DOI: 10.3901/JME.2020.22.148

地铁列车-嵌入式轨道系统动力学性能研究I: 理论建模、试验分析及验证*

韩 健¹ 李志辉² 肖新标² 杨 刚³ 温泽峰² 金学松²

- (1. 西南交通大学机械工程学院 成都 610031;
2. 西南交通大学牵引动力国家重点实验室 成都 610031;
3. 成都市新筑路桥机械股份有限公司 成都 611430)

摘要: 嵌入式轨道作为一种减振降噪轨道结构型式,通常是基于城市街道路面的低地板有轨电车系统设计的,而嵌入式轨道的连续支承特性及其减振降噪优点使其在地铁中具有较好的应用前景。嵌入式轨道在地铁中应用,将面临更高运行速度、更大轴重、更复杂线路条件等挑战,地铁列车-嵌入式轨道系统的动力学行为有待研究。建立地铁列车-嵌入式轨道系统的动力学模型,模型包括轨道系统模型、列车系统模型以及轮轨相互作用模型。其中,轨道子系统为嵌入式轨道系统,是建模和研究的重点。模型考虑了TIMOSHENKO钢轨模型、等效弹簧-阻尼单元支承的柔性轨道板模型、以及钢轨周围的填充材料模型,填充材料模型采用考虑质量的黏弹性弹簧-阻尼单元来模拟以考虑填充材料的惯性、弹性和阻尼特性。在我国首例运用于地铁的嵌入式轨道试验线开展了动力学性能试验研究,基于试验分析了动力学性能并通过试验验证了动力学模型的有效性,建立的分析模型和相关结论为嵌入式轨道结构在我国地铁的应用提供了理论基础和参考。

关键词: 嵌入式轨道; 地铁列车; 系统动力学建模; 线路试验; 模型验证

中图分类号: U211; U491

Study on Dynamic Behaviour of Metro Train and Embedded Track System I: Theoretical Modeling, Experimental Analysis and Verification

HAN Jian¹ LI Zhihui² XIAO Xinbiao² YANG Gang³ WEN Zefeng² JIN Xuesong²

- (1. School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031;
2. State Key Laboratory of Traction Power, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031;
3. Chengdu Xinzhu Road & Bridge Machinery Co., Ltd., Chengdu 611430)

Abstract: Embedded track, as a kind of track structure for reducing vibration and noise, is usually designed and applied for tram. However, the characteristic of continuous support and the advantages of vibration and noise reduction of embedded track make it have a good application prospect in metro. If the embedded track is applied to the metro, it will face challenges of a higher speed, larger axle load, more complex line conditions. The dynamic behaviour of metro train and embedded track system needs to be studied. Dynamic model of metro train and embedded track system are developed. This model considers three subsystems: a whole train consisting of six vehicles, an embedded track, and wheel/rail system. Among them, the track subsystem is the embedded track system, which is the focus of modeling and research. The model considers TIMOSHENKO rail model, the flexible track plate model supported by the equivalent spring-damping unit, and the filling material model considering the inertial, elastic and damping properties around the rail. The dynamic behaviour of the metro train-embedded track system is tested in the first embedded track test line used in metro of China. The dynamic behaviour is analyzed based on the experiment and the dynamic model is verified by the experiment. The developed model and relevant conclusions provide theoretical basis and reference for the application of embedded

* 国家重点研发计划(2017YFB1201103)和中国国家铁路集团有限公司科技研究开发计划(N2019G037)资助项目。20191201 收到初稿, 20200101 收到修改稿

track structure in metro.

Key words: embedded track; metro train; system dynamics model; line experiment; model validation

0 前言

现有我国地铁采用的轨道型式较多,但均为离散支承,且研发的减振轨道主要针对降低环境振动方面,未充分考虑降低轮轨高频振动噪声、零部件损坏以及钢轨波磨等问题,因此,我国地铁出现的较为严重且广泛的波磨问题一直未得到较好的解决,振动噪声问题也较为严重。而嵌入式轨道结构^[1]采用连续支承的方式,消除了由于离散支承产生的 *pined-pined* 模态,且钢轨周围被高分子材料包裹,会减小钢轨产生的振动,根据对钢轨波磨产生机理的相关研究,嵌入式轨道的这两个特点会极大程度上抑制钢轨波磨的产生和发展^[1-4],这是嵌入式轨道应用于地铁中的主要优势之一。嵌入式轨道将钢轨轨头以下埋入高分子材料之中,减小了钢轨声辐射面积,高分子材料的阻尼特性会通过降低振动从而进一步降低噪声,降低了地铁中最主要的声源——轮轨噪声,这是嵌入式轨道应用于地铁中的主要优势之二。基于以上两大优势可见,嵌入式轨道在地铁中应用的研究具有重要意义。嵌入式轨道最早出现于 1976 年的荷兰重载线路 DEURNE,使用情况表明该种轨道结构的日常维修量很小,在该轨道上最高运行速度可以达到 160 km/h,可承受 22.5 t 轴重^[2]。目前世界上嵌入式轨道主要被广泛应用于有轨电车系统,较少应用于国外的地铁线路,图 1a 为马德里地铁机场线使用嵌入式轨道的案例,最高速度可以达到 100 km/h,图 1b 为里斯本地铁使用嵌入式轨道的案例^[3],最高速度可以达到 90 km/h。

