DOI: 10.3901/JME.2020.18.143

基于车辆行驶安全边界的换道控制*

王慧然 王其东 陈无畏 赵林峰 魏振亚 蔡必鑫
(合肥工业大学汽车与交通工程学院 合肥 230009)

摘要: 针对大多数换道控制研究中存在的换道环境不同致使换道安全性难以保证的问题, 提出一种基于车辆行驶安全边界的换道控制方法。首先, 根据自行车与周围关联车辆之间的换道空间和碰撞时距, 设计换道状态决策方法。其次, 基于车-路位置关系和车辆安全矩形区域建立车辆位置安全边界; 同时基于换道行驶稳定性限制和不同换道状态下的横摆角速度要求, 建立与换道状态相对应的车辆运动状态安全边界。将车辆位置安全边界和车辆行驶安全边界作为车辆换道行驶状态参数的约束, 以目标车道中心线为参考轨迹, 设计模型预测控制器决定车辆换道的期望前轮转角。最后, 进行自动换道仿真, 并基于Carsim/Labview的硬件在环试验台上进行硬件在环试验, 仿真和试验结果表明, 提出的换道控制方法可以充分地利用换道空间, 能使车辆更好地应对不同换道环境, 提高了车辆换道的安全性和舒适性。

关键词: 换道控制; 安全边界; 模型预测; 硬件在环

中图分类号: U461

Lane Change Control Based on Vehicle Driving Safe Boundary

WANG Huiran WANG Qidong CHEN Wuwei ZHAO Linfeng WEI Zhenya CAI Bixin
(School of Automotive and Transportation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009)

Abstract: According to the shortcoming that safety of lane change is difficult to ensure for different lane changing environments in most lane change studies, a lane change control method based on vehicle driving safe boundary is proposed to solve this problem. Firstly, accounting for the lane change space and the collision time interval between the self-vehicle and the surrounding associated vehicles, the lane change state decision is designed. Secondly, the vehicle position safe boundary considering the vehicle-road position relationship and the vehicle safe rectangular area is established. Based on the driving stability limit and the requirements of yaw rate in different lane changing states, a safe boundary of the vehicle motion state corresponding to the lane changing states is established. Then, the vehicle position safe boundary and the safe boundary of the vehicle motion state are used as constraints of the vehicle lane changing state parameters, and the centerline of target lane is used as reference trajectory. A model predictive controller that determines the desired front wheel steering angle of lane change is designed. Finally, lane change simulation is carried out, and the HIL test is implemented on the HIL test bench based on CarSim/LabVIEW. The simulation and test results show that the proposed method can control the vehicle better cope with different lane changing environments by making full use of the lane change space, and can improve the safety and comfort of lane changing.

Key words: lane change control; safe boundary; model prediction; hardware in the loop

0 前言

从汽车防抱死系统作为第一个主动辅助系统在1978年面世到现今高级辅助驾驶系统(Advanced driver assistance systems, ADAS)出现的40年里, 车辆的行驶安全性一直是社会关注的焦点^[1]。统计数

据表明, 92%的交通事故是由于驾驶行为不当、疲劳驾驶或违章行驶等失误原因引起的^[2]。近年来, 得益于传感、信息以及人工智能等技术的迅速发展, 使有效解决这些问题的自动驾驶技术取得了巨大的进步。自动换道系统作为自动驾驶技术重要的组成部分, 得到了众多国内外学者的关注^[3-4]。目前, 针对自动换道控制的研究主要集中在不同换道环境下的换道轨迹规划与跟踪控制。

在有充足换道空间的静态或变化较小的动态环境下, 车辆常处于常规换道状态。如LIE等^[5]在无

* 国家自然科学基金资助项目(51675151, U1564201)。20190806收到初稿, 20200318收到修改稿

障碍物环境下利用五次多项式规划一条车道变换轨迹,基于积分反步法设计轨迹跟踪控制器,实现安全换道。WANG等^[6]利用车辆自由换道过程中所要满足的约束来构造出双圆弧换道轨迹,然后利用滑模动态控制器来进行轨迹跟踪。LI等^[7]针对出现的静态和状态变化较小的障碍物,基于模型预测的生成路径算法产生一系列平滑且运动学可行的路径,然后挑选最优轨迹,基于前馈和反馈的轨迹跟踪控制器来实现安全避障。

常规换道状态对车辆换道轨迹规划和跟踪控制的要求较低,适用于具有充足换道空间的静态或变化较小的动态环境的换道控制方法难以很好地满足紧急换道状态的要求。针对换道空间较小且实时变化的动态交通环境下的紧急换道,GAO等^[8]提出双层模型预测的自动驾驶车辆避障框架,上层基于简化的车辆模型在线计算避障轨迹,下层基于非线性车辆模型构建模型预测控制器追踪期望轨迹。DAVID等^[9]通过引入三次B样条曲线对避让轨迹进行再规划,以实现安全、稳定的轨迹跟踪。针对紧急避障状态,JI等^[10]基于三维虚拟危险势场构建无碰撞轨迹,在轨迹跟踪时考虑车辆动力学约束,将路径跟踪任务转化为多约束的二次规划最优解问题,实现安全无碰撞行驶。

上述研究在进行换道控制方法设计时,大多考虑某一种换道环境下车辆换道的避让安全性和稳定性,忽略了不同换道环境对换道控制的影响,在不同换道环境下的控制效果难以保证。无论在何种换道环境下,换道车辆都具有一个确定的位置安全边界和安全区域;不同换道环境下反应车辆换道稳定性的运动状态参数也具有一个合理的安全边界^[11]。车辆位置安全边界形成的位置安全区域和车辆运动状态边界形成的稳定性安全区域为车辆换道运动状态的改变提供了较大的调整空间。明确车辆换道行驶位置安全边界和运动状态安全边界,设计合理的换道控制方法,可使车辆安全、稳定和舒适的应对不同换道环境,进一步提升应对时变换道环境的鲁棒性。

