

DOI: 10.3901/JME.2020.23.165

## 串联九自由度喷涂机器人及其运动学分析<sup>\*</sup>

齐有泉<sup>1,2</sup> 李艳文<sup>1,2</sup> 陈子明<sup>1,2</sup> 孔繁栋<sup>1,2</sup> 杨晓坤<sup>1,2</sup> 朱为国<sup>3</sup>

(1. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室 秦皇岛 066004;

2. 燕山大学机械工程学院 秦皇岛 066004;

3. 淮阴工学院先进制造技术重点实验室 淮安 223003)

**摘要:** 在工业生产中,喷涂是重要的加工过程,喷涂机器人已经广泛应用于喷涂行业,但复杂工件的内表面喷涂还多依赖人工完成。针对多腔室多障碍的大型构件内壁的喷涂,提出一种新型九自由度喷涂机器人。根据多腔室多障碍大型构件的结构特点,按功能将此机器人结构划分为工作定位装置、工作执行装置和辅助支撑装置;基于D-H参数法,建立此机器人的数学模型,进行正解的求取;给出一种冗余机器人计算反解的方法:根据喷涂不同方位的腔壁对前三个关节进行角度预设,从而保证喷涂目标面处于工作执行装置的灵活工作空间;根据关节7工作空间的特性,采用正向求解和逆向求解分别得到关节7的位置坐标,并反推关节6的位姿,进而得到其他关节角度值完成反解。此求解方法得到的反解能够保证机器人在对同一壁面喷涂时具有相似的构型姿态,解决了反解过多、求解难度大、解筛选困难的问题,极大地提高反解的求解速度。

**关键词:** 喷涂机器人;反解;冗余机构

**中图分类号:** TH112

## Design and Kinematics' Analyzing of a Series Nine-degree-of-freedom Spraying Robot

QI Youquan<sup>1,2</sup> LI Yanwen<sup>1,2</sup> CHEN Ziming<sup>1,2</sup> KONG Fandong<sup>1,2</sup> YANG Xiaokun<sup>1,2</sup>  
ZHU Weiguo<sup>2</sup>

(1. Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004;

2. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004;

3. Advanced Manufacturing Technology Key Laboratory, Huaiyin Institute of Technology, Huaian 223003)

**Abstract:** Spraying is an important process in industrial production. Spraying robot has been widely used in spraying industry, but the task of spraying the inner surface of complex workpiece still depends on manual operation. The main content of this paper is to design a new spraying robot to spray the inner wall of large components with multiple compartments and obstacles. According to the structural characteristics of multi-chamber and multi-obstacle large components, a robot with 9 degrees of freedom is presented, the robot manipulator is divided into working positioning device, work execution device and auxiliary support device. Based on the D-H parameter method, the mathematical model of the nine-degree-of-freedom robot is established, and the positive solution is obtained. A new method for calculating the inverse solution of redundant robot is proposed. According to the different directions of the cavity wall, the angles of the first three joints are preset to ensure that the spraying target plane is in the flexible working space of the working execution device. Considering the characteristics of the workspace of joint 7, the position coordinates of joint 7 are obtained by forward solution and inverse solution, the position and posture of joint 6 are derived, and then the inverse solution is completed by solving the angle values of other joints. The inverse solution obtained by this method can ensure that the robot has a similar configuration pose when spraying on the same wall, which solves the problems of the selection of too many inverse solutions, and greatly improves the solving speed of the inverse solution.

**Key words:** spraying robot; inverse solution; redundant mechanism

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(51775474)、河北省重点研发计划(19221909D)、河北省自然科学基金(E2016203321)和江苏省重点实验室项目(HGAMTL-1708)资助项目。20190816收到初稿,20200121收到修改稿

