DOI: 10.3901/JME.2020.21.079

弯曲平移机构运动特征描述与分析方法研究*

石志新¹ 叶梅燕² 罗玉峰¹

(1. 南昌大学机电工程学院 南昌 330031;

2. 南昌大学理学院 南昌 330031)

摘要: 针对弯曲平移机构缺少运动特征描述模型和运算规则等问题, 提出了适用于弯曲平移机构的运动特征描述与分析方法。首先归纳总结了刚体运动特征的组成要素, 研究了弯曲平移运动的形成机理, 并在此基础上提出了描述刚体平移运动整体特征的相关概念。其次借鉴内蕴几何的基本思想, 建立了可表达弯曲平移特征的描述模型, 随后分析制定了相应的运动特征求并和求交运算规则, 并且给出了求交运算中并联机构动平台旋转轴存在性的两条判定准则。最后基于弯曲平移特征描述模型和运动特征运算规则, 采用递归算法提出了便于程序化处理的运动特征分析方法, 并结合具体实例论证了该方法的有效性。研究结果有利于促进机构拓扑结构分析与综合理论的完善和深化。

关键词: 机器人机构; 弯曲平移; 运动特征建模; 运动特征分析

中图分类号: TH112

Research on the Description and Analysis Method for the Motion Characteristics of Bending Translation Mechanisms

SHI Zhixin¹ YE Meiyan² LUO Yufeng¹

(1. Department of Mechanical & Electronic Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031;

2. Department of Science, Nanchang University, Nanchang 330031)

Abstract: For the lack of motion characteristic description model and operation rules of bending translation mechanisms, a method for describing and analyzing the motion characteristics of bending translation mechanisms is proposed. Firstly, the components of motion characteristics of rigid body are summarized, and the forming mechanism of bending translation mechanisms is studied. Then the related concepts to describe the global characteristics of bending translation are presented. Secondly, a description model based on intrinsic geometry is established to express the characteristics of bending translation. Then the corresponding rules of union and intersection operations are established. And two criteria for determining the existence of the rotating axis of the parallel mechanisms are given by a geometric method. Thirdly, a method for analyzing the kinematic characteristics of mechanisms is proposed by using recursive algorithm, which is easy to program. Finally, some specific examples are given to demonstrate the effectiveness of the proposed method. The research results are helpful to improve and deepen the topological structure analysis and synthesis theory of mechanism.

Key words: robot mechanism; bending translation; motion characteristic modeling; motion characteristic analysis

0 前言

末端构件的运动特征既是机构结构类型划分的主要依据, 又是机构型综合的设计目标, 因此运动

特征分析是机构拓扑结构分析与构型综合的前提和关键。运动特征包括速度特征和位移特征, 其中速度特征用于描述刚体瞬时运动的存在性及方向, 且满足线性运算规则; 位移特征则用于描述刚体连续运动的存在性及方向, 且通常不满足线性运算规则。机构运动特征通常是指其末端构件的位移特征。在众多学者的共同努力下, 现已形成如下四种主流理论方法: 基于螺旋理论的方法^[1-7]、基于线性变换的

* 国家自然科学基金资助项目(51365036)。20200507 收到初稿, 20200726 收到修改稿

方法^[8-12]、基于位移子群/子流形的方法^[13-18]和基于方位特征集的方法^[19-23]。

上述理论方法的基本思路大致相同,即先确定速度特征,再判定或证明是否存在与速度特征对应的有限位移特征^[24]。其中,基于线性变换和螺旋理论的方法需利用非瞬时性判定方法分析判断是否存在与速度特征对应的有限位移特征;而基于位移子群和方位特征集的方法则分别由指数映射和拓扑结构的运动过程不变性确保存在与速度特征对应的有限位移特征。

值得注意的是,由速度特征得到的有限位移特征通常为末端构件的局部位移特征,而非整体位移特征。对于移动方向时刻变化的弯曲平移运动(沿曲线或曲面平移)而言,局部运动特征难以准确、全面地反映整体位移特征的某些指标(如平移空间整体形态、全局移动方向等)。此外,由于弯曲平移运动具有非线性特征,故线性运算规则不再适用。因此,有必要建立弯曲平移运动特征的合理描述模型并提出相应的运动特征分析方法,从而进一步完善和深化机构拓扑结构学理论。

本文归纳总结了末端构件运动特征的组成要素,并借鉴内蕴几何的基本思想和有关概念,建立了可表达弯曲平移特征的描述模型,然后分析制定了相应的运动特征求并和求交运算规则,进而提出了弯曲平移机构的运动特征分析方法,并给出了相应的程序化实现算法,最后结合具体实例论证了该方法的有效性。

1 末端构件运动特征描述方法

1.1 末端构件运动特征的组成要素

机构末端构件的运动属于刚体运动(即构件上任意两点间的距离始终保持不变的连续运动)。刚体运动存在旋转运动(图 1a)和平移运动两种基本类型,且平移运动又分为平直移动(图 1b)和弯曲平移(图 1c)两种形式。