针对上述两点,本文提出了基于车辆行驶安全边界的换道控制方法。根据自车与周围关联车辆的相对运动状态,将自车换道状态分为自由换道、避让换道和紧急换道三种,进行换道决策。考虑自车周围安全区域,依据车-路位置关系建立车辆换道行驶位置安全边界;考虑换道行驶舒适性和换道行驶稳定性,根据车辆换道状态划分横摆角速度约束区域,建立车辆运动状态安全边界。以目标车道中心线为参考轨迹,结合车辆换道行驶位置安全边界和

车辆运动状态安全边界,设计模型预测控制器确定期望前轮转角。最后由自动转向控制器控制车辆转向,实现安全、舒适和稳定的换道控制。

1 模型建立

在换道控制过程中,需要考虑避障安全约束和车辆运动状态约束,因此所建立的车-路模型需要包含可以表征车辆与车道相对位置状态的参数以及车辆运动状态的参数。车-路模型示意图如图1所示,为了更加直接地体现车-路相对位置关系,选用Frenet坐标系并使用车辆相对于车道中心线的侧向偏差 e_y 、车辆沿着车道中心线的纵向位置 s 、车辆相对于车道中心线的角度偏差 $e_\psi = \psi_v - \psi_l$ 以及侧向偏差变化率 $\dot{e}_y$ 作为车辆位置状态量。车辆换道运动状态用车辆质心侧偏角 β 和横摆角速度 r 表征。

图1 车-路模型参考示意图

根据车辆相对于道路的运动关系并结合车辆二自由度模型可得

$$\dot{s} = \frac{1}{1 - \rho e_y} (v_x \cos e_\psi - v_y \sin e_\psi) \quad (1)$$

$$\dot{e}_y = v_x \sin e_\psi + v_y \cos e_\psi \quad (2)$$

$$\dot{e}_\psi = \gamma - \rho \dot{s} \quad (3)$$

$$\ddot{e}_y = \frac{1}{m} (2F_{yf} + 2F_{yr}) + v_x \gamma - v_x^2 \rho \quad (4)$$

$$\frac{1}{m} (2F_{yf} + 2F_{yr}) = \dot{v}_y + v_x \gamma \quad (5)$$

$$I_z \dot{\gamma} = 2F_{yf} l_f - 2F_{yr} l_r \quad (6)$$

$$\alpha_f = \frac{v_y + l_f \gamma}{v_x} - \delta \quad (7)$$

$$\alpha_r = \frac{v_y - l_r \gamma}{v_x} \quad (8)$$

式中, v_x 、 v_y 分别为车辆坐标系下的车辆纵向速度

与侧向速度, δ 为前轮转角度, m 为整车质量, I_z 为整车绕铅锤轴的转动惯量, k_f 和 k_r 分别为前后轮胎等效侧偏刚度, l_f 和 l_r 分别表示质心到前轴和后轴的距离, ρ 为道路曲率。

假定车辆质心侧偏角 β 、角度偏差 e_ψ 和侧向速度 v_y 在较小范围内变化, 则有 $v_y/v_x = \tan \beta \approx \beta$, $\sin e_\psi \approx e_\psi$, $\cos e_\psi \approx 1$, $v_y \sin e_\psi \approx 0$, 等式(1)、(2)和(3)可线性化为

$$\dot{s} \approx v_x \quad (9)$$

$$\dot{e}_y \approx v_x e_y + v_x \beta \quad (10)$$

$$\dot{e}_\psi \approx \gamma - \rho v_x \quad (11)$$

为解决轮胎力的非线性给实时优化带来的问题, 利用分段仿射方法对魔术轮胎模型进行分段线性化处理^[12], 则轮胎模型可写成式(12)所示的分段函数

$$F_y = \begin{cases} b_3 & -\alpha_3 \leq \alpha < -\alpha_2 \\ -k_2 \alpha + b_2 & -\alpha_2 \leq \alpha \leq -\alpha_1 \\ -k_1 \alpha & -\alpha_1 < \alpha < \alpha_1 \\ -k_2 \alpha - b_2 & \alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2 \\ b_3 & \alpha_2 < \alpha \leq \alpha_3 \end{cases} \quad (12)$$

则分段线性化后轮胎模型可写成如下形式

$$\begin{cases} F_{yf}(\alpha_f) = k_{fi} \alpha_f + b_{fi} \\ F_{yr}(\alpha_r) = k_{ri} \alpha_r + b_{ri} \end{cases} \quad (13)$$

式中 k_{fi} 、 k_{ri} 、 b_{fi} 和 b_{ri} 分别为拟合后的曲线的相关参数, i 表示轮胎所处的不同区域的序号。将式(7)、(8)代入式(13)中, 根据式(4)~(6)可得

$$\ddot{e}_y = \frac{a_1}{m} \beta + \left(\frac{a_2}{mv_x} + v_x \right) \gamma - \frac{2k_{fi}}{m} \delta + \frac{2b_1}{m} - v_x^2 \rho \quad (14)$$

$$\dot{\beta} = \frac{a_1}{mv_x} \beta + \left(\frac{a_2}{mv_x^2} - 1 \right) \gamma - \frac{2k_{fi}}{mv_x} \delta + \frac{2b_1}{mv_x} \quad (15)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{a_2}{I_z} \beta + \frac{a_3}{I_z} \gamma - \frac{2k_{fi} l_f}{I_z} \delta + \frac{2b_2}{I_z} \quad (16)$$

式中, $a_1 = 2k_{fi} + 2k_{ri}$, $a_2 = 2k_{fi} l_f - 2k_{ri} l_r$, $a_3 = 2k_{fi} l_f^2 + 2k_{ri} l_r^2$, $b_1 = b_{fi} l_f + b_{ri} l_r$, $b_2 = b_{fi} l_f - b_{ri} l_r$ 。

联立式(9)~(11)与(14)~(16)得到车辆位置状态量和车辆运动状态变量的状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\delta + \mathbf{C} \quad (17)$$

$$\mathbf{x} = (e_y \quad \dot{e}_y \quad e_\psi \quad s \quad \beta \quad \gamma)^T$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{2k_{ef}}{m} & 0 & 0 & -\frac{2k_{ef}}{mv_x} & -\frac{2k_{ef} l_f}{I_z} \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2b_1}{m} - v_x^2 \rho & -v_x \rho & v_x & \frac{2b_1}{mv_x} & \frac{2b_2}{I_z} \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} v_x & 0 & 0 & 0 & v_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a_1}{m} & \frac{a_2}{mv_x} + v_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a_1}{mv_x} & \frac{a_2}{mv_x^2} - 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a_2}{I_z} & \frac{a_3}{I_z} \end{pmatrix}$$

