DOI: 10.3901/JME.2020.20.246

考虑压力脉动的消防水炮自适应炮头射流系统 参数振动研究*

袁晓明^{1,2,3} 王 储^{1,2} 赵士宜^{1,2} 张立杰^{1,2}

- (1. 燕山大学河北省重型机械流体动力传输与控制重点实验室 秦皇岛 066004;
2. 燕山大学先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室 秦皇岛 066004;
3. 浙江大学流体动力与机电系统国家重点实验室 杭州 310027)

摘要: 消防水炮自适应炮头可根据流体压力和流量变化自动调整炮口开度,从而显著提升其射流性能。考虑自适应炮头射流系统中流体的压力脉动,结合流体体积弹性模量与刚度间的关系,建立基于时变流体刚度的射流系统参数振动动力学模型,采用多尺度法推导脉动激励频率接近射流系统固有频率和固有频率与脉动频率的组合频率时的共振响应公式,分析射流系统的主共振和组合共振响应。结果表明射流系统发生主共振响应时,激励频率占主导成分,且接近一阶固有频率时系统共振幅值最大;射流系统发生组合共振响应时,激励频率与流体刚度波动频率的组合频率对系统响应的影响与流体脉动频率有关;主共振和组合共振将恶化系统的动力学行为。本研究可为深入探索自适应炮头射流系统的动力学特性,优化不同工况环境下的设计参数提供理论依据。

关键词: 消防水炮; 自适应炮头; 射流系统; 参数振动; 压力脉动

中图分类号: TG156

Research on Parameter Vibration of Adaptive Head Jet System of Fire Water Monitor Considering Pressure Pulsation

YUAN Xiaoming^{1,2,3} WANG Chu^{1,2} ZHAO Shiyi^{1,2} ZHANG Lijie^{1,2}

- (1. Hebei Key Laboratory of Heavy Machinery Fluid Power Transmission and Control, Yanshan university, Qinhuangdao 066004;
2. Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science, Yanshan University, Qinhuangdao 066004;
3. State Key Laboratory of Fluid Power & Mechatronic Systems, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract: The adaptive head of fire water monitor can automatically adjust the muzzle opening according to the change of fluid pressure and flow rate. Therefore, the jet performance of fire water monitor can be significantly improved. Considering the pressure pulsation of the fluid in the adaptive head jet system and combining the relationship between the fluid bulk modulus and the fluid stiffness, the parameter vibration model of adaptive head jet system based on the time-varying fluid stiffness is founded. By the multiscale method, the resonance response formulae of jet system are deduced when the excitation frequency is closed to natural frequencies and the combination frequency of the natural frequency and the pulsation frequency of jet system, and the main resonances and combined resonances of the jet system are analyzed. The results show that when the main resonance response of the jet system occurs, the dominant frequency in resonance responses is the excitation frequency, and the resonance amplitudes of the jet system is largest when it is close to the first-order natural frequency. When the combined resonance response of the jet system occurs, the influence of the combined frequency between the excitation frequency and fluid stiffness fluctuation frequency on the system response is related to the fluid pulsation frequency. The main resonances and combined resonances will seriously deteriorate the dynamics behaviour of adaptive head jet system. This research can provide a theoretical basis for further exploration of the dynamic characteristics of the adaptive head jet system of fire water monitor and optimizing the design parameters under different working conditions.

Key words: fire water monitor; adaptive head; jet system; parameter vibration; pressure pulsation

* 国家自然科学基金青年科学基金(51805468)、河北省自然科学基金青年科学基金(E2017203129)、浙江大学流体动力与机电系统国家重点实验室开放基金课题(GZKF-201820)和燕山大学基础研究专项青年课题(16LGB001)资助项目。20190915 收到初稿, 20200407 收到修改稿

0 前言

消防水炮自适应炮头可根据入口流量和压力变化自动调整炮口开度,使其在各种流量下均能达到最佳或近最佳射流性能,从而快速高效地扑灭大型火灾。消防水炮的主要射流流体为水,但是由于水源本身含有一定的空气,而且在消防水泵将原动机机械能转化为流体动能的过程中,很可能由于压力低于空气分离压而析出空气,因此,消防水炮的实际射流流体为含有少量空气的水,属于气液混合流体。消防水炮射流过程中,由于消防水泵不可避免地产生流量与压力脉动,导致射流流体的体积弹性模量不断发生变化。气液混合流体的体积弹性模量决定了流体传动系统的模态固有频率,直接影响流体传动系统的静态和动态性能^[1-2]。由于射流系统内流体的可压缩性和压力脉动等因素使流体状态参数发生周期性的改变,故射流系统为非自治系统。针对非自治系统的参数振动问题,国内外学者侧重于研究系统在外部载荷条件变化下的非线性共振^[3-4]。一般采用多尺度法对参数振动问题进行求解,该方法可直接用于求解系统的非线性微分方程^[5-6]。

