $\eta_1(W)$ 表示单位长度上边界纤维相对于中心纤维滑移的极限, 该参数表征了预浸带的允许面内变形能力, 其受到预浸带型号、宽度、铺放工艺参数等的影响。对于几种典型宽度的 5228/T700 型预浸带, 当铺放温度设定为 33℃、铺放压力设定为 500 N 时有^[22]: $\eta_1(75) = 6.82 \times 10^{-4}$; $\eta_1(150) = 6.52 \times 10^{-4}$; $\eta_1(150) = 6.25 \times 10^{-4}$ 。

由方程式(24)可得, 为防止预浸带沿近似测地线铺放产生褶皱, 近似测地线上测地曲率应满足下列不等式

$$|k_g(P)| \leq \frac{8\eta_1(W) - W^2 / K(P)}{4W} \quad (25)$$

根据方程(25), 可令近似测地线上测地曲率为

$$k_g(P) = \xi \left[\frac{8\eta_1(W) - W^2 / K(P)}{4W} \right] \quad (26)$$

其中, 为防止铺放褶皱的产生, 系数 ξ 须满足不等式: $-1 \leq \xi \leq 1$ 。

采用方程式(26)定义近似测地线上测地曲率具有以下优点。

(1) 可以很容易通过改变系数 ξ 的大小与符号调整近似测地线的形状与拓扑结构, 而不需要对近似测地线上各点的测地曲率进行单独赋值, 从而降低轨迹规划过程的设计难度与计算量。

(2) 当预浸带型号、宽度以及 ξ 确定时, 近似测地线测地曲率的幅值会根据模具曲面的几何特征(高斯曲率)进行自调整。对于模具曲面高斯曲率较大的区域, 铺放路径的测地曲率将减小以进一步避免铺放褶皱的产生。

5 轨迹规划实例及结果分析

航空航天工业领域应用的复合材料构件多为双曲面结构或自由曲面^[23]。本节结合航空航天领域中这两种典型的模具曲面,验证所提出方法的合理性。本文所提出的轨迹规划方法分为两个层次:第一层为通过调整 d 的值,优化初始铺放间隙;第二层为利用近似测地线进一步优化相邻预浸带的铺放间隙。根据本文第 2 节与第 4 节的内容,可得到几种典型模具曲面上 d 、系数 ξ 等优化参数的取值范围,如表 1 所示。

表 1 中 d 值的选取也考虑了实际生产中预浸带尺寸误差、机床铺放误差等因素,因此并没有让初始铺放间隙达到最大(2.5 mm)或最小(0 mm)。另外,对于其他复杂模具曲面,需要根据模具曲面高斯曲率的具体分布情况获得铺放间隙的演化规律,之后才能给出两层优化中各参数的取值范围。

5.1 双曲面

图 8 展示了一双曲面模具,其尺寸为 1 000 mm × 5 000 mm。 P_1 、 P_2 、 $\dots$ 、 P_7 是双曲面模具 0° 铺层中所铺放的预浸带。预浸带型号为 5228/T700,宽度为 150 mm。为保证预浸带变形最小, P_1 、 P_2 、 $\dots$ 、 P_7 的初始铺放路径沿着测地线。由于双曲面模具高斯曲率为负,因此从铺放起始点开始,相邻两条预浸带将逐渐远离,铺放间隙不断增加,最大铺放间隙将出现于带料末端(双曲面模具边界处)。如图 10 所示, P_1 与 P_2 两条带料末端的间隙接近 10 mm,这将极大地影响最终产品的整体质量。

图 8 双曲面模具 0° 铺层上铺放路径

为消除带料 P_1 与 P_2 之间过大的铺放间隙,在第一层优化中设置 $d=W+0.5$,此时两条带料间的初始铺放间隙为 0.5 mm。在第二层优化中,让 P_2 沿着近似测地线铺放,使 P_2 进一步靠近 P_1 。同时,通过改变系数 ξ 的大小,调整两条带料的靠近程度,使 P_1 与 P_2 之间不产生覆盖,且间隙大小不超过 2.5 mm。由图 8 可看出带料 P_2 在 P_1 延伸方向的右侧,查表 1 可得到近似测地线测地曲率符号为正且满足

$0 < \xi \leq 1$ 。系数 ξ 的具体大小是在其取值范围内通过折半查找法得到的。折半查找的停止条件为 P_1 与 P_2 末端的铺放间隙大小 D_{GAP} 满足下列不等式:
 $0 \leq D_{\text{GAP}} \leq 2.5 \text{ mm}$ 。