图1 刚体运动的基本类型

为准确描述弯曲平移运动,特引入平移空间的概念,其定义如下:当末端构件作平移运动时,由

于其姿态保持不变,因此构件上任意一点的轨迹均相同,称该轨迹为平移空间。对于移动方向时刻变化的弯曲平移运动而言,平移空间整体形态是描述平移特征的重要指标之一。

上述3类刚体运动的特征组成要素分别如下所述。

(1) 由于旋转运动可利用旋转轴进行刻画和描述,因此转动特征由转动维数(独立旋转轴数目)和方向(旋转轴方向单位矢量)2个要素组成。

(2) 由于平直移动的移动方向始终保持不变,故其特征由平移维数(独立移动数目)和方向(与速度方向相同)2个要素组成。

(3) 由于弯曲平移运动的移动方向时刻变化,故其特征需由维数、平移空间整体形态和生成方式3个要素共同描述。

1.2 机构运动特征描述模型

对曲线和曲面的认识,几何学中存在外在和内蕴2种观点。基于外在几何观点,人们将曲线和曲面嵌入3维欧氏空间内,并且通常采用笛卡儿坐标系进行表达。基于内蕴几何观点,人们将曲线和曲面本身视为与外界无关的独立空间。在机构设计时,上述2种观点会为人们提供截然不同的设计思路。以空间曲线平移机构设计为例,目前人们大多基于外在几何观点,即首先设计一个三平移机构,再通过算法协调控制3个方向的移动输出,最终实现执行构件沿指定空间曲线作平移运动。然而根据内蕴几何观点,空间曲线被视为与外界无关的1维独立空间,因此仅需设计1自由度的曲线平移机构即可。

根据上节归纳总结的运动特征组成要素,并考虑到平直移动可视为弯曲平移的特例,本文基于高斯内蕴几何思想,将机构运动特征集统一表示为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} t^a(A, B) \\ r^b(D) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{M}$ 为机构运动特征集; $t^a(A, B)$ 为平移特征, t 表示平移、 a 表示平移维数、 A 表示平移空间整体形态、 B 表示平移空间的生成方式; $r^b(D)$ 为转动特征, r 表示转动、 b 表示转动维数、 D 表示旋转矢量组(即所有旋转轴方向单位矢量组成的集合)。

关于式(1)所示的运动特征描述模型,特作以下几点说明。

(1) 根据高斯内蕴观点,将直线和曲线视为1维独立空间,将平面和曲面视为2维独立空间。

(2) 0维平移特征表示末端构件不存在平移运动,因此无需记录平移空间整体形态和生成方式,其平移特征可分别表示为 t^0 。

(3) 3维平移特征表示末端构件可沿空间任意方

向平移, 因此无需记录平移空间整体形态和生成方式, 其平移特征可分别表示为 t^3 。

(4) 0 维转动特征表示末端构件不存在任何方向的旋转运动, 故无需记录旋转矢量组 D , 其转动特征可表示为 r^0 。

2 常用运动副生成的运动特征

机器人机构的运动副类型较多, 可采等效替换的方法将它们简化为只含转动副和移动副 2 种。例如, 球副等效为 3 个轴线汇交于 1 点的转动副, 胡克铰等效为 2 个轴线垂直正交的转动副, 圆柱副等效为共轴的转动副和移动副。本文仅讨论移动副 P 、转动副 R 以及等效移动副 P_a 生成的运动特征。

(1) 移动副生成的运动特征。由于移动副 P 仅生成直线平移运动, 故其平移空间的整体形态为直线, 并且由于该平移空间由 P 副生成, 因此根据式 (1) 可知, P 副生成的平移特征和转动特征可分别表示为 $t^1(\text{直线}, u)$ 和 r^0 , 其中 u 为移动副 P 的方向单位矢量。

(2) 转动副生成的运动特征。转动副 R 不仅能生成绕其轴线的运动, 而且当存在多个轴线平行的转动副时, 转动副可衍生出垂直于其轴线方向的圆周曲线平移运动(图 2a)。因此, 转动副生成的运动特征具有二重性, 其生成的运动特征可按如下规则选取: ① 优先取旋转运动作为生成运动, 对应的运动特征记为 $r^1(R)$, 其中 R 为转动副 R 的轴线方向单位矢量; ② 若后面存在轴线与其平行的转动副时, 则取衍生的圆周平移运动作为生成运动, 对应的运动特征记为 $t^1(\text{圆}, \omega)$, 其中 ω 为圆所在平面的法矢量。

(3) 等效移动副生成的运动特征。平行四边形机构的连杆仅作 1 维圆周平移运动(图 2b), 因此该机构可被视为 1 个等效移动副(记为 P_a 副), 其生成的平移特征和转动特征分别为 $t^1(\text{圆}, \omega)$ 和 r^0 , 其中 ω 为圆所在平面的法矢量。

图 2 $R||R$ 机构与平行四边形机构的平移特征

3 运动特征的求并和求交运算规则

3.1 求并运算规则

3.1.1 转动特征求并运算规则

(1) r^0 与 r^1 的求并运算规则: $r^0 \cup r^1(R) = r^1(R)$ 。

(2) r^1 与 r^1 的求并运算规则: 如果 $R_1 || R_2$, 则 $r^1(R_1) \cup r^1(R_2) = r^1(R_1)$; 否则, 求并结果为 $r^2(R_1, R_2)$ 。

(3) r^2 与 r^1 的求并运算规则: 若 $R_3 || R_2$ 或 $R_3 || R_1$, 则 $r^2(R_1, R_2) \cup r^1(R_3) = r^2(R_1, R_2)$; 否则, 二者求并结果为 $r^3(R_1, R_2, R_3)$ 。

(4) r^3 与 r^1 的求并运算规则: $r^3 \cup r^1 = r^3$ 。

3.1.2 平移特征求并运算规则

(1) t^0 与 t^1 的求并运算规则: $t^0 \cup t^1(A, B) = t^1(A, B)$ 。

(2) t^1 与 t^1 的求并运算规则。按平移空间类型划分, 存在如下 3 种情况。

① $t^1(\text{直线}, u_1) \cup t^1(\text{直线}, u_2)$ 。当 $u_1 || u_2$ 时, 求并结果为 $t^1(\text{直线}, u_1)$; 否则, 求并结果为 $t^2(\text{平面}, n)$, 其中 n 为 u_1 和 u_2 所生成平面的法矢量。