消防水泵的压力脉动直接影响流体的体积弹性模量和等效刚度,进而影响射流系统的稳定性。国内外相关学者已对消防水泵的流体压力脉动特性进行了研究。早期学者认为压力脉动是与气蚀等现象有关的随机波动^[7],也有学者提出了消防水泵的压力变化是一种有规律的周期振动^[8]。实际上,流体具有两种不同类型的压力脉动,即忽略流体压缩性的湍流脉动和忽略流体黏度的脉冲脉动。一般认为湍流脉动为接近白噪声的随机脉动,而脉冲脉动包含简谐类信号^[9],该信号主要由频率为叶频倍频的脉动以及频率为轴频倍频的脉动构成。消防水泵的压力脉动的产生不仅与泵的叶片、叶轴旋转有关,同时受到流体的空化、紊流现象的影响^[10]。有学者认为空化时压力脉动叶频作为主频^[11],也有学者认为消防水泵在空化时轴频脉动特征明显^[12]。然而,即便在同一消防水泵在不同工作条件下,仍会表现出不同的性质的压力脉动,因此用理论预测压力脉动难度较大。随着计算机技术的普及,尤其在计算流体动力学技术和快速傅里叶变换算法的发展的基础上,离心泵内部流场的多工况模拟和脉动谱分析已成为现实。何秀华^[13]分析了离心泵进出口处压力脉动成分,并确定了在任何流量条件下,消防水泵出口处压力周期性脉动由轴频与叶频的混合频率共

同构成,并且在消防水泵高效点处压力脉动表现为明显的周期性压力脉动。朱荣生等^[14]通过数值模拟监测了离心泵出口处叶轮与蜗壳流道内的压力脉动,并给出了离心泵压力脉动表现形式与工况有关的结论。贺国等^[15]在傅里叶变换的基础上结合小波能量法进一步分析了空化时离心泵内的压力脉动,得到了空化时离心泵内压力脉动以叶频为主频,并且高频部分频峰增多,频率成分增加的结论。

综上所述,消防水泵工作过程中存在周期性压力脉动,而压力脉动会直接影响消防水炮射流系统的稳定性,并且由于消防水炮自适应炮头的炮口开度自调节装置的存在,降低了射流系统的刚度。因此,为提高射流系统的稳定性,降低其振动幅值,拟在假设流体压力脉动为简谐函数的基础上,建立消防水炮自适应炮头射流系统动力学模型,采用多尺度法确定射流系统参数振动下的主共振和组合共振响应,从而为射流系统的动态优化设计提供理论基础。

1 射流系统动力学模型

消防水炮自适应炮头的结构如图 1 所示,其中由喷芯 9、端盖 10、芯杆 11 和弹簧 12 组成的自适应机构是自适应炮头的核心部件。当炮头入口流量增大时,自适应机构的喷芯左侧所受压力增大,当喷芯所受流体的作用力大于其所受弹簧的作用力时,喷芯向右运动,炮口开度增大;反之,当入口流量减小时,喷芯向左运动,炮口开度减小。自适应机构使自适应炮头能够根据入口流量和压力的变化自动调节炮口开度,从而在各种工况下均能达到较优的射流性能,快速高效地扑灭大型火灾。

图 1 消防水炮自适应炮头结构图

1. 接头; 2. 螺母; 3. 稳流器; 4. 垫圈; 5. 外壳; 6. 挡圈;
7. 外喷嘴; 8. 内喷嘴; 9. 喷芯; 10. 端盖; 11. 芯杆;
12. 弹簧; 13. 芯套; 14. 密封圈

消防水炮自适应炮头内部结构如图2所示,各管段及其截面尺寸如表1所示。

图2 消防水炮自适应炮头内部结构示意图

表1 消防水炮自适应炮头内部结构尺寸

结构参数	尺寸/mm	结构参数	尺寸/mm
D_1	89	L_1	38
D_2	63.5	L_2	39
D_3	75	L_3	38
D_4	15	L_4	35.5
D_5	36.9	L_5	64
D_6	66.8		

消防水炮工作过程中,喷芯与流体单元相互作用,喷芯在流体单元载荷的作用下产生变形和运动,而喷芯的变形和运动又反作用于流场,影响流体的流动状态。因此,消防水炮动力学模型由两个子模型组成,分别为流体单元模型和固体单元模型。流体单元对射流系统动力学性能的影响因素主要有惯性和压缩性,固体单元对射流系统动力学性能的影响因素主要有喷芯惯性与机械弹簧刚度。

为便于理论建模与分析,消防水炮自适应炮头射流系统的动力学模型采用以下假设:①除流体单元及弹簧外,认为喷芯和炮头外壳等零部件均为刚体,不考虑其变形;②喷芯与流体只受轴向作用力,且流体对喷芯的作用力简化为沿轴向的线性弹簧力;③流体单元与固体单元间的阻尼等效为轴向的线性阻尼,喷芯上均布小孔结构所形成的阻尼等效为轴向的线性阻尼;④忽略所有零件的加工及安装误差。

因此,建立如图3所示的消防水炮自适应炮头射流系统动力学模型。

图3 自适应炮头射流系统动力学模型

图3中, m_f 与 m_2 分别为流体与喷芯的质量; F_0 为由消防水泵压力波动而产生的脉动激励力; k_f 为控制体内部流体的等效刚度; k_2 为机械弹簧的刚度; c_1 为流体阻尼; c_2 为喷芯小孔的结构阻尼。