## 0 前言

我国是一个工业大国,其中制造业占据非常重要的地位,随着时代的进步,科学技术飞速发展,制造业规模越来越大,传统制造模式逐渐退出历史舞台,自动化生产理念越来越深入人心<sup>[1-2]</sup>。在工业生产中,喷涂是一个重要的加工过程,喷涂加工实际上是通过喷枪或者碟式雾化工具,借助压力或者离心力,使得油漆分散成均匀而微细的雾化液滴,喷涂于工件表面的一种涂装方法<sup>[3]</sup>。采用机器人进行喷涂加工的优点在于:①实现自动化喷涂,解放了人力资源,避免了手工喷涂时对工人身体健康的损害;②喷涂轨迹精准,从而提高了喷涂质量和涂料的利用率;③便于操作和维护,可使用离线编程和现场示教;④具有较高的设备利用率,可长时间进行生产作业,提高了生产效率<sup>[4-5]</sup>。目前市面上传统的喷涂机器人并不能适应复杂工件的内表面喷涂工作,尤其是多腔壁式工件的内表面喷涂仍需人工喷涂。全面实现多腔壁式工件喷涂加工的全自动化对提高生产率,降低人们的劳动强度有着非常重要的意义。

本文的目的是针对多腔室多障碍的大型构件内壁的喷涂,基于功能分块设计的思想,提出了一种新型喷涂机器人。喷涂时在笛卡儿坐标系下进行轨迹规划,故而对于每个插值点都需要进行反解计算。为此本文提出一种适合在腔壁中进行喷涂作业的反解方法,此种求解方法能够避免筛选反解的问题,从而极大程度上提高了计算速度,而且能够保证各个关节角度值变化平稳,提高机器人使用寿命。

## 1 机构设计

此文针对多腔式结构工件的喷涂,比如三个腔室的工件,如图1所示,腔1左侧和腔3右侧无结构壁,腔2两侧均为具有圆孔的结构壁。普通喷涂机器人不能实现对此类工件内部喷涂的作业任务<sup>[6-8]</sup>,由此提出一种新型串联喷涂机器人。

对此类工件腔2进行内表面喷涂时,需要机器人手臂通过腔壁间的孔深入至腔2。为完成上述任务必须将机器人整体分为两部分,首先是定位装置,其作用是将后续的灵活关节送入工件腔2内部实施喷涂作业。设计喷涂机器人的前三个关节为工作定位装置,上述三个关节的作用是为后续关节提供较合适的工作位置,如图2所示,其中关节1为旋转关节,转动关节2和3实现后续构件的俯仰运动。

考虑在腔壁内工作的多障碍因素,如图3所示,设计旋转关节和俯仰关节交替的六个自由度工作执行装置。为了减小关节2的力矩,设计辅助支撑装置,如图4所示,其中移动关节为驱动关节,此装置与杆1和杆2均以转动副连接。

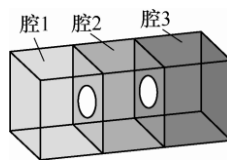


图1 工件结构图

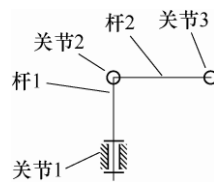


图2 工作定位装置

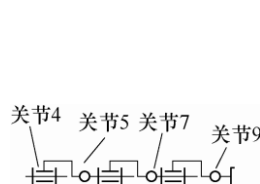


图3 工作执行装置构型

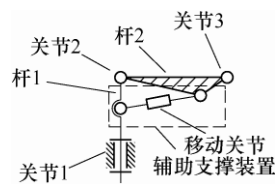


图4 辅助支撑装置

九轴机器人主体结构如图5所示,由靠近基座的前3个关节组成的工作定位装置、靠近末端执行器的后6个关节组成的工作执行装置和安装在杆1和杆2间的单自由度辅助支撑装置组成。由于杆2长度限制和工件多腔的特点,设置喷涂顺序为腔2—腔1—腔2的剩余面—腔3。具体喷涂步骤如下。

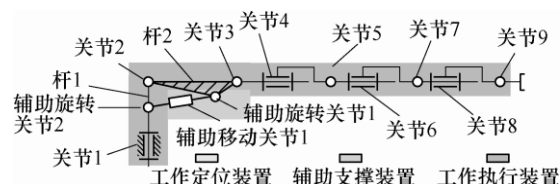


图5 九自由度喷涂机器人结构简图

(1) 移动平台向被喷涂工件运动将机器人运送至能够喷涂腔2的预定位置,此过程中工作执行装置保持“Z”型姿态如图6所示,穿过腔1和腔2之间的圆孔,工作执行装置到达腔2。

