DOI: 10.3901/JME.2020.19.253

基于四次贝塞尔曲线的起重机转弯非圆曲线轨道优化设计

梁 岗¹ 吴章杰¹ 於伟坤²

(1. 上海海事大学物流工程学院 上海 201306;

2. 上海振华重工(集团)股份有限公司 上海 200125)

摘要: 为解决有轨起重机在转弯时出现的啃轨、卡轨问题,提出了基于贝塞尔曲线的起重机非圆曲线轨道方案。方案选用四次贝塞尔曲线作为转弯内轨曲线,针对起重机单轮和多轮情况,通过起重机电行走机构的几何关系计算出外侧前后点的轨迹。以外侧前后点最小偏差量为优化目标函数,利用多始点启发式全局优化算法搜寻最优的贝塞尔曲线参数,并通过 Hermite 插值法拟合出外轨轨迹。计算结果表明,与传统圆弧转弯轨道相比,以非圆贝塞尔曲线作转弯轨道时在起重机转弯过程中出现的外侧前后点最大偏差量大幅减小。此外还分析得出,偏差量会随着基距和轨距的增大而增大,随着圆弧内轨半径和直轨道夹角的增大而减小。另外,通过计算比较非圆四次贝塞尔曲线轨道曲率半径与圆弧轨道情况下单轮和 2 轮台车卡轨时极限曲率半径,验证了起重机电行走的实际通过性,最后利用 ADAMS 进行动态仿真实验论证。

关键词: 有轨起重机; 贝塞尔曲线; 偏差量; 全局优化算法; 曲率半径; 动态仿真

中图分类号: TH213

Optimization Design of Non-circular Curve Track of Crane Turning Based on Four Times Bezier Curve

LIANG Gang¹ WU Zhangjie¹ YU Weikun²

(1. Logistics Engineering College, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306;

2. Shanghai Zhenhua Heavy Industry (group) Co., Ltd., Shanghai 200125)

Abstract: In order to solve the problems of rail gnawing and jamming in the turning of rail crane, a non-circular curve scheme of the crane based on Bezier curve is proposed. In the scheme, the fourth Bezier curve is chosen as the turning curve of the inner rail. According to the single wheel and multi-wheel situation of the crane, the tracks of the front and rear points on the outer side are calculated through the geometric relationship of the traveling mechanism of the crane cart. Taking the minimum deviation of the front and back points as the objective function of optimization, and the optimal parameters of Bezier curve are searched by the multi-start point heuristic global optimization algorithm, and the outer orbit trajectory is fitted by Hermite interpolation. The calculation results show that the maximum deviation of the front and rear points on the outside of the crane during the turning process decreases significantly when the non-circular Bezier curve is used as the turning track compared with the traditional circular turning track. In addition, it is also analyzed that the deviation will increase with the increase of the base distance and the gauge distance, and decrease with the increase of the radius of the arc inner rail and the angle between the straight track. In addition, the curvature radius of non-circular quadruple Bezier curve track is calculated and compared with the curvature radius of single-wheeled and two-wheeled trolleys when they are stuck on circular track, which verifies the actual passability of the crane's turning. Finally, ADAMS is used to carry out dynamic simulation experiment and demonstrate the calculation.

Key words: rail crane; Bezier curve; deviation vector; global optimization algorithm; curvature radius; dynamic simulation

0 前言

现代大型港口往往分布有多个泊位,而泊位的分布很大程度上依赖于港口岸边的自然条件。为了实现一台岸边集装箱起重机(岸桥)多个泊位的作业,需要岸桥能够在多个泊位之间移动。通常情况下,起重机只需在直轨道上运行,但有些港口非单向靠海,泊位无法线性分布,因此需要起重机转弯移动。然而在有轨运行式起重机转弯的过程中,一侧的前后轮会产生运行轨迹的偏移,特别是多轮大车运行系统偏移量更大。如果偏移量足够小,可以靠轮缘与轨道之间的间隙抵消掉,但是如果这个偏移量太大以至于轮缘和轨道之间的间隙不足以抵消,就会造成大车轮缘与轨道之间的啃轨、卡轨等危险情况,所以起重机转弯问题随着起重机行业的发展日益成为行业关注的焦点。

目前起重机大车转弯轨道的通过性问题主要通过以下几种办法:调整起重机框架尺寸、增加车轮踏面宽度或增加偏心轴承等。这些方法尽管有效,但是可调整的基本参数较少、可调范围也较小,其次对机构尺寸的修改还会极大增加设计难度与制造成本和周期。最重要的是修改后的起重机转弯半径过大且增加了额外的运动控制机构,会带来起重机运行稳定性问题。

传统的起重机转弯轨道的设计研究都是基于同心圆轨道,或者在同心圆轨道上做简单修正。顾树泽^[1]首次对水电站门式起重机运行机构的弯轨及过弯条件进行研究,推导出单轮及两轮的纯圆弧过弯的临界半径公式,并给出一套轨道修正方法。倪庆兴^[2]进一步推导出由若干台双轮平衡台车组成的支座结构通过圆弧轨道的临界条件,提出三种转弯设计方案并采用电子计算机程序实现轨道设计。徐国灵^[3]根据起重机运行机构的四种支点结构类型验算转弯时的最小曲率半径,确定了车轮与轨道之间的间隙值并给出了主要影响因素。结果证明采用上垂直支铰式结构的起重机更适用于同心圆轨道。张质文等^[4]提出了起重机在曲线上运行的验算方法,且更加细致地考虑了车轮轮缘与轨道的接触情况。王文涛^[5]概括了计算最小转弯半径和脱轨量的方法,并结合了上海振华港机设计的不同类型的转弯大车提出几种常用补偿方案。最后指出新型的修正轨道方案两个显著优点:一是弯道占码头面积小,二是没有偏心轴承也就不受附加弯矩的限制。