2 换道决策

换道决策的目标是通过自车与周围关联车辆的运动状态来判断车辆是否可以换道, 为使车辆可以更加有效地应对不同交通环境, 控制系统根据自车与周围关联车辆的速度、加速度、相对距离将自车的换道状态划分为自由换道、避让换道以及紧急换道三个状态。如图 2 所示, 关联车辆 1、2、3 和自车的速度分别为 v_1 、 v_2 、 v_3 和 v_0 , t_{10} 、 t_{20} 和 t_{03} 为碰撞时距(Time to collision, TTC), 车辆 3 车头到自车车尾的距离为 s_{03} , 自车车头到车辆 1 和 2 车尾的距离分别为 s_{10} 和 s_{20} 。自车和车辆 2、3 之间具有换道空间的条件^[13]分别为

$$\begin{cases} t_{20} \geq t_{s1}, & v_0 - v_2 > 1.5 \text{ m/s} \\ s_{20} \geq v_0 t_{s2}, & v_0 - v_2 \leq 1.5 \text{ m/s} \\ s_{20} - s_b = (v_0 - v_2)t_{20} + (a_2 t_{20}^2 / 2) \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} t_{03} \geq t_{s1}, & v_3 - v_0 > 1.5 \text{ m/s} \\ s_{03} \geq v_3 t_{s2}, & v_3 - v_0 \leq 1.5 \text{ m/s} \\ s_{03} - s_b = (v_3 - v_0)t_{03} + (a_3 t_{03}^2 / 2) \end{cases} \quad (19)$$

式中, s_b 为缓冲距离, t_{s1} 和 t_{s2} 为安全时距, 当自车与车辆 2、3 之间的相对运动状态满足条件(18)、(19)时, 根据自车和车辆 1 的相对状态进行换道决策。车辆在有充足换道空间时, 其换道时间通常在 4 s 与 5 s 之间^[14], 因此 $t_{10} > 5 \text{ s}$ ($v_0 - v_1 > 1.5 \text{ m/s}$) 或 $s_{10} \geq v_0 t_{s2}$ ($v_0 - v_1 \leq 1.5 \text{ m/s}$) 时, 可保证换道完成时 TTC 大于 0, 则此状态下, 认为车辆处于自由换道状态。根据文献[13]可知, 车辆最小跟车时距可取 1.8 s, 因此 $5 \text{ s} \geq t_{10} > 1.8 \text{ s}$ 时, 车辆需在换道过程中实现避让, 则此状态下, 认为车辆处于避让换道

图 2 自车与周围关联车辆相对运动状态示意图

状态。在 $1.8 \text{ s} \geq t_{10} > t_1$ 时, 车辆的换道空间较小, 轮胎侧向力易达到饱和, 则此状态下, 认为车辆处于紧急换道状态(阈值 t_1 的选取见第 3.3 节)。

为便于描述, 定义换道决策函数 $\Psi(\cdot)$, 若决策状态量 $\mathbf{x}_d = (v_0, v_1, v_2, v_3, s_{10}, s_{20}, s_{03}, a_1, a_2, a_3)$ 满足自由换道条件, 则 $\Psi(\mathbf{x}_d)=1$; 若 $\mathbf{x}_d$ 满足避让换道条件, 则 $\Psi(\mathbf{x}_d)=2$; 若 $\mathbf{x}_d$ 满足紧急换道条件, 则 $\Psi(\mathbf{x}_d)=3$; 否则 $\Psi(\mathbf{x}_d)=0$, 则认为车辆无法安全完成换道。

3 车辆行驶安全边界

3.1 参考轨迹

车辆换道的目标是以一条无碰撞轨迹从初始车道行驶到目标车道, 且保持换道过程中车辆行驶稳定性。人类驾驶员在进行换道时, 不局限于某一条明确的期望换道轨迹, 其以目标车道为预瞄目标并时刻观察自车周围关联车辆的运动情况, 根据车-路环境变化对车辆转向进行调整性操作。如图 3 所示, 与人类驾驶员类似, 本文所提出的换道控制系统选用目标车道的车道中心线作为参考轨迹, 以此适用不同的换道环境, 提高车辆换道过程中的动态调整空间。以目标车道的车道中心线作为参考轨迹, 仅考虑了自车换道前后的始末状态, 为保证车辆在进行常规换道和紧急避让换道过程中的避障安全性、行驶舒适性和行驶稳定性, 需要明确不同换道状态下自车位置状态变量约束以及车辆运动状态变量约束。

图3 换道示意图

3.2 车辆位置安全边界

在换道过程中, 车辆的位置状态要满足以下两个条件: ① 与避让车辆不发生碰撞; ② 换道后保持在目标车道内。为满足上述条件, 需对自车的位置进行约束。车辆在不同环境下进行自动换道时, 自车所要满足的位置约束应根据周围关联车辆的运动状态进行实时、动态的调整, 从而实现通过位置约束的改变来使换道过程中的车辆状态适应环境的变化。自车-他车-道路相对位置关系如图 4 所示, 令车辆在参考线右边时车辆距离参考线的侧向偏差为正, 在左边时为负。则在车辆换道过程中, 要求

$$-e_1 + \frac{d_v}{2} \leq e_y \leq e_r - \frac{d_v}{2} \quad (20)$$

式中, d_v 为车辆宽度, e_l 为车辆换道时左侧安全位置边界线与目标车道中心线的距离, e_r 为车辆换道时右侧安全位置边界线与目标车道中心线的距离。

为保证换道避障安全性, 将车辆矩形安全区域^[15]用于换道安全位置边界的确定。如图 4 所示(以自车向左换道为例), 车辆换道时, 仅有他车的后方安全距离 e_{vr} 和左侧安全距离 e_{vf} 与车辆位置安全边界相关。左侧安全距离 e_{vf} 的设定与传统的矩形安全区域的设定保持一致。为避免由后方安全距离 e_{vr} 确定的边界 O_1O_2 位于实时计算的第 k 步和第 $k+1$ 步之间, 致使车辆发生碰撞, 将 e_{vr} 设定为随自车车头到前车车尾距离 s_{10} 变化而改变的时变安全距离。自车车头与边界 O_1O_2 的距离需满足

$$s_{10}(k) - e_{vr}(k) = N_1 \Delta v t_1, \quad N_1 \in \mathbf{N}^* \quad (21)$$