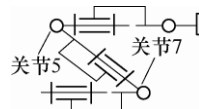


图6 工作执行装置“Z”型姿态

(2) 工作执行装置将喷枪置于预定的喷涂轨迹起点,进行前壁面喷涂,这里机器人前面正对的壁面为前壁面。完成前壁面喷涂后,工作执行装置恢复“Z”型姿态防止机器人与壁面碰撞,调整工作定位装置使工作执行装置便于喷涂腔壁与前壁面相邻的侧面,工作执行装置继续工作,按上述步骤对四个壁面进行喷涂作业。

(3) 工作执行装置恢复“Z”型姿态，移动平台向后移动至喷涂腔 1 的预定位置，按照步骤(2)进行作业。

(4) 待完成腔 1 喷涂任务后，将工件旋转  $180^\circ$ ，再移动到腔 3，按照步骤(1)和步骤(2)完成腔 2 剩余壁面的喷涂任务。

(5) 按照步骤(3)喷涂腔 1 的过程完成腔 3 的喷涂任务。

## 2 坐标系建立与运动学方程和正解

按照标准 D-H 法<sup>[9]</sup>建立连杆坐标系如图 7 所示。

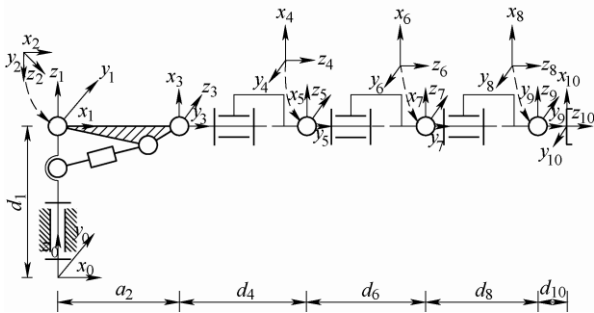


图 7 九自由度喷涂机器人连杆坐标系

列出各个关节间的齐次变换矩阵

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & a_2 \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

末端执行器相对于固定坐标系的位姿矩阵  ${}^0_{10}T$  可按式(4)求得

$${}^0_{10}T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T {}^6_7T {}^7_8T {}^8_9T {}^9_{10}T \quad (4)$$

表示为

$${}^0_{10}T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

## 3 运动学反解

### 3.1 反解思路

轨迹规划是机器人作业的前提，而反解是转化作业轨迹到驱动空间的必由之路<sup>[10-12]</sup>。运动冗余机器人反解更加难以计算，并且含有多组解<sup>[13]</sup>。由于前三个关节主要任务是使关节 3 形成合适的位姿，尤其是关节 1 和 2 关节角度值范围很小；关节 4、5、6 实现喷涂目标点的基本定位和辅助定向；关节 7、8、9 实现喷涂姿态调整。

多自由度机器人末端的位姿控制主要由关节 7、关节 8 和关节 9 实现，故而其灵活工作空间主要取决于关节 7 的工作空间，如图 7 所示，关节 7 的位置是由前六个关节决定的，不同于传统灵活空间的求解，在工件内表面喷涂作业时，需要考虑腔壁的阻碍问题，后三个关节的灵活性较高，在进行喷涂任务规划时将关节 7 的位置规划到其对喷涂表面的灵活作业区，后三个关节进行精确的位姿调整便可实现喷涂任务。

为了实现喷涂机器人执行任务兼顾避障和关节空间速度的平稳性，不仅要考虑机器人末端的位姿，还要考虑整体的构型。后六个关节为实现喷涂任务的主要执行机构，由于工作任务为内表面喷涂，为了避免多组解计算的复杂性以及与腔壁的防碰撞，提出一种针对腔壁内作业的串联机器人求取反解的分段求解法，将求解过程分为三段进行求解，每三个关节为一段。

靠近基座的前三个关节主要对后续关节进行初定位，关节 3 的位姿主要决定关节 4 的位置，为了实现腔壁的喷涂，将关节 3 的位姿分为 5 种，分别对应基准位姿、下、上、左、右腔壁变换位姿。根据喷涂不同的内表面预设关节 3 的位姿。

