

DOI: 10.3901/JME.2020.19.171

# 一种垂直起降运载器着陆支腿设计与展开控制\*

田保林 高海波 于海涛 刘振 李楠 丁亮 邓宗全  
(哈尔滨工业大学机器人技术与系统国家重点实验室 哈尔滨 150001)

**摘要:** 目前, 实现垂直起降运载器可重复使用是降低发射成本的有效途径之一。当运载器完成着陆场返回后, 需依靠着陆支撑机构的展开、锁定及缓冲吸能三阶段的协同配合, 最终实现平稳软着陆。针对运载器着陆支撑机构, 提出一种六杆式支撑机构构型, 通过四连杆机构实现展开与收拢动作, 利用双锁紧机构型式实现锁定动作, 依据机构自锁原理完成单向运动。通过对实际展开工况进行分析, 提出主动+随动控制方式和全程作动控制方式。在着陆支撑机构展开过程动力学建模的基础上, 分别对两种展开运动控制策略进行优化。并完成不同控制方案对比分析, 最终确定合理展开驱动方案, 为运载器支撑机构的研制和展开控制提供技术支持。

**关键词:** 运载器回收; 结构设计; 动力学; 展开控制

**中图分类号:** V423

## Design and Deployment Control of Landing Leg for a Vertical Takeoff and Landing Vehicle

TIAN Baolin GAO Haibo YU Haitao LIU Zhen  
LI Nan DING Liang DENG Zongquan

(State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

**Abstract:** At present, realizing the reusability of vertical takeoff and landing vehicles is one of the effective ways to reduce launch cost. When the carrier returns to the landing site, it relies on the cooperation of deployment, locking and buffering that absorbs energy of the landing support mechanism, offering a smooth and soft landing. Aiming at devising a landing support mechanism of carrier, a six-bar support mechanism configuration is presented that can realize the unfolding and closing action via four-bar linkage mechanism, achieve the locking action by using double locking mechanism type, and complete one-way movement according to the self-locking principle of the mechanism. Two deployment strategies including the active-following mode and the entire active mode are proposed by virtue of analyzing the full stride of the deployment. The optimizations of the two deployment motion control strategies are implemented based on the dynamics modeling of the deployment process of the landing support mechanism. The scheme of deployment is ultimately determined through the comprehensive comparison among different control modes, which can provide technical support for the development and deployment control of carrier support mechanism.

**Key words:** carrier recovery; structural design; dynamics; deployment control

## 0 前言

随着各国航天事业的发展, 降低生产周期和发射成本, 提高发射密度, 实现快速响应已经成为一种趋势。目前运载器发射过程中燃料费仅占发射成

本的极小部分, 而运载器主体框架与发动机费用相对昂贵, 若能将运载器主要零部件实现回收并通过维护实现二次利用, 可有效降低发射成本<sup>[1]</sup>。现阶段运载器回收方式主要集中于垂直起降着陆方式及伞降方式。研制垂直起降可重复运载器可精确控制降落地点, 降低落区人员财产威胁<sup>[2]</sup>。

国外在垂直起降技术领域开展研究工作较早, 在20世纪60年代, 由道格拉斯工程师最先提出垂直降落方案, 而后在阿波罗登月<sup>[3]</sup>计划过程中成功

\* “111”创新引智计划(B07018)、NSFC国家自然科学基金创新研究群体项目(51521003)和中央高校基本科研业务费专项基金(HIT.NSRIF.201833)资助项目。20191216收到初稿, 20200320收到修改稿

将垂直起降技术应用到着陆和返回中。在 20 世纪 90 年代, 由美国麦道公司研发的垂直起降运载器三角快帆 DC-X<sup>[4]</sup>, 以及 DC-XA<sup>[5]</sup>样机先后完成发射、悬停、着陆等试验, 最终由于研究经费等被迫中止。

Blue Origin 与 Space X 公司于 2015 年先后完成回收工作。截止到目前 Blue Origin 公司研制的 New Shepard<sup>[6]</sup>亚轨道飞行器已经完成十次回收工作。该公司于 2016 年开始 New Glenn<sup>[7]</sup>火箭的研究, 计划将支撑腿数量增加至六条, 重复次数提高至 100 次。Space X 公司从 2015 年至今, 先后完成猎鹰 9 号、Falcon Heavy 和猎鹰 9 号 Block5 型火箭的回收, 在 2019 年的发射任务中, 成功将 Falcon Heavy<sup>[8]</sup>芯级火箭及两枚助推器完成海上及陆地回收。其最新的 Block5 型火箭预计在维护后重复次数可达 100 次, 其支撑机构在不拆解的情况下可实现二次使用。

国内相关研究工作虽然起步相对较晚, 但可回收技术领域发展势头良好, 近年由航天院所及高校为主导相继开展了可回收方案的研究, 其中主要以伞降回收和垂直起降回收为主。北京宇航系统工程研究所徐倩<sup>[9]</sup>通过仿真和计算分析了伞降回收方案的安全性及工程可行性。哈尔滨工业大学崔乃刚<sup>[10]</sup>总结我国运载器研究现状和回收工作中的关键技术。从 2014 年起, 以翎客航天<sup>[11]</sup>为主的民营企业开始从事火箭及垂直起降关键技术的突破, 目前翎客航天 RLV-T5 公里级可回收火箭已经完成 300 m 高度试验并返回, 落点精度控制在 7 cm 内。有望在未来三年掌握回收关键技术并实现亚轨道回收。

垂直起降运载器完成发射任务后, 通过运载器姿态控制系统调整下落姿态并返回预定着陆点, 利用发动机反向推力进行减速, 并依靠着陆支撑机构实现软着陆, 落地瞬间通过缓冲器吸收冲击动能, 短暂的碰撞过程对支撑机构的安全可靠性提出了更高的要求。由此可见设计一种能够提供可靠支撑的软着陆支撑系统具有重要意义。