式中, t_1 为采样周期, Δv 为自车与他车的速度之差。式(21)保证了由 e_{vr} 确定的边界恰好为实时计算的第 k 步。其中 e_{vr} 需满足

$$e_{vr}(k) \geq \Delta v t_s \quad (22)$$

式中, t_s 为安全时距, 根据式(21)、(22), N_1 取可行解中的最大值, 则 e_{vr} 随之确定。每一步的自车车头到前车车尾距离 s_{10} 可由下式求得

$$s_{10}(k+1) = s_{10}(k) - \Delta v t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 \quad (23)$$

所以, 反应换道过程中车辆位置相对变化的行驶位置边界可实时计算得到。因此, 根据式(20)可得换道过程中车辆行驶位置需满足

$$\mathbf{P}_e \mathbf{x} \leq \mathbf{L}_e \quad (24)$$

式中

$$\mathbf{P}_e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{L}_e = \begin{pmatrix} e_r - \frac{d}{2} \\ e_l - \frac{d}{2} \end{pmatrix}$$

3.3 车辆运动状态安全边界

车辆稳定性边界如图 5 所示, 由横摆角速度和质心侧偏角构建的安全边界 $ABDE$ 、 $AGDH$ 以及 $ABCDEF$ 为目前研究较多的三种。安全边界 $AGDH$ 最初由 BOBIER 等^[16]提出, 考虑到在 G 点和 H 点

图5 车辆运动状态安全边界示意图

附近，有车辆失稳现象发生，进一步构建了安全边界 $ABCDEF$ ^[11,17]。虽然在该安全边界的 $\triangle AEF$ 和 $\triangle AEF$ 区域内，失稳的车辆有时可以安全地回到安全区域，但需要对受控车辆进行合理的控制，车辆的稳定性难以保证。为此，BEAL 等^[18]对车辆稳定性安全边界进行进一步的优化，提出安全边界 $ABDE$ ，最大限度地保证了车辆的行驶稳定性。考虑到车辆换道时的行驶稳定性，本文利用安全边界 $ABDE$ 作为车辆换道行驶必须要满足的约束。

由车辆动力学可知，横摆角速度最大值和质心侧偏角的最大值可由下式得到^[16]

$$\begin{cases} \gamma_{\max} = \mu g / v_x \\ \beta_{\max} = \alpha_{rs} + \frac{l_r \gamma}{v_x} \end{cases} \quad (25)$$

式中 μ 为路面附着系数， α_{rs} 为后轮侧偏角饱和值。根据式(25)可得换道过程中的车辆横摆角速度和质心侧偏角需满足的条件为

$$\begin{cases} -\mu g / v_x \leq \gamma \leq \mu g / v_x \\ -\alpha_{rs} + \frac{l_r \gamma}{v_x} \leq \beta \leq \alpha_{rs} + \frac{l_r \gamma}{v_x} \end{cases} \quad (26)$$

式(26)确定了边界 $ABDE$ 。假设 μ ， γ 和 v_x 可实时估计，则安全边界 $ABDE$ 的边界线可计算得到。

以目标车道中心线为参考轨迹，较大的侧向偏差会导致换道过程中的横摆角速度过大，仅以安全边界 $ABDE$ 作为所有换道状态下的车辆运动状态约束，难以保证换道行驶的舒适性。为此本文根据车辆换道状态的不同，将安全区域 $ABDE$ 划分多个区域，构建随换道状态变化的横摆角速度边界，从而使换道过程中的车辆具有较好的舒适性。如图6所示，假定车辆以恒定的横摆角速度进行换道行驶，轨迹线 c_1 为车辆以横摆角速度 γ_1 行驶得到一条临界轨迹， c_1 交车辆安全矩形区域于 O_1 点，则当车辆换道时的最大横摆角速度 $\gamma_{\max} < \gamma_1$ 时，车辆会与前车发生碰撞；轨迹线 c_2 为车辆以横摆角速度 γ_2 行驶得

图6 横摆角速度边界示意图

到的一条特征轨迹，轨迹 c_2 交目标车道中心线于 O_3 点，车辆从初始位置换道行驶至目标车道上的 O_3 点，则能保证车辆避让换道的安全性^[19]，因此设定 O_3 点为特征位置点，此状态下车辆可安全的完成换道；车辆以横摆角速度 $\gamma_3 = \mu g / v_x$ 行驶得到的临界轨迹 c_3 ，则当换道轨迹位于轨迹线 c_3 左边区域时，车辆会出现失稳现象。

若车辆在 TTC 为 t_{10} 时进行换道得到临界轨迹 c_1 ，则自车行驶距离为 $v_0 t_{10}$ ，即 $K_2 O_1$ 的长度 $l_{K_2 O_1} = v_0 t_{10}$ ，在 $\triangle O_1 K_1 K_2$ 和 $\triangle K_3 K_1 K_4$ 中

$$l_{K_3 K_1} = \frac{l_{K_1 K_2}^2 + v_0^2 t_{10}^2}{2 l_{K_1 K_2}} \quad (27)$$

因此

$$\gamma_1 = \frac{v_0}{l_{K_1 K_2}} + v_0 \rho = \frac{2 l_{K_1 K_2} v_0}{l_{K_1 K_2}^2 + v_0^2 t_{10}^2} + v_0 \rho \quad (28)$$

同理可得

$$\gamma_2 = \frac{2(l_{K_1 K_2} + l_{O_1 O_3})v_0}{(l_{K_1 K_2} + l_{O_1 O_3})^2 + v_0^2 t_{10}^2} + v_0 \rho \quad (29)$$