(a) 马德里地铁

(b) 里斯本地铁

图 1 嵌入式轨道在地铁和高铁的应用

目前,嵌入式轨道的动力学行为主要针对有轨电车系统开展, OOSTERMEIJER 等^[5]在 2000 年利用名称为“rail”的计算模型来模拟嵌入式轨道结构,模型中考虑了弹簧和阻尼单元对梁的连续支承作用。OOSTERMEIJER 等基于建立的模型,通过将嵌入式轨道与有砟轨道对比发现嵌入式钢轨具有更好的轨道动态特性、钢轨衰减率以及车辆轨道相互作用,这使得钢轨磨损低、噪声小,并且保证更高的乘坐舒适性。然而该模型在轨道的具体结构方面考虑较为粗略,例如没有充分考虑嵌入式轨道槽内结构的影响,以及轨道板的影响等。MARKINE 等^[6]在 2000 年建立了垂向高速车辆和双层梁嵌入式轨道的耦合模型,其中嵌入式轨道系统简化为两层结构,钢轨和轨道板均被视作梁模型,钢轨和轨道板下部采用弹簧阻尼单元模拟弹性支承,基于该模型,MARKINE 等利用基于响应面拟合的多点逼近方法“MARS”,对不同速度下的轨道结构进行了优化,以获取较优的轮轨力。该模型未能同时考虑嵌入式轨道垂向与横向的动态响应以及耦合作用,轨道板模型较为简化,且未考虑槽内填充材料的惯性效应。SHAMALTA 等^[7]于 2002 年建立了移动载荷激励下嵌入式轨道的一维和二维动力学模型。该篇文章所指的一维模型是一个垂向动力学模型,二维模型是一个考虑垂向和横向的动力学模型,一维模型中钢轨和轨道板视作弹性梁,钢轨和轨道板之间、轨道板与地基之间用连续弹簧阻尼单元连接来分别模拟填充材料和土壤,而对于二维模型,钢轨的模拟与一维模型一致,利用基尔霍夫板来模拟轨道板,梁

板以及板下的支承模拟也与一维模型类似。通过将建立的一维和二维动力学模型与已有的有限元模型计算获取的轨道动力学进行相应对比可以发现,一维模型的精度对于工程应用是可以接受的,同时一维模型的计算速度更为快速。SHAMALTA 等^[8]利用建立的动力学模型,在频率-波数域下进行了频散特性分析,在此基础上获得了同相位和反相位下载荷的临界速度,并分析了钢轨和轨道的位移以及轨道板的应力与载荷速度和频率的关系。然而该模型仍然没有充分考虑槽内质量效应后填充材料与钢轨和轨道板之间的动力相互作用。ZOU 等^[9]于 2005 年建立了考虑有轨电车的移动载荷作用于嵌入式轨道结构的动力学模型,模型中将钢轨和轨道板模拟为 EULER 梁,钢轨与轨道板之间、轨道板以下支承均使用弹簧阻尼单元模拟,并利用 NEWMARK 积分方法求解运动方程。分析了移动载荷下钢轨和轨道板的位移响应,并调查了速度条件、钢轨重量和钢轨支承刚度对钢轨和轨道板位移的影响,其中调查发现移动速度增大,轨道位移增大,钢轨质量增大,轨道位移减小。该文将车辆简化为载荷激励,不能充分考虑车辆与轨道的耦合相互作用,同时轨道模型仍然采用两层梁结构,不能充分反映嵌入式轨道的动态振动特性。DANIELS^[10]建立了多层嵌入式轨道的动力学模型,用来分析嵌入式轨道的轨道板寿命、基础土层承载力等长期行为,结果表明,弹性体提供的钢轨支承刚度在 $70 \sim 105 \text{ kN/mm}$ ($4 \times 10^5 \sim 6 \times 10^5 \text{ lb/in}$) 范围较为合理,超过 175 kN/mm ($1 \times 10^5 \text{ lb/in}$) 的钢轨支承刚度会对混凝土轨道板造成损伤。DANIELS 所建立的模型同样没有考虑车辆与轨道结构的耦合作用。LING 等^[11]建立了有轨电车和嵌入式轨道的相互作用模型,模型采用多刚体来模拟车辆,钢轨的模拟与传统轨道一致,填充材料采用弹簧和阻尼来近似模拟。嵌入式道床板底部的致密混凝土底座及路基简化为等效的弹簧-阻尼单元。数值结果表明,有轨电车嵌入式轨道系统与有轨电车扣件式轨道系统相比,嵌入式轨道可以减少动态轮轨力,降低轨道部件的振动水平。邓永权等^[12]利用该模型,基于安全性指标分析了焊接接头不平顺的限值,并分析了有轨电车-嵌入式轨道动力学性能,调查了典型轮轨磨损形式对车辆动力学行为的影响,并以动力学性能为优化目标,对嵌入式轨道结构参数进行了优化^[13]。胥燕军^[14]建立了有轨电车和嵌入式轨道的相互作用模型,分析了刚度对轨道动态特性的影响。结果表明道床板垂向位移相较于钢轨垂向位移对于刚度的变化要更

加敏感。LING 等、邓永权等和胥燕军所建立的模型主要针对有轨电车系统建立的嵌入式轨道模型,其轨道采用槽型钢轨,轨道结构与地铁嵌入式轨道结构差异较大,且同样未考虑槽内高分子材料的惯性效应。

综上所述,目前嵌入式轨道的动力学建模和分析主要存在两个特点:大多数研究未将嵌入式轨道和车辆或列车系统耦合考虑,而是采用等效载荷代替车辆或列车系统;轨道结构考虑较为简单,未充分考虑嵌入式轨道板的几何形状和特点,且在嵌入式轨道建模中均将槽内高分子材料等效为弹簧阻尼单元,没有考虑惯性效应。

本文建立了地铁列车-嵌入式轨道耦合系统的动力学性能分析模型,考虑了六节编组的地铁列车系统动力学、嵌入式轨道系统动力学以及列车/轨道耦合作用等三方面内容。该模型将嵌入式轨道结构与地铁列车作为一个完整耦合系统,充分考虑了嵌入式轨道的连续支承特性和高分子材料的质量效应,运用该模型计算了在地铁最高运营速度和轴重条件下运行通过嵌入式轨道结构时地铁列车的动力学响应,并通过线路试验验证了动力学模型的有效性,并与离散支承轨道进行了对比分析。