② $t^1(\text{直线}, u) \cup t^1(\text{圆}, \omega)$ 。考虑直线和圆所在平面的全部可能方位关系及布置顺序, 共存在如下 4 种不同求并结果。当 $u \perp \omega$ 时(图 3a), 二者求并结果为 $t^2(\text{平面}, n)$, 其中 $n = \omega$ 。当 $u || \omega$ 时(图 3b), 求并结果记为 $t^2(\text{直圆柱面}, u \oplus \omega)$, 其中 $\oplus$ 表示合成。当 $u \angle \omega$ 且 P 副位于两平行 R 副两边时(图 3c), 二者求并结果为 $t^2(\text{斜圆柱面}, u \oplus \omega)$; 当 $u \angle \omega$ 且 P 副位于两平行 R 副中间时(图 3d), 二者求并结果为 $t^2(\text{圆锥面}, u \oplus \omega)$ 。

图 3 直线和圆周平移不同求并结果对应的示例

③ $t^1(\text{圆}, \omega_1) \cup t^1(\text{圆}, \omega_2)$ 。考虑两圆所在平面的全部可能方位关系, 共存在如下3种不同求并结果。当 $\omega_1 \parallel \omega_2$ 时(图4a), 二者求并结果为 $t^2(\text{平面}, n)$, 其中 $n = \omega_1$; 当 ω_1 与 ω_2 不平行时(图4b、4c), 二者的求并结果一般为 $t^2(\text{环面}, \omega_1 \oplus \omega_2)$, 特殊地, 当两圆的圆心重合且半径相等时, 二者的求并结果为 $t^2(\text{球面}, \omega_1 \oplus \omega_2)$ 。

图4 两圆周平移不同求并结果对应的示例

(3) t^2 与 t^1 的求并运算规则。一般而言, t^2 与 t^1 的求并结果为 t^3 , 但存在如下3种特殊情况。

① $t^2(\text{平面}, n) \cup t^1(\text{直线}, u)$ 。当 $u \perp n$ 时, 二者求并结果为 $t^2(\text{平面}, n)$; 否则, 二者求并结果为 t^3 。

② $t^2(\text{平面}, n) \cup t^1(\text{圆}, \omega)$ 。当 $\omega \parallel n$ 时, 二者求并结果为 $t^2(\text{平面}, n)$; 否则, 二者求并结果为 t^3 。

③ $t^2(\text{圆柱面}, u_1 \oplus \omega) \cup t^1(\text{直线}, u_2)$ 。当 $u_1 \parallel u_2$ 时, 二者求并结果为 $t^2(\text{圆柱面}, u_1 \oplus \omega)$; 否则, 二者求并结果为 t^3 。

(4) t^3 与 t^1 的求并运算规则: $t^3 \cup t^1(A, B) = t^3$ 。

3.2 求交运算规则和方法

3.2.1 平移特征求交运算规则

(1) t^0 与任意平移特征的求交运算规则。 t^0 与任意平移特征的交集均为 t^0 , 即 $t^0 \cap t^a(A, B) = t^0$ 。

(2) t^1 与 t^1 的求交运算规则。按平移空间类型划分, 存在如下3种情况。

① $t^1(\text{直线}, u_1) \cap t^1(\text{直线}, u_2)$ 。空间两直线存在平行、相交和交叉3种位置关系。当且仅当两直线相互平行时, 二者的交集为一段连续的位移空间, 因此当且仅当 $u_1 \parallel u_2$ 时, 求交结果为 $t^1(\text{直线}, u_1)$;

否则, 求交结果为 t^0 。

② $t^1(\text{直线}, u) \cap t^1(\text{圆}, \omega)$ 。由于直线和圆的交集不是一段连续的位移空间, 因此求交结果为 t^0 。

③ $t^1(\text{圆}, \omega_1) \cap t^1(\text{圆}, \omega_2)$ 。如表1所示, 二者的求交结果一般为 t^0 , 但存在如下特殊情况: 当 $\omega_1 \parallel \omega_2$, 两圆大小相等, 且末端构件分别联接在两圆的对应位置点上时, $t^1(\text{圆}, \omega_1) \cap t^1(\text{圆}, \omega_2) = t^1(\text{圆}, \omega_1)$ 。

值得注意的是, 圆的大小由构件尺寸所决定, 但由于机构拓扑结构分析与综合时, 一般不考虑构件的具体尺寸, 因此本文后续求交运算规则中均不考虑构件尺寸对机构运动特征的影响, 即认为各支链平移空间的大小不相等。

表1 两圆周平移的求交运算结果

序号	示例	平移特征
1		t^0
2		t^0
3		$t^1(\text{圆}, \omega_1)$

(3) t^1 与 t^2 的求交运算规则。由于2维平移空间的整体形态存在平面、圆柱面(包括直圆柱面和斜圆柱面)、圆锥面、环面和球面5种类型, 且1维平移空间的整体形态存在直线、平面曲线(包括圆)和空间曲线3种类型, 因此共存在如下7种情况。

① $t^1(\text{直线}, u) \cap t^2(\text{平面}, n)$ 。当 $u \perp n$ 时, 二者的求交结果为 $t^1(\text{直线}, u)$; 否则, 求交结果为 t^0 。

② $t^1(\text{直线}, u_1) \cap t^2(\text{圆柱面}, u_2 \oplus \omega)$ 。当且仅当 $u_1 \parallel u_2$ 时, 二者的求交结果为 $t^1(\text{直线}, u_1)$; 否则, 求交结果为 t^0 。