式中， $l_{K_1 K_2}$ 、 $l_{K_3 K_1}$ 和 $l_{O_1 O_3}$ 分别为 $K_1 K_2$ 、 $K_3 K_1$ 和 $O_1 O_3$ 的长度。根据左侧安全距离 e_{vf} 、车辆宽度 d_v 和车道宽度 d_l ，不同换道状态下的临界横摆角速度 γ_1 、 γ_2 和 γ_3 可实时计算得到。

根据上述分析并结合图6可知，完成安全的换道行驶，车辆换道过程中的最大横摆角度需满足 $\gamma_3 \geq \gamma_{\max} > \gamma_1$ ，即换道轨迹需在轨迹 c_1 和 c_3 形成的区域内。据此考虑换道行驶舒适性，对安全区域 $ABDE$ 进行划分，具体划分方法如下。

(1) 当 $\Psi(x_d)=1$ ，换道时 $t_{10} > 5$ s，由式(28)可得 $\gamma_1 v_0 < 0.016 g$ (取 $l_{K_1 K_2} = 2$ m)。文献[20]表明， $a_y \leq 0.2 g$ 时，车辆具有较好的行驶舒适性，因此，设定此状态下 $|\gamma| \leq \gamma_4$ ， $\beta \leq |\alpha_{rs}| + l_r \gamma_4 / v_x$ ， $\gamma_4 = \min(0.2 g / v_0 + v_0 \rho, \mu g / v_0)$ ，即换道过程中 γ 和 β 在边界 $A_1 B_1 D_1 E_1$ 内。

(2) 当 $\Psi(x_d)=2$ ，换道时 $5 \geq t_{10} > 2$ s，车辆换道过程中需完成避障，此时需保证 $\mu g / v_x \geq \gamma_{\max} \geq \gamma_1$ 。

考虑到 O_3 点为车辆实现安全避让换的特征位置点, 设定此状态下 $|\gamma| \leq \gamma_5$, $\beta \leq |\alpha_{rs}| + l_r \gamma_5 / v_x$, $\gamma_5 = \min(\gamma_2, \mu g / v_0)$, 即换道过程中 γ 和 β 在边界 $A_2 B_2 D_2 E_2$ 内。

(3) 当 $\Psi(\mathbf{x}_d) = 3$, 换道时 $2 \text{ s} \geq t_{10} > t_t$, 临界状态下有

$$\frac{\mu g}{v_0} = \frac{2l_{K_1 K_2} v_0}{l_{K_1 K_2}^2 + v_0^2 t_t^2} + v_0 \rho \quad (30)$$

则此状态下

$$t_t = \sqrt{\left[2l_{K_1 K_2} v_0^2 - l_{K_1 K_2}^2 (\mu g - v_0^2 \rho) \right] / v_0^2 (\mu g - v_0^2 \rho)}$$

由于换道空间较小, 完成安全稳定的换道即可, 设定此状态下 $|\gamma| \leq \mu g / v_x$, $\beta \leq |\alpha_{rs}| + l_r \mu g / v_x^2$, 即换道过程中 γ 和 β 在边界 $ABDE$ 内。

因此, 换道过程中车辆运动状态需满足

$$\mathbf{P}_s \mathbf{x} \leq \mathbf{L}_s \quad (31)$$

$$\mathbf{P}_s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{l_r}{v_x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \frac{l_r}{v_x} \end{pmatrix} \quad \mathbf{L}_s = \begin{pmatrix} \gamma_{\max} \\ \gamma_{\max} \\ \alpha_{rs} \\ \alpha_{rs} \end{pmatrix}$$

$$\gamma_{\max} = \begin{cases} \gamma_4 & \Psi(\mathbf{x}_d) = 1 \\ \gamma_5 & \Psi(\mathbf{x}_d) = 2 \\ \mu g / v_0 & \Psi(\mathbf{x}_d) = 3 \end{cases}$$

4 控制器设计

4.1 控制系统结构

所设计的换道控制系统采用分层结构, 主要由车道换道决策层、换道控制层和换道执行层组成, 如图7所示。根据自车和他车的位置信息、速度信息, 系统决策出车辆换道状态。换道控制层将车辆矩形安全区域和避障安全性相结合, 计算车辆换道行驶位置安全边界; 同时依据车辆换道状态划分横摆角速度约束区域, 构建考虑换道行驶舒适性和换道行驶稳定性的车辆运动状态安全边界。模型预测控制器以目标车道中心线为参考轨迹, 基于模型预测理论, 结合车辆换道行驶位置安全边界、车辆运动状态安全边界以及转向盘转角约束, 计算理想前轮转角。最后由电机控制器控制车辆转向。

4.2 模型预测控制器

换道车辆以目标车道中心线为参考轨迹, 在位置约束和车辆换道运动状态约束的限制下, 根据环

图7 换道控制系统结构

境变化自适应的调整行驶状态, 从而安全稳定的完成换道控制。利用模型预测算法对未来轨迹的预测和处理多目标约束条件的能力, 实现无明确换道轨迹的换道控制。

对式(17)进行离散化处理, 得到离散化模型

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_k \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_k \delta(k) + \mathbf{C}_k \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (32)$$

令 $\xi(k) = (\mathbf{x}(k) \ \delta(k-1))^T$ 为增广后的状态变量, 则以控制增量 $\Delta\delta$ 为控制量的状态方程为

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \tilde{\mathbf{A}}_k \xi(k) + \tilde{\mathbf{B}}_k \Delta\delta(k) + \tilde{\mathbf{C}}_k \\ \eta(k) = \tilde{\mathbf{D}}_k \xi(k) \end{cases} \quad (33)$$

式中

$$\tilde{\mathbf{A}}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_k & \mathbf{B}_k \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & 1 \end{pmatrix}, \tilde{\mathbf{B}}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_k \\ 1 \end{pmatrix}, \tilde{\mathbf{C}}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_k \\ 0 \end{pmatrix}, \tilde{\mathbf{D}}_k = (\mathbf{D}_k \ 0)$$

根据式(33)所示的离散化模型, 将前述的换道控制要求转变为式(34)所示的优化目标函数。

$$J(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \|\eta(k+i|t) - \eta_r(k+i|t)\|_Q^2 + \sum_{i=1}^{N_c-1} \|\Delta\delta(k+i|t)\|_R^2 \quad (34)$$