1 地铁列车-嵌入式轨道动力学模型

基于车辆-轨道耦合动力学理论^[15]和地铁嵌入式轨道结构新特点,建立了地铁列车-嵌入式轨道系统动力学性能模型。动力学模型共包含三个部分:轨道系统模型、列车系统模型以及轮轨相互作用模型。

1.1 轨道系统模型

图 2 给出了地铁嵌入式轨道结构示意图,其组成包括钢轨、包裹钢轨的填充材料(浇注料、降噪块、调高垫板以及弹性垫板)、轨道板和板下基础,图 3 给出了嵌入式轨道动力学预测模型示意图,钢轨 TIMOSHENKO 梁来模拟以考虑钢轨的

图 2 嵌入式轨道结构

垂向、横向和扭转振动特性, 轨道板采用三维实体有限元元板来模拟以考虑轨道板的弹性变形, 钢轨周围的填充材料采用考虑质量的黏弹性弹

簧-阻尼单元来模拟以考虑填充材料的惯性、弹性和阻尼特性, 轨道板以下的基础主要采用等效的弹簧/阻尼单元来模拟。

图 3 嵌入式轨道动力学模型示意图

1.1.1 钢轨结构建模

钢轨的弯曲振动可由平动和截面转动两个偏微分方程表示, 基于 TIMOSHENKO 梁理论可得到钢轨横向、垂向和扭转三个方向的运动方程。

横向振动

$$\left\{ \begin{aligned} & \rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \kappa_y GA \left[\frac{\partial \psi_y(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + K_{ph} (y(x,t) - y_{fill}(x,t)) + C_{ph} \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial y_{fill}(x,t)}{\partial t} \right) - \sum_{j=1}^{N_w} F_{wryj}(t) \delta(x - x_{w_j}) = 0 \\ & \rho I_z \frac{\partial^2 \psi_y(x,t)}{\partial t^2} + \kappa_y GA \left[\psi_y(x,t) - \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right] - EI_z \frac{\partial^2 \psi_y(x,t)}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \right. \quad (1)$$

垂向振动

$$\left\{ \begin{aligned} & \rho A \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} + \kappa_z GA \left[\frac{\partial \psi_z(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial x^2} \right] + K_{pv} (z(x,t) - z_{sr}(x,t)) + K_{fill_v} (z_{fill}(x,t) - z(x,t)) + C_{pv} \left(\frac{\partial z(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial z_{sr}(x,t)}{\partial t} \right) + C_{fill_v} \left(\frac{\partial z_{fill}(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial z(x,t)}{\partial t} \right) - \sum_{j=1}^{N_w} F_{wzj}(t) \delta(x - x_{w_j}) = 0 \\ & \rho I_y \frac{\partial^2 \psi_z(x,t)}{\partial t^2} + \kappa_z GA \left[\psi_z(x,t) - \frac{\partial z(x,t)}{\partial x} \right] - EI_y \frac{\partial^2 \psi_z(x,t)}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \right. \quad (2)$$

扭转振动

$$\begin{cases} \rho I_0 \frac{\partial^2 \phi(x,t)}{\partial t^2} - GK \frac{\partial^2 \phi(x,t)}{\partial x^2} + K_{\phi r} (\phi(x,t) - \phi_{sr}(x,t)) + C_{\phi r} \left(\frac{\partial \phi(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial \phi_{sr}(x,t)}{\partial t} \right) - \\ \sum_{j=1}^{N_w} M_{Gj}(t) \delta(x - x_{wj}) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中 y ——梁的横向位移;
 z ——梁的垂向位移;
 ϕ ——梁的扭转位移;
 ψ_y ——绕 z 轴的截面转角;
 ψ_z ——绕 y 轴的截面转角;
 y_{sr} ——钢轨下方轨道板的横向位移;
 z_{sr} ——钢轨下方轨道板的垂向位移;
 ϕ_{sr} ——钢轨下方轨道板的扭转位移;
 y_{fill} ——填充材料等效质量的横向位移;
 z_{fill} ——填充材料等效质量的垂向位移;
 K_{ph} ——承轨槽内填充材料横向刚度;
 C_{ph} ——承轨槽内填充材料横向阻尼;
 K_{fill_v} ——承轨槽内填充材料垂向刚度;
 C_{fill_v} ——承轨槽内填充材料垂向阻尼;
 K_{pv} ——弹性垫板垂向刚度;
 C_{pv} ——弹性垫板垂向阻尼;
 $K_{\phi r}$ ——填充材料扭转剪切刚度;
 $C_{\phi r}$ ——填充材料扭转剪切阻尼;
 F_{wzj} ——钢轨在第 j 位车轮处受到的垂向荷载;
 F_{wryj} ——钢轨在第 j 位车轮处受到的横向荷载;
 M_{Gj} ——钢轨在第 j 位车轮受到的力矩;
 ρ ——钢轨的密度;
 I_y ——梁截面相对 y 轴的惯性矩;
 I_z ——梁截面相对 z 轴的惯性矩;
 G ——钢轨的剪切模量;
 GK ——钢轨的抗扭转刚度;
 A ——钢轨的截面面积;
 κ_y ——标准 60 轨截面的横向剪切形状因子;
 κ_z ——标准 60 轨截面的垂向剪切形状因子。