虽然同心圆转弯轨道在直线与圆弧的接点处的

函数值以及一阶导数均连续,但是二阶导数的不连续使得相接点处的偏移量陡增。所以数学上的一阶导数连续性无法满足起重机的平缓过渡要求,转弯轨道曲线必须具有二阶导数连续性方可满足此要求,所谓二阶导数连续性也即曲线曲率半径连续。直线的曲率半径为无穷大,圆弧的曲率半径为一定值,为此文献[6-8]提出在两者之间引入一条过渡曲线以满足曲率半径的连续变化。

近年来起重机制造业出现一种新型的起重机转弯方案,称之为修正轨道方案。修正轨道的弯道不是由简单的圆弧构成,而是采用非圆弧曲线。CHEN等^[9]利用回旋曲线作为过渡曲线设计了完整的非圆转弯轨道并推导出公式,同时利用仿真软件验证非圆轨道的通过性。董达善等^[10]同样利用回旋曲线作为过渡曲线,但更侧重于利用 ADAMS 仿真对回旋曲线的参数进行优化,以不断降低偏移量为目标得到了起重机平衡梁和基距尺寸的最优解。

添加过渡曲线的方法是奏效的,可是该拼接方式加大了完整轨道公式的推导难度,尤其在接点处的结合计算更容易出错。陈龙^[11]提供了一个新的弯轨设计思路,内轨由对称的两个螺旋曲线组成且直接与直轨相连,外轨则是外侧两车轮组支座中心运行轨迹的中位线。该轨道设计方案具有几处明显优势:一是岸桥转弯半径小降低了占地面积节省了多方面的成本,二是避免了侧移机构,既使得岸桥轻型化又没有损失转弯运行的安全性。董达善等^[12]运用 B 样条曲线拟合和迭代法对转弯轨道进行了优化设计,利用 ADAMS 建立模型并模拟转弯过程。结果证明该优化方法减少了轮轨的间隙和不对称性,保证了大车轮组的通过性。

贝塞尔曲线是样条曲线中的一种,能够实现与直线段之间的光滑过渡。因其良好的几何连续性和可控性,文献[13-16]将其应用于轨迹规划的研究中。根据起重机大车非圆曲线转弯轨道的特点,本文将四次贝塞尔曲线轨迹规划方法引入到起重机大车转弯轨道设计中。以大车外轨前后点偏差量为目标函数,文献[17-18]采用全局优化算法对多个控制点参数进行优化形成贝塞尔曲线内轨。由内轨车轮坐标参数方程和起重机相关参数通过刚体运动关联性直接推导出外轨前后点坐标参数方程,再依据最小二乘法等确定修正后的外轨曲线的各坐标点。为了保证计算后所得曲线的光滑性,需对计算所得离散点进行光滑处理,通过 Hermite 插值法形成最优外轨曲线轨道。并藉此对起重机大车单轮和多轮情况性的非圆曲线轨道进行了优化计算和比较分析,为起

重机大车转弯非圆曲线轨道设计研究提供借鉴。

1 起重机大车转弯非圆轨道优化的基本原则

现有的起重机一般采用四点支座式结构，车轮多采用双轮缘圆柱形车轮。如图 1 所示为八轮大车行走机构简化模型，其中 B 为起重机基距， S 为轨距。图 2 所示为八轮大车行走机构的平衡梁跨度示意图，其中 K_0 为轮距， K_1 、 K_2 、 K_3 分别为一、二、三级平衡梁跨度。

图 1 八轮大车行走机构简化模型

1. 简化后的起重机底部框架 2. 三级平衡梁 3. 二级平衡梁
4. 一级平衡梁 5. 车轮 6. 轨道

图 2 八轮大车平衡梁跨度示意图

对于不同的起重机设计，其基本模型与图 1 相似，只是每个支点上的平衡梁级数以及轮子数目不同。几种不同的起重机大车行走机构模型如图 3 所示。

单轮	无平衡梁	双轮	一级平衡梁
四轮(两轮共线)	二级平衡梁	四轮(两轮共线)	二级平衡梁
六轮	三级平衡梁	八轮	三级平衡梁

图 3 大车机构各轴点处轮子与平衡梁分类图

起重机轨道的优化方案主要有两种方式：

(1) 先定内后定外：以外轨前后点偏差量最小为优化目标，以此来定内轨，由所定内轨再确定外轨(即先定内轨后定外轨)。

(2) 先定外后定内：以内轨前后点偏差量最小为优化目标，以此来定外轨，由所定外轨再确定内轨(即先定外轨后定内轨)。

本文起重机大车转弯轨道的优化方案采用先定内轨后定外轨的方式，内轨采用四次贝塞尔曲线优化成型方法得到内轨前后点 a 、 b 的坐标矩阵。利用行走大车的几何结构关系得到外轨前后点 c 、 d 的坐标矩阵，接着以 a 点为原点、 ab 为横轴、 ad 为纵轴建立局部坐标系，再以外轨前后点偏差量最小为优化目标来确定内轨。最后由偏差量最小时确定的内轨贝塞尔曲线，依据最小二乘法等，确定修正后的外轨曲线的各坐标点。为了保证计算后所得曲线的光滑性，对计算所得离散点进行光滑处理，通过 Hermite 插值法拟合形成最优外轨曲线轨道。外轨理想轨道曲线需满足前后点轨迹偏移量最小化，因为偏移量的差值存在正负，则取前后点轨迹曲线的中心曲线为理想轨道曲线，即可达到偏移量最小化要求。这里需要说明的是，对于单轮情况，外轨前后点指的是起重机外侧的前后车轮坐标轨迹；而对于多轮情况，外轨前后点指的是起重机外侧下平衡梁前后旋转轴(图 1c、1d)的坐标轨迹。