式(34)中的第一项由系统输出量构成, 表征了控制系统对目标车道中心线的跟随能力; 第二项则体现了控制系统对控制量平稳变化的要求。 $\eta_r(t)$ 为参考输出, N_p 为预测时域, N_c 为控制时域, $\Delta\delta$ 为输入变量的增量, 权重系数 $R=10$, 权重矩阵 $\mathbf{Q} =$

$\text{diag}(5, 0, 100, 0, 0, 0, 0)$ 。实现安全稳定的换道控制, 车辆的换道状态需要满足位置安全边界和运动状态安全边界约束。此外, 换道过程中的前轮转角和其转角增量也需满足一定的限制要求, 设定 $|\delta(k)| \leq \delta_{\max}$, $|\Delta\delta(k)| \leq \Delta\delta_{\max}$ 。

结合式(24)、(31)和(34), 模型预测控制在每一步的约束优化问题求解都等价于求解如下的二次规划问题 $\tilde{u}=0$

$$\begin{aligned} \min_{\Delta\delta} \quad & \sum_{i=1}^{N_p} \|\eta(k+i|t) - \eta_r(k+i|t)\|_Q^2 + \\ & \sum_{i=1}^{N_c-1} \lambda \|\Delta\delta(k+i|t)\|_R^2 + \sum_{i=1}^{N_c-1} w_s \varepsilon_s(k+i|t) + \\ & \sum_{i=1}^{N_c-1} w_\delta \varepsilon_\delta(k+i|t) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_k \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_k \delta(k) + \mathbf{C}_k \quad (36)$$

$$\mathbf{P}_e \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{L}_e(k), \quad k=0,1,\dots,N_c-1 \quad (36)$$

$$\mathbf{P}_s \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{L}_s + \varepsilon_s(k), \quad k=0,1,\dots,N_c-1 \quad (37)$$

$$|\delta(k)| \leq \delta_{\max}, \quad k=0,1,\dots,N_c-1 \quad (38)$$

$$|\Delta\delta(k)| \leq \Delta\delta_{\max} + \varepsilon_\delta(k), \quad k=0,1,\dots,N_c-1 \quad (39)$$

在此二次规划问题的求解中, 需要优化的变量是前轮转角轨迹 δ 、车辆运动状态安全边界松弛变量 ε_s 和转角增量松弛变量 ε_δ 。在优化问题中增加可调参数 λ 的目的是保证在整个控制时域内给出更均匀的平滑轨迹。 w_s 为权重矩阵, 和 w_δ 为权重系数。式(36)和(37)为根据车辆行驶安全边界分别对车辆位置和车辆运动状态进行的约束限制。由于换道环境是实时变化的, 特别是紧急避让换道时, 前方车辆运动状态的突然改变, 会对该优化问题的求解带来影响。因此增加松弛变量 ε_s 和 ε_δ , 设定违反安全包络约束的惩罚函数, 以保证在每个时间步长, 模型预测控制器解决的优化问题总有可行解, 式(35)鼓励零值松弛变量, 从而产生最佳的车辆轨迹。

5 仿真分析及硬件在环试验

5.1 仿真及结果分析

为验证所提出换道控制算法的有效性和应对环境变化的鲁棒性, 构建了 Simulink 和 CarSim 联合仿真模型, 车辆模型在 CarSim 环境中设置, 控制算法在 Simulink 中搭建。在不同车辆状态和不同行驶环境下, 进行换道控制算法的对比仿真试验, 仿真中使用的参数如表 1 所示。

表 1 仿真模型参数表

参数	数值
整车质量 m/kg	1 416
整车绕铅垂轴转动惯量 $I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	1 770
质心到前轴的距离 l_f/m	1.01
质心到后轴的距离 l_r/m	1.56
车辆宽度 d_v/m	1.75
电动机减速机构传动比 N	22
前轮到转向柱的传动比 i_{sw}	16.5
预测时域 N_p	40
控制时域 N_c	10
采样周期 t_1/s	0.1

仿真试验 I: 自车分别以 10 m/s、20 m/s 和 30 m/s 的车速在路面附着系数为 0.8 的直线道路上行驶, 在 $t_{10}=6\text{ s}$ 时进行换道, 前方车辆速度别为 5 m/s、15 m/s 和 25 m/s。

换道控制结果如图 8 所示, 在不同车速状态下, 车辆在 $t_{10}=6\text{ s}$ 时进行换道, 此时车辆处于自由换道状态, 当车辆的侧向偏差接近于 0, 即车辆已处于换道完成状态时, TTC 大于 0, 表明车辆在此状态下安全的完成了换道。此外, 在车辆到达目标车道中心线后, 虽然车辆的侧向偏差有所波动, 但侧向偏差较小且 $-1.75\text{ m} \leq e_y \leq 1.75\text{ m}$, 即车辆换道后保持在目标车道内行驶。在自由换道状态下, 车辆运动状态安全边界中的横摆角速度边界 $\gamma_4 = 0.2g/v_0 + v_0\rho$, 图 8 中 3 种车速对应的横摆角速度边界分别为 $\gamma_4 = 11.46 (^{\circ})/\text{s}$ 、 $\gamma_4 = 5.73 (^{\circ})/\text{s}$ 和

图 8 不同车速下的换道控制结果

$\gamma_4 = 3.82(^{\circ})/\text{s}$ 。车速越大,横摆角速度边界越小,在不同车速下,车辆换道时的横摆角速度和质心侧偏角都在安全边界内,保证了车辆的换道稳定性和换道舒适性。由图8和分析可知,所设计的换道控制方法在各种车速下均能安全舒适的完成自动换道。

仿真试验II: 自车以 20 m/s 的车速,在路面附着系数为 0.8,半径分别为 200 m 和 300 m 的道路上行驶,前方车辆速度为 15 m/s,在 $t_{10} = 3$ s 时进行换道。