近年来国内对运载器支撑机构进行了相关的研究, 哈尔滨工业大学毕春莹<sup>[12]</sup>对平行四边形支撑机构及稳定性进行分析, 提出可靠着陆边界条件。南京航空航天大学肖杰<sup>[13]</sup>提出一种气动驱动的腿式着陆支架及驱动系统, 并对驱动系统进行仿真; 岳帅<sup>[14]</sup>提出了液压+蜂窝组合缓冲器的着陆动力学模型, 并对阻尼器参数进行优化; 魏晓辉<sup>[15]</sup>提出一种七自由度软着陆动力学模型, 并通过着陆器样机验证模型的准确性; 张明<sup>[16]</sup>对运载器着陆影响因素进行了分析, 并验证缓冲机构特性。帝国理工学院的 HUANG<sup>[17]</sup>设计了一种自适应着陆机构, 可调整支

腿角度以保证着陆腿同时接触地面。

本文针对运载器匀速降落状态下, 着陆支撑机构在展开控制方面的实际需要, 依据展开与收拢功能要求提出一种六杆式支撑机构构型, 完成其结构设计, 并对支撑机构展开工况进行分析, 完成控制方案设计和轨迹优化。最后通过方案对比确定合理的控制策略, 为支撑机构可靠展开奠定基础。

## 1 支撑机构的设计及控制方式

### 1.1 支撑机构的设计与分析

运载器的着陆是一种对结构强度、缓冲吸能特性及着陆稳定性要求极高的复杂瞬态过程。为确保支撑机构在运载器落地瞬间提供有效支撑, 设计一种稳定可靠的支撑机构具有必要性。本文设计的支撑机构相比伸缩筒式构型, 降低了加工精度对各杆件的影响, 仅需保证各连接转轴的同轴度, 更易实现展开控制, 其展开与收拢状态如图 1 所示。

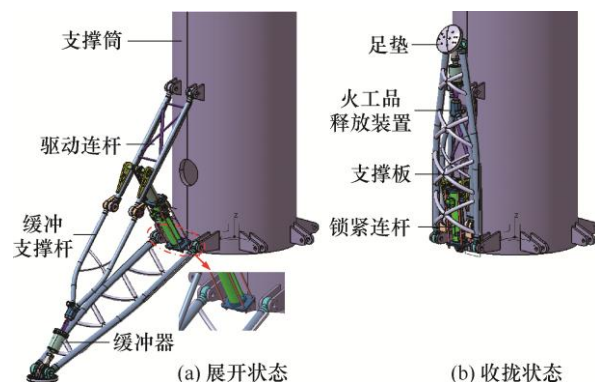


图 1 支撑机构展开与收拢状态

支撑机构着陆瞬间对支撑板主要产生拉伸及侧弯趋势, 其中拉伸趋势可通过支撑板根部转动自由度及缓冲支撑杆削弱, 侧向弯曲主要由于落地瞬间运载器具有滚转角速度, 导致足垫与地面发生摩擦所引起。为提高支撑板侧向刚度, 支撑板内部采用四组“X”型式斜拉梁结构方式。

支撑机构落地瞬间通过安装于缓冲连杆上的缓冲器完成压溃动作, 吸收冲击碰撞能量, 缓冲器压溃部件主要采用双级铝蜂窝材料, 为防止支撑板侧向挠度变形导致缓冲器移动受阻, 缓冲器末端通过安装万向球轴承, 从而提高支撑板侧向弯曲过程中协调形变的能力。

驱动连杆通过斜梁提高结构强度, 并利用双侧管型材布置型式降低收拢状态下支撑腿包络尺寸, 驱动连杆与驱动部件尾端通过转动连接, 支撑机构驱动部位是本文设计的关键。其主要包括: 动力源、

缓冲构件、单向机构及锁紧机构组成。结构如图 2 所示。

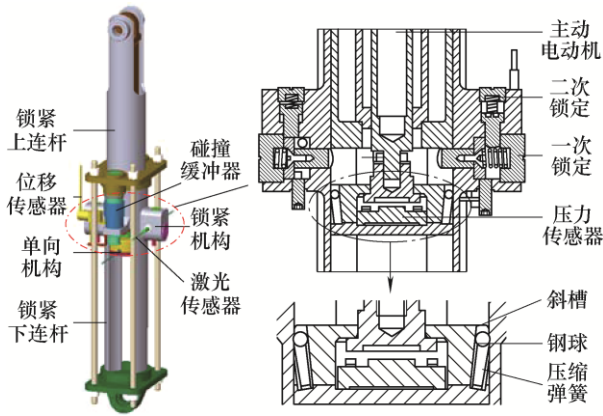


图 2 驱动部件结构图

主动电动机在初始时刻推动单向机构向下运动，由于钢球与斜槽、锁紧下连杆表面挤压实现自锁，从而导致锁紧上连杆与下连杆产生相对运动，并通过单向机构内压力传感器完成驱动力测量。当锁紧上、下连杆相对速度较大时，可依靠单向机构反向非自锁性实现相对运动。

当支撑机构完成展开动作后，锁紧上、下连杆间依靠锁紧机构实现锁定，由于落地瞬间锁紧销剪切方向振动较大，为确保锁紧机构可靠，本文采用双锁紧机构实现锁定动作。

工作流程如图 3 所示：① 运载器在装配运输过程中通过保险销进行预紧，限制一次锁定机构挡销运动，此时二次锁定机构处于预压状态；② 运载器发射前将保险销释放，由于支撑机构处于收拢状态，锁紧上连杆将限制一次锁紧机构挡销弹出，此时二次锁紧机构仍处于预压状态；③ 当支撑机构展开时，锁紧上连杆远离一次锁定机构挡销，当锁紧上连杆运动到预定位置后，一次锁定机构挡销弹出，随后二次锁定机构挡销弹出，限制一次锁定机构运动，从而实现二次锁定。