2 射流系统振动方程与求解

2.1 流体时变等效刚度

在图3所示动力学模型中,流体单元的刚度需要进行等效计算,根据文献[16]所述气液混合流体体积弹性模量理论,令气液混合流体的体积弹性模量为 B_f ,其定义式为

$$B_f = \frac{V \Delta p}{\Delta V} \quad (1)$$

假设流体单元的过流截面平均面积为 S_a ,流体域轴向长度为 h ,则流体域体积为

$$V = S_a h \quad (2)$$

刚度的定义式为

$$k_f = \frac{\Delta F}{\Delta h} \quad (3)$$

联立式(1)、式(2)和式(3),流体等效刚度可由流体体积弹性模量表示为

$$k_f = \frac{B_f S_a}{h} \quad (4)$$

工作过程中,消防水泵输出的流体流量与压力脉动不可避免,因此流体密度与等效刚度不断发生变化。实际工况下,流体压力可分解为均值压力与脉动压力两部分,假设脉动压力按照余弦规律变化,根据欧拉定理,时变压力脉动可表示为

$$p = \bar{p} + \Delta p (\exp(j\omega_e t) + \exp(-j\omega_e t)) \quad (5)$$

式中, $\bar{p}$ 为稳态压力(Pa); Δp 为压力脉动幅值(Pa); ω_e 为压力脉动角频率(rad/s)。

在一定初始含气量条件下,流体等效刚度波动与流体压力波动形式一致,可表示为

$$k_f = \bar{k}_f + k_{fv} \cos \omega_e t = \bar{k}_f (1 + \varepsilon \exp(j\omega_e t) + cc) \quad (6)$$

式中, $\bar{k}_f$ 为稳态流体刚度(N/m); k_{fv} 为动态流体刚度脉动幅值(N/m); ε 为小参数量,且 $\varepsilon = k_{fv} / (2\bar{k}_f)$; ω_e 为流体刚度波动角频率(rad/s); cc 为共轭复数部分。

2.2 射流系统参数振动方程

由于压力脉动呈余弦变化规律,并将其表示为指数函数形式,则射流系统参数振动微分方程为

$$\begin{cases} m_f \ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + \bar{k}_f(x_1 - x_2) = \\ F_o(\exp(j\omega_o t) + \exp(-j\omega_o t)) - \\ \bar{k}_f \varepsilon(x_1 - x_2)(\exp(j\omega_e t) + \exp(-j\omega_e t)) \\ m_2 \ddot{x}_2 - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_2 \dot{x}_2 - \bar{k}_f(x_1 - x_2) + k_2 x_2 = \\ \bar{k}_f \varepsilon(x_1 - x_2)(\exp(j\omega_e t) + \exp(-j\omega_e t)) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 \eta_{10}}{dT_0^2} + \omega_{n1}^2 \eta_{10} = 0 \\ \frac{d^2 \eta_{20}}{dT_0^2} + \omega_{n2}^2 \eta_{20} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

一次幂项方程为

将式(7)通过矩阵形式表示为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \Delta F - \Delta kx \quad (8)$$

式中, ΔF 为激励力矢量; Δk 为增量刚度矩阵。

已知系统的正则振型 ψ 与谱矩阵 A , 则将式(8)进行正则化后可得

$$\ddot{\eta} + c_N \dot{\eta} + A\eta = \Delta Q - \Delta k_N \eta \quad (9)$$

式中, η 为正则位移矢量; c_N 为正则阻尼矩阵; ΔQ 为正则激励力矢量; Δk_N 为正则刚度增量矩阵。

2.3 射流系统主共振近似解析解

基于多尺度法思想, 引入二次近似解

$$\eta_i(t) = \eta_{i0}(T_0, T_1) + \varepsilon \eta_{i1}(T_0, T_1) \quad (10)$$

式中, $T_0 = t$, $T_1 = \varepsilon t$ 。

引入小参数量

$$\begin{cases} c_{Nij} = \varepsilon c'_{Nij} \\ F_o = \varepsilon F'_o \end{cases} \quad (11)$$

将上述方程代入式(9), 可计算零次幂项方程为

$$\begin{cases} \frac{d^2 \eta_{11}}{dT_0^2} + \omega_{n1}^2 \eta_{11} = -j\omega_{n1} \left(2 \frac{dA}{dT_1} + c'_{N11} A + c'_{N12} B \right) \exp(j\omega_{n1} T_0) + F'_o \exp(j\omega_0 T_0) \psi_{1,1} - \bar{k}_f (aA(\exp(j(\omega_{n1} + \omega_e) T_0) + \exp(j(\omega_{n1} - \omega_e) T_0)) + bB(\exp(j(\omega_{n2} + \omega_e) T_0) + \exp(j(\omega_{n2} - \omega_e) T_0))) + cc \\ \frac{d^2 \eta_{21}}{dT_0^2} + \omega_{n2}^2 \eta_{21} = -j\omega_{n2} \left(2 \frac{dB}{dT_1} + c'_{N12} A + c'_{N22} B \right) \exp(j\omega_{n2} T_0) + F'_o \exp(j\omega_0 T_0) \psi_{1,2} - \bar{k}_f (bA(\exp(j(\omega_{n1} + \omega_e) T_0) + \exp(j(\omega_{n1} - \omega_e) T_0)) + cB(\exp(j(\omega_{n2} + \omega_e) T_0) + \exp(j(\omega_{n2} - \omega_e) T_0))) + cc \end{cases} \quad (15)$$