不同道路曲率下的换道控制结果如图9所示,车辆在 $t_{10} = 3$ s 时进行换道,此时车辆处于避让换道状态。在未换道时,为跟踪上当前车道中心线,车辆的侧向偏差有一定的波动。在碰撞时距 $t_{10} = 0$ s 时,两种换道状态下都满足 $|e_y| + d_v/2 \leq l_{O_3} (|e_y| + d_v/2)$ 近似为车辆右前轮到目标车道中心线的距离, l_{O_3} 取 2.5 m),表明车辆能在换道过程中安全地完成避让。由图9可看出,在弯道换道状态下,换道完成后车辆能保持在目标车道内行驶。此状态下,车辆

图9 不同道路曲率下的换道控制结果

横摆角速度安全边界 $\gamma_5 = \gamma_2$, 在半径为 200 m 和 300 m 的道路上进行避让换道所对应的横摆角速度边界分别为 $\gamma_5 = 8.59(^{\circ})/\text{s}$ 和 $\gamma_5 = 6.68(^{\circ})/\text{s}$ 。两种换道状态下,较小的换道空间和较大的道路曲率使得车辆需要以较大的横摆角速度进行换道,在安全边界的约束下,虽然横摆角速度达到安全边界,但均未越过包络边界。为满足安全边界的约束,在 $t = 4.8$ s 转向盘转角达到一定的数值后,在一定的时间内保持相同的转向状态。由图9及分析可知,所设计的换道控制方法在不同曲率的弯道上均能安全舒适的完成自动换道。

仿真试验III: 自车以 30 m/s 的车速,在路面附着系数为 0.4 道路上直线行驶,在 $t_{10} = 1.5$ s 时进行换道,在以下两种工况下分别进行试验。工况 A: 前方车辆以车速为 25 m/s 匀速行驶。工况 B: 前方车辆以车速为 25 m/s 匀速行驶,在 $t_{10} = 1.3$ s 时以加速度为 -6 m/s^2 进行紧急制动。

两种不同工况下的换道控制结果如图10所示,在 $t_{10} = 1.5$ s 时进行换道,车辆处于紧急换道状态。在 $t_{10} > 1.3$ s 时,两种状态下的车辆换道轨迹保持一

图10 前车不同运动状态下的换道控制结果

致, 由于工况 B 下前方车辆在 $t_{10}=1.3$ s 时进行紧急制动, 使得自车在此工况下的换道空间迅速减小, 控制系统通过调整转向盘转角来保证整个换道过程中的车辆位置都位于位置安全边界内, 在 $t_{10}<1.3$ s 时, 工况 B 下的车辆运动轨迹发生改变, 以更快的速度到达目标车道中心。与试验 I 和试验 II 相比, 虽然在这两种工况下, 车辆在达到目标车道后, 侧向偏差的波动较大, 但仍能很好地保持在车道内行驶。较小的换道空间使得两种工况下的自车横摆角速度都达到了安全边界, 由于工况 B 下前方车辆的紧急制动, 相对于工况 A, 自车在安全边界附近维持了更长一段时间, 以使车辆避免与前车发生碰撞。两种工况下, 整个换道过程中的横摆角速度和质心侧偏角都在安全边界内, 表明换道控制系统能够保证车辆换道行驶的稳定性的。

5.2 硬件在环试验

为更加准确地评估所设计的换道控制方法, 采用基于 LabVIEW/CarSim 联合的自动驾驶试验平台进行不同换道控制方法的硬件在环对比试验研究。为保证实际转向信息与控制车辆的实时交互, 试验台采用 PXI 实时系统作为运算环境, 上位机用于模型搭建和界面显示设置。如图 11 所示, 在 LabVIEW 中搭建的换道控制算法根据 CarSim 中的实时车-路环境计算目标前轮转角, 通过 PXI 数据发送模块分别给自动转向电机控制器和负载模拟装置的伺服电机控制器发送转角控制信号和阻力矩控制信号。PXI 数据采集系统接受转矩转角传感器信息, 并将其发送给 CarSim 车辆模型, 从而控制车辆运动。

图 11 硬件在环试验平台

硬件在环试验工况: 为与仿真工况保持一致, 在 CarSim 虚拟环境中设计由直道和弯道组合而成

道路如图 12 所示, 车道路宽为 3.75 m, 前 400 m 道路的路面附着系数为 0.8, 后 800 m 道路的路面附着系数为 0.4。车辆共进行四次自动换道, 四次换道工况分别为仿真试验 I 中自车速度为 20 m/s 的工况、仿真试验 II 中道路半径为 300 m 的工况以及仿真试验 III 中的两种工况。

图 12 试验路径

本文换道控制方法与多项式方法^[5]以及势场函数数道方法^[10]的硬件在环试验结果如图 13 所示, 并对不同换道控制方法下 $t_{10}=0$ s 时车辆距离目标车道中心线的距离 $|e_y|$ 以及换道过程中车辆横摆角速度的最大值 $|\gamma|_{\max}$ 进行对比, 如表 2 所示。从图 13 看出, 本文提出的换道控制方法的硬件在环试验结果与仿真结果基本保持一致, $|e_y| \leq l_{o_3} - d_v/2$ ($l_{o_3} - d_v/2 = 1.625$ m) 且质心侧偏角和横摆角速度在安全边界内。结合表 2 可知, 在第 2 次、第 3 次和第 4 次换道时, 相比于另外两种方法, 在基于车辆行驶安全边界的换道控制方法作用下, $t_{10}=0$ s 时 $|e_y|$ 值更小, 换道安全性更高。在第 4 次换道时, 在多项式换道方法和势场函数方法作用下, $|e_y|$ 均大

图13 硬件在环试验结果

于 1.625 m, 表明换道过程中车辆发生了碰撞。虽然四次换道过程中, 车辆均在稳定性安全边界内, 但是本文所设计的方法相对于其他两种方法, $|y|_{\max}$ 标准差分别减小了 18.4% 和 22.5%, 舒适性更好。

表2 试验结果对比

参数	方法	换道次序			
		1	2	3	4
横向偏差 $ e_y /m$	安全边界方法	0.054	0.75	0.89	1.49
	多项式方法	0.073	1.12	1.42	1.89
	势场函数方法	0.081	1.02	1.34	1.97
横摆角速度最大值 $ y _{\max}/[^\circ/s]$	安全边界方法	5.54	6.64	7.45	7.69
	多项式方法	5.76	8.56	7.72	7.78
	势场函数方法	5.82	8.84	7.54	7.71