其中, 钢轨截面的剪切形状因子为 $\kappa_y=0.533$ 和 $\kappa_z=0.407$ 。

根据分离变量法, 以正则振型函数和正则坐标来表示钢轨在垂向、横向的位移以及扭转位移, 根据正则振型的正交性和 DIRICHLET 函数的性质, 钢轨的四阶偏微分方程可以化简为关于正则振型坐标的二阶常微分方程, 即可以求解获得 TIMOSHENKO 梁上任意位置在任意时刻的动态响应。本文钢轨被模拟成两端简支的 TIMOSHENKO 梁, 关于其边界条件合理性的探讨详见文献[16]。

1.1.2 轨道板结构建模

针对新型地铁用嵌入式轨道结构进行动力学建模。嵌入式轨道的轨道板长度为 4.84 m, 宽度为 2.2 m, 整体板厚为 350 mm, 中央板厚为 195 mm, 承轨槽的深度为 155 mm, 承轨槽的宽度为 200 mm。图 4 给出了嵌入式轨道对应轨道板的有限元模型。

图 4 嵌入式轨道板有限元模型

根据有限元方法, 轨道板在全局坐标下的运动方程可表达为

$$\begin{cases} \mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{x}}_i + \mathbf{C}_i \dot{\mathbf{x}}_i + \mathbf{K}_i \mathbf{x}_i = \\ \mathbf{F}_i^{rs} + \mathbf{F}_i^{fs} + \mathbf{F}_i^g \end{cases} \quad i = 1 \sim N_{slab} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{M}_i$ 、 $\mathbf{C}_i$ 、 $\mathbf{K}_i$ 分别代表轨道板的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵, 其中 i 代表轨道板的编号; N_{slab} 代表计算考虑的轨道板总数; $\mathbf{x}_i$ 、 $\dot{\mathbf{x}}_i$ 、 $\ddot{\mathbf{x}}_i$ 分别代表第 i 块轨道板对应的的节点位移、速度以及加速度的列阵; $\mathbf{F}_i^{rs}$ 代表第 i 块轨道板上钢轨和轨道板间通过轨下垫板的等效相互作用力列阵, $\mathbf{F}_i^{fs}$ 代表第 i 块轨道板上填充材料和轨道板间的等效相互作用力列阵, $\mathbf{F}_i^g$ 代表第 i 块轨道板下地基对轨道板的支承力列阵。

对于本文研究的新型地铁嵌入式轨道结构, 钢轨与轨道板之间具有连续相互作用特点, 由于轨道板采用实体有限单元模拟, 钢轨对轨道板的连续相互作用可等效为足够多的均匀分布作用力来代替, 取每块轨道板承轨槽内单元的节点数为 N , 作用点编号 k 与轨道板编号 i 之间的换算关系为^[16]

$$i = (k - \text{mod}(k, N)) / N + 1 \quad (5)$$

轨道板上作用点的局部编号 k_{slab} 与整体编号 k 之间的换算关系为

$$k_{slab} = \text{mod}(k, N) \quad (6)$$

由此, 根据计算轨道模型中沿纵向的作用点整体编号 k , 可以确定轨道板上任意节点所在的轨道板编号 i 和在该轨道板上的局部编号 k_{slab} 。这样, 第 k 块轨道板上任意节点受到钢轨的作用力就可以根据钢轨位移、轨道板位移和轨道板位置来计算确定。

为了确保轨道板有限元模型能够有效地等效连

续支承特性, 需要对轨道板承轨槽内支承节点的个数 N 进行探讨。支承点个数 N 分别取 $N=10$ 、20、50、100, 对应支承刚度分别为 K 、 $K/2$ 、 $K/5$ 、 $K/10$, 通过地铁列车-嵌入式轨道耦合动力学模型计算得到一块轨道板上不同支承节点数对应的轮轨垂向力, 如图 5 所示。

由图 5 可见, 当轨道板承轨槽内支承节点 $N=10$ 时, 轮轨力可见较为明显的过支承节点的冲击, 当 $N=20$ 时, 冲击减小, 当 $N=50$ 和 100 时, 轮轨力无过支承节点的冲击, 由此可见, 轨道板承轨槽内支承节点 $N=100$, 可通过有限元轨道板模拟轨道板的柔性, 同时体现嵌入式轨道连续支承的特性。

图 5 不同支承节点数对应的轮轨垂向力

钢轨作用于轨道板的载荷通过实体单元形函数分配到对应单元的节点上, 钢轨通过轨垫板和填充材料作用于轨道板的等效节点载荷向量 $\mathbf{F}_i^{\text{rs}}$ 和 $\mathbf{F}_i^{\text{fs}}$ 可通过单元节点载荷向量 $\mathbf{F}_i^{\text{rse}}$ 和 $\mathbf{F}_i^{\text{fse}}$ 的集合得到, $\mathbf{F}_i^{\text{rse}}$ 和 $\mathbf{F}_i^{\text{fse}}$ 的计算公式如下

$$\begin{cases} \mathbf{F}_i^{\text{rse}} = \mathbf{N}^T \mathbf{F}_k^{\text{rs}} \\ \mathbf{F}_i^{\text{fse}} = \mathbf{N}^T \mathbf{F}_k^{\text{fs}} \end{cases} \quad (7)$$

式中 $\mathbf{N}^T$ ——轨道板实体单元形函数矩阵的转置, 维数为 3×24 ;

$\mathbf{F}_k^{\text{rs}}$ ——钢轨与轨道板之间作用力的集中载荷矢量;

$\mathbf{F}_k^{\text{fs}}$ ——填充材料与轨道板之间作用力的集中载荷矢量。

轨道板与地基之间的作用力为面力载荷, 其等效节点载荷向量 $\mathbf{F}_i^{\text{g}}$ 的可由单元节点载荷向量 $\mathbf{F}_i^{\text{ge}}$ 集合得到, 单元节点载荷向量 $\mathbf{F}_i^{\text{ge}}$ 的计算公式为

$$\mathbf{F}_i^{\text{g}} = \iint_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{F}_i^{\text{g}} d\Omega \quad (8)$$