当 ω_o 接近 ω_{n1} 时, 引入谐调参数 σ , 则

$$\omega_o = \omega_{n1} + \varepsilon \sigma \quad (16)$$

将式(16)代入式(15), 并消除永年项, 则

$$\begin{cases} -j\omega_{n1} \left(2 \frac{dA}{dT_1} + c'_{N11} A + c'_{N12} B \right) + F'_o \psi_{1,1} \exp(j\sigma T_1) = 0 \\ j \left(2 \frac{dB}{dT_1} + c'_{N12} A + c'_{N22} B \right) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

设式(17)的特解为

$$\begin{cases} A = C_1 \exp(j\sigma T_1) \\ B = C_2 \exp(j\sigma T_1) \end{cases} \quad (18)$$

式中, C_1 与 C_2 为常数。

将式(17)代入式(18)可得

$$\begin{cases} \frac{d^2 \eta_{11}}{dT_0^2} + \omega_{n1}^2 \eta_{11} = -2 \frac{d^2 \eta_{10}}{dT_0^2 dT_1} + F'_o \exp(j\omega_o t) \psi_{1,1} - \bar{k}_f \exp(j\omega_e t) (a\eta_{10} + b\eta_{20}) - \left(c'_{N11} \frac{d\eta_{10}}{dT_0} + c'_{N12} \frac{d\eta_{20}}{dT_0} \right) + cc \\ \frac{d^2 \eta_{21}}{dT_0^2} + \omega_{n2}^2 \eta_{21} = -2 \frac{d^2 \eta_{20}}{dT_0^2 dT_1} + F'_o \exp(j\omega_o t) \psi_{1,2} - \bar{k}_f \exp(j\omega_e t) (b\eta_{10} + c\eta_{20}) - \left(c'_{N21} \frac{d\eta_{10}}{dT_0} + c'_{N22} \frac{d\eta_{20}}{dT_0} \right) + cc \end{cases} \quad (13)$$

式中, $a = (\psi_{1,1} - \psi_{2,1})^2$; $b = (\psi_{1,1} - \psi_{2,1})(\psi_{1,2} - \psi_{2,2})$; $c = (\psi_{1,2} - \psi_{2,2})^2$; cc 为共轭复数部分。

设式(12)的解为

$$\begin{cases} \eta_{10} = A(T_1) \exp(j\omega_{n1} T_0) + \bar{A}(T_1) \exp(-j\omega_{n1} T_0) \\ \eta_{20} = B(T_1) \exp(j\omega_{n2} T_0) + \bar{B}(T_1) \exp(-j\omega_{n2} T_0) \end{cases} \quad (14)$$

式中, $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 分别为 A 与 B 的共轭复数, 则

$$\begin{cases} C_1 = \frac{F'_o \psi_{1,1} (2j\sigma + c'_{N22})}{j\omega_{n1} ((2j\sigma + c'_{N11})(2j\sigma + c'_{N22}) - c'_{N12} c'_{N21})} \\ C_2 = \frac{F'_o \psi_{1,1} c'_{N21}}{j\omega_{n1} (c'_{N12} c'_{N21} - (2j\sigma + c'_{N11})(2j\sigma + c'_{N22}))} \end{cases} \quad (19)$$

将式(19)代入(18)可得

$$\begin{cases} A = A_n \exp(j(\sigma T_1 + \theta_1)) \\ B = B_n \exp(j(\sigma T_1 + \theta_2)) \end{cases} \quad (20)$$

式中, A_n 与 θ_1 为复数 C_1 的模与相位; B_n 与 θ_2 为复数 C_2 的模与相位。

将式(20)代入式(14)可得

$$\begin{cases} \eta_{10} = 2A_n \cos(\omega_{n1} t + \theta_1) \\ \eta_{20} = 2B_n \cos(\omega_{n2} t + \theta_2) \end{cases} \quad (21)$$

将式(20)代入式(15)可得

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_{11} = -\bar{k}_f \left(2A_n a \left(\frac{\cos((\omega_{n1} - \omega_e)t + \theta_1)}{(2\omega_{n1} - \omega_e)\omega_e} - \frac{\cos((\omega_{n1} + \omega_e)t + \theta_1)}{(2\omega_{n1} + \omega_e)\omega_e} \right) + \right. \\ \left. 2B_n b \left(\frac{\cos((\omega_{n2} - \omega_e)t + \theta_2)}{\omega_{n1}^2 - (\omega_{n2} - \omega_e)^2} + \frac{\cos((\omega_{n2} + \omega_e)t + \theta_2)}{\omega_{n1}^2 - (\omega_{n2} + \omega_e)^2} \right) \right) \\ \eta_{21} = \frac{2F_o' \psi_{1,2}}{\omega_{n2}^2 - \omega_o^2} - \bar{k}_f \left(2A_n b \left(\frac{\cos((\omega_{n1} - \omega_e)t + \theta_1)}{\omega_{n2}^2 - (\omega_{n1} - \omega_e)^2} + \frac{\cos((\omega_{n1} + \omega_e)t + \theta_1)}{\omega_{n2}^2 - (\omega_{n1} + \omega_e)^2} \right) + \right. \\ \left. 2B_n c \left(\frac{\cos((\omega_{n2} - \omega_e)t + \theta_2)}{(2\omega_{n2} - \omega_e)\omega_e} - \frac{\cos((\omega_{n2} + \omega_e)t + \theta_2)}{(2\omega_{n2} + \omega_e)\omega_e} \right) \right) \end{array} \right. \quad (22)$$