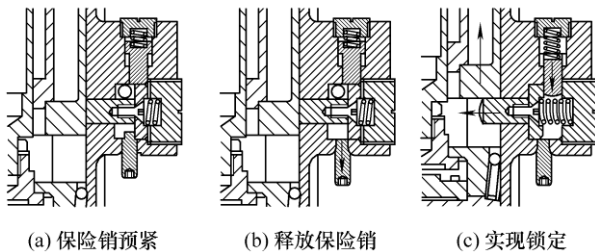


图 3 锁紧动作流程图

单向机构是确保有效展开的前提，若钢球受到两侧构件支撑力  $F_B$ 、 $F_n$ ，摩擦力  $f_B$ 、 $F_t$ 。对钢球挤压过程进行受力分析，等效模型及受力如图 4 所示。

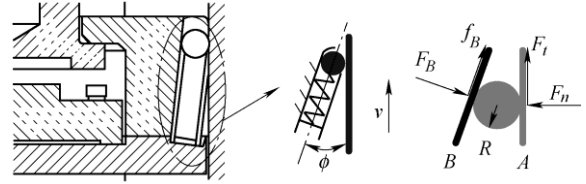


图 4 单向机构等效模型图

假设驱动下连杆  $A$  及斜槽  $B$  为刚体，其自锁条件：当钢球由于物体  $A$  挤压而产生摩擦力时，钢球相对外滚道  $B$  接触点不发生滚转。若钢球半径为  $R$ ，接触面摩擦因数为  $\mu$ ，此时受力应满足下式

$$\mu F_n > F_t \quad (1)$$

对钢球与斜槽接触点求解力矩得

$$F_t \times R(1 + \cos\phi) = F_n \times R \sin\phi \quad (2)$$

联立得到角度公式

$$\tan \frac{\phi}{2} = 1 + \frac{\sin\phi}{1 + \cos\phi} < \mu \quad (3)$$

即角度  $\phi < 2\arctan\mu$ ，本文单向机构中各零部件加工表面摩擦因数为 0.1，则  $\phi < 12^\circ$ ，由于实际物体存在弹性变形，实际楔形角度应小于  $12^\circ$ ，工程常用  $6^\circ \sim 8^\circ$ ，本文设计角度  $6^\circ$  可满足自锁条件。

## 1.2 支撑机构的展收控制方式

支撑机构初始时收拢于运载器外侧，通过火攻装置固定于运载器，当运载器返回后，释放火攻装置，启动展开程序，本文提出两类展开控制方式，第一种为主动+随动控制方式，驱动缸在前半程采用主动规划控制，后半程依靠单向机构实现随动。第二种为全程作动控制，包含两种优化模式，并通过规划驱动力曲线完成展开控制，如图 5 所示。

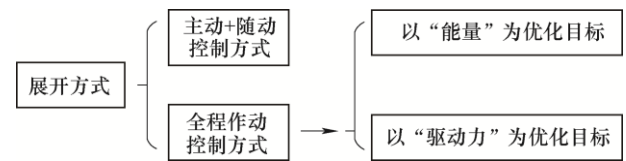


图 5 支撑机构展开控制方式

支撑机构有效展开需要不同类型传感器监测实时运动状态，当启动释放程序后，各传感器间协同配合实现展开。传感器相关信息如表 1 所示。

表 1 传感器相关信息

传感器类别	安装位置	作用
位移传感器	拉线式位移，固连于锁紧下连杆	测量驱动缸位移
压力传感器	圆盘式测压，安装于电动机输出端	测量电缸驱动力
编码器	绝对值式，驱动杆与支撑筒铰链处	测量驱动杆角度
激光传感器	对称分布，安装于锁紧机构两侧	监测锁紧状态

支撑机构有效展开需通过合理的展开方式，并配合锁紧检测系统共同完成，展开过程流程如图 6 所示。

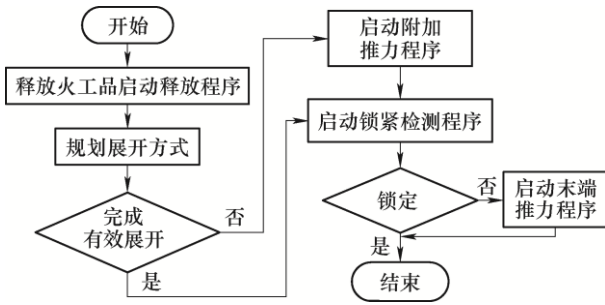


图6 支撑机构展开控制流程图

## 2 支撑机构运动学及动力学建模

### 2.1 折展机构运动学建模

为建立支撑机构运动学模型，定义铰链  $A$  与铰链  $F$ 、铰链  $K$  水平距离为  $L_0$ 、 $L_1$ ，竖直距离为  $H_0$ 、 $H_1$ 。铰链  $G$  与铰链  $E$  沿  $EF$  连杆方向、垂直  $EF$  连杆方向距离分别为  $L_S$ 、 $L_C$ 。铰链  $G$  与铰链  $E$  连线方向与竖直方向夹角为  $\varphi$ ，支撑筒直径为  $d$ ，运载器质心高度为  $H_m$ 。支撑机构中各参数示意如图7所示。