折半查找法确定带料 P_2 系数 ξ 的步骤如下所示。

(1) 初始设置系数 ξ 的上界 $\xi_{\text{up}}=1$, 以及下界 $\xi_{\text{low}}=0$ 。

(2) 令 $\xi = \frac{\xi_{\text{up}} + \xi_{\text{low}}}{2}$, 然后基于式(14)构造模具曲面上的近似测地线。

(3) 计算 P_1 与 P_2 末端的间隙 D_{GAP} 。

(4) 如果 $0 \leq D_{\text{GAP}} \leq 2.5 \text{ mm}$, 则查找步骤结束并保存系数 ξ 。

如果 $D_{\text{GAP}} < 0$, 则设置 $\xi_{\text{up}} = \xi$, 然后转到步骤(2)。

如果 $D_{\text{GAP}} > 2.5$, 则设置 $\xi_{\text{low}} = \xi$, 然后转到步骤(2)。

对于带料 P_2 , 系数 ξ 的搜索步骤如图 9 所示。

图 9 折半查找法搜索带料 P_2 的系数 ξ

如图 9 所示,经过四次迭代后,折半查找法得到 $\xi=1/16$,此时 P_1 与 P_2 末端间隙的大小为 1.92 mm。同理,可以得到其他带料的系数 ξ 以及它们之间末端间隙 D_{GAP} 的大小,如表 2 所示。在表 2 中,我们发现铺放路径系数 ξ 随着 n 的增大而增加,这主要是由于带料 P_{n-1} 与 P_n 之间消除的过大间隙会累加到 P_n 与 P_{n+1} 之间,因此后续带料需要更大的转向。经过两层优化后,相邻带料间的铺放间隙大小如图 10 所示。

表 2 算例 1 中折半查找完成后带料末端间隙及铺放路径系数 ξ 的大小

带料序号	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
系数 ξ	0	1/16	1/8	3/16	1/4	5/16	3/8
间隙大小 D_{GAP}/mm	—	1.92	1.92	1.91	1.90	1.89	1.88

图10 经过两层优化后,双曲面模具上 P_n 与 P_{n+1} 之间铺放间隙的分布情况

图11显示了双曲面模具上原始的铺放路径(实线)以及采用本文所提出的方法优化后的铺放路径(虚线)。

图11 双曲面模具上优化后的铺放路径

5.2 自由曲面

图12a展示了一自由曲面模具,其尺寸为 $1\,000\text{ mm} \times 5\,000\text{ mm}$,该模具曲面高斯曲率的具体分布情况如图12b所示。由图12可看出该模具曲面高斯曲率符号不定,为复杂曲面。其中,高斯曲率最大值为 $1.92 \times 10^{-7} \text{ mm}^{-2}$,产生于模具曲面凸起位置;高斯曲率最小值为 $-3.09 \times 10^{-8} \text{ mm}^{-2}$,分布于凸起位置周围。

铺放过程仍采用 150 mm 宽5228/T700型预浸带。 0° 铺层中带料 P_1 、 P_2 、...、 P_7 的初始铺放路径沿着测地线,相邻带料间铺放间隙分布情况如图13所示。

(a) 铺放路径

(b) 高斯曲率分布情况

图12 自由曲面模具 0° 铺层上铺放路径和高斯曲率分布情况

图13 自由曲面模具上原始的铺放间隙分布情况

如图12所示,当 $n \leq 5$ 时, P_n 与 P_{n+1} 主要位于模具曲面高斯曲率为负的区域。根据本文第2节的内容可知,在负高斯曲率的影响下, P_n 与 P_{n+1} 将逐渐远离,两者间铺放间隙不断增加,且最大铺放间

隙产生于带料末端($y=5\ 000\text{ mm}$),如图 13 所示。另一方面,随着 n 的增加,带料 P_n 逐渐经过模具曲面高斯曲率幅值较大的区域,相邻带料分开的趋势越显著,越容易出现铺放间隙问题。由图 13 可看出,带料 P_5 与 P_6 间铺放间隙问题最为严重,间隙最大值接近 15 mm 。当 $n=6$ 时,带料 P_7 首先会经过高斯曲率为负的区域, P_6 与 P_7 间铺放间隙不断增加。随着铺放路径的延伸, P_7 接近模具曲面凸起位置后,在正高斯曲率的影响下, P_6 与 P_7 间的铺放间隙不断减小。由于凸起位置高斯曲率幅值较大, P_6 与 P_7 间又会出现覆盖。在经过凸起位置后, P_7 又会进入到高斯曲率为负的区域,然而由于该区域高斯曲率幅值相对较小,只能缓解 P_6 与 P_7 靠近的趋势而不能减小覆盖,最大的覆盖产生于两条带料的末端,其大小为 -10 mm 。