则常坐标系下外部激振频率接近一阶固有频率时射流系统主共振响应为

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\psi} \boldsymbol{\eta}(t) \quad (23)$$

同理, 可求解外部激振频率接近二阶固有频率时射流系统主共振响应。由上述计算结果可知, 射流系统主共振响应包含多种频率成分, 主要有一阶固有频率, 二阶固有频率, 流体等效刚度波动频率以及固有频率与刚度波动频率的组合频率。

2.4 射流系统组合共振近似解析解

与主共振参数振动相似, 采用多尺度法进行射流系统组合共振响应求解。将小参量引入阻尼量有

$$c_{Nij} = \varepsilon c'_{Nij} \quad (24)$$

将式(24)代入式(9), 并利用同幂次系数相等, 可计算零次幂项方程为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \eta_{10}}{dT_0^2} + \omega_{n1}^2 \eta_{10} = \psi_{1,1} F_o \exp(j\omega_o T_0) + cc \\ \frac{d^2 \eta_{20}}{dT_0^2} + \omega_{n2}^2 \eta_{20} = \psi_{1,2} F_o \exp(j\omega_o T_0) + cc \end{array} \right. \quad (25)$$

一次幂项方程为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \eta_{11}}{dT_0^2} + \omega_{n1}^2 \eta_{11} = -2 \frac{d^2 \eta_{10}}{dT_0 dT_1} - \bar{k}_f \exp(j\omega_e t) (a\eta_{10} + b\eta_{20}) - \\ \left(c'_{N11} \frac{d\eta_{10}}{dT_0} + c'_{N12} \frac{d\eta_{20}}{dT_0} \right) + cc \\ \frac{d^2 \eta_{21}}{dT_0^2} + \omega_{n2}^2 \eta_{21} = -2 \frac{d^2 \eta_{20}}{dT_0 dT_1} - \bar{k}_f \exp(j\omega_e t) (b\eta_{10} + c\eta_{20}) - \\ \left(c'_{N21} \frac{d\eta_{10}}{dT_0} + c'_{N22} \frac{d\eta_{20}}{dT_0} \right) + cc \end{array} \right. \quad (26)$$

式中, $a = (\psi_{1,1} - \psi_{2,1})^2$; $b = (\psi_{1,1} - \psi_{2,1})(\psi_{1,2} - \psi_{2,2})$; $c = (\psi_{1,2} - \psi_{2,2})^2$; cc 为共轭复数部分。

设式(25)的解析解为

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_{10} = A(T_1) \exp(j\omega_{n1} T_0) + C_1 \exp(j\omega_o T_0) + cc \\ \eta_{20} = B(T_1) \exp(j\omega_{n2} T_0) + C_2 \exp(j\omega_o T_0) + cc \end{array} \right. \quad (27)$$

式中, $C_i = \frac{\psi_{1,i} F_o}{\omega_{ni}^2 - \omega_o^2}$

将式(27)代入式(26), 则

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \eta_{11}}{dT_0^2} + \omega_{n1}^2 \eta_{11} = -2j\omega_{n1} \frac{dA}{dT_1} \exp(j\omega_{n1} T_0) - c'_{N11} (j\omega_{n1} A \exp(j\omega_{n1} T_0) + j\omega_o C_1 \exp(j\omega_o T_0)) - \\ c'_{N12} (j\omega_{n2} B \exp(j\omega_{n2} T_0) + j\omega_o C_2 \exp(j\omega_o T_0)) - \bar{k}_f a (A \exp(j(\omega_{n1} \pm \omega_e) T_0) + C_1 \exp(j(\omega_o \pm \omega_e) T_0)) - \\ \bar{k}_f b (B \exp(j(\omega_{n2} \pm \omega_e) T_0) + C_2 \exp(j(\omega_o \pm \omega_e) T_0)) + cc \\ \frac{d^2 \eta_{21}}{dT_0^2} + \omega_{n2}^2 \eta_{21} = -2j\omega_{n2} \frac{dB}{dT_1} \exp(j\omega_{n2} T_0) - c'_{N21} (j\omega_{n1} A \exp(j\omega_{n1} T_0) + j\omega_o C_1 \exp(j\omega_o T_0)) - \\ c'_{N22} (j\omega_{n2} B \exp(j\omega_{n2} T_0) + j\omega_o C_2 \exp(j\omega_o T_0)) - \bar{k}_f b (A \exp(j(\omega_{n1} \pm \omega_e) T_0) + C_1 \exp(j(\omega_o \pm \omega_e) T_0)) - \\ \bar{k}_f c (B \exp(j(\omega_{n2} \pm \omega_e) T_0) + C_2 \exp(j(\omega_o \pm \omega_e) T_0)) + cc \end{array} \right. \quad (28)$$