③ $t^1(\text{直线}, u_1) \cap t^2(\text{圆锥面}, u_2 \oplus \omega)$ 。当且仅当 $u_1 \parallel u_2$ 时, 二者的求交结果为 $t^1(\text{直线}, u_1)$; 否则, 求交结果为 t^0 。

④ $t^1(\text{直线}, u) \cap t^2(\text{环面}, \omega_1 \oplus \omega_2)$ 。由几何知识可知, 直线和环面的交集不是一段连续的位移空间, 因此二者的求交结果为 t^0 。

⑤ $t^1(\text{直线}, u) \cap t^2(\text{球面}, \omega_1 \oplus \omega_2)$ 。由于直线和球面的交集不是一段连续的位移空间, 因此二者的求交结果为 t^0 。

⑥ $t^1(\text{平面曲线}, n_1) \cap t^2(\text{平面}, n_2)$ 。当 $n_1 \parallel n_2$ 时, 求交结果为 $t^1(\text{平面曲线}, n_1)$; 否则, 求交结果为 t^0 。

⑦ 其余情况。不考虑构件的具体尺寸, 即默认各支链平移空间的大小不相等时, 平面或空间曲线与圆柱面、圆锥面、环面以及球面的交集都不是一段连续的位移空间, 因此它们的求交结果均为 t^0 。

(4) t^2 与 t^2 的求交运算规则。按平移空间类型划分, 存在如下 3 种情况。

① $t^2(\text{平面}, n_1) \cap t^2(\text{平面}, n_2)$ 。当 $n_1 \parallel n_2$ 时, 二者求交结果为 $t^2(\text{平面}, n_1)$; 否则, 求交结果为 $t^1(\text{直线}, u)$, 其中 $u = n_1 \times n_2$ 。

② $t^2(\text{平面}, n) \cap t^2(\text{曲面}, B)$ 。平面和曲面的交线一般为平面曲线(称为截交线), 且截交线所在平面的法矢量为 n , 故二者的求交结果一般可表示为 $t^1(\text{截交线}, n)$ 。但在特殊情况下, 平面和曲面的交线可能为直线。例如, 当平面和圆柱面的轴线平行时, 二者的交线为直线, 因此当 $u \perp n$ 时, $t^2(\text{平面}, n)$ 与 $t^2(\text{圆柱面}, u \oplus \omega)$ 的求交结果为 $t^1(\text{直线}, u)$ 。

③ $t^2(\text{曲面}, B_1) \cap t^2(\text{曲面}, B_2)$ 。由于两曲面的交线一般为空间曲线(称为相贯线), 因此二者的求交结果可表示为 $t^1(\text{相贯线}, B_1 \cap B_2)$ 。

(5) t^3 与任意平移特征的求交运算规则。 t^3 与 $t^a(A, B)$ 的交集仍为 $t^a(A, B)$, 即 $t^3 \cap t^a(A, B) = t^a(A, B)$ 。

3.2.2 转动特征求交运算方法

(1) 转动特征求交运算的特点。

当末端构件作既平移又旋转的刚体运动时, 虽然旋转运动的转动方向不会因平移运动而发生变化, 但其旋转轴的位置将会因平移运动而发生改变。因此, 确定两转动特征的交集时, 不能仅关注转动特征自身, 还应考虑平移特征对转动特征的影响。换言之, 不能单独对两转动特征直接进行求交运算, 需结合两转动特征对应支链的平移特征一起进行分析计算。

(2) 两转动特征求交算法的基本思想。

设两支链的运动特征集分别为

$$M_i = \begin{bmatrix} t^{a_i}(A_i, B_i) \\ r^{b_i}(D_i) \end{bmatrix} \quad i=1,2 \quad (2)$$

式中, M_i 为第 i 条支链的运动特征集; a_i 为第 i 条支链平移特征的维数; A_i 为第 i 条支链平移空间整体形态; B_i 为第 i 条支链平移空间的生成方式; b_i 为第 i 条支链转动特征的维数; D_i 为第 i 条支链转动特征的旋转矢量组。

为确定式(2)所示两支链转动特征的交集, 特提出先粗选后检验的方法, 其基本思想为: 首先求出转动矢量组 D_1 和 D_2 的交集, 从而得到所有可能存

在的旋转方向; 然后依次判断每个可能旋转方向上的旋转轴是否存在。上述做法的目的在于: 减少盲目性, 提高求交运算效率。

(3) 旋转轴存在性判定准则。

为方便论述, 记 D_1 与 D_2 的交集为 S , R 为 S 中的某一元素。值得注意的是, R 仅代表可能存在的旋转方向, R 方向上旋转轴的存在性还需利用判定准则进行分析判断。

判定准则 I: 若两支链中产生绕 R 方向旋转运动的运动副共轴, 则该方向的旋转轴存在。

判定准则 I 仅涉及运动副的方位关系, 常用于如下 3 种情况。

① 两转动副共轴。如图 5a 所示, 由于转动副 R_1 与 R_2 的轴线共线(记为 $R_1|R_2$), 故动平台可绕二者公共轴线方向(即 R 方向)旋转。

② 两球面支链汇交于同一点。如图 5b 所示, 球面支链 I、II 均交于点 O 。由于两支链的末端构件均可绕过 O 点任意方向的旋转轴转动, 因此过 O 点任意方向均为公共旋转轴, 即动平台存在过 O 点的任意方向的旋转轴。