为消除相邻带料间的铺放间隙问题,采用本文所提出的轨迹规划方法对原有铺放路径进行优化。在第一层优化中设置 $d=W+0.5$,此时相邻两条带料间的初始间隙为 0.5 mm 。在第二层优化中,让 P_{n+1} 沿着近似测地线铺放,使 P_{n+1} 进一步靠近 P_n 。

由图 12b 可看出模具曲面上 $y \leq 1\ 000\text{ mm}$ 的区域高斯曲率接近于零,相邻带料 P_n 与 P_{n+1} 经过该区域会保持平行,铺放间隙大小近乎不变。为维持带料在该区域的间隙分布状态,设置近似测地线起点 T 位于 $y=1\ 000\text{ mm}$ 处,即当 $y < 1\ 000$ 时,有系数 $\xi=0$ 。对于曲面其他区域($1\ 000 < y \leq 5\ 000\text{ mm}$),由于 P_n 与 P_{n+1} 之间铺放间隙过大且 P_{n+1} 位于 P_n 前进方向的右侧,可设置近似测地线上测地曲率符号为正,即系数 $0 < \xi \leq 1$ 。需要注意的是,虽然图 13 中 P_6 与 P_7 之间为覆盖,但利用近似测地线调整 P_6 铺放路径以消除 P_5 与 P_6 间过大的间隙后, P_6 与 P_7 间将产生过大间隙,因此 P_7 铺放路径测地曲率符号仍应为正。

接下来,仍然采用折半查找法在 ξ 的取值范围内确定其具体大小。折半查找的停止条件为 P_n 与 P_{n+1} 末端的间隙 D_{GAP} 满足不等式: $0 \leq D_{\text{GAP}} \leq 2.5$ 。折半查找完成后带料末端间隙及铺放路径系数 ξ 的大小如表 3 所示。

表 3 算例 2 中折半查找完成后带料末端间隙及铺放路径系数 ξ 的大小

带料序号	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
$\xi, y \leq 1\ 000$	0	0	0	0	0	0	0
$\xi, 1\ 000 < y \leq 5\ 000$	0	0	0	1/32	17/128	5/16	5/32
DGap/mm	—	1.28	2.28	2.26	2.35	2.39	2.25

经过两层优化后,相邻带料间的铺放间隙分布如图 14 所示。

由表 3 与图 14 可看出, P_2 与 P_3 之间过大的铺放间隙经过第一层优化即可消除。当 $n \geq 3$ 时,由于带料间铺放间隙较大,需采用第二层优化。另外,我们发现当 P_6 与 P_7 末端的间隙 D_{GAP} 符合要求时,带料中部区域($y=2\ 500\text{ mm}$)仍存在较大间隙,具体如图 15a 所示。

图 14 经过两层优化后,自由曲面模具上 P_n 与 P_{n+1} 之间铺放间隙的分布情况

图 15 调整系数 ξ 的分布,消除带料中部的铺放间隙问题

如图 15a 所示,带料中部区域铺放间隙大小为 3.71 mm ,说明表 3 中带料 P_7 的系数 ξ 不满足要求。为提高带料 P_7 的转向以减小中部区域过大的铺放间隙,可将 $1\ 000 < y \leq 2\ 500\text{ mm}$ 区间上的系数 ξ 由

5/32 增加至 5/16, 其他区间上的系数 ξ 大小保持不变, 所得到的间隙分布图如 15b 所示。如图 15b 所示, 系数 ξ 的增加引起带料转向过大, 造成带料末端产生过大覆盖。为消除带料末端的覆盖, 将 $2\,500 < y \leq 3\,500$ mm 区间上的系数 ξ 由 5/32 减小为 -1/2, 得到的间隙分布图如 15c 所示。为消除图 15c 中带料末端过大的铺放间隙, 将 $3\,500 < y \leq 5\,000$ mm 区间上的系数 ξ 由 5/32 增加为 1/2, 得到的间隙分布图如 15d 所示。由图 15a 到图 15d 可看出, 通过多次调整局部系数 ξ 的大小与符号, 逐渐消除了间隙分布图中过大的“波峰”与过小的“波谷”, 获得了符合设计要求的间隙分布状态。图 15a 到图 15d 中系数 ξ 的具体分布情况如表 4 所示。