当外部激励频率 ω_o 接近一阶固有频率 ω_{n1} 与流体等效刚度脉动频率 ω_e 时, 引入谐调参数

$$\omega_o = \omega_{n1} + \omega_e + \varepsilon \sigma \quad (29)$$

将式(29)代入(28), 并消除永年项, 则

$$\left\{ \begin{array}{l} 2j\omega_{n1} \frac{dA}{dT_1} + jc'_{N11} \omega_{n1} A + \bar{k}_f (aC_1 + bC_2) \exp(j\sigma T_1) = 0 \\ 2j\omega_{n2} \frac{dB}{dT_1} + jc'_{N22} \omega_{n2} B = 0 \end{array} \right. \quad (30)$$

式(30)的通解为

$$\left\{ \begin{array}{l} A = D_1 \exp\left(-\frac{c'_{N11}}{2} T_1\right) + \\ \frac{\bar{k}_f (aC_1 + bC_2)}{\omega_{n1} \sqrt{(c'_{N11})^2 + 4\sigma^2}} \exp(j(\theta + \sigma T_1)) \\ B = D_2 \exp\left(-\frac{c'_{N22}}{2} T_1\right) \end{array} \right. \quad (31)$$

式中, D_1 、 D_2 均为常数; $\theta = \arctan \frac{c'_{N11}}{2\sigma}$ 。

与主振动分析相似, 取定常特解为

$$\begin{cases} A = E \exp(j(\theta + \sigma T_1)) \\ B = 0 \end{cases} \quad (32)$$

$$\text{式中, } E = \frac{\bar{k}_f(aC_1 + bC_2)}{\omega_{n1}\sqrt{(c'_{N11})^2 + 4\sigma^2}}。$$

将式(30)代入式(25)可得

$$\begin{cases} \eta_{10} = 2(E \cos(\theta + \omega_{n1}T_0 + \sigma T_1) + C_1 \cos(\omega_0 T_0)) \\ \eta_{20} = 2C_2 \cos(\omega_0 T_0) \end{cases} \quad (33)$$

将式(33)代入式(28), 则

$$\left\{ \begin{aligned} \eta_{11} &= 2\omega_0(c'_{N11}C_1 + c'_{N12}C_2) \frac{\sin(\omega_0 T_0)}{\omega_{n1}^2 - \omega_0^2} - \\ &\quad 2\bar{k}_f(aC_1 + bC_2) \frac{\cos((\omega_0 + \omega_e)T_0)}{\omega_{n1}^2 - (\omega_0 + \omega_e)^2} - \\ &\quad 2\bar{k}_f aE \frac{\cos((\omega_{n1} \pm \omega_e)T_0 + \theta)}{\omega_{n1}^2 - (\omega_{n1} \pm \omega_e)^2} \\ \eta_{21} &= \frac{2c'_{N21}\omega_{n1}E \sin(\omega_{n1}T_0 + \theta)}{\omega_{n2}^2 - \omega_{n1}^2} + \\ &\quad 2\omega_0(c'_{N21}C_1 + c'_{N22}C_2) \frac{\sin(\omega_0 T_0)}{\omega_{n2}^2 - \omega_0^2} - \\ &\quad 2\bar{k}_f b \left(E \frac{\cos((\omega_{n1} \pm \omega_e)T_0 + \theta)}{\omega_{n2}^2 - (\omega_{n1} \pm \omega_e)^2} + \right. \\ &\quad \left. \frac{C_1 \cos((\omega_0 \pm \omega_e)T_0)}{\omega_{n2}^2 - (\omega_0 \pm \omega_e)^2} \right) - \\ &\quad 2\bar{k}_f cC_2 \frac{\cos((\omega_0 \pm \omega_e)T_0)}{\omega_{n2}^2 - (\omega_0 \pm \omega_e)^2} \end{aligned} \right. \quad (34)$$

则常坐标系下外部激励频率接近射流系统一阶固有频率与流体刚度波动频率组合频率的响应为

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\psi} \boldsymbol{\eta}(t) \quad (35)$$

同理, 可求得外部激励频率接近射流系统二阶固有频率与流体刚度波动频率组合频率时振动系统组合共振强迫响应。

3 射流系统参数振动响应分析

基于时域理论推导可确定射流系统的时域响应, 通过傅里叶变换可确定射流系统的幅频特性。消防水炮自适应射流系统参数如表 2 所示, 射流系统各阶固有频率及对应模态振型如表 3 所示。

3.1 射流系统主共振响应分析

当外部激励频率分别接近射流系统各阶固有频率时, 射流系统主振动响应如图 4 所示。

由图 4 可知, 射流系统发生主振动时, 其振动响应符合简谐振动规律且响应频率与激励频率相同。当激励频率接近射流系统一阶固有频率时, 喷芯和流体的振幅相差不大, 且振动幅度相对较大; 当激励频率