综合以上分析, 提出的基于车辆行驶安全边界的换道控制方法, 在不同换道状态下都可以保证车辆换道的避障安全性和行驶稳定性, 应对时变换道环境的鲁棒性强。相比于其他两种方法, 本文所提出的换道控制方法能够提高车辆换道的各项性能。

6 结论

(1) 根据自车与周围关联车辆之间的车路位置关系设计了换道决策方法, 将车辆换道状态分为自由换道、避让换道和紧急换道三种。依据换道过程中自车位置需要满足的要求, 建立了车辆位置安全边界; 考虑不同换道环境下车辆换道舒适性和行驶稳定性要求, 建立了适用于不同换道状态的车辆运动状态安全边界。

(2) 根据模型预测理论, 利用车辆位置安全边界和车辆运动状态安全边界构建了车辆换道行驶状态参数约束条件, 设计了模型预测控制器, 确定转向控制的理想前轮转角, 并确保每个优化时刻优化目标都有可行解。

(3) 多种工况下的仿真和硬件在环试验结果表明, 所设计的基于车辆行驶安全边界的换道控制方法能很好地处理不同换道状态, 与多项式方法和势场函数方法相比, 该方法在保证车辆换道的避障安全性和行驶稳定性时兼具换道舒适性, 应对时变换道环境的鲁棒性更强, 安全性更高。

参考文献

- [1] BENGLER K, DIETMAYER K, FARBER B, et al. Three decades of driver assistance systems: Review and future perspectives[J]. IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, 2014, 6(4): 6-22.
- [2] SCARBORO M, RUDD R, SOCHOR M. National highway traffic safety administration[J]. Public Health Reports, 2012, 102(6): 667-668.
- [3] 孙扬, 熊光明, 陈慧岩, 等. 基于混沌理论的无人驾驶车辆行驶轨迹量化分析[J]. 机械工程学报, 2016, 52(2): 127-133.
- [4] SUN Yang, XIONG Guangming, CHEN Huiyan, et al. Quantitative analysis of unmanned ground vehicles trajectories based on chaos theory[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(2): 127-133.
- [5] NILSSON J, BRANNSTOM M, COELINGH E, et al. Lane change maneuvers for automated vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2017, 18(5): 1087-1096.
- [6] LIE G, PING G, MING Y, et al. Lane changing trajectory planning and tracking controller design for intelligent vehicle running on curved road[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014: 1-9.

- [6] WANG L, ZHAO X, SU H, et al. Lane changing trajectory planning and tracking control for intelligent vehicle on curved road[J]. Springer Plus, 2016, 5(1): 1150.
- [7] LI X, SUN Z, CAO D, et al. Development of a new integrated local trajectory planning and tracking control framework for autonomous ground vehicles[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2017, 87: 118-137.
- [8] GAO Y, LIN T, BORRELI F, et al. Predictive control of autonomous ground vehicles with obstacle avoidance on slippery roads[C]// ASME 2010 Dynamic Systems and Control Conference. American Society of Mechanical Engineers, 2010: 265-272.
- [9] DAVID G, JOSHUE P, LATTARULO R, et al. Continuous curvature planning with obstacle avoidance capabilities in urban scenarios[C]// 17th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). IEEE, 2014: 1430-1435.
- [10] JI J, KHAJEPOUR A, MELEK W W, et al. Path planning and tracking for vehicle collision avoidance based on model predictive control with multiconstraints[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(2): 952-964.
- [11] 王其东, 王金波, 陈无畏, 等. 基于汽车行驶安全边界的 EPS 与 ESP 协调控制策略[J]. 机械工程学报, 2016, 52(6): 99-107.
- WANG Qidong, WANG Jinbo, CHEN Wuwei, et al. Coordinated control strategy of EPS and ESP based on vehicle driving safe boundary[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(6): 99-107.
- [12] CAIRANO S D, TSENG H E, BERNARDINI, D, et al. Vehicle yaw stability control by coordinated active front steering and differential braking in the tire sideslip angles domain[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 21(4): 1236-1248.
- [13] 党睿娜. 具有换道辅助功能的车辆自适应巡航控制[D]. 北京: 清华大学, 2013.
- DANG Ruina. Vehicular adaptive cruise control with lane change assist[D]. Beijing: Tsinghua University, 2013.
- [14] ZHOU B, WANG Y, YU G, et al. A lane-change trajectory model from drivers' vision view[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2017, 85: 609-627.
- [15] BAI H, SHEN J, WEI L, et al. Accelerated lane-changing trajectory planning of automated vehicles with vehicle-to-vehicle collaboration[J]. Journal of Advanced Transportation, 2017, 2017(3): 1-11.
- [16] BOBIER C G, GERDES J C. Staying within the nullcline boundary for vehicle envelope control using a sliding surface[J]. Vehicle System Dynamics, 2013, 51(2): 199-217.
- [17] BOBIER C G, GERDES J C. Sliding surface vehicle envelope control: A cooperative design between controller and envelope[C]// 2012 American Control Conference (ACC). IEEE, 2012: 6521-6526.
- [18] BEAL C E, GERDES J C. Model predictive control for vehicle stabilization at the limits of handling[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(4): 1258-1269.
- [19] SINGH A, SINGH P, NISHIHARA O. Obstacle avoidance by steering and braking with minimum total vehicle force[J]. IFAC-PapersOnLine, 2016, 49(19): 486-493.
- [20] LEE J, CHOI J, YI K, et al. Lane-keeping assistance control algorithm using differential braking to prevent unintended lane departures[J]. Control Engineering Practice, 2014, 23: 1-13.

作者简介: 王慧然, 男, 1991 年出生, 博士研究生。主要研究方向为车辆动力学与控制技术和自动驾驶技术。

E-mail: wanghuiran7@163.com

王其东(通信作者), 男, 1964 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为现代车辆动力学及其控制、辅助驾驶和自动驾驶技术。

E-mail: qidongwang1964@163.com

陈无畏, 男, 1951 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为车辆动力学与控制、辅助驾驶和自动驾驶技术, 发表论文 300 余篇。

E-mail: hfgdcjs@126.com