第 i 号轨道板与地基之间的面力载荷

$$\mathbf{F}_i^{\text{g}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_{\text{sgyi}} \\ F_{\text{sgzi}} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$F_{\text{sgyi}} = K_{\text{gyi}}[Y_{\text{si}}(x, y, -h_{\text{slab}}, t) - Y_{\text{gi}}(x, y, t)] + C_{\text{gyi}}[\dot{Y}_{\text{si}}(x, y, -h_{\text{slab}}, t) - \dot{Y}_{\text{gi}}(x, y, t)] \quad (10)$$

$$F_{\text{sgzi}} = K_{\text{gzi}}[Z_{\text{si}}(x, y, -h_{\text{slab}}, t) - Z_{\text{gi}}(x, y, t)] + C_{\text{gzi}}[\dot{Z}_{\text{si}}(x, y, -h_{\text{slab}}, t) - \dot{Z}_{\text{gi}}(x, y, t)] \quad (11)$$

式中 F_{sgyi} ——第 i 号轨道板与地基之间的横向面力载荷;

F_{sgzi} ——第 i 号轨道板与地基之间的垂向面力载荷;

$Y_{\text{si}}(x, y, -h_{\text{slab}}, t)$ ——第 i 号轨道板下表面的横向位移;

$\dot{Y}_{\text{si}}(x, y, -h_{\text{slab}}, t)$ ——第 i 号轨道板下表面的横向速度;

$Z_{\text{si}}(x, y, -h_{\text{slab}}, t)$ ——第 i 号轨道板下表面的垂向位移;

$\dot{Z}_{\text{si}}(x, y, -h_{\text{slab}}, t)$ ——第 i 号轨道板下表面的垂向速度;

$Y_{\text{gi}}(x, y, t)$ ——第 i 号轨道板下基础的横向位移;

$\dot{Y}_{\text{gi}}(x, y, t)$ ——第 i 号轨道板下基础的横向速度;

$Z_{\text{gi}}(x, y, t)$ ——第 i 号轨道板下基础的垂向位移;

$\dot{Z}_{\text{gi}}(x, y, t)$ ——第 i 号轨道板下基础的垂向速度;

K_{gyi} ——第 i 号轨道板下基础的横向面刚度;

C_{gyi} ——第 i 号轨道板下基础的横向面阻尼;

K_{gzi} ——第 i 号轨道板下基础的垂向面刚度;

C_{gzi} ——第 i 号轨道板下基础的垂向面阻尼。

根据模态叠加原理, 轨道板运动控制方程式(4)可简化为如下解耦方程

$$\mathbf{M}_{ni} \ddot{\mathbf{x}}_{ni} + \mathbf{C}_{ni} \dot{\mathbf{x}}_{ni} + \mathbf{K}_{ni} \mathbf{x}_{ni} = \mathbf{P}_{ni} \quad (12)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_{\text{slab}} \quad n = 1, 2, \dots, N_{\text{mode}}$$

式中 $\mathbf{M}_{ni}$ ——轨道板的广义正则质量矩阵;

$\mathbf{C}_{ni}$ ——轨道板的广义正则阻尼矩阵;

$\mathbf{K}_{ni}$ ——轨道板的广义正则刚度矩阵;

n ——正则模态阶数;

N_{mode} ——计算模型中所考虑正则模态总阶数;

$\mathbf{x}_{ni}$ ——第 i 号轨道板的正则坐标节点位移列阵;

$\dot{\mathbf{x}}_{ni}$ ——第 i 号轨道板的正则坐标节点速度列阵;

$\ddot{\mathbf{x}}_{ni}$ ——第 i 号轨道板的正则坐标节点加速度列阵;

$\mathbf{P}_{ni}$ ——轨道板的广义正则外部载荷矩阵。

本论文采用基于有限元计算的模态叠加法获取了嵌入式轨道板的前 20 阶模态的模态频率及振型,

包括 6 阶刚体模态和 14 阶弹性模态。联合求解式(4)~(12), 即可得到轨道板上任意位置在任意时刻的动态响应。

1.1.3 承轨槽内填充材料建模

针对新型地铁用嵌入式轨道结构承轨槽内部填充材料进行动力学建模, 将承轨槽内连续的填充材料等效为沿着纵向方向上均匀离散分布的质量块,

填充材料与钢轨、轨道板的连接采用弹簧、阻尼单元来模拟, 在每块轨道板长度方向均匀分布 N 份(与轨道板槽内支承节点数一致), 为了考虑填充材料沿着纵向的连续作用特性, 在填充材料质量块之间采用竖向剪切刚度和剪切阻尼连接, 暂未考虑横向剪切、纵向拉伸或挤压的影响。承轨槽第 i 块内填充材料的受力分析图如图 6 所示^[17-18]。

图 6 承轨槽内填充材料受力分析

根据图 6 所示受力关系, 可得承轨槽内填充材料的振动方程。

填充材料(左侧)横向振动

$$M_{\text{fill}_i} \ddot{y}_{lf(L,R)_i} = F_{sfh(L,R)_i} + F_{frh(L,R)_i} \quad (13)$$

填充材料(右侧)横向振动

$$M_{\text{fill}_i} \ddot{y}_{rf(L,R)_i} = F_{fsh(L,R)_i} + F_{rth(L,R)_i} \quad (14)$$

填充材料(左侧)垂向振动

$$M_{\text{fill}_i} \ddot{z}_{lf(L,R)_i} = -F_{lfrv(L,R)_i} - F_{lfsv(L,R)_i} + F_{lfi(L,R)_i} + F_{lfr(L,R)_i} \quad (15)$$