表 2 消防水炮自适应炮头射流系统参数

参数名称	数值
流体体积 V_f/m^3	9.04×10^{-4}
流体密度 $\rho_f/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	998
流体质量 m_f/kg	0.902
流体体积弹性模量 B_f/MPa	161.14
流体初始含气量 $x(\%)$	2
流体平均横截面积 S_a/m^2	0.004
流体轴向长度 h/m	0.21
喷芯体积 V_p/m^3	1.17×10^{-4}
喷芯密度 $\rho_p/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	2 710
喷芯质量 m_p/kg	0.32
稳态压力 $\bar{p}/\text{MPa}$	0.595 8
压力脉动幅值 $\Delta p/\text{MPa}$	0.42×10^{-4}
机械弹簧刚度 $k_2/(\text{N/m})$	1.8×10^4
动态流体刚度幅值 $k_{fv}/(\text{N/m})$	2 069.2

表 3 自适应炮头射流系统各阶固有频率及对应模态振型

阶数	一阶	二阶
固有频率 f_{ni}/Hz	19.3	573
各阶模态振型 ϕ_{ni}	1 0.999	-0.355 1

接近射流系统二阶固有频率时, 喷芯振动幅值大于流体振动幅值, 且振动幅度相对较小。由式(18)与式(19)可知, 射流系统主共振除主要激励频率外, 还包含组合共振频率, 但由于压力脉动导致的流体刚度变化相对较小, 组合频率对射流系统的主共振几乎不产生影响。

(a) $\omega_0 \approx \omega_{n1}$ 时域响应

(b) $\omega_0 \approx \omega_{n2}$ 时域响应

图 4 射流系统主共振时域与幅频响应

图 5 自适应炮头组合共振时系统时域与幅频响应

3.2 射流系统组合共振响应分析

当外部激励频率分别接近射流系统各阶固有频率与流体刚度波动组合频率时,射流系统组合振动响应如图 5 所示。

由图 5 可知,当外部激励频率接近射流系统各阶固有频率与流体刚度波动频率的组合频率时,组合共振幅值比主共振幅值小。当激励频率接近射流系统一阶固有频率与流体刚度波动的组合频率时,组合共振的主导频率为组合激励频率,主振动对组合共振起到调节作用;当激励频率接近射流系统二阶固有频率与流体刚度波动的组合频率时,组合共振主导频率为系统的二阶固有频率,组合激励频率对主共振起到调节作用。激励频率接近射流系统一阶固有频率与流体刚度波动的组合频率比接近射流系统二阶固有频率与流体刚度波动的组合频率时射流系统的共振振幅大很多,这是由于流体单元等效弹簧刚度远大于机械弹簧刚度的缘故。

4 试验验证

为验证消防水炮自适应炮头射流系统动力学模型的准确性,搭建了射流系统动力学试验台,采用锤击法对工作中的射流系统进行了模态测试。模态测试原理如图 6 所示。射流系统动力学试验台如图 7 所示,其中,所用压力传感器为麦克 MPM489 型压阻式压力传感器。

采用快速傅里叶变换对射流系统输出的加速度信号进行频域分析,得到射流系统在流体自身脉动

激励与力锤阶跃激励叠加作用下加速度信号的幅频特性如图 8 所示。图中 A 点坐标为(19.5, 0.143 8), B 点坐标为(46.8, 0.158 8)。射流系统在频率为 19.5 Hz 和 46.8 Hz 位置出现了相对明显的峰值, 其中 46.8 Hz 为动力元件离心泵的转轴频率(2 800 r/min), 19.5 Hz 为试验条件下射流系统的一阶固有频率, 且一阶固有频率附近也存在一定的加速度突变, 充分验证了参数振动中组合共振现象的存在。同时由于消防水炮内流体湍流等因素的影响, 该幅频曲线叠加了白噪声干扰信号, 增加了频谱识别的难度, 因此暂无法通过试验确定射流系统的其他阶固有频率。

图 6 模态测试原理图

(a) 炮头样机 (b) 试验测试仪器

图 7 消防水炮自适应炮头射流系统动力学试验台

图 8 消防水炮自适应炮头射流系统幅频特性曲线

试验测试所确定的射流系统一阶固有频率与理论计算结果对比如表 4 所示。由表 4 可知, 理论计算所得一阶固有频率与试验所得结果非常接近, 误差仅为 1%, 验证了所提出的消防水炮自适应炮头射流系统动力学模型的准确性。

表 4 试验与理论计算结果对比

固有频率/Hz	试验结果	理论结果	误差(%)
一阶	19.5	19.3	1

5 结论

由于入射流体的压力脉动, 消防水炮自适应炮头射流系统属于典型的参数振动系统, 当脉动激励频率接近射流系统固有频率或固有频率与脉动频率的组合频率时, 射流系统将发生主共振或组合共振。共振会严重恶化射流系统的动力学行为, 且射流系统具有以下振动特性。

- (1) 主共振响应的主导频率为射流系统的各阶固有频率, 而各阶固有频率与流体刚度变化频率的组合频率对射流系统的主共振几乎不产生影响。
- (2) 当外部激励频率接近射流系统各阶固有频率与流体刚度波动频率的组合频率时, 组合共振幅值比主共振幅值小; 组合共振的主导频率可为各阶固有频率, 也可为各阶固有频率和刚度波动频率的组合频率, 并与射流系统的模态特性直接相关; 激励频率接近射流系统一阶固有频率与流体刚度波动频率的组合频率比接近射流系统二阶固有频率与流体刚度波动频率的组合频率时射流系统的共振幅值大。

参 考 文 献

[1] CHEN Y, WANG N, GU L. On-line measuring method of effective bulk modulus in hydraulic system based on frequency analysis[J]. International Journal of Fluid Machinery & Systems, 2018, 11(1): 13-20.