### 3.2 反解计算

根据式(1)~(3)得关节 3 的正解，为了表示方便将  $\cos(\theta_1)$  表示为  $c_1$ ， $\sin(\theta_1)$  表示为  $s_1$ ，则得

$${}^0_3T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T = \begin{bmatrix} n_{x3} & o_{x3} & a_{x3} & p_{x3} \\ n_{y3} & o_{y3} & a_{y3} & p_{y3} \\ n_{z3} & o_{z3} & a_{z3} & p_{z3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1c_{23} & -c_1s_{23} & -s_1 & a_2c_1c_2 \\ s_1c_{23} & -s_1s_{23} & c_1 & a_2c_1s_2 \\ -s_{23} & -c_{23} & 0 & d_1 - a_2s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$\theta_1$  的值可独立解出， $\theta_2$  的值与  $\sin\theta_1$  的值有关，

对  $\theta_2$  的求解应分为  $\theta_1=0$  与  $\theta_1 \neq 0$  两种情况, 由 D-H 参数分析可知  $\theta_2 \in [-10^\circ, 10^\circ]$ ,  $\theta_3 \in [-45^\circ, 45^\circ]$ ,  $(\theta_2 + \theta_3) \in [-55^\circ, 55^\circ]$ ,  $(\theta_2 + \theta_3)$  的解与  $\theta_1$  不相关, 根据式(6)可解出前三个关节的值

$$\begin{cases} \theta_1 = \arctan(a_{y3}/-a_{x3}) \\ \theta_1 \neq 0 \\ \theta_2 = \arctan(s_1(p_{x3}^2 + p_{y3}^2)/p_{y3}(d_1 - p_{z3})) \\ \theta_1 = 0 \\ \theta_2 = \arctan(p_{x3}/(d_1 - p_{z3})) \\ \theta_3 = \arctan(-o_{z3}/-n_{z3}) - \theta_2 \end{cases} \quad (7)$$

此时关节 7 的工作空间为一球面(图 8), 即以关节 5 中心为圆心, 以关节 5 到 7 的距离为半径的圆弧绕关节 4 轴线旋转形成的空间球面。当根据喷涂作业给定机器人末端执行器喷涂位置时, 从末端执行器出发, 此时关节 7 的工作空间为一条空间圆弧, 如图 9 所示。在上述两种情况下得到的关节 7 的工作空间必存在交叉点, 如图 10 所示, 交叉点即为关节 7 的位置  $A_7$ 。

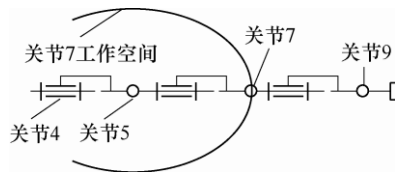


图 8 正向求解关节 7 工作空间

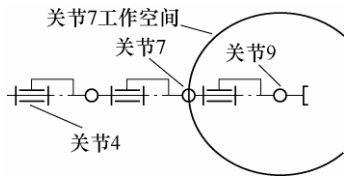


图 9 反向求解关节 7 工作空间

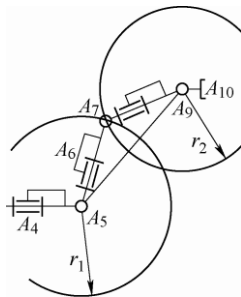


图 10 关节 7 工作空间交点

由正解可得关节 5 在基坐标系下的位置坐标只与前三个关节有关, 在预设前三个关节位姿的前提下, 设关节 5 的位置在基坐标系下坐标为  $A_5(x_5, y_5, z_5)$ , 关节 5 与关节 7 距离为  $r_1$ , 考虑缺失的部分球面不影响求解, 则关节 7 正向求解的工作空间球面方程

可表示为

$$(x - x_5)^2 + (y - y_5)^2 + (z - z_5)^2 = r_1^2 \quad (8)$$

如图 10 所示, 将关节 4 至关节 9 转动副中心点分别标记为  $A_i (i=4,5,6,7,8,9)$ , 机器人末端记为  $A_{10}$ , 设关节 9 的位置在基坐标系下坐标为  $A_9(x_9, y_9, z_9)$ , 机器人末端坐标系 y 轴在基坐标系下的方向矢量为  $l(x_l, y_l, z_l)$ , 机器人关节 7 与关节 9 距离为  $r_2$ , 记过点  $A_9$  垂直于直线  $A_9A_{10}$ , 并平行于基坐标系面  $OXY$  的直线方程为

$$\frac{x - x_9}{x_l} = \frac{y - y_9}{y_l} = \frac{z - z_9}{z_l} \quad (9)$$

则反向求解关节 7 的空间圆弧的方程可表示为空间球面与平面交线的形式, 考虑缺失的空间圆弧不影响最后对关节 7 位置的求解, 故将其视为完整的空间圆弧, 可表示为

$$\begin{cases} (x - x_9)^2 + (y - y_9)^2 + (z - z_9)^2 = r_2^2 \\ x_l(x - x_9) + y_l(y - y_9) + z_l(z - z_9) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