填充材料(右侧)垂向振动

$$M_{\text{fill}_i} \ddot{z}_{rf(L,R)_i} = -F_{rrfv(L,R)_i} - F_{rfsv(L,R)_i} + F_{rfi(L,R)_i} + F_{rrf(L,R)_i} \quad (16)$$

式(13)~(16)中作用力表达式如下

$$F_{sfh(L,R)_i} = K_{ph} (y_{lf(L,R)_i} - y_{ls(L,R)_i}) + C_{ph} (\dot{y}_{lf(L,R)_i} - \dot{y}_{ls(L,R)_i}) \quad (17)$$

$$F_{frh(L,R)_i} = K_{ph} (y_{rail(L,R)_i} - y_{lf(L,R)_i}) + C_{ph} (\dot{y}_{rail(L,R)_i} - \dot{y}_{lf(L,R)_i}) \quad (18)$$

$$F_{fsh(L,R)_i} = K_{ph} (y_{rs(L,R)_i} - y_{rf(L,R)_i}) + C_{ph} (\dot{y}_{rs(L,R)_i} - \dot{y}_{rf(L,R)_i}) \quad (19)$$

$$F_{rth(L,R)_i} = K_{ph} (y_{rf(L,R)_i} - y_{rail(L,R)_i}) + C_{ph} (\dot{y}_{rf(L,R)_i} - \dot{y}_{rail(L,R)_i}) \quad (20)$$

$$F_{lfrv(L,R)_i} = K_{\text{fill}_v} (z_{lf(L,R)_i} - z_{rail(L,R)_i}) + C_{\text{fill}_v} (\dot{z}_{lf(L,R)_i} - \dot{z}_{rail(L,R)_i}) \quad (21)$$

$$F_{lfsv(L,R)_i} = K_{\text{fill}_v} (z_{lf(L,R)_i} - z_{ls(L,R)_i}) + C_{\text{fill}_v} (\dot{z}_{lf(L,R)_i} - \dot{z}_{ls(L,R)_i}) \quad (22)$$

$$F_{lfi(L,R)_i} = K_{\text{fill}_s} (z_{lf(L,R)_i} - z_{lf(L,R)_{(i+1)}}) + C_{\text{fill}_s} (\dot{z}_{lf(L,R)_i} - \dot{z}_{lf(L,R)_{(i+1)}}) \quad (23)$$

$$F_{lfr(L,R)_i} = K_{\text{fill}_s} (z_{lf(L,R)_i} - z_{lf(L,R)_{(i-1)}}) + C_{\text{fill}_s} (\dot{z}_{lf(L,R)_i} - \dot{z}_{lf(L,R)_{(i-1)}}) \quad (24)$$

$$F_{rrfv(L,R)_i} = K_{\text{fill}_v} (z_{rf(L,R)_i} - z_{rail(L,R)_i}) + C_{\text{fill}_v} (\dot{z}_{rf(L,R)_i} - \dot{z}_{rail(L,R)_i}) \quad (25)$$

$$F_{rfsv(L,R)_i} = K_{\text{fill}_v} (z_{rf(L,R)_i} - z_{rs(L,R)_i}) + C_{\text{fill}_v} (\dot{z}_{rf(L,R)_i} - \dot{z}_{rs(L,R)_i}) \quad (26)$$

$$F_{rfi(L,R)_i} = K_{\text{fill}_s} (z_{rf(L,R)_i} - z_{rf(L,R)_{(i+1)}}) + C_{\text{fill}_s} (\dot{z}_{rf(L,R)_i} - \dot{z}_{rf(L,R)_{(i+1)}}) \quad (27)$$

$$F_{rrf(L,R)_i} = K_{\text{fill}_s} (z_{rf(L,R)_i} - z_{rf(L,R)_{(i-1)}}) + C_{\text{fill}_s} (\dot{z}_{rf(L,R)_i} - \dot{z}_{rf(L,R)_{(i-1)}}) \quad (28)$$

1.2 地铁列车系统模型

图 7 给出了地铁车辆动力学模型的示意图。整车系统由 6 节车辆系统编组而成, 列车编组情况为 T-M-M-M-M-T(其中 M 代表动车, T 代表拖车)。列车系统建模主要包括车辆子系统和车间连接子系统的建立, 车辆子系统简化为 74 自由度多刚体系统模型, 车间连接子系统简化为空间弹簧-阻尼单元。每个车体、构架以及轮对与传统三维车辆系统模型一致, 均包含 6 个自由度, 即纵向、横向、垂向、侧滚、点头(旋转)和摇头; 每个轴箱转臂则包含 4 个自由度, 即纵向、横向、垂向和点头。相关地铁列车模型的相关方程及推导详见文献[18]。

图 7 地铁车辆动力学模型示意图

1.3 轮轨相互作用及车辆/轨道耦合界面激励模型

建立列车-轨道耦合模型的关键在于轮轨相互作用, 列车子系统和轨道子系统之间的动态相互作用均通过此环节来实现, 轮轨空间动态相互作用模型包括三维动态轮轨接触几何关系和轮轨接触力模型。本文利用迹线法和最小距离法求解轮轨空间接触几何^[15], 基于赫兹非线性接触理论计算轮轨法向力^[19], 关于轮轨蠕滑力的计算, 首先以 KALKER 线性蠕滑理论^[20]计算, 轮轨间蠕滑达到饱和后, 采用 SHEN-HEDRICK-ELKIN 理论^[21]进行非线性修正。由于轨道结构动态响应会对轮轨相互作用力产生非常重要的影响, 因此, 在本文的轮轨空间动态耦合模型中, 将充分考虑嵌入式轨道系统动态振动特性的影响。