如图 4 所示，四次贝塞尔曲线共有五个控制点，为了保证贝塞尔曲线轨道与直轨道的相切性，始末定控制点 P_0 、 P_4 设置在两直轨道与弯道的结合处，两直轨道相交于点 $A(z, 0)$ ，直轨道 II 与横轴夹角为 α 。可变控制点 P_1 、 P_3 设置在两直轨道的延长线上， P_2 则设置在两直轨道所包围的三角形区域内。通过调整控制点 P_1 、 P_3 在线段 AP_0 、 AP_4 上的位置以及

图 4 四次贝塞尔曲线内轨示意图

P_2 在三角区域的位置可获得贝塞尔曲线集,根据理论计算求出每条贝塞尔曲线对应的外轨前后点偏差量,以而不断修正弯道内轨贝塞尔曲线,从中选择偏差量最小时对应的贝塞尔曲线作为起重机转弯过程的内轨非圆曲线轨道。

四次贝塞尔曲线的参数方程如下

$$B(t) = P_0(1-t)^4 + 4P_1(1-t)^3t + 6P_2(1-t)^2t^2 + 4P_3(1-t)t^3 + P_4t^4, t \in [0,1] \quad (1)$$

其中将 $P_0(0,0)$, $P_1(u_1, v_1)$, $P_2(u_2, v_2)$, $P_3(u_3, v_3)$, $P_4(u, v)$ 的纵横坐标数值代入式(1)得

$$\begin{cases} x = 4u_1(1-t)^3t + 6u_2(1-t)^2t^2 + 4u_3(1-t)t^3 + ut^4 \\ y = 6v_2(1-t)^2t^2 + 4v_3(1-t)t^3 + vt^4 \end{cases} \quad (2)$$

2 外轨前后点偏差量计算

外轨前后点轨迹偏差量计算分为单轮(含两轮)和多轮情况,其中多轮又可分为四轮、六轮、八轮等情况,考虑到多轮外轨前后点轨迹偏差量计算方法相似,本文以四轮情况为例进行计算说明。

2.1 单轮情况

以起重机内侧的车轮中心(即支座中心)定位,如图5所示起重机单轮转弯示意图,计算另一侧轮子中心的轨迹坐标。

图5 起重机单轮转弯示意图

因为各旋转轴中心是否进入弯道对应的约束方程不同,所以需要分段计算处理。

1) 车轮未完全进入弯道

此时起重机内侧后轮 a 的坐标 (X_a, Y_a) , 其中 $X_a \in [-B, 0]$, $Y_a = 0$ 。内侧前轮 b 的坐标 (X_b, Y_b)

$$\begin{cases} X_b = 4u_1(1-t_b)^3t_b + 6u_2(1-t_b)^2t_b^2 + 4u_3(1-t_b)t_b^3 + ut_b^4 \\ Y_b = 6v_2(1-t_b)^2t_b^2 + 4v_3(1-t_b)t_b^3 + vt_b^4 \end{cases} \quad (3)$$

2) 车轮完全进入弯道

此时起重机内侧前、后轮的坐标为

$$\begin{cases} X_a = 4u_1(1-t_a)^3t_a + 6u_2(1-t_a)^2t_a^2 + 4u_3(1-t_a)t_a^3 + ut_a^4 \\ Y_a = 6v_2(1-t_a)^2t_a^2 + 4v_3(1-t_a)t_a^3 + vt_a^4 \\ X_b = 4u_1(1-t_b)^3t_b + 6u_2(1-t_b)^2t_b^2 + 4u_3(1-t_b)t_b^3 + ut_b^4 \\ Y_b = 6v_2(1-t_b)^2t_b^2 + 4v_3(1-t_b)t_b^3 + vt_b^4 \end{cases} \quad (4)$$

3) 车轮未完全出弯道

此时起重机内侧前、后轮的坐标为

$$\begin{cases} X_a = 4u_1(1-t_a)^3t_a + 6u_2(1-t_a)^2t_a^2 + 4u_3(1-t_a)t_a^3 + ut_a^4 \\ Y_a = 6v_2(1-t_a)^2t_a^2 + 4v_3(1-t_a)t_a^3 + vt_a^4 \\ X_b = u + (v - Y_b) \cot \alpha \end{cases} \quad (5)$$

根据大车行走机构简化模型可以找到支座中心 a 与 b 、 c 、 d 的几何位置坐标关系,并建立如下表达式

$$(X_a - X_b)^2 + (Y_a - Y_b)^2 = B^2 \quad (6)$$

$$\begin{cases} X_c = \frac{S}{B}(Y_a - Y_b) + X_b \\ Y_c = \frac{S}{B}(X_b - X_a) + Y_b \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} X_d = \frac{S}{B}(Y_a - Y_b) + X_a \\ Y_d = \frac{S}{B}(X_b - X_a) + Y_a \end{cases} \quad (8)$$