联立空间圆弧和空间球面方程可得到关节 7 的位置  $A_7(x_7, y_7, z_7)$ , 关节 5、关节 6、关节 7 共线, 见图 8, 直线  $A_5A_7$  的单位方向矢量为

$$l_{5-7} = \frac{[(x_7 - x_5), (y_7 - y_5), (z_7 - z_5)]}{\sqrt{(x_7 - x_5)^2 + (y_7 - y_5)^2 + (z_7 - z_5)^2}} \quad (11)$$

设关节 6 与 7 的距离为  $l_{67}$ , 则关节 6 的坐标为

$$A_6 p = A_5 p - l_{67} l_{5-7} \quad (12)$$

由图 7 可知, 关节 6 的关节坐标系的 z 轴方向为  $l_{5-7}$ , 而初始 y 轴方向为关节 5 的关节坐标系的 z 轴的负方向。其转动角度可由图 9 平面  $A_4A_5A_6$  和图 8 中空间圆弧所在平面的夹角表示。

平面  $A_4A_5A_6$  用三点式方程表示为

$$\begin{vmatrix} x - x_4 & y - y_4 & z - z_4 \\ x_5 - x_4 & y_5 - y_4 & z_5 - z_4 \\ x_6 - x_4 & y_6 - y_4 & z_6 - z_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (13)$$

将上式化简成一般方程

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0 \quad (14)$$

$$A_1 = y_4 z_5 - y_5 z_4 - y_4 z_6 + y_6 z_4 + y_5 z_6 - y_6 z_5$$

$$B_1 = x_5 z_4 - x_4 z_5 + x_4 z_6 - x_6 z_4 - x_5 z_6 + x_6 z_5$$

$$C_1 = x_4 y_5 - x_5 y_4 - x_4 y_6 + x_6 y_4 - x_5 y_6 + x_6 y_5$$

$$D_1 = -x_4 y_5 z_6 + x_4 y_6 z_5 + x_5 y_4 z_6 - x_5 y_6 z_4 - x_6 y_4 z_5 + x_6 y_5 z_4$$

图 8 中圆弧所在平面方程为

$$x_l x + y_l y + z_l z - x_l x_9 - y_l y_9 - z_l z_9 = 0 \quad (15)$$

将上式表示为  $A_2 x + B_2 y + C_2 z = D_2$  且与式(14)相联立, 得两平面的夹角

$$\cos(\theta_6) = \frac{|A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \quad (16)$$

关节 3 坐标系和关节 6 坐标系之间的齐次变换矩阵

$${}^0_6T = {}^0_3T \cdot {}^3_6T = \begin{bmatrix} n_{x6} & o_{x6} & a_{x6} & p_{x6} \\ n_{y6} & o_{y6} & a_{y6} & p_{y6} \\ n_{z6} & o_{z6} & a_{z6} & p_{z6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$${}^3_6T = \begin{bmatrix} n_{x3\_6} & o_{x3\_6} & a_{x3\_6} & p_{x3\_6} \\ n_{y3\_6} & o_{y3\_6} & a_{y3\_6} & p_{y3\_6} \\ n_{z3\_6} & o_{z3\_6} & a_{z3\_6} & p_{z3\_6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$n_{x3\_6} = c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6$$

$$n_{y3\_6} = c_6 s_5$$

$$n_{z3\_6} = -c_4 s_6 - c_5 c_6 s_4$$

$$o_{x3\_6} = -c_6 s_4 - c_4 c_5 s_6$$

$$o_{y3\_6} = -s_5 s_6$$

$$o_{z3\_6} = c_5 s_4 s_6 - c_4 c_6$$

$$a_{x3\_6} = -c_4 s_5$$

$$a_{y3\_6} = c_5$$

$$a_{z3\_6} = s_4 c_5$$

$$p_{x3\_6} = -c_4 d_6 s_5$$

$$p_{y3\_6} = d_4 + c_5 d_6$$

$$p_{z3\_6} = d_6 s_4 s_5$$

前三个关节已经进行预处理, 故  ${}^0_3T$  是已知的, 现根据上述预处理方法已知关节 6 在基坐标系下的位置坐标见式(12), 将  ${}^0_6T$  中第四列关节 6 的位置表达式与式(12)中关节 6 位置表达式联立可解出  $c_4$ 、 $s_4$ 、 $c_5$ 、 $s_5$ , 式(16)可得关节 6 的角度值代入式(18), 得到关节 6 的预处理位姿。