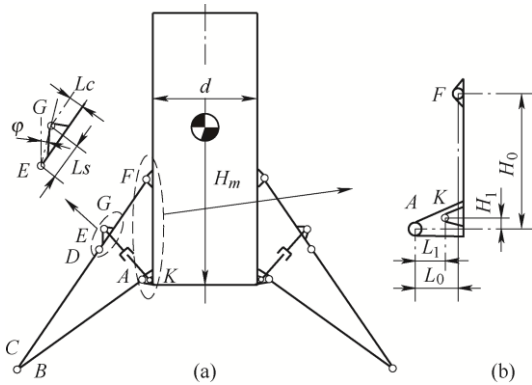


图7 支撑机构各参数示意图

依据支撑机构展开与收拢功能及包络尺寸要求，设计支撑机构各节段尺寸参数，如表2所示。

表2 支撑机构相关参数信息

参数	数值
运载器直径 $d$ /mm	1 200
运载器质心距运载器底端高度 $H_m$ /mm	1 840
$F$ 铰链与 $A$ 铰链竖直方向距离差 $H_0$ /mm	1 542
$F$ 铰链与 $A$ 铰链水平方向距离差 $L_0$ /mm	66
$K$ 铰链与 $A$ 铰链竖直方向距离差 $H_1$ /mm	-60
$K$ 铰链与 $A$ 铰链水平方向距离差 $L_1$ /mm	30
$G$ 与 $E$ 铰链在 $EF$ 连杆方向距离 $L_S$ /mm	420
$G$ 与 $E$ 铰链在 $EF$ 连杆垂直方向距离 $L_C$ /mm	60
支撑板 $A$ 铰链与 $B$ 铰链距离 $L_{AB}$ /mm	2 028
缓冲支撑杆 $C$ 铰链与 $D$ 铰链距离 $L_{CD}$ /mm	1 826
驱动连杆 $E$ 铰链与 $F$ 铰链距离 $L_{EF}$ /mm	1 341
展开状态下锁紧连杆 $G$ 与 $K$ 铰链距离 $L_{GK_0}$ /mm	1 024

为分析展开过程运动特性，需对折展机构运动

学进行建模，定义坐标系  $X_0O_0Y_0$  原点为支撑筒中间剖面底端中点， $x_0$  方向与火箭轴线垂直，坐标系  $X_1O_1Y_1$  原点为铰链  $F$  点， $x_1$  方向为铰链  $F$ 、 $A$  连线。为不失一般性，选取展开过程中某一时刻进行分析，各参数信息如图8所示。

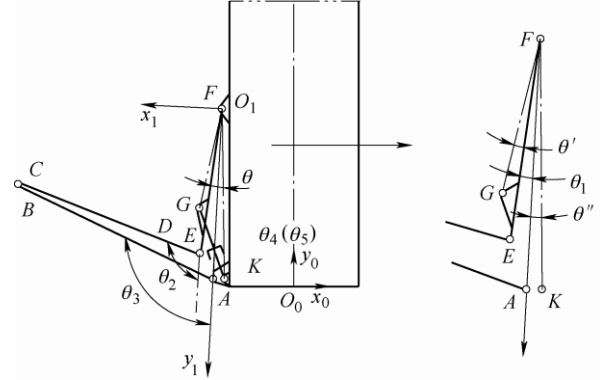


图8 运动学参数示意图

如图8所示， $\theta$  为铰链连线  $GF$  与  $FK$  夹角； $\theta_1$  为铰链连线  $EF$  与  $FA$  夹角； $\theta_2$  为铰链连线  $CD$  与  $FA$  夹角； $\theta_3$  为铰链连线  $AB$  与  $FA$  夹角；定义  $\theta_4$ 、 $\theta_5$  角度为  $\angle GKF$ ； $\theta'$  为铰链连线  $GF$  与  $EF$  夹角； $\theta''$  为铰链连线  $FA$  与  $FK$  的夹角。通过四杆机构矢量方程式(4)推导各杆件运动信息

$$\mathbf{L}_{FE} + \mathbf{L}_{DC} = \mathbf{L}_{FA} + \mathbf{L}_{AB} \quad (4)$$

由几何关系知各杆件运动位置信息如下

$$\theta = \arccos \frac{L_{GF}^2 + L_{FK}^2 - L_{GK}^2}{2L_{GF}L_{FK}} \quad (5)$$

$$\theta' = \arctan \frac{L_C}{L_{EF} - L_S} \quad (6)$$

$$\theta'' = \arccos \frac{L_{FA}^2 + L_{FK}^2 - L_{AK}^2}{2L_{FA}L_{FK}} \quad (7)$$

$$\theta_1 = \theta - \theta' - \theta'' \quad (8)$$

$$\theta_2 = 2 \arctan \frac{A - \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A - B} \quad (9)$$

$$\theta_3 = 2 \arctan \frac{E - \sqrt{E^2 + F^2 - G^2}}{F - G} \quad (10)$$

$$A = 2L_{FE}L_{DC} \sin \theta_1 \quad B = 2L_{DC}(L_{FE} \cos \theta_1 - L_{FA})$$

$$C = L_{FE}^2 + L_{DC}^2 + L_{FA}^2 - L_{AB}^2 - 2L_{FE}L_{FA} \cos \theta_1$$

$$E = 2L_{FE}L_{AB} \sin \theta_1 \quad F = 2L_{AB}(L_{FE} \cos \theta_1 - L_{FA})$$

$$G = L_{DC}^2 - L_{FE}^2 - L_{AB}^2 - L_{FA}^2 + 2L_{FE}L_{FA} \cos \theta_1$$

依据各杆件角度信息  $\theta_i (i=1 \sim 3)$ ，可方便求出各杆件角速度  $\dot{\theta}_i (i=1 \sim 3)$  及角加速度  $\ddot{\theta}_i (i=1 \sim 3)$ ，篇幅有限，此处不再赘述。

通过上式相关推导，若已知驱动缸运动轨迹可得到各杆件运动状态信息，可为动力学及锁紧相关动作提供信息参考。



## 2.2 折展机构动力学建模

当运载器保持匀速状态降落并接近地面时, 完成展开动作。依据运动学及拉格朗日方法对展开过程各杆件进行动力学建模<sup>[18]</sup>, 推导展开驱动力与各杆件运动学参数关系。定义各杆件参数如图 9 所示。