式中, t_a 、 t_b 分别为支座中心 a 、 b 处的贝塞尔曲线方程参数。由后轮 a 定位,将式(3)、(4)、(5)分别与(6)联立可求出支座中心 b 不同时刻的位置坐标,再由式(7)、(8)可得支座中心 c 、 d 的位置坐标。

在求解出外侧前支点 c 坐标轨迹矩阵后,建立图6所示局部坐标系。

其中, a 点为局部坐标系原点,局部坐标系 x' 轴与广义坐标系 x 轴的夹角为 β ,逆时针方向为正。支座中心 c 在广义坐标系中的轨迹坐标矩阵 X_c 、 Y_c 与在局部坐标系中的轨迹坐标矩阵 X'_c 、 Y'_c 之间的转化关系为

$$\begin{cases} X'_c = (X_c - X_a) \cos \beta + (Y_c - Y_a) \sin \beta \\ Y'_c = (Y_c - Y_a) \cos \beta - (X_c - X_a) \sin \beta \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可求出支座中心 c 在局部坐标系中的相对坐标矩阵,再利用 Hermite 插值法求出 c 轨迹线与局部坐标系纵轴 y' 交点的纵坐标矩阵,减去轨距

S 后取绝对值的一半即可得到在局部坐标原点处外侧前后点的偏差量矩阵 D 。随着大车行走机构的移动偏差量矩阵 D 存在一个影响轨道通过性的最大偏差值 M , 控制点 P_1 、 P_2 、 P_3 的移动所生成的贝塞尔曲线集产生不同的 M , 最终选取 M 最小时所对应的贝塞尔曲线作为优化内轨。

图 6 局部坐标系示意图

2.2 多轮情况

常见的多轮起重机包括但不限于四轮、六轮和八轮, 在起重机转弯过程中, 各一级平衡梁上的车轮都只能共线, 因此在建立数学模型时只计算共线车轮的中心位置坐标, 也即共线车轮旋转中心的位置坐标。

两轮转弯时, 其每个支座只有两轮因此只需计算各支座中心的位置坐标, 故双轮转弯的数学模型和单轮相同。

四轮转弯时, 根据一级平衡梁是否可绕立轴旋转可分为两种情况。

1) 四轮共线: 由于四轮只能绕二级平衡梁立轴中心转动, 而不能相对转动, 因此其数学建模的处理方式与双轮转弯相同。

2) 两轮共线: 与双轮类似, 只需计算共线车轮的中心位置坐标也即二级平衡梁两旋转轴中心的位置坐标, 并且同一轨道上的二级平衡梁转轴中心均在轨道的中心线上。

因各旋转轴中心是否进入弯道, 其约束方程不同, 因此需分段计算处理。分段过程与单轮大车转弯类似, 共分七种情况。

- 1) b_2 已进入弯道至 b_1 刚进弯道;
- 2) b_1 已进入弯道至 a_2 刚进弯道;
- 3) a_2 已进入弯道至 a_1 刚进弯道;
- 4) 完全进入弯道至 b_2 刚出弯道;

- 5) b_2 已出弯道至 b_1 刚出弯道;
- 6) b_1 已出弯道至 a_2 刚出弯道;
- 7) a_2 已出弯道至 a_1 刚好完全出弯。

此处选取第三种情况(如图 7 所示)加以详细表述, 其余情况方法类似不再赘述。

图 7 两轮共线时起重机四轮大车转弯示意图

当旋转轴中心 a_2 、 b_1 、 b_2 均处于弯轨道上时, 其横、纵坐标 $X_{a2}Y_{a2}$ 、 $X_{b1}Y_{b1}$ 和 $X_{b2}Y_{b2}$ 的约束条件均满足式(2), 此时三个未知数 t_{a2} 、 t_{b1} 、 t_{b2} 分别对应旋转轴中心 a_2 、 b_1 、 b_2 处的贝塞尔曲线参数方程的参数。

再根据起重机四轮大车机构的几何关系建立内侧各旋转中心的坐标

$$\begin{cases} X_{a2} = X_{a1} + K_2 \cos \theta \\ Y_{a2} = Y_{a1} + K_2 \sin \theta \\ X_{b1} = X_{a1} + \frac{K_2}{2} \cos \theta + B \cos \beta - \frac{K_2}{2} \cos \gamma \\ Y_{b1} = Y_{a1} + \frac{K_2}{2} \sin \theta + B \sin \beta - \frac{K_2}{2} \sin \gamma \\ X_{b2} = X_{a1} + \frac{K_2}{2} \cos \theta + B \cos \beta + \frac{K_2}{2} \cos \gamma \\ Y_{b2} = Y_{a1} + \frac{K_2}{2} \sin \theta + B \sin \beta + \frac{K_2}{2} \sin \gamma \end{cases} \quad (10)$$

式中, β 、 γ 、 θ 分别为内侧下平衡梁 ab 、二级平衡梁 b_1b_2 、 a_1a_2 与 x 轴正轴之间的夹角, 逆时针方向为正。

以旋转轴中心 a_1 定位, 将式(10)与 a_2 、 b_1 、 b_2 的横、纵坐标约束方程联立, 其中包含有 β 、 γ 、 θ 、 t_{a2} 、 t_{b1} 、 t_{b2} 共六个未知参数, 与联合方程组所包含的独立方程个数相同, 故由此可求出内侧支座中心