根据上述求解的关节 6 位姿对关节 4、关节 5、关节 6 进行反解验证。根据喷涂任务实施过程可知  $\theta_5 \neq 0$  即  $s_5 \neq 0$ , 可解出关节 4 的唯一解

$$\theta_4 = \arctan(-p_{x3\_6}/p_{z3\_6}) \quad (19)$$

式(18)中并不存在  $\theta_5$  和  $\theta_6$  一组独立正弦和余弦的组合, 但存在着与  $\theta_4$  的三角函数的组合形式, 所以  $\theta_5$  和  $\theta_6$  的求解必须考虑  $s_4$  和  $c_4$  是否为零。

当  $a_{z3\_6} = 0$ ,  $p_{z3\_6} = 0$  时,  $\theta_4 = 0$ ,  $s_4 \neq 0$ ,  $c_4 \neq 0$  可得

$$\begin{cases} \theta_4 = \arctan(-p_{x3\_6}/p_{z3\_6}) \\ \theta_5 = \arctan(c_4 a_{y3\_6}/-a_{x3\_6}) \\ \theta_6 = \arctan(o_{z3\_6}/n_{z3\_6}) \end{cases} \quad (20)$$

当  $a_{x3\_6} = 0$  且  $p_{x3\_6} = 0$  时,  $\theta_4 = \pi/2$  或  $\theta_4 = -\pi/2$ ,  $s_4 \neq 0$ ,  $c_4 = 0$  得

$$\begin{cases} \theta_4 = \arctan(-p_{x3\_6}/p_{z3\_6}) \\ \theta_5 = \arctan(d_6 a_{z3\_6}/p_{z3\_6}) \\ \theta_6 = \arctan(-o_{x3\_6}/-n_{x3\_6}) \end{cases} \quad (21)$$

当  $\theta_4 \neq 0$  且  $\theta_4 \neq \pm\pi/2$ ,  $\theta_4$  的求解与  $s_5$  有关故而需要讨论两种情况。

(1) 当  $n_{y3\_6} = 0$  且  $o_{y3\_6} = 0$  时,  $s_5 = 0$ ,  $\theta_5 \in [-120^\circ, 120^\circ]$ , 得

$$\begin{cases} \theta_4 = \arctan(-p_{x3\_6}/p_{z3\_6}) \\ \theta_5 = 0 \\ \theta_6 = \arctan(n_{x3\_6}/-o_{x3\_6}) - \theta_4 \end{cases} \quad (22)$$

(2) 当  $n_{y3\_6} \neq 0$  且  $o_{y3\_6} \neq 0$  时,  $s_5 \neq 0$

$$\begin{cases} \theta_4 = \arctan(-p_{x3\_6}/p_{z3\_6}) \\ \theta_5 = \arctan(c_4 a_{y3\_6}/-a_{x3\_6}) \\ \theta_6 = \arctan(n_{y3\_6}/-o_{y3\_6}) \end{cases} \quad (23)$$

同理, 其余关节可解出结果

$${}^0_{10}T = {}^0_3T {}^3_6T {}^6_{10}T \quad (24)$$

$${}^6_{10}T = \begin{bmatrix} n_{x6\_10} & o_{x6\_10} & a_{x6\_10} & p_{x6\_10} \\ n_{y6\_10} & o_{y6\_10} & a_{y6\_10} & p_{y6\_10} \\ n_{z6\_10} & o_{z6\_10} & a_{z6\_10} & p_{z6\_10} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$n_{x6\_10} = c_7 c_8 c_9 - s_7 s_9$$