③ 两球面支链交于不同两点。如图 5c 所示, 球面支链 I、II 分别均交于 O_1 、 O_2 两点。由于球面支链 I 的末端构件可绕过 O_1 点任意方向的旋转轴转动, 因此必定可绕直线 O_1O_2 旋转; 同理, 直线 O_1O_2 亦为支链 II 末端构件的 1 条旋转轴。因此, 动平台存在 1 条公共旋转轴(即直线 O_1O_2)。

图 5 判定准则 I 分析示例

需要重点指出的是, 判定准则 I 为旋转轴存在性的充分非必要条件。换言之, 当判定准则 I 中的共轴条件得不到满足时, R 方向上旋转轴仍可能

存在。为此,本文特提出如下判定准则II。

判定准则II:记 T 为两支链平移特征的并集,若满足条件 $T \supseteq t^2(\text{平面}, n)$ 且 $R \parallel n$,则 R 方向的旋转轴存在;否则,不存在。

如图6所示,每种机构均由2条支链组成,各支链的运动特征集为 $M_i = [t^1(\text{直线}, u_i), r^1(R_i)]^T, i=1, 2$ 。由于 $R_1 \parallel R_2$,因此所有可能存在的旋转方向组成的集合为 $S = \{R_1\} \cap \{R_2\} = \{R_1\}$ 。

① $P_1 \parallel R_1 \parallel R_2 \parallel P_2$ 机构(图6a)。由于 $u_1 \parallel u_2$,故依平移特征求并规则(第3.1.2节)可知,两支链平移特征的并集为 $T = t^1(\text{直线}, u_1) \cup t^1(\text{直线}, u_2) = t^1(\text{直线}, u_1)$ 。显然 T 不满足条件“ $T \supseteq t^2(\text{平面}, n)$ ”,故 R_1 方向上的旋转轴不存在,即该机构的动平台不具备绕 R_1 方向旋转的运动能力。

② $P_1 \perp R_1 \parallel R_2 \parallel P_2$ 机构(图6b)。两支链平移特征的并集为 $T = t^1(\text{直线}, u_1) \cup t^1(\text{直线}, u_2) = t^2(\text{平面}, n)$,其中 $n = u_1 \times u_2$ 。由于 R_1 与 n 不平行,故 T 不满足条件“ $T \supseteq t^2(\text{平面}, n)$ 且 $R_1 \parallel n$ ”,因此 R_1 方向上的旋转轴不存在,即该机构的动平台不具备绕 R_1 方向旋转的运动能力。

③ $P_1 \perp R_1 \parallel R_2 \perp P_2$ 机构(图6c)。两支链平移特征的并集为 $T = t^1(\text{直线}, u_1) \cup t^1(\text{直线}, u_2) = t^2(\text{平面}, n)$,其中 $n = u_1 \times u_2$ 。由于 R_1 与 n 平行($R_1 \perp P_1, R_1 \parallel R_2, R_2 \perp P_2$),故 T 满足条件“ $T \supseteq t^2(\text{平面}, n)$ 且 $R_1 \parallel n$ ”,因此 R_1 方向上的旋转轴存在,即该机构的动平台具备绕 R_1 方向旋转的运动能力。

图6 判定准则II分析示例

(4) 两转动特征求交算法的主要步骤如下所述。

① 确定两转动矢量组 D_1 和 D_2 的交集 S ,从而得到所有可能存在的旋转方向。

② 判断分流。若 S 为空集,则表明不存在任何共同的旋转方向。此时无需后续判定,可直接确定

两转动特征的交集为 r^0 ,转步骤⑤;若 S 为非空集合,则转步骤③。

③ 对 S 中的某个元素 R 进行检验。首先利用判定准则I对 R 进行检验:若满足判定准则I的条件,则 R 方向上旋转轴存在;若否,再利用判定准则II对 R 作进一步判定:若满足判定准则II的条件,则 R 方向上旋转轴存在;若否,则 R 方向上旋转轴不存在。

④ 循环。重复步骤③,对 S 中每个元素依次进行检验。

⑤ 结束。确定两转动特征的交集。

4 弯曲平移机构运动特征分析方法

4.1 弯曲平移串联机构运动特征分析

4.1.1 基本思想

经运动副等效替换后,串联机构/支链由若干个单自由度副依次串联而成,因此其末端构件的运动特征集为各运动副生成运动特征的并集,即

$$M = \bigcup_{i=1}^m J_i \quad (3)$$

式中, M 为串联机构/支链的运动特征集; m 为单自由度运动副数目; J_i 为第 i 个单自由度运动副生成的运动特征。

由于集合的求并运算满足结合律,因此为方便程序化处理,式(3)可利用递归算法进行求解,其基本思想如下:从第1个运动副开始,根据运动特征求并运算规则(第3.1节),分析每个新增运动副对前一轮运动特征集带来的影响(保持不变或更新),如此循环,直到全部运动副均分析完成。

4.1.2 主要步骤

基于上述递归算法的基本思想,串联机构末端构件运动特征分析算法的主要步骤如下。

(1) 赋初值。将末端构件运动特征集 M 的初始值 $M^{(0)}$ 赋为 $[t^0, r^0]^T$ 。

(2) 计算第 i 轮运动特征集 $M^{(i)}$ 。首先,根据第2节介绍的规则确定第 i 个运动副生成的运动特征 J_i 。然后,利用运动特征求并运算规则(第3.1节)计算 J_i 与前一轮运动特征集 $M^{(i-1)}$ 的并集,从而得到第 i 轮运动特征集 $M^{(i)}$,即 $M^{(i)} = M^{(i-1)} \cup J_i$ 。值得注意的是,当机构中含有球面子链(等效于球副)时,为提高分析效率,应优先处理球面子链。