轨迹坐标。外侧下平衡梁前后支座中心 c 、 d 轨迹坐标以及外侧前后点偏差量的计算与单轮一致。

同理, 六轮和八轮大车行走机构转弯的理论方法和情况讨论与单轮和四轮类似, 此处不再赘述。

3 基于全局优化算法的内轨优化计算

由贝塞尔曲线成型的非圆内轨是通过 5 个控制点的位置变化而不断优化的, 优化目标就是将不同外轨前后点的最大偏移量 M 降到最小, 此时控制点所处的位置坐标参数就能形成最佳的优化内轨。然而在大多数实际工程应用当中, 根据港口岸边的自然条件通常将非圆轨道作对称化设计, 意味着其在图 4 中的具体表现为: 因各港口场地自然条件的限制, 两个直轨道所在的直线相交于固定点 A 并且夹角的补角 α 已知, 接着以 A 点为圆心, 根据安装场地的实际面积综合考虑非圆内轨的占地情况、转弯半径的大小以及工程要求等因素选取合理的半径作圆, 分别与直轨道 I 和直轨道 II 所在的直线相交固定了控制点 P_0 、 P_4 的位置, 因此阴影区域的 $\Delta P_0 A P_4$ 是等腰三角形。至此, 控制点 P_1 、 P_2 、 P_3 位置的变化决定贝塞尔曲线内轨的成型, 从而影响优化目标 M 的取值大小。

总体而言, 起重机在非圆曲线内轨上转弯的优化问题可如下表示

$$\min M(P_1(u_1, v_1), P_2(u_2, v_2), P_3(u_3, v_3)) \quad (11)$$

从图 4 可以看出, 控制点 P_1 、 P_3 在线段 AP_0 、 AP_4 上随机移动, 鉴于内轨的对称性设计可判定 P_2 点的最佳运动轨迹在 A 点与 $P_0 P_4$ 中点的连线上。因此, 可建立以下关系

$$\begin{cases} z = u + v \cot \alpha \\ v_2 = v(u_2 - z) / (u - 2z) \\ u_3 = z - v_3 \cot \alpha \end{cases} \quad (12)$$

则内轨全局优化问题可简化为

$$\begin{aligned} & \min M(u_1, u_2, v_3) \\ \text{s. t. } & \begin{cases} 0 \leq u_1 \leq z \\ u/2 \leq u_2 \leq z \\ v \leq v_3 \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

综上, 内轨优化问题包含多个变量, 具有非线性、非凸性的特征以及多个约束条件, 目标函数是不连续、不可微、高度非线性的, 并且没有明确的解析表达式, 所以经典的局部优化方法已经不适用。尽管局部优化算法远比全局优化算法成熟, 并且通用于实现, 但其结果完全依赖于邻域函数和初始

点的选取, 在搜索过程中极易陷入局部极小, 因此在大多数情况下无法实现全局最优。

目前国内外发展的全局优化算法一般分为两类: 确定型和随机型。前者包含分支定界法、水平集上积分法、下降轨迹法、隧道法、序列法以及填充函数法等, 后者则包括均匀分布搜索法、多始点算法、聚类算法、模拟退火、禁忌搜索、遗传算法、神经网络、蚁群算法、粒子群算法等等。通过结合 MATLAB 工具箱采用 GlobalSearch 全局搜索最优化算法, 隶属于多始点启发式算法, 其基本原理是: 首先全局搜索求解器生成基于分散搜索的若干起始试验点, 利用这些初始点调用局部求解器 fmincon 通过序列二次规划算法 (Sequential quadratic programming, SQP) 不断地判别迭代寻找出各自所在盆地中的极值点, 并删除成功希望渺茫的起点。接着利用评价函数对比各盆地的极值点, 最后搜索得到全局最优值。经过多次的试验证明, 利用 GlobalSearch 全局优化算法不仅得到更加精确稳定可靠的 M 值, 而且在程序运算的时间上较之于其他全局优化算法缩减很多。

4 实例计算分析

目前起重机的基本参数尚无国际标准, 各国、各地区甚至各码头在实际工程中会依据不同的要求自行设计确定。但世界各国各地区已经形成一些岸桥基本参数系列, 例如轨距、基距等。结合工程实际, 根据目前现有的岸桥参数范围, 选出如下岸桥和轨道数据: 轨道夹角 $\alpha=70^\circ \sim 90^\circ$; 轨距 $S=20 \sim 35$ m; 基距 $B=10 \sim 15$ m; 轮距 $K_0=1$ m; 圆弧内轨半径 $R=120 \sim 150$ m。

4.1 单、多轮情况内轨优化参数和外侧前后点最大偏差量比较分析

根据前文建立的起重机转弯模型, 选取轨道夹角 $\alpha=90^\circ$ 、轨距 $S=30$ m、基距 $B=15$ m、轮距 $K_0=1$ m、圆弧内轨半径 $R=120$ m 并通过全局优化算法的搜寻计算, 得到表 1 所示不同起重机的贝塞尔曲线内轨参数以及对应的偏差量。

表 1 不同起重机内轨的优化参数和偏差量

起重机类型	控制点 P_1 横坐标值 u_1/mm	控制点 P_2 横坐标值 u_2/mm	控制点 P_3 纵坐标值 v_3/mm	最大偏差量 M/mm
单轮	38 910	116 490	-81 083	4.681 9
四轮	39 258	116 170	-80 739	4.682 3
八轮	39 256	116 170	-80 739	4.682 8