$$n_{y6\_10} = c_9 s_8$$

$$n_{z6\_10} = c_7 s_9 + c_8 c_9 s_7$$

$$o_{x6\_10} = -c_7 s_8$$

$$o_{y6\_10} = c_8$$

$$o_{z6\_10} = -s_7 s_8$$

$$a_{x6\_10} = -c_7 s_9 - c_8 c_9 s_7$$

$$a_{y6\_10} = -s_8$$

$$a_{z6\_10} = c_7 c_8 s_7 - c_9 s_8$$

$$p_{x6\_10} = -d_8 s_7 - d_9 (c_1 s_8 + c_7 s_9)$$

$$p_{y6\_10} = -d_8 s_8$$

$$p_{z6\_10} = c_7 d_7 + d_9 (c_1 c_8 - c_9 s_9)$$

(1) 当  $o_{y6\_10} = 0$  即  $c_8 = 0$  时,  $\theta_8 = \pi/2$  或  $\theta_8 = -\pi/2$

$$\theta_7 = \arctan(o_{x6\_10}/o_{z6\_10})$$

$$\theta_9 = \arctan(-n_{y6\_10}/a_{y6\_10})$$

由式(25)可知:  $c_7 o_x = -c_7^2 s_8$ ,  $s_7 o_z = -s_7^2 s_8$ , 当  $c_7 o_x + s_7 o_z > 0$  时,  $s_8 < 0$  即  $\theta_8 = -\pi/2$ ; 当  $c_7 o_x +$

$c_s o_z < 0$  时,  $s_8 > 0$  即  $s_8 = \pi/2$ , 整理得

$$\begin{cases} \theta_7 = \arctan(o_{x6\_10}/o_{z6\_10}) \\ \theta_8 = \frac{\pi}{2} \quad (c_7 o_x + c_s o_z < 0) \\ \theta_8 = -\frac{\pi}{2} \quad (c_7 o_x + s_7 o_z > 0) \\ \theta_9 = \arctan(-n_{y6\_10}/a_{y6\_10}) \end{cases} \quad (26)$$

(2) 当  $o_{y6\_10}=1$  即  $c_8=1$  时,  $\theta_8=0$ , 解得

$$\begin{cases} \theta_7 = \arctan((p_{z6\_10} - d_{10} n_{x6\_10})/(-p_{x6\_10} - d_{10} n_{z6\_10})) \\ \theta_8 = 0 \\ \theta_9 = \arctan(n_{x6\_10}/n_{z6\_10}) - \theta_7 \end{cases} \quad (27)$$

(3) 当  $o_{y6\_10} \neq 0$  且  $o_{y6\_10} \neq \pm 1$  时, 解得

$$\begin{cases} \theta_7 = \arctan(o_{x6\_10}/o_{z6\_10}) \\ \theta_9 = \arctan(-n_{y6\_10}/a_{y6\_10}) \\ \theta_8 = \arctan(c_9 o_{y6\_10}/n_{y6\_10}) \quad (s_9 = 0) \\ \theta_8 = \arctan(-s_9 o_{y6\_10}/a_{y6\_10}) \quad (c_9 = 0) \end{cases} \quad (28)$$

按照上述反解方法在喷涂壁面边缘区域与中心区域过渡时, 关节 3 和关节 5 的角度变化幅度较大, 不利于机器人系统的平稳性, 故而摒弃传统“弓”字型喷涂路径, 如图 11 的左半图所示, 提出采用“回”字型喷涂路径, 如图 11 的右半图所示。

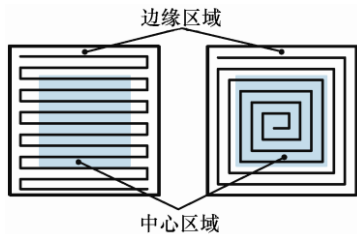


图 11 喷涂路径示意图(左为“弓”字型, 右为“回”字型)

其作用在于能够在对同一壁面喷涂时, 后 6 个关节构型姿态具有很大的相似性, 解决喷涂过程中关节 3 和关节 5 角度值变化速度过快的问题, 从而改善机器人的稳定性。

## 4 结论

(1) 根据一类多腔壁式工件内壁喷涂任务需求, 提出一种九自由度喷涂机器人构型, 解决现有机器人构型无法实现对多腔室工件内表面喷涂任务的问题, 机器人按功能划分为前三个关节构成的工作定位装置、后六个关节构成的执行装置和辅助支撑装置。