(3) 确定运动特征集。从第1个运动副开始,直到最后1个运动副结束,重复步骤(2),完成运动特征集的循环更新,确定最终的运动特征集 M 。

4.1.3 实例分析

利用上述递归算法, 分析确定图 7 所示串联机构的运动特征集。

如图 7a 所示, 该串联机构的运动特征分析过程及结果如下。

图 7 五种具有弯曲平移特征的串联机构

(1) 赋初值。令 $M^{(0)} = [t^0, r^0]^T$ 。

(2) 运动特征集的循环更新。

① 第 1 轮分析计算。由于 $R_3 \parallel R_1$, 故由转动副生成运动特征选取规则可知, R_1 生成的运动特征 $J_1 = [t^1(\text{圆}, \omega_1), r^0]^T$ 。又根据平移特征求并运算规则可知 $M^{(1)} = M^{(0)} \cup J_1 = [t^1(\text{圆}, \omega_1), r^0]^T$ 。

② 第 2 轮分析计算。移动副 P_2 的生成运动特征 $J_2 = [t^1(\text{直线}, u_2), r^0]^T$, 故根据平移特征求并运算规则可知 $M^{(2)} = M^{(1)} \cup J_2 = [t^2(\text{圆柱面}, u_2 \oplus \omega_1), r^0]^T$ 。

③ 第 3 轮分析计算。由转动副生成运动选取规则可知, 转动副 R_3 的生成运动特征 $J_3 = [t^0, r^1(R_3)]^T$ 。因此 $M^{(3)} = M^{(2)} \cup J_3 = [t^2(\text{圆柱面}, u_2 \oplus \omega_1), r^1(R_3)]^T$ 。

④ 最后 1 轮分析计算。转动副 R_4 的生成运动特征 $J_4 = [t^0, r^1(R_4)]^T$, 故根据转动特征求并运算规则可得 $M^{(4)} = M^{(3)} \cup J_4 = [t^2(\text{圆柱面}, u_2 \oplus \omega_1), r^2(R_3, R_4)]^T$ 。因此, 该机构的末端构件具有沿 2 维圆柱面平移以及绕 R_3 和 R_4 方向旋转的运动输出能力。

同理可知: 图 7b 所示串联机构的运动特征集为 $[t^2(\text{圆锥面}, u_2 \oplus \omega_1), r^2(R_3, R_4)]^T$; 图 7c 所示机构的运动特征集为 $[t^2(\text{球面}, \omega_1 \oplus \omega_2), r^2(R_3, R_4)]^T$; 图 7d 所示机构的运动特征集为 $[t^2(\text{环面}, \omega_1 \oplus \omega_2), r^2(R_3, R_4)]^T$ 。

由于图 7e 所示机构含有球面子链(R_3 、 R_4 、 R_5 的轴线汇交于 1 点), 故其运动特征分析过程略有不同(为提高分析效率, 应优先处理球面子链), 其详细分析过程如下。

① 第 1 轮分析计算。由于球面子链等效于 1 个球副, 故其运动特征为 $[t^0, r^3(R_3, R_4, R_5)]^T$ 。根据转动特征求并运算规则可知, 该机构运动特征集的第 1 轮分析结果为 $M^{(1)} = [t^0, r^3(R_3, R_4, R_5)]^T$ 。

② 第 2 轮分析计算。移动副 P_1 生成的运动特征 J_1 为 $[t^1(\text{直线}, u_1), r^0]^T$, 故根据平移特征求并运算规则可知, $M^{(2)} = M^{(1)} \cup J_1 = [t^1(\text{直线}, u_1), r^3(R_3, R_4, R_5)]^T$ 。

③ 最后 1 轮分析计算。由于球面子链已生成 3 维转动, 故由转动副生成运动的选取规则可知, 转动副 R_2 的生成运动特征 $J_2 = [t^1(\text{圆}, \omega_2), r^0]^T$ 。又根据平移特征求并运算规则可知, 该机构运动特征集为 $M^{(3)} = M^{(2)} \cup J_2 = [t^2(\text{圆柱面}, u_1 \oplus \omega_2), r^3(R_3, R_4, R_5)]^T$ 。因此, 该机构的末端构件具有沿 2 维圆柱面平移以及 3 维转动的运动输出能力。

4.2 弯曲平移并联机构运动特征分析

4.2.1 基本思想

由于并联机构的动平台是在各支链共同作用下进行运动, 因此其运动特征是各支链末端构件运动特征集的交集, 即

$$M_p = \bigcap_{i=1}^n M_i \quad (4)$$

式中, M_p 为并联机构的运动特征集; n 为支链数目; M_i 为第 i 条支链的运动特征集。

由于集合的求交运算满足结合律, 因此为方便程序化处理, 式(4)可利用递归算法进行求解, 其基本思想如下: 从第 1 条支链开始, 根据运动特征求交运算规则和方法(第 3.2 节), 分析计算每条新增支链的运动特征集与前一轮运动特征集的交集, 如此循环, 直到全部支链均分析完成。

4.2.2 主要步骤

基于上述递归算法的基本思想, 并联机构运动特征分析方法和步骤如下。

(1) 计算各支链末端构件的运动特征集。按照串联机构运动特征分析方法(第 4.1 节), 分别求出各支链末端构件的运动特征集 M_i , 其中 $i=1 \sim n$ 。

(2) 赋初值。将并联机构运动特征集 M_P 的初始值 $M_P^{(0)}$ 赋为 $[t^3, r^3]^T$ 。

(3) 计算第 i 轮运动特征集 $M_P^{(i)}$ 。根据求交运算规则和方法(第 3.2 节), 计算第 i 条支链的运动特征集 M_i 与前一轮运动特征集 $M_P^{(i-1)}$ 的交集, 从而得到第 i 轮运动特征集 $M_P^{(i)}$, 即 $M_P^{(i)} = M_P^{(i-1)} \cap M_i$ 。