而列车/轨道耦合界面激励模型采用“跟踪窗户”模型^[22-24], “跟踪窗户”模型假想通过一个宽度等于轨道

分析长度且速度等于车速的“窗户”来观察分析列车-轨道耦合系统的动态行为, 而轨道结构以相同速度反方向通过这个“窗户”。即钢轨不平顺及其下方支承结构, 包括钢轨填充材料、轨垫板、轨道板、基础等, 均沿行车相反方向作相对运动, 该模型能够实现无限长轨道上列车-轨道耦合动力学的快速计算。

2 动力学性能试验分析

2.1 试验内容和测点布置

对地铁列车-嵌入式轨道系统的动力学性能开展列车通过的轨道振动特性测试及车辆运行平稳性测试。测试线路为广州地铁 14 号线知识城支线, 车辆为我国 B 型地铁。相关测点位置如图 8 所示。

图 8 动力学测点布置

2.2 试验结果分析

图 9 给出了车辆空载状态(AW0)下以 60 km/h 速度通过离散支承扣件式轨道和连续支承嵌入式轨道两种轨道断面时的钢轨轨头和底座基础的振动加速度时程图测试结果。轨道各部件振动时程图能够清楚反映车辆接近-通过-驶离轨道测试断面的全过程, 时长约为 12 s, 振动幅值先增大后衰减, 且各节车转向架驶过断面时存在明显峰值。

由图 9 可知, 扣件式轨道钢轨垂向振动幅值在 $-150 \sim 150 \text{ m/s}^2$ 波动, 嵌入式轨道钢轨垂向振动幅值分别在 $-100 \sim 100 \text{ m/s}^2$ 波动, 相比离散支承扣件式轨道, 连续支承嵌入式轨道钢轨振动可减小约 30%。扣件式轨道底座表面垂向振动幅值在 $-0.5 \sim 0.5 \text{ m/s}^2$ 波动, 嵌入式轨道底座表面垂向振动幅值在 $-0.2 \sim 0.2 \text{ m/s}^2$ 波动, 相比离散支承扣件式轨道, 连续支承嵌入式轨道底座基础的振动可减小约

60%，可见嵌入式轨道具有显著的衰减环境振动的效果。

图9 轨道振动加速度

图10给出了60 km/h速度下离散支承普通轨道和连续支承嵌入式轨道上运行地铁车辆的横向平稳性指标。

图10 车辆平稳性指标

图10中1D1代表1车(拖车)内地板前转向架上方左前方横向测点,1D2代表1车(拖车)内地板后转向架上方右后方横向测点,2D1代表2车(动车)内地板前转向架上方左前方横向测点,2D2代表2车(动车)内地板后转向架上方右后方横向测点。由图10可知,在60 km/h速度等级下,连续支承嵌入式轨道和离散支承普通轨道上运行的车辆的垂向平稳性指标均小于2.5,处于优秀级别,总体而言,连续支承嵌入式轨道上运行车辆的垂向平稳性要优于离散支承普通轨道。

3 模型验证

图11给出了以实测轨道不平顺为激励输入,地铁列车以60 km/h速度下通过嵌入式轨道时,钢轨振动加速度的试验结果和仿真结果。实测轨道不平顺结果如图12所示。

图11 钢轨加速度时间历程的试验与仿真结果对比

图12 实测轨道不平顺

由图11可知,在相同条件下,基于地铁列车-嵌入式轨道的耦合动力学仿真模型可以较好地模拟实际运行条件下轨道的振动特性,仿真计算得到的钢轨垂向加速度与试验结果吻合较好,主要表现为轮轴通过的峰值以及加速度的走势,仿真与试验在峰值上存在一定的差异,导致该差异的原因主要体现在以下两点:第一,试验过程中钢轨的测点位置

为钢轨的轨头,而在仿真计算中钢轨被简化为 TIMOSHENKO 梁来模拟,不能区分钢轨不同位置的振动情况;第二,实际过程中高分子材料存在刚度和阻尼的频变特性,而仿真计算过程,承轨槽内的高分子材料被简化为质量和弹簧阻尼单元的线性系统,且刚度和阻尼为常数。此外,在列车实际运行过程中轮轨接触时,钢轨表面和车轮表面的不平顺会存在随机动态相位差,而在仿真计算过程中,车轮与钢轨表面不平顺是根据静态测试获得的确定性输入,这也会在一定程度上导致试验与仿真的差异。但是通过图 11 轨道加速度对比可见,试验与仿真的偏差在工程应用可接受的范围,说明了地铁嵌入式轨道动力学模型的可行性和有效性。

图 13 进一步给出了以实测轮轨粗糙度为激励输入,地铁列车以 60 km/h 速度下通过嵌入式轨道时,车辆的平稳性指标最大值以及钢轨和轨道板加速度的有效值的统计结果。

图 13 车辆-轨道关键指标统计值的试验与仿真结果对比

由图 13 可见,试验和仿真计算的得到的统计结果整体吻合较好,进一步说明了本文所建立的动力学模型可以较好地模拟地铁列车-嵌入式轨道系统的动力学性能和动态响应。

4 结论

(1) 本文建立了较为完整的三维地铁列车-嵌入式轨道耦合动力学分析模型,模型中考虑了嵌入式轨道的结构特点和编组情况下地铁列车的车辆动力学特点。耦合模型中嵌入式轨道子系统模型考虑了连续支承 TIMOSHENKO 钢轨模型、等效弹簧-阻尼单元支承的柔性轨道板模型、以及钢轨周围的填充材料模型,填充材料模型采用考虑质量的黏弹性弹