(2) 提出一种冗余机器人计算反解的方法, 以提高机器人关节运动平稳性为目标结合腔壁内工作特点, 根据喷涂不同方位的腔壁先对关节 3 位姿进行预处理, 基于几何法求解的思想, 求解关节 6 的位姿, 从而简化反解运算。此求解方法的优势在于得到的反解能够保证机器人在对同一腔壁喷涂时能够具有相似的构型姿态, 解决反解数目多和难以筛选的问题。

## 参考文献

- [1] XIE Fugui, LIU Xinjun, WU Chao, et al. A novel spray painting robotic device for the coating process in automotive industry[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2015, 229(11): 2081-2093.
- [2] 苗建伟, 杨铁宝, 曾林森. 一种六自由度机械手的智能轨迹规划[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2014(9): 73-76.  
MIAO Jianwei, YANG Tiebao, ZENG Linsen. Intelligent trajectory planning of a six-DOF manipulator[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2014(9): 73-76.
- [3] 刘兆利. 空气喷涂工艺技术[J]. 家具, 2003(6): 21-22.  
LIU Zhaoli. Process technology of air spray[J]. Furniture, 2003(6): 21-22.
- [4] 张永贵. 喷涂机器人若干关键技术研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2008.  
ZHANG Yonggui. Research on some key technologies of spraying robot[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2008.
- [5] 田勇, 王洪光, 潘新安, 等. 协作机器人的构型分析研究[J]. 智能系统学报, 2019, 14(2): 217-223.  
TIAN Yong, WANG Hongguang, HU Mingwei, et al. Research on configuration analysis of collaborative robots[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2019, 14(2): 217-223.
- [6] 关英姿, 刘文旭, 焉宁, 等. 空间多机器人协同运动规划研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(12): 37-43.  
GUAN Yingzi, LIU Wenxu, YAN Ning, et al. Research on cooperative motion planning of space multi-robots[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(12): 37-43.
- [7] ZHANG Ke, LÜ Xueqin, WU Yixiong, et al. Algorithm and implementation of auto-searching weld line for welding mobile robot[J]. China Mechanical Engineering, 2006, 19(2): 176-180.

- [8] CHANG Jian, LI Bin, WANG Chong, et al. Evaluation method on steering for the shape-shifting robot[J]. China Mechanical Engineering, 2016, 29(1): 21-32.
- [9] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 出版社, 2006.
- HUANG Zhen, ZHAO Yongsheng, ZHAO Tieshi. Advanced spatial mechanism[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [10] 陈林, 黄旭丰, 刘梦, 等. 综合多约束条件优化连续轨迹前瞻算法[J]. 机械工程学报, 2019, 55(13): 151-159.
- CHEN Lin, HUANG Xufeng, LIU Meng, et al. Optimized continuous trajectory look-ahead algorithm with comprehensive multi-constraints[J]. Journal of China Mechanical Engineering, 2019, 55(13): 151-159.
- [11] 裴杨. 空间直线拟合的一种方法[J]. 齐齐哈尔大学学报, 2009, 25(2): 64-68.
- XI Yang. A method of spatial line fitting[J]. Journal of Qiqihar University, 2009, 25(2): 64-68.
- [12] 林阳, 赵欢, 丁汉. 基于多种群遗传算法的一般机器人逆运动学求解[J]. 机械工程学报, 2017, 53(3): 1-8.
- LIN Yang, ZHAO Huan, DING Han. Solution of inverse kinematics for general robot manipulators based on multiple population genetic algorithm[J]. Journal of China Mechanical Engineering, 2017, 53(3): 1-8.
- [13] 卜王辉, 刘振宇, 谭建荣. 基于切断点自由度解耦的手腕偏置型 6R 机器人位置反解[J]. 机械工程学报, 2010, 46(21): 1-5.
- BU Wanghui, LIU Zhenyu, TAN Jianrong. Inverse displacement analysis of 6R robots with offset wrists based on decoupling degrees of freedom at the cutoff points[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(21): 1-5.

作者简介: 李艳文(通信作者), 女, 1966 年出生, 博士, 教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为机器人技术及应用。

E-mail: ywl@ysu.edu.cn

齐有泉, 男, 1993 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为机器人技术及应用。

E-mail: 862925832@qq.com

陈子明, 男, 1984 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为机器人技术及应用。

E-mail: zmchen@ysu.edu.cn