通过观察表 1 的数据不难看出, 不论起重机的类型如何, 最终优化返回的参数以及偏差量十分接近。此外尽管 P_1 、 P_3 点在 AP_0 、 AP_4 上随机移动, 但是两点的最佳位置基本关于中位线对称, 这也印证了 P_2 点的最佳运动轨迹在 A 点与 P_0P_4 中点的连线上。与此同时从图 8 可以看出, 单轮与多轮情况生成的贝塞尔曲线内轨轨迹图和偏差量图基本一致, 为了便于对比圆弧轨道和贝塞尔曲线轨道以及分析讨论在不同参数下贝塞尔曲线内轨的偏差量变化, 选取单轮起重机为主要研究对象。

图 8 单、多轮起重机优化轨迹图和偏差量图

4.2 圆弧轨道与贝塞尔曲线轨道的外轨偏差量比较分析

在相同的大车转弯系统参数下, 两者的轨迹和外侧前后点偏差量对比图如图 9 所示。

当起重机在圆弧轨道上运行, 在刚进弯道处产生外侧前后点最大偏差量 22.49 mm, 完全进入弯道上的偏差量为零, 即前后轨迹重合, 不出现偏移问题, 在出弯时再次产生较大的偏移量。而四次贝塞尔曲线作内轨时最大偏差量为 4.68 mm,

当起重机在弯道上运行时轨迹偏移量很小并且十分平顺, 尤其避免了大车进弯、出弯时偏移量陡增的情况, 进而可以降低车轮刚入弯和出弯时的卡轨、啃轨现象, 显现了贝塞尔曲线作为转弯轨道时的优越性。

图 9 轨迹与外侧前后点偏差量比较图

4.3 起重机大车参数对外侧前后点偏差量的影响

从起重机转弯模型中不难发现, 影响起重机转弯时外侧偏移量的参数有基距 B 、轨距 S 、内轨圆弧半径 R 和直轨道夹角 α 。通过分析这些参数对起重机转弯的影响, 可进一步了解外侧前后点偏差量的变化规律。

图 10 显示出贝塞尔曲线在不同参数条件下偏差量的变化趋势。从中可以看出, 随着基距 B 和轨距 S 的不断增大, 偏差量大小也随之呈现上升趋势。但是, 内轨圆弧半径 R 以及直轨道夹角 α 与偏差量则是反比关系, 即 R 、 α 的增加会降低偏差量。尽管如此, 不论哪种参数条件下的贝塞尔曲线, 其外侧前后点最大偏差量 M 相较于圆弧曲线对应的最大偏差量都小很多, 具有极大的优势。

图10 在不同参数条件下的偏差量图

5 起重机大车转弯非圆轨道的通过性验证

前文建立的优化后的非圆内外轨道, 只是计算了共线车轮的中心位置坐标, 并没有考虑起重机单轮台车和多轮一级平衡梁上的共线 2 轮台车与优化轨道的实际接触情况。不论单轮还是多轮情况, 要保证起重机大车在转弯过程的通过性, 需要计算和比较车轮不卡轨时由车轮踏面直径、轮缘直径、踏面宽度、轨道顶面宽度共同确定的极限曲率半径 $R_{\min}^{[2]}$, 这是满足车轮转弯通过性的基本条件。本文分别计算了圆弧轨道单轮和 2 轮台车在相应参数确定情况下的极限曲率半径 $R_{\min}$, 通过计算比较优化后的四次贝塞尔曲线内轨最小曲率半径验证了起重机大车转弯通过性。

5.1 单轮通过圆弧内轨的最小曲率半径 $R_{\min}$

单轮起重机四个支座各仅有一个车轮并且均可绕立轴自由转动, 单个车轮通过圆弧轨道的最小曲率半径 $R_{\min}$ 可根据图 11a 中 M 、 N 、 W 三点的轮缘卡轨条件计算

$$\begin{aligned} OP - OQ &= B_2 - B_1 \\ \left(R_{\min} - \frac{B_1}{2}\right) - \sqrt{\left(R_{\min} - \frac{B_1}{2}\right)^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2} &= B_2 - B_1 \\ \text{将 } \left(\frac{A}{2}\right)^2 &= \left(\frac{D_1}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 \text{ 代入上式得} \\ R_{\min} &= \frac{D_1^2 - D^2}{8(B_2 - B_1)} + \frac{B_2}{2} \end{aligned} \quad (14)$$

此外 $R_{\min}$ 还应满足起重机同侧两个支座(车轮)能够顺利通过曲线轨道的条件

$$R_{\min} \geq \frac{B}{2} \quad (15)$$

式中, B_1 为轨道顶面宽度; B_2 为车轮踏面宽度; D 为车轮踏面直径; D_1 为车轮外缘直径; A 为车轮踏面有效长度。

观察式(14)可知, 在实际工程中车轮选型确定的条件下, 车轮与轨道之间的间隙差值是引起最小曲率半径 $R_{\min}$ 值变化的最大因素。结合工程实际, 固定车轮踏面直径 $D=800$ mm、车轮外缘直径 $D_1=850$ mm、轨道顶面宽度 $B_1=100$ mm, 依次选取车轮踏面宽度 B_2 为 125 mm、120 mm、115 mm、110 mm 和 105 mm, 代入式(14)计算后 $R_{\min}$ 值分别为 475 mm、575.6 mm、745 mm、1086.3 mm 和 2115 mm, 但均并不满足式(15)的条件, 因此单轮起重机通过圆

弧内轨的最小曲率半径 $R_{\min}=7.5$ m。

图 11 车轮通过圆弧轨道的最小曲率半径

5.2 多轮通过圆弧内轨的最小曲率半径 $R_{\min}$

若两轮平衡台车的车轮在转弯过程中不能绕垂直轴线自由转动, 轨道最小曲率半径由一侧最外端和中间部位两对车轮轮缘的卡轨条件决定(如图 11b 所示), 在转弯过程中, 最小曲率半径由下式近似求