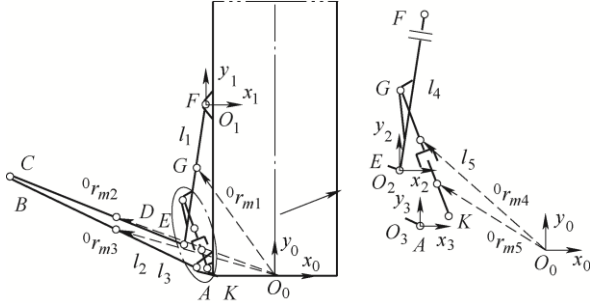


图 9 各杆件参数示意图

定义  $EF$ 、 $CD$ 、 $AB$  杆为连杆 1、2、3, 锁紧上连杆、锁紧下连杆为连杆 4、5。连杆  $i$  ( $i=1\sim 5$ ) 所具有的质量为  $m_i$ , 杆件  $i$  质心与坐标参考系  $X_0O_0Y_0$  矢量距离为  ${}^0r_{mi}$ 。在展开过程中, 各杆件质心运动可通过  $\theta_i$  获得, 通过拉格朗日方法建立展开过程动力学方程如下所示

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial \dot{x}} = F \quad (11)$$

式中  $F$  ——驱动缸直线力;

$x$  ——驱动缸运动位移;

$L$  ——Lagrange 函数,  $L=K-P$ ,  $K$  为系统动能总和,  $P$  为系统势能总和;

$W$  ——系统阻尼耗散功。

根据动能定理对各杆件动能进行计算, 得到动能公式如下

$$K = \sum_{i=1}^5 \left[ \frac{m_i}{2} \left( \left( \frac{d^0x_{mi}}{dx} \right)^2 + \left( \frac{d^0y_{mi}}{dx} \right)^2 \right) + \frac{J_i}{2} \left( \frac{d\theta_i}{dx} \right)^2 \right] \dot{x}^2 \quad (12)$$

式中  $J_i$  ——杆  $i$  相对其质心转动惯量;

${}^0x_{mi}$  ——杆  $i$  质心在参考系  $X_0O_0Y_0$  中  $x$  向坐标;

${}^0y_{mi}$  ——杆  $i$  质心在参考系  $X_0O_0Y_0$  中  $y$  向坐标。

相对于参考系  $X_0O_0Y_0$  求解各质心位置坐标如下所示

$$\begin{cases} x_{m1} = -(l_1 \sin(\theta_1 + \theta''') - L_0) - \frac{1}{2} D' \\ y_{m1} = H_0 - l_1 \cos(\theta_1 + \theta''') + H' \\ x_{m2} = -(L_{EF} \sin(\theta_1 + \theta''') + l_2 \sin(\theta_2 + \theta''') - L_0) - \frac{1}{2} D' \\ y_{m2} = H_0 - (L_{EF} \cos(\theta_1 + \theta''') + l_2 \cos(\theta_2 + \theta''')) + H' \\ x_{m3} = -l_3 \sin(\theta_3 + \theta''') - \frac{1}{2} D' \\ y_{m3} = -l_3 \cos(\theta_3 + \theta''') + H' \end{cases}$$

定义铰链  $K$ 、 $F$  连线与竖直方向偏角为  $\varpi$ , 其角度为  $\varpi = \arctan((L_0 - L_1)/(H_0 - H_1))$ ,  $\theta_4(\theta_5)$  数值为  $\theta_4(\theta_5) = \arccos((L_{GK}^2 + L_{FK}^2 - L_{GF}^2)/2L_{GK}L_{FK})$ 。

$$\begin{cases} x_{m4} = -(x - l_4) \sin(\theta_4 - \varpi) + (L_0 - L_1) - \frac{1}{2} D' \\ y_{m4} = (x - l_4) \cos(\theta_4 - \varpi) + H_1 + H' \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{m5} = -(l_5 \sin(\theta_5 - \varpi) + (L_0 - L_1)) - \frac{1}{2} D' \\ y_{m5} = l_5 \cos(\theta_5 - \varpi) + H_1 + H' \end{cases}$$

式中,  $l_i$  为连杆  $i$  质心  $m_i$  与铰链  $F(i=1)$ 、 $D(i=2)$ 、 $A(i=3)$ 、 $G(i=4)$ 、 $K(i=5)$  间距离, 详情参见图 9。

定义角速度  $\dot{\theta}_i$  ( $i=1\sim 5$ ) 与驱动连杆相对速度  $\dot{x}$  间映射关系为  $\dot{\theta}_i = J_{\theta i} \dot{x}$  ( $i=1\sim 5$ ), 对各连杆质心位置坐标求导可得到速度。代入方程得到各杆件运动的平动动能总和如下

$$K_1 = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^5 m_i (\dot{x}_{mi}^2 + \dot{y}_{mi}^2) \right] \quad (13)$$

各杆件绕其质心所产生的转动动能如下所示

$$K_2 = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^5 J_i J_{\theta i}^2 \right] \dot{x}^2 \quad (14)$$

各杆件具有相对于坐标系  $X_0O_0Y_0$  的重力势能如下

$$P = \sum_{i=1}^5 m_i g y_{mi} \quad (15)$$

各杆件转动过程支撑铰链由于摩擦阻力导致能量损耗, 支撑铰链摩擦阻力考虑为粘性阻尼, 若  $c_i$  为关节  $i$  等效阻尼系数, 展开过程中损耗能量可表示为

$$W = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{2} c_i \dot{\theta}_i^2 \quad (16)$$