簧-阻尼单元来模拟以考虑填充材料的惯性、弹性和阻尼特性。

(2) 在我国首例嵌入式轨道试验线开展了系统动力学线路试验,获得了嵌入式轨道系统振动特性及运行于嵌入式轨道系统上的车辆平稳性,相比离散支承扣件式轨道,连续支承嵌入式轨道钢轨振动可减小约 30%,连续支承嵌入式轨道底座基础的振动可减小约 60%,嵌入式轨道在地铁中具有良好的减振性能。地铁车辆运行于嵌入式轨道上满足平稳性限值要求,且略优于传统离散支承板式轨道。

(3) 基于试验结果,对建立的地铁列车-嵌入式轨道耦合动力学模型进行了验证,包括轨道动态响应及车辆平稳性的验证,结果表明仿真与试验结果吻合较好,由此可见,本文建立的地铁列车-嵌入式轨道系统动力学模型可用于地铁运行条件下嵌入式轨道动力学性能分析和地铁嵌入式轨道设计与优化。

参 考 文 献

- [1] ESVELD C. Recent developments in slab track[J]. European Railway Review, 2003, 9(2): 81-85.
- [2] MICHAS G. Slab track systems for high-speed railways [D]. Stockholm: KTH Royal Institute of Technology, 2012.
- [3] CARELSA P, VANDAMMEA L, PINTOB L, et al. Continuously supported rail systems slab track system: Experience of Rossio tunnel brought to Turkey[C] //International Symposium on Railway System Engineering, 9-11, October, Karabuk, Turkey. 2013: 1-11.
- [4] GRASSIE S L, KALOUSEK J. Rail corrugation: Characteristics, causes and treatments[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F Journal of Rail and Rapid Transit, 1993, 207(16): 57-68.
- [5] OOSTERMEIJER K H, KOK A W M. Dynamic behaviour of railway superstructures[J]. Heron, 2000, 45(1): 25-34.
- [6] MARKINE V L, MAN A P, ESVELD C. Optimization of an embedded rail structure using a numerical technique [J]. Heron, 2000, 45(1): 63-74.
- [7] SHAMALTA M, METRKINE A V. Comparison of the dynamic response of one- and two-dimensional models for an embedded railway track to a moving load[J]. Heron, 2002, 47(4): 243-262.
- [8] SHAMALTA M, METRKINE A V. Analytical study of

- the dynamic response of an embedded railway track to a moving load[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2003, 73: 131-146.
- [9] ZOU Jinhua, WANG Ronghui, WEI Demin. Analysis of dynamic response of an embedded railway track under a moving light-rail train[C]// *Proceedings of 2005 International Conference on Construction & Real Estate Management*, December 12, 2005, Penang, Malaysia. 2005: 40-43.
- [10] DANIELS L E. Embedded track design and behaviour [C]// *9th National Light Rail Transit Conference*, 16-18, November, Portland, US, 2003: 437-458.
- [11] LING Liang, HAN Jian, XIAO Xinbiao, et al. Dynamic behavior of an embedded rail track coupled with a tram vehicle[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2017, 23: 2355-2372.
- [12] 邓永权, 凌亮, 肖新标, 等. 嵌入式轨道钢轨焊接不顺安全限值研究[J]. *城市轨道交通研究*, 2016, 5: 30-34, 39.
- DENG Yongquan, LING Liang, XIAO Xinbiao, et al. On the safety criterion of welding irregularities on the embedded rail track[J]. *Urban Mass Transit*, 2016, 5: 30-34, 39.
- [13] 邓永权. 有轨电车列车-嵌入式轨道动态相互作用研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2014.
- DENG Yongquan. Study on dynamic interaction of tram train-embedded rail track[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2014.
- [14] 胥燕军. 现代有轨电车埋入式轨道结构参数优化研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2016.
- XU Yanjun. Research on the parameter optimization of the embedded track structure of the modern tram[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2016.
- [15] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学[M]. 3 版. 北京: 科学出版社, 2007.
- ZHAI Wanming. Vehicle-track coupling dynamics[M]. 3rd ed. Beijing: Science Press, 2007.
- [16] 肖新标. 复杂环境状态下高速列车脱轨机理研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2013.
- XIAO Xinbiao. Study on high-speed train derailment mechanism in severe environment[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2013.
- [17] HAN Jian, HE Yuanpeng, XIAO Xinbiao, et al. Effect of control measures on wheel/rail noise when the vehicle curves[J]. *Applied Sciences*, 2017, 7(11): 1144.
- [18] 韩健. 地铁列车-嵌入式轨道系统动力学性能及振动噪声特性研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2018.
- HAN Jian. Study on dynamic behaviour and vib-acoustic characteristic of metro train and embedded track system [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2018.
- [19] 金学松, 刘启跃. 轮轨摩擦学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2004.
- JIN Xuesong, LIU Qiyue. Tribology of wheel and rail [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2004.
- [20] KALKER J J. On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction[D]. Netherland: Delft University, 1967.
- [21] SHEN Zhiyun, HEDRICK J K, ELKINS J A. A comparison of alternative creep force models for rail vehicle dynamic analysis [J]. *Vehicle System Dynamics*, 1983, 12(1-3): 79-83.
- [22] 肖新标. 轨道运动对列车脱轨影响的研究初探[D]. 成都: 西南交通大学, 2005.
- XIAO Xinbiao. Preliminary study on the derailment effect of track motions[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2005.
- [23] XIAO Xinbiao, JIN Xuesong, WEN Zefeng. Effect of disabled fastening systems and ballast on vehicle derailment[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2007, 129: 217-229.
- [24] JIN Xuesong, WEN Zefeng, XIAO Xinbiao, et al. A numerical method for prediction of curved rail wear[J]. *Multibody System Dynamics*, 2007, 18(4): 531-557.
-
- 作者简介: 韩健(通信作者), 男, 1987 年出生, 助理研究员。主要研究方向为轨道交通振动与噪声控制。
E-mail: super_han@126.com