得

$$R_{\min} \approx \frac{K_1}{2} \sqrt{1 + \frac{D_1^2 - D^2}{(B_2 - B_1)^2}} \quad (16)$$

式中, K_1 表示一级平衡梁支点的间距。

多轮起重机的四个支座上有偶数个双轮平衡台车, 并且在平衡梁均可绕垂直轴线自由转动的情况最小曲率半径均按式(16)计算, 然后再按式(15)验算。选取与单轮情况相同的 B_1 、 B_2 、 D 、 D_1 值代入式(16)中并且经过条件(15)的验算, 多轮起重机通过圆弧内轨的最小曲率半径 $R_{\min}$ 值分别为 7.5 m、7.5 m、9.6 m、14.4 m 和 28.7 m。

5.3 非圆四次贝塞尔曲线轨道的曲率半径

将表 1 中优化后的 u_1 、 u_2 、 v_3 值代入式(2)可得参数方程 $x(t)$ 、 $y(t)$, 再根据曲率半径计算式(17)得到单轮以及多轮(以四轮为例)非圆贝塞尔曲线轨道各点的曲率半径, 如图 12 所示

$$R = \frac{\left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\left| \left(\frac{dx}{dt} \right) \left(\frac{d^2 y}{dt^2} \right) - \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \right) \left(\frac{dy}{dt} \right) \right|} \quad (17)$$

图 12 优化内轨曲率半径变化图

正如图 12 所示, 不论是单轮还是多轮情况, 优化后的非圆贝塞尔曲线内轨曲率半径均在参数 $t=0.5$ 时取得最小值, 并且远大于满足通过条件时的最小曲率半径 $R_{\min}$, 因此优化后的内轨符合起重机转弯的最小转弯半径要求。

5.4 基于 ADAMS 的动态仿真实验

以两轮共线的四轮起重机大车行走机构为例, 因为只研究起重机转弯时车轮与轨道之间的偏差量, 起重机金属结构对仿真没有影响, 因此直接简化成框架形式, 将车轮简化为小球, 车轮轮心等价于球心, 仿真时球心约束在轨道上。根据前文确定的基本参数在 ADAMS 中建立相应的零件, 按表 2 给各个零件添加约束。此外, 通过 ADAMS 自带创建 Spline 曲线的功能将 MATLAB 中优化后的内外轨道坐标点保存为 txt 格式的文件导入, 从而对两条曲线的形状进行修改并生成贝塞尔内轨曲线和拟合外轨曲线, 最终建立的模型如图 13 所示。

表 2 零件之间的约束类型

零件名称	零件名称	约束类型
车架	二级平衡梁	旋转副约束
二级平衡梁	一级平衡梁	旋转副约束
一级平衡梁	车轮	固定约束
车轮	内侧轨道	点线约束和平面约束
车轮	外侧轨道	轴套力和点线约束

图 13 四轮大车行走机构仿真简化模型

以内侧轨道最前轮为驱动轮, 采用由时间 t 、 x 坐标、 y 坐标三列数据点组成的 Spline 曲线方式驱动, 编写驱动函数 AKISPL 让驱动轮严格按照内侧轨道行走从而带动整个模型仿真。为了测量出每个外轮与外轨之间的偏差量, 给每个外侧轮在局部坐标系 y 方向施加移动副建立对应的辅助测量车轮, 并保证辅助轮会随着外轮的移动一直沿着外轨轨迹行走, 设置好仿真的时间和步长后, 开始仿真并通过后处理界面查看结果。

观察仿真后的结果, 如图 14 所示, 起重机大车

在优化后的轨道上并未出现卡轨现象, 能够安全顺利地转弯, 并且外侧支座中心 c 、 d 的两个前轮与外轨的最大偏移量均为 5 mm, 因为偏移量存在正负值, 若取绝对值作图则偏移量的整体变化趋势几乎与图 9b 中外侧偏差量图一致, 从而验证理论模型计算的合理性。

图 14 外侧车轮行走偏移量图

6 结论

(1) 在起重机转弯非圆曲线轨道优化中, 本文采用四次贝塞尔曲线作为内轨弯道, 以外侧前后点偏差量最小为优化目标确定贝塞尔曲线的相关参数, 并利用插值法拟合出外轨的轨迹。与传统的圆弧弯轨相比, 在起重机进弯和出弯过程中以优化后的贝塞尔曲线作为起重机转弯内轨时会大幅降低外侧前后点偏差量。

(2) 起重机大车行走机构的参数对偏差量有不同的影响。随着基距 B 和轨距 S 的增大, 最大偏差值逐渐增大, 而圆弧内轨半径 R 以及直轨道夹角 α 的增大反而会降低最大偏差值。因此, 轨道的优化设计应合理选取起重机及轨道的型号尺寸等参数。

(3) 经过对轨道通过性的理论计算和动态仿真实验验证了方案的实际可行性。结果表明, 基于贝塞尔曲线的起重机非圆曲线轨道方案可以降低车轮刚入弯和出弯时的卡轨、啃轨现象, 对保障起重机大车转弯过程的安全作业有很大的作用。

参 考 文 献

[1] 顾树泽. 水电站门式起重机运行机构的拐弯设计[J]. 起重运输机械, 1977(6): 33-38.
GU Shuze. Turning design of operating mechanism of gantry crane in hydropower station[J]. Hoisting and Conveying Machinery, 1977(6): 33-38.
[2] 倪庆兴. 有轨运行式起重机的转弯问题[J]. 起重运输机械, 1980(3): 68-78.