将各杆件动能、势能带入拉格朗日方程, 此时若定义  $\xi_{\theta i} = d(J_{\theta i})/dx$ , 可整理得到任意位置驱动力  $F$  与相对位移  $x$  之间函数关系

$$F(x) = A(x)\ddot{x} + B(x)\dot{x}^2 + C(x)\dot{x} + D(x) \quad (17)$$

$$A(x) =$$

$$\begin{aligned} & m_1 l_1^2 J_{\theta 1}^2 + m_3 l_3^2 J_{\theta 3}^2 + m_5 l_5^2 J_{\theta 5}^2 + m_4 (x - l_4)^2 J_{\theta 4}^2 + \\ & m_2 L_{EF}^2 J_{\theta 1}^2 + m_2 l_2^2 J_{\theta 2}^2 + 2m_2 L_{EF} l_2 J_{\theta 1} J_{\theta 2} \cos(\theta_1 - \theta_2) + \\ & J_1 J_{\theta 1}^2 + J_2 J_{\theta 2}^2 + J_3 J_{\theta 3}^2 + J_4 J_{\theta 4}^2 + J_5 J_{\theta 5}^2 \end{aligned}$$

$$B(x) =$$

$$\begin{aligned} & 2m_1 l_1^2 J_{\theta 1} \xi_{\theta 1} + 2m_3 l_3^2 J_{\theta 3} \xi_{\theta 3} + 2m_5 l_5^2 J_{\theta 5} \xi_{\theta 5} + \\ & 2m_4 (x - l_4) J_{\theta 4}^2 + 2m_4 (x - l_4)^2 J_{\theta 4} \xi_{\theta 4} + 2m_2 L_{EF}^2 J_{\theta 1} \xi_{\theta 1} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2m_2l_2^2J_{\theta_2}\xi_{\theta_2} + 2m_2L_{EF}l_2\xi_{\theta_1}J_{\theta_2}\cos(\theta_1 - \theta_2) + \\
& 2m_2L_{EF}l_2J_{\theta_1}\xi_{\theta_2}\cos(\theta_1 - \theta_2) + 2J_5J_{\theta_5}\xi_{\theta_5} + \\
& 2m_2L_{EF}l_2J_{\theta_1}J_{\theta_2}\sin(\theta_1 - \theta_2)(J_{\theta_2} - J_{\theta_1}) - m_1l_1^2J_{\theta_1}\xi_{\theta_1} + \\
& 2J_1J_{\theta_1}\xi_{\theta_1} + 2J_2J_{\theta_2}\xi_{\theta_2} + 2J_3J_{\theta_3}\xi_{\theta_3} + 2J_4J_{\theta_4}\xi_{\theta_4} - \\
& m_3l_3^2J_{\theta_3}\xi_{\theta_3} - m_3l_5^2J_{\theta_5}\xi_{\theta_5} - m_2L_{EF}^2J_{\theta_1}\xi_{\theta_1} - J_1J_{\theta_1}\xi_{\theta_1} - \\
& m_4((x-l_4)J_{\theta_4}^2 + (x-l_4)^2J_{\theta_4}\xi_{\theta_4}) - m_2l_2^2J_{\theta_2}\xi_{\theta_2} - \\
& m_2L_{EF}l_2\xi_{\theta_1}J_{\theta_2}\cos(\theta_1 - \theta_2) - m_2L_{EF}l_2J_{\theta_1}\xi_{\theta_2}\cos(\theta_1 - \theta_2) - \\
& m_2L_{EF}l_2J_{\theta_1}J_{\theta_2}\sin(\theta_1 - \theta_2)(J_{\theta_2} - J_{\theta_1}) - J_2J_{\theta_2}\xi_{\theta_2} - \\
& J_3J_{\theta_3}\xi_{\theta_3} - J_4J_{\theta_4}\xi_{\theta_4} - J_5J_{\theta_5}\xi_{\theta_5}
\end{aligned}$$

$$C(x) =$$

$$\begin{aligned}
& c_1J_{\theta_1}^2 + c_2J_{\theta_2}^2 + c_3J_{\theta_3}^2 + c_6(J_{\theta_3} - J_{\theta_2})^2 + c_5J_{\theta_5}^2 + \\
& c_4(J_{\theta_4} + J_{\theta_5})^2
\end{aligned}$$

$$D(x) =$$

$$\begin{aligned}
& m_1gl_1\sin(\theta_1 + \theta''')J_{\theta_1} + m_3gl_3\sin(\theta_3 + \theta''')J_{\theta_3} + \\
& m_2gL_{EF}\sin(\theta_1 + \theta''')J_{\theta_1} + m_2gl_2\sin(\theta_2 + \theta''')J_{\theta_2} + \\
& m_4g\cos(\theta_4 - \varpi) - m_4g(x-l_4)\sin(\theta_4 - \varpi)J_{\theta_4} - \\
& m_5gl_5\sin(\theta_5 - \varpi)J_{\theta_5}
\end{aligned}$$

将各连杆属性参数代入上式, 并根据动力学方程, 可确定展开过程中任意时刻所需的驱动力大小, 该过程可为后续优化提供数据信息。

### 3 展开运动控制策略研究

若已知各杆件相关参数, 可通过动力学模型获取杆件运动与驱动力之间的变化关系, 将为后续优化提供支撑。杆件 1、2 和 3 材料为 6061 铝合金, 杆件 4 和 5 材料为 45 钢。各杆件属性参数通过三维软件 Solidworks 进行测量, 各参数如表 3 所示。

表 3 各杆件物理属性

杆件名称	质量 $m_i$ /kg	转动惯量 $J_i$ /(kg m <sup>2</sup> )	质心位置 $l_i$ /m
杆件 1	15.78	3.443	0.633 7
杆件 2	18.00	7.329	0.834 4
杆件 3	35.06	22.840	1.204 0
杆件 4	17.09	0.516	0.387 6
杆件 5	30.23	1.768	0.356 1