表 4 图 15a 到图 15d 中系数 ξ 的具体分布情况

分布区间/mm	$y \leq 1\,000$	$1\,000 < y \leq 2\,500$	$2\,500 < y \leq 3\,500$	$y > 3\,500$
15a, ξ	0	5/32	5/32	5/32
15b, ξ	0	5/16	5/32	5/32
15c, ξ	0	5/16	-1/2	5/32
15d, ξ	0	5/16	-1/2	1/2

自由曲面模具上原始的铺放路径(实线)以及采用本文所提出的方法优化后的铺放路径(虚线)如图 16 所示。

图 16 自由曲面模具上优化后的铺放路径

本文两个算例均针对 0° 铺层中铺放问题进行优化, 主要是由于该铺层中铺放路径最长, 铺放间隙问题最为严重。比较两个算例可得出, 自由曲面模具上高斯曲率符号不定, 铺放间隙演化规律更复杂, 铺放路径的系数 ξ 也越难确定。

由第 5.1 节与 5.2 节中的算例可看出, 本文所提出的分层次铺放路径优化方法成功消除了双曲面模具以及自由曲面模具 0° 铺层中相邻带料间的覆盖以及过大的铺放间隙, 保证了铺放间隙大小满足设计要求。同时, 第二层优化中系数 ξ 满足不等式 $0 \leq \xi \leq 1$, 说明优化过程不会导致带料发生过大变形进而产生褶皱。

6 结论

(1) 研究了铺放间隙的产生与演化规律, 给出了双曲面等典型模具曲面上铺放间隙的演化规律以及初始铺放间隙的优化方法。研究表明, 铺放间隙问题的产生主要是由于模具曲面高斯曲率影响下, 随着铺放路径的延伸, 相邻带料的铺放方向无法保持一致所导致的。另外, 基于该演化规律可推断当预浸带较宽、铺放路径较长、模具曲面高斯曲率较大且符号单一时, 铺放过程更加容易出现铺放间隙问题。

(2) 基于微分几何推导了近似测地线的数学模型, 当给出铺放起始点位置与铺放方向时, 该数学模型可采用龙格-库塔法等数值积分方法进行求解。

(3) 根据铺放间隙的演化规律确定了近似测地线上测地曲率的符号, 缩小了测地曲率的搜索范围提高了优化效率。另外, 基于铺放褶皱的形成机制, 确定了测地曲率的幅值范围。通过调整系数 ξ 的大小改变近似测地线的形状, 合理利用预浸带的微小变形能力消除铺放间隙问题。

本文所提出的方法适用于模具曲面上存在一定的平缓区域以提供预浸带微小转向。若模具曲面尺寸以及各处的高斯曲率都很大, 则铺放间隙问题严重且带料的变形能力有限, 难以保证铺放间隙满足要求。此时应考虑采用更窄的带料铺放或者采用自动铺丝工艺代替自动铺带。另外, 本文提出的方法通过调整近似测地线起始点位置 T 以及系数 ξ 的分布为铺带轨迹规划赋予了更多的自由度。显然, 满足铺放间隙要求的 T 与系数 ξ 的组合很多。本文利用折半查找法确定了这两个参数的一组可行解, 如何得到最优解将是下一步的重点工作。

参 考 文 献

- [1] 肖军, 李勇, 李建龙. 自动铺放技术在大型飞机复合材料结构件制造中的应用[J]. 航空制造技术, 2008(1): 50-53.
XIAO Jun, LI Yong, LI Jianlong. Application of automatic placement technology in manufacturing composite parts of large aircraft[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2008(1): 50-53.
- [2] LEWIS H W, ROMERO J E. Composite tape placement apparatus with natural path generation means: US 4696707[P]. 1987-09-29.