(4) 确定并联机构的运动特征集 M_P 。从第 1 条支链开始, 直到第 n 条支链结束, 重复步骤(3), 完成运动特征集的循环更新, 确定最终的运动特征集。

4.2.3 实例分析

利用上述递归算法, 分析确定图 8 所示四种并联机构的运动特征集。

如图 8a 所示, 该并联机构的运动特征分析过程及结果如下。

(1) 计算各支链的运动特征集。利用串联机构运动特征分析方法(第 4.1 节)可得, 2 条支链的运动特征集为 $M_i = [t^2(\text{圆柱面}, u_{i2} \oplus \omega_{i1}), r^1(R_{i2})]^T$, $i=1, 2$ 。

(2) 赋初值。令 $M_P^{(0)} = [t^3, r^3]^T$ 。

(3) 运动特征集的循环更新。

① 第 1 轮分析计算。由运动特征求交运算规则易知 $M_P^{(1)} = M_P^{(0)} \cap M_1 = [t^2(\text{圆柱面}, u_{12} \oplus \omega_{11}), r^1(R_{12})]^T$ 。

② 最后 1 轮分析计算。根据平移特征求交运算规则可知, $t^2(\text{圆柱面}, u_{12} \oplus \omega_{11})$ 与 $t^2(\text{圆柱面}, u_{22} \oplus \omega_{21})$ 的求交结果为 $t^1(\text{相贯线}, (u_{12} \oplus \omega_{11}) \cap (u_{22} \oplus \omega_{21}))$ 。又由于 R_{12} 与 R_{22} 不平行, 故根据转动特征求交运算方法(第 3.2.2 节)易知 $r^1(R_{12}) \cap r^1(R_{22}) = r^0$ 。因此运动特征集 $M_P = [t^1(\text{相贯线}, (u_{12} \oplus \omega_{11}) \cap (u_{22} \oplus \omega_{21})), r^0]^T$, 即该机构的动平台仅具有沿两圆柱面相贯线平移的运动输出能力。

同理可知: 图 8b 所示机构的动平台仅具有沿柱锥面相贯线平移的运动输出能力, 图 8c 所示机构的动平台仅具有沿 2 维圆柱面平移的运动输出能力。

图 8d 所示机构的运动特征集分析过程如下。

(1) 计算各支链的运动特征集。第 1 条支链的运动特征集为 $M_1 = [t^3, r^1(R_{14})]^T$, 第 2 条支链的运动特征集为 $M_2 = [t^2(\text{圆柱面}, u_{22} \oplus \omega_{21}), r^1(R_{22})]^T$, 第 3 条支链的运动特征集为 $M_3 = [t^3, r^2(R_{34}, R_{35})]^T$ 。

(2) 赋初值。令 $M_P^{(0)} = [t^3, r^3]^T$ 。

(3) 运动特征集的循环更新。

① 第 1 轮分析计算。由运动特征求交运算规则易知 $M_P^{(1)} = M_P^{(0)} \cap M_1 = [t^3, r^1(R_{14})]^T$ 。

② 第 2 轮分析计算。由平移特征求交运算规则可知, $t^3 \cap t^2(\text{圆柱面}, u_{22} \oplus \omega_{21}) = t^2(\text{圆柱面}, u_{22} \oplus \omega_{21})$ 。又由于 R_{14} 与 C_{22} 共轴, 故根据旋转轴存在性判定准

则 I 可知 R_{14} 方向上的旋转轴存在, 即转动特征求交结果为 $r^1(R_{14}) \cap r^1(R_{22}) = r^1(R_{14})$ 。因此, 第 2 轮分析结果为 $M_P^{(2)} = M_P^{(1)} \cap M_2 = [t^2(\text{圆柱面}, u_{22} \oplus \omega_{21}), r^1(R_{14})]^T$ 。

(a) 2-R||C 并联机构

(b) R(<P)||R&R||C 并联机构

(c) R||R||C&R||C 并联机构

(d) P||R||R||R&R||C&P||R||R ⊥ R 并联机构

图 8 四种具有弯曲平移特征的并联机构

③ 最后 1 轮分析计算。由平移特征求交运算规则知, $t^2(\text{圆柱面}, u_{22} \oplus \omega_{21}) \cap t^3 = t^2(\text{圆柱面}, u_{22} \oplus \omega_{21})$ 。由于 $R_{14} \parallel R_{35}$ 且并集 $T = t^2(\text{圆柱面}, u_{22} \oplus \omega_{21}) \cup t^3 = t^3$

满足条件“ $T \supseteq t^2(\text{平面}, n)$ 且 $R_{14} \parallel n$ ”, 故根据旋转轴存在性判定准则 II 可知 R_{14} 方向上的旋转轴存在, 即转动特征求交结果为 $r^1(R_{14}) \cap r^1(R_{35}) = r^1(R_{14})$ 。综上所述可知, $M_p = M_p^{(2)} \cap M_3 = [t^2(\text{圆柱面}, u_{22} \oplus \omega_{21}), r^1(R_{14})]^T$ 。因此, 该机构的动平台具有沿 2 维圆柱面平移和绕 R_{14} 方向旋转的运动输出能力。

5 结论

论文借鉴内蕴几何思想建立了弯曲平移特征的描述模型, 制定了相应的运算规则, 并基于递归算法提出了便于程序化计算的机构运动特征分析方法。论文主要结论如下。

(1) 弯曲平移机构是机器人机构的重要组成部分。对弯曲平移机构开展系统深入研究, 不仅能够促进机器人拓扑结构学理论的深化和发展, 而且有利于丰富和完善现有机构结构类型。