NI Qingxing. Turning problem of rail-operated crane[J]. Hoisting and Conveying Machinery, 1980(3): 68-78.
[3] 徐国灵. 起重机转弯问题的探讨[J]. 建筑机械, 1995(7): 8-12.
XU Guoling. Some questions about analysis and calculation of crane's turning[J]. Construction Machinery, 1995(7): 8-12.
[4] 张质文, 虞和谦, 王金诺, 等. 起重机设计手册[D]. 北京: 中国铁道出版社, 1997.
ZHANG Zhiwen, YU Heqian, WANG Jinnuo, et al. Crane design manual[D]. Beijing: China Railway Publishing House, 1997.
[5] 王文涛. 大型有轨起重机的转弯设计[J]. 中国工程机械学报, 2008, 6(2): 210-213.
WANG Wentao. Large-scale round-tracked crane design[J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2008, 6(2): 210-213.
[6] 高晖. 过渡曲线的设计与应用[D]. 杭州: 浙江工业大学, 2015.
GAO Hui. Design and application of transition curve[D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2015.
[7] 王浩. 多种缓和曲线线型通用计算模型的编程实现[C]// 第五届中国国际隧道工程研讨会, 上海. 2011: 996-1002.
WANG Hao. Programming implementation of various generalized calculation models for alleviation curves[C]// The 5th China International Tunnel Engineering Symposium, Shanghai. 2011: 996-1002.
[8] 徐卫国, 龙振华, 余周武. 不同缓和曲线坐标计算方法[J]. 黑龙江工程学院学报, 2013, 27(3): 20-23.
XU Weiguo, LONG Zhenhua, YU Zhouwu. Methods of coordination calculation of different spiral curves[J]. Journal of Heilongjiang Institute of Technology, 2013, 27(3): 20-23.
[9] CHEN J L, DONG D S, QIAO Z. Non-circular crane rail theory and parametric design[J]. Mathematical Modeling of Engineering Problems, 2017, 4(1): 48-52.
[10] 董达善, 韩灿, 孙友刚, 等. 基于 Adams 有轨起重机的非圆轨道修正及动态仿真[J]. 科学技术与工程, 2017, 17(25): 57-62.
DONG Dashan, HAN Can, SUN Yougang, et al. Non-circular orbit correction and simulation of rail crane based on Adams[J]. Science Technology and Engineering, 2017, 17(25): 57-62.
[11] 陈龙, 姚一鸣, 韩文瑜, 等. 一种转弯弯道导轨及其设

- 计方法: 中国, 201610530165.9[P]. 2016-11-30.
- CHEN Long, YAO Yiming, HAN Wenyu, et al. A kind of guide rail for turning curve and its design method: China, 201610530165.9[P]. 2016-11-30.
- [12] 董达善, 陈佳亮, 乔榛. 港口货运起重机转弯轨道优化设计仿真[J]. 计算机仿真, 2018, 35(10): 176-181.
- DONG Dashan, CHEN Jialiang, QIAO Zhen. Optimization and simulation of curved port crane rail[J]. Computer Simulation, 2018, 35(10): 176-181.
- [13] 黄玉钊. 有理贝塞尔曲线在机器人轨迹规划中的应用[J]. 可编程控制器与工厂自动化, 2015(6): 53-57.
- HUANG Yuchuan. Application of rational B $\acute{e}$ zier curve in the path planning of robots[J]. Smart Factory, 2015(6): 53-57.
- [14] 陈成, 何玉庆, 卜春光, 等. 基于四阶贝塞尔曲线的无人车可行轨迹规划[J]. 自动化学报, 2015, 41(3): 486-496.
- CHEN Cheng, HE Yuqing, BU Chunguang, et al. Feasible trajectory generation for autonomous vehicles based on quartic B $\acute{e}$ zier curve[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(3): 486-496.
- [15] HAN L, YASHIRO H, NEJAD H T N, et al. B $\acute{e}$ zier curve based path planning for autonomous vehicle in urban environment[C]// 2010 IEEE Intelligent Vehicles Symposium, 21-24 June. 2010: 1036-1042.
- [16] BAE I, MOON J, PARK H, et al. Path generation and tracking based on a B $\acute{e}$ zier curve for a steering rate controller of autonomous vehicles[C]// 16th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC 2013), 6-9 Oct. 2013: 436-441.
- [17] 刘二涛, 刘红卫, 刘泽显. 基于单纯形梯度的多起点全局优化算法[J]. 吉林大学学报, 2016, 54(6): 1282-1288.
- LIU Ertao, LIU Hongwei, LIU Zexian. Multistart global optimization algorithm based on simplex gradient[J]. Journal of Jilin University, 2016, 54(6): 1282-1288.
- [18] 付旭云, 田亚鹏, 钟诗胜, 等. 一种多寿命件机会更换策略启发式搜索算法[J]. 航空动力学报, 2017, 32(8): 1971-1977.
- FU Xuyun, TIAN Yapeng, ZHONG Shisheng, et al. Heuristic search algorithm for opportunistic replacement strategy of multiple life-limited parts[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(8): 1971-1977.
- 作者简介: 梁岗, 男, 1969 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向包括起重机动力学、起重机智能结构振动控制、大型起重机结构轻量化设计及优化研究, 以及以系统仿真为基础的起重机电气控制与操作仿真模拟器和虚拟样机。
E-mail: gangliang@shmtu.edu.cn