- [3] SHINNO N, SHIGEMAT T. Method for controlling tape affixing direction of automatic tape affixing apparatus: US 5041179[P].1991-04-30.
- [4] 胡翠玲, 肖军, 李勇, 等. 复合材料自动铺带技术研究(I)——“自然路径”特征分析及算法[J]. 宇航材料工艺, 2007(1): 40-42.
HU Cuiling, XIAO Jun, LI Yong, et al. Study on automated tape-laying technique for composites Part I: Natural path property analysis and calculation method[J], Aerospace Materials and Technology, 2007(1): 40-42.
- [5] 罗海燕, 李勇, 肖军, 等. 复合材料自动铺带技术研究——曲面铺带轨迹算法[J]. 航空学报, 2009, 30(9): 1782-1786.
LUO Haiyan, LI Yong, XIAO Jun, et al. Research on automatic tape-laying technique-calculation method of tape-laying path on free-form surfaces[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009, 30(9): 1782-1786.
- [6] LIU L, XIAO J, LI Y. Research on trajectory planning of non-developable surface for automated tape placement processing of composite[J]. Science and Engineering of Composite Materials, 2017, 24(6): 929-936.
- [7] LONGO E, PANDOLFI B M. Modelling and simulation of a lay-up process of composite material tapes[J]. Mathematical & Computer Modelling An International Journal, 1994, 19(2): 43-54.
- [8] DEBOUT P, CHANAL H, DUC E. Tool path smoothing of a redundant machine: application to automated fiber placement[J]. Computer Aided Desgin. 2011, 43(2): 122-32.
- [9] 熊文磊, 肖军, 王显峰, 等. 基于网格化曲面的自适应自动铺放轨迹算法[J]. 航空学报, 2013, 34(2): 434-441.
XIONG Wenlei, XIAO Jun, WANG Xianfeng, et al. Algorithm of adaptive path planning for automated placement on meshed surface[J]. Acta Aeronaut Astronaut Sinica, 2013, 34(2): 434-441.
- [10] 文立伟, 李俊斐, 王显峰, 等. 基于结构设计的自调节铺放轨迹规划算法[J]. 航空学报, 2013, 34(7): 1731-1739.
WEN Liwei, LI Junfei, WANG Xianfeng, et al. Adjustment algorithm based on structural design for automated tape laying and automated fiber placement [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 34(7): 1731-1739.
- [11] HOGG M W. Method for laying composite tape: US 7842145[P]. 2010-11-30.
- [12] WYATT J, HAJ-HARIRI H. Atl/Afp design tool for tow path optimization[C]//SAMPE 08 Conference and Exhibition. Long Beach, CA, USA, 2008.
- [13] 还大军. 复合材料自动铺放 CAD/CAM 关键技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
HUAN Dajun. Fundamental research on CAD/CAM technology of composite material automated placement [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010.
- [14] ASKAN Y. Method of calculating the pathway of rigid strip over objects of complex curvature and covering object surface with fiber steering: US20150129119[P]. 2015-05-14.
- [15] LEMAIRE E, ZEIN S, BRUYNEEL M. Optimization of composite structures with curved fiber trajectories[J]. Composite Structures, 2015, 131: 895-904.
- [16] SHIRINZADEH B, CASSIDY G, OETOMO D, et al. Trajectory generation for open-contoured structures in robotic fiber placement[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2007, 23(4): 380-394.
- [17] BRUYNEEL M, ZEIN S. A modified fast marching method for defining fiber placement trajectories over meshes[J]. Computers & Structures, 2013, 125(125): 45-52.
- [18] YAN L, CHEN Z C, SHI Y, et al. An accurate approach to roller path generation for robotic fiber placement of free-form surface composites[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2014, 30(3): 277-286.
- [19] LOZANO S A, GRANADO M J O, MARTÍNEZ V V, et al. Laying-up method for non-planar composite material components: EP2527130 [P]. 2012-11-29.
- [20] 梅向明, 黄敬之. 微分几何[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
MEI Xiangming, HUANG Jingzhi. Differential geometry[M]. Beijing: Higher Education Press, 2008.
- [21] 古托夫斯基 T G. 先进复合材料制造技术[M]. 北京: 化学工业出版社, 2004.
GUTOWSKI T G. Advanced composites manufacturing[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2004.
- [22] ZHANG Peng, SUN Ronglei, ZHAO Xueying, et al. Placement suitability criteria of composite tape for mould surface in automated tape placement[J]. Chinese Journal

of Aeronautics. 2015, 28(5): 1574-1581

- [23] 张建宝. 复合材料自动铺带控制及工艺关键技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.

ZHANG Jianbao. Research on the key control and processing technology of composites automated tape

placement[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010.

作者简介: 张鹏, 男, 1987 年出生, 博士, 讲师。主要研究方向为复合材料自动铺带轨迹规划。

E-mail: zphust2005@sina.com