#### 3.1 运动控制规划方法

以主动展开驱动力控制为例, 分析  $n$  段样条控制曲线拟合方法<sup>[19]</sup>。运动位移若分成  $n$  段, 各段间隔  $d = (x_n - x_0) / n$ , 若输出力取  $n+1$  个关键点, 各关键点驱动力与位移关系为  $f_i(x = x_i) \ i = 0 \sim n$ , 并保证各关键点具有连续二阶导数。其中三次及二次

样条曲线如下所示

$$\begin{cases} F_i(x) = p_{3i}x^3 + p_{2i}x^2 + p_{1i}x + p_{0i} \\ x \in [x_i, x_{i+1}] \quad i = 1, 2, \dots, n-2 \\ F_i(x) = p_{2i}x^2 + p_{1i}x + p_{0i} \\ x \in [x_i, x_{i+1}] \quad i = 0, n-1 \end{cases} \quad (18)$$

此时未知量个数为  $4n-2$ , 初末状态及中间关键点的连续性得  $3n-1$  个条件, 通过定义  $n-1$  个关键点驱动力, 可得到唯一运动曲线。

将关键点参数代入连续方程并整理  $A\rho = b$  形式, 各参数如下所示

$$A = \begin{bmatrix} C_0 & & & & & \\ \alpha_1 & \beta_1 & & & & \\ & \alpha_2 & \beta_2 & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & \alpha_{n-2} & \beta_{n-2} & \\ & & & & \alpha_{n-1} & \beta_{n-1} \\ & & & & & C_n \end{bmatrix}_{(4n-2) \times (4n-2)} \quad (19)$$

$$\rho = [P_0 \ P_1 \ \dots \ P_{n-2} \ P_{n-1}]^T_{(4n-2) \times 1} \quad (20)$$

$$b = [0 \ \kappa_1 \ \dots \ \kappa_{n-1} \ 0]^T_{(4n-2) \times 1} \quad (21)$$

系数矩阵中  $C_0$  为运动初始约束方程,  $C_n$  为运动末端约束方程, 矩阵系数如下所示

$$C_0 = [x_0^2 \ x_0 \ 1] \quad C_n = [x_n^2 \ x_n \ 1] \quad (22)$$

系数矩阵  $\alpha_i$ 、 $\beta_i$ 、取决于控制点驱动力及连续性。如下所示

$$\alpha_i = \begin{bmatrix} x_i^2 & x_i & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2x_i & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \alpha_i = \begin{bmatrix} x_i^3 & x_i^2 & x_i & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3x_i^2 & 2x_i & 1 & 0 \\ 6x_i & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\beta_{n-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ x_{n-1}^2 & x_{n-1} & 1 \\ -2x_{n-1} & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \beta_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_i^3 & x_i^2 & x_i & 1 \\ -3x_i^2 & -2x_i & -1 & 0 \\ -6x_i & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

轨迹规划曲线参数中初始  $P_0 = [p_{20} \ p_{10} \ p_{00}]$ , 末端  $P_{n-1} = [p_{2n-1} \ p_{1n-1} \ p_{0n-1}]$ , 中间  $P_i = [p_{3i} \ p_{2i} \ p_{1i} \ p_{0i}]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n-2$ , 其中  $\kappa_i$  为中间各关键点受力所构成的矩阵, 如下所示

$$\kappa_i = [f_i \ f_i \ 0 \ 0] \quad i = 1 \sim n-1 \quad (25)$$

若拟定分段数量  $n$  及初末状态信息, 代入上式

将唯一确定轨迹方程。当对位移轨迹进行优化时, 可将初末状态信息进行补充, 并采用四次+三次样条完成拟合。

### 3.2 主动+随动展开控制策略研究

由于支撑机构依靠电缸进行展开, 而运载器额外电源容量有限。为实现高效展开并减少支撑机构对运载器控制系统的干扰, 展开时间将成为一项重要约束。因此如何在有限能量前提下高效完成展开动作将尤为重要。

#### (1) 能量与时间模型分析。

基于能量损耗与展开时间为多目标完成非线性求解<sup>[20]</sup>, 由于展开时间解析式相对复杂, 将通过离散数据点的位置及速度信息近似求解。优化问题范式如下所示

$$\begin{aligned} \min \quad & \Omega_E = \frac{E_d - E_{d\min}}{E_{d\max} - E_{d\min}} + \lambda \frac{T - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}} \\ \text{s.t.} \quad & F(x_k) \leq F_{\max} \quad k=1, 2, \dots, m \\ & -F(x_k) \leq 0 \quad k=1, 2, \dots, m \\ & x_k \leq x_{\max} \quad k=1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (26)$$

式中,  $E_d = \sum_{k=1}^m F(x_k) \Delta x_k$ ,  $T = \sum_{k=1}^m \frac{\Delta x_k}{\dot{x}_k}$ ,  $E_d$  为耗散

总能量,  $T$  为展开时间,  $m$  为全程位移等分离散总点数, 其中  $m=100$ ,  $x_k$  为各离散点对应的位置, 由于驱动电动机安装位置空间有限, 其最大推力  $F_{\max}$  为 1 200 N。随耗散能量增加, 展开时间将逐渐缩短, 此次优化中时间与能量加权比重  $\lambda=1.5$ 。

#### (2) 能量时间最优曲线求解。

运动规划求解过程涵盖轨迹规划参数求解、动力学求解、能量与时间目标函数求解。优化求解流程如图 10 所示。

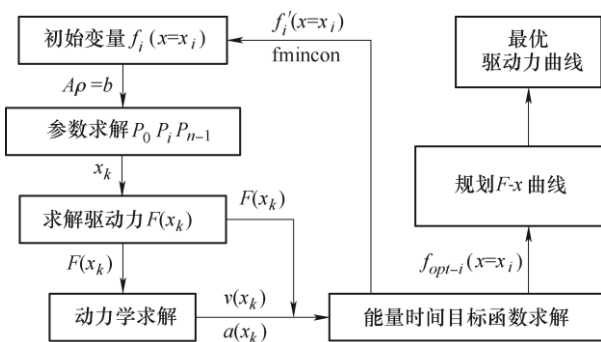


图 10 优化求解流程图

支撑机构在初始位置通过电动缸作动展开, 由于收拢状态下机构靠近死点位置, 电缸作动距离较短, 当完成主动控制后可依靠随动实现展开, 最大行程  $x_{\max}=20$  mm, 选取 5 段样条完成优化, 参数优化结果如表 4 所示。