[2] ZHOU J, VACCA A, MANHARTSGRUBER B. A novel approach for the prediction of dynamic features of air release and absorption in hydraulic oils[J]. Journal of Fluids Engineering, 2013, 135(9): 1790-1791.

[3] MARIJA D, MARIO U, ANTONIA J L, et al. Resonance regions due to interaction of forced and parametric vibration of a parabolic cable[J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 447(1): 78-104.

[4] GHAYESH M H, BALAR S. Non-linear parametric vibration and stability analysis for two dynamic models of axially moving Timoshenko beams[J]. Applied Mathema-

- tical Modelling, 2010, 34(10): 2850-2859.
- [5] WANG Y Z, WANG Y S, KE L L. Nonlinear vibration of carbon nanotube embedded in viscous elastic matrix under parametric excitation by nonlocal continuum theory[J]. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 2016, 83(1): 195-200.
- [6] NAYFEH A H, ARAFAT H N, CHIN C M, et al. Multimode interactions in suspended cables[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2002, 8(3): 337-387.
- [7] 陈强. 利用现有水泵高效点开发新型水泵的设计[J]. *科技创新与应用*, 2016, 1(17): 51-51.
- CHEN Qiang. The design of new pump by using the high efficiency of existing water pump[J]. *Technology Innovation and Application*, 2016, 1(17): 51-51.
- [8] 刘阳, 袁寿其, 袁建平. 离心泵的压力脉动研究进展[J]. *流体机械*, 2008, 36(9): 33-37.
- LIU Yang, YUAN Shouqi, YUAN Jianping. Overview of pressure fluctuation in centrifugal pump[J]. *Fluid Machinery*, 2008, 36(9): 33-37.
- [9] 杨敏官, 孙鑫恺, 高波, 等. 离心泵内部非定常空化流动特征的数值分析[J]. *江苏大学学报*, 2012, 33(4): 408-413.
- YANG Minguan, SUN Xinkai, GAO Bo, et al. Numerical analysis of unsteady cavitating flow characteristic in centrifugal pump[J]. *Journal of Jiangsu University*, 2012, 33(4): 408-413.
- [10] 率志君, 张权, 陈春来. 多级离心泵整机流场三维非稳态湍流压力脉动特性分析[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2013, 34(3): 306-311.
- SHUAI Zhijun, ZHANG Quan, CHEN Chunlai, et al. Characteristic analysis of three-dimensional unsteady turbulent pressure fluctuation in whole flow field of multi-stage centrifugal pump[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2013, 34(3): 306-311.
- [11] 司乔瑞, 袁寿其, 李晓俊, 等. 空化条件下离心泵泵腔内不稳定流动数值分析[J]. *农业机械学报*, 2014, 45(5): 84-90.
- SI Qiaorui, YUAN Shouqi, LI Xiaojun, et al. Numerical simulation of unsteady cavitation flow in the casing of a centrifugal pump[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2014, 45(5): 84-90.
- [12] 王松林, 谭磊, 王玉川. 离心泵瞬态空化流动及压力脉动特性[J]. *振动与冲击*, 2013, 32(22): 168-173.
- WANG Songlin, TAN Lei, WANG Yuchuan. Characteristics of transient cavitation flow and pressure fluctuation for a centrifugal pump[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(22): 168-173.
- [13] 何秀华. 水泵压力脉动的类型研究[J]. *排灌机械工程学报*, 1996, 1(4): 47-49.
- HE Xiuhua. Study on the types of pressure fluctuation in pump[J]. *Drainage and Irrigation Machinery*, 1996, 1(4): 47-49.
- [14] 朱荣生, 苏保稳, 杨爱玲, 等. 离心泵压力脉动特性分析[J]. *农业机械学报*, 2010, 41(11): 43-47.
- ZHU Rongsheng, SU Baowen, YANG Ailing, et al. Numerical investigation of unsteady pressure fluctuations in centrifugal pump[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2010, 41(11): 43-47.
- [15] 贺国, 曹玉良, 王小川, 等. 离心泵空化压力脉动特征分析[J]. *武汉理工大学学报*, 2017(4): 549-553.
- HE Guo, CAO Yuliang, WANG Xiaochuan, et al. Characteristic analysis of cavitation pressure fluctuation in centrifugal pump[J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2017, 41(4): 549-553.
- [16] 魏超, 周俊杰, 苑士华. 液压油体积弹性模量稳态模型与动态模型的对比[J]. *兵工学报*, 2015, 36(7): 1153-1159.
- WEI Chao, ZHOU Junjie, YUAN Shihua. Comparison of steady and dynamic models for the bulk modulus of hydraulic oils[J]. *Acta Armamentarii*, 2015, 36(7): 1153-1159.

作者简介: 袁晓明, 男, 1984 年出生, 博士, 讲师, 硕士研究生导师。主要研究方向为消防水炮设计与优化、流体传动与控制。
E-mail: xiaomingbingbing@163.com
张立杰(通信作者), 男, 1969 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为液压测控技术、机器人技术。
E-mail: ljzhang@ysu.edu.cn