(2) 由于弯曲平移运动的移动方向时刻变化, 瞬时速度特征难以准确、全面地描述其运动特征, 因此平移空间整体形态及其生成方式是描述和记录弯曲平移运动特征的重要指标。

(3) 旋转轴存在性判定准则 I 为旋转轴存在性的充分非必要条件。当判定准则 I 中的共轴条件得不到满足时, 需利用判定准则 II 作进一步分析判定。

(4) 由于集合运算满足结合律, 因此可采用递归算法分析机构的运动特征集, 从而有利于运动特征自动分析的程序化实现。

参 考 文 献

- [1] HUANG Zhen, LI Qinchuan. Type synthesis of symmetrical lower-mobility parallel mechanisms using the constraint-synthesis method[J]. International Journal of Robotics Research, 2003, 22(1): 59-79.
- [2] KONG Xianwen, GOSSELIN C M. Type synthesis of parallel mechanisms[M]. Berlin: Springer Verlag, 2007.
- [3] 戴建生. 机构学与旋量理论的历史渊源以及有限位移旋量的发展[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 13-21.
- [4] DAI Jiansheng. Historical relation between mechanisms and screw theory and the development of finite displacement screws[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 13-21.
- [5] YANG Shuofei, SUN Tao, HUNG Tian, et al. A finite screw approach to type synthesis of three-DOF translational parallel mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 104: 405-419.
- [6] SUN Tao, HUO Xinming. Type synthesis of 1T2R parallel mechanisms with parasitic motions[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 128: 412-428.
- [7] ZHAO Yanzhi, CAO Yachao, KONG Xianwen. Type synthesis of parallel mechanisms with a constant Jacobian matrix[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2018, 10(6): 1011-1021.
- [8] XU Yundou, ZHAO Yun, YUE Yi, et al. Type synthesis of overconstrained 2R1T parallel mechanisms with the fewest kinematic joints based on the ultimate constraint wrenches[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 147: 103766.
- [9] GOGU G. Mobility of mechanisms: A critical review[J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40: 1068-1097.
- [10] GOGU G. Structural synthesis of parallel robots: Part 1: Methodology[M]. Dordrecht: Springer, 2008.
- [11] GOGU G. Structural synthesis of parallel robots: Part 2: Translational topologies with two and three degrees of freedom[M]. Dordrecht: Springer, 2009.
- [12] GOGU G. Structural synthesis of parallel robots: Part 3: Topologies with planar motion of the moving platform[M]. Dordrecht: Springer, 2010.
- [13] GOGU G. Structural synthesis of parallel robots: Part 4: Other topologies with two and three degrees of freedom[M]. Dordrecht: Springer, 2012.
- [14] HERVE J M. The Lie group of rigid body displacements, a fundamental tool for mechanism design[J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(7): 719-730.
- [15] LI Qinchuan, HUANG Zhen, HERVE J M. Type synthesis of 3R2T 5-DOF parallel mechanisms using the lie group of displacements[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2004, 20(2): 173-180.
- [16] MENG Jian, LIU Guanfeng, LI Zexiang. A geometric theory for analysis and synthesis of sub-6 DOF parallel manipulators[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(4): 625-649.
- [17] LI Qinchuan, HERVE J M. 1T2R parallel mechanisms without parasitic motion[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2010, 26(3): 401-410.
- [18] LI Qinchuan, HERVE J M. Type synthesis of 3-DOF RPR-Equivalent parallel mechanisms[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2014, 30(3): 1333-1343.
- [19] YE Wei, LI Qinchuan. Type synthesis of lower mobility parallel mechanisms: A review[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2019, 32(2): 13-23.

- [19] YANG Tingli, LIU Anxin, JIN Qiong. Position and orientation characteristic equation for topological design of robot mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanic Design, 2009, 131(2): 021001.
- [20] YANG Tingli, LIU Anxin, SHEN Huiping, et al. On the correctness and strictness of the POC equation for topological structure design of robot mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2013, 5(2): 1009-1018.
- [21] SHEN Chengwei, HANG Lubin, YANG Tingli. Position and orientation characteristics of robot mechanisms based on geometric algebra[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 108: 231-243.
- [22] YANG Tingli, LIU Anxin, SHEN Huiping, et al. Topology design of robot mechanisms[M]. Berlin: Springer, 2018.
- [23] LIU Haitao, XU Ke, SHEN Huiping, et al. Type synthesis of 1T2R parallel mechanisms using structure coupling-reducing method[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2019, 32(5): 80-89.
- [24] 杨廷力, 沈惠平, 刘安心, 等. 机构拓扑学理论的基本思想与数学方法——从方法论角度回顾几种原创性理论与方法[J]. 机械工程学报, 2020, 56(3): 1-15.
- YANG Tingli, LIU Anxin, SHEN Huiping, et al. Basic ideas and mathematical methods of mechanism topology theory — review of several original mechanism topology theories in a methodological perspective[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(3): 1-15.
-
- 作者简介: 石志新(通信作者), 男, 1979 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为机器人机构学。发表论文 80 余篇。
E-mail: shizhixin@ncu.edu.cn
- 叶梅燕, 女, 1978 年出生, 博士, 讲师。主要研究方向为应用数学、机器人机构学。发表论文 10 余篇。
E-mail: yemeiyan@ncu.edu.cn
- 罗玉峰, 男, 1960 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器人机构学。发表论文 100 余篇。
E-mail: lyfye1@126.com