表 4 分段样条参数信息

参数	$P_{3i}$	$P_{2i}$	$P_{1i}$	$P_{0i}$
分段 1	0	-75.241	563.94	0
分段 2	9.604 2	-190.49	102 4.9	-614.67
分段 3	-3.129 2	115.11	-141 9.9	590 4.8
分段 4	-0.267 98	12.106	-183.82	960.65
分段 5	0	-0.7570 8	21.993	-137.02

#### (3) 轨迹规划能量最优曲线。

利用 Matlab 软件中 fmincon 函数完成优化求解, 得到基于能量与时间的最优轨迹曲线及总能量曲线, 其运动位移关系如图 11 所示。

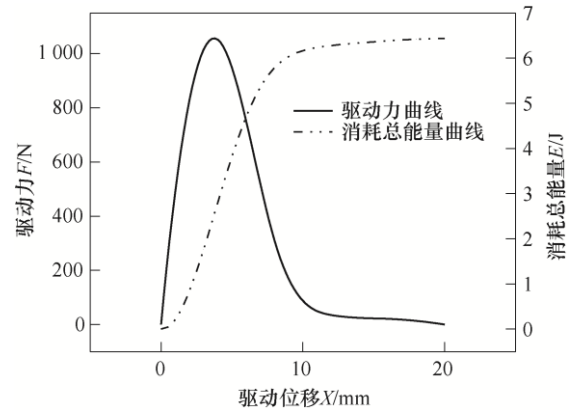


图 11 驱动力及能量与位移关系曲线

从优化曲线可知, 初始位置驱动力幅值较大, 较大的初始推力有助于提高初始作动点速度, 能大幅减少展开过程总时间。由于作动距离较短, 能量耗散相对较小。

### 3.3 全程作动控制策略研究

全程作动控制策略包含有基于能量的目标函数优化和基于峰值驱动力目标函数优化, 可根据支撑机构展开过程驱动力平稳、能量消耗及驱动力峰值等相关要求, 对不同控制策略进行选择。

#### 3.3.1 基于能量最优轨迹优化

##### (1) 能量模型分析。

全程作动展开过程中涉及机械能转换, 依靠功能转换关系计算展开过程瞬时功率和总能量, 能量函数如下所示

$$E_{ae} = \int_0^t \left( \sum_{i=1}^5 P_{rot, i} + \sum_{j=1}^6 P_{joi, j} \right) dt \quad (27)$$

式中,  $P_{rot, i}$  为构件  $i$  运动所需驱动功率,  $P_{joi, j}$  为关节  $j$  摩擦功率。由于在动力学建模中将各转动副摩擦阻力进行近似考虑, 此时总能量可通过展开驱动力及速度进行求解, 经离散化后得能量公式如下

$$E_{ae} = \sum_{k=1}^m F(x_k) \dot{x}_k \Delta t_k \quad (28)$$

为保证支撑机构能在有限时间内展开到预定位置, 展开时间将进行限定, 此时优化问题范式如下

$$\begin{aligned} \min \quad & E_{ae} = \sum_{k=1}^m F(x_k) \dot{x}_k \Delta t_k \\ \text{s.t.} \quad & x_k \leq S_{\max} \quad k=1, 2, \dots, m \\ & -\dot{x}_k \leq 0 \quad k=1, 2, \dots, m \\ & \sum_{k=1}^m \Delta t_k - T = 0 \quad k=1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (29)$$

(2) 能量最优轨迹求解。

基于分段样条曲线, 利用 `fmincon` 函数对能量目标进行优化。此时将规划位移  $x$  与时间  $t$  关系曲线, 求解式(18)将发生相应改变, 能量优化求解流程如图12所示。

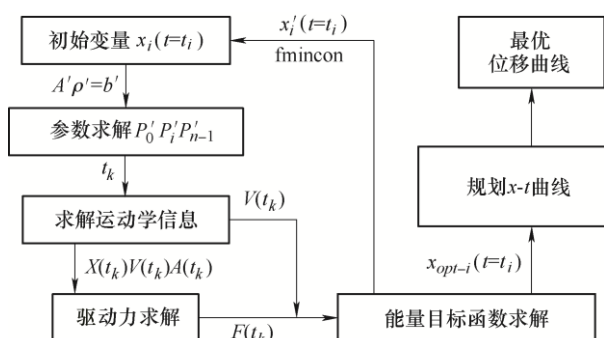


图12 能量优化求解流程

支撑机构展开过程中驱动缸运动总行程  $S_{\max}$  为 0.338 m, 展开时间  $T$  设定为 3 s, 相对较短, 将运动轨迹分解 5 段样条进行拟合, 优化得到曲线运动参数如表5所示。

表5 分段样条参数信息

参数	$P_{4i}$	$P_{3i}$	$P_{2i}$	$P_{1i}$	$P_{0i}$
分段1	-13.998	16.550	0	0	$4.2311 \times 10^{-17}$
分段2	—	11.636	-21.391	18.882	-4.3816
分段3	—	-3.8676	34.423	-48.095	22.410
分段4	—	413.96	-2221.8	4013.2	-2414.4
分段5	2214.7	-24340	99469	$-1.7881 \times 10^5$	$1.1935 \times 10^5$

(3) 能量最优曲线。

通过对能量消耗进行优化求解获得最优参数, 代入相关轨迹方程得到位移及驱动力相关曲线如图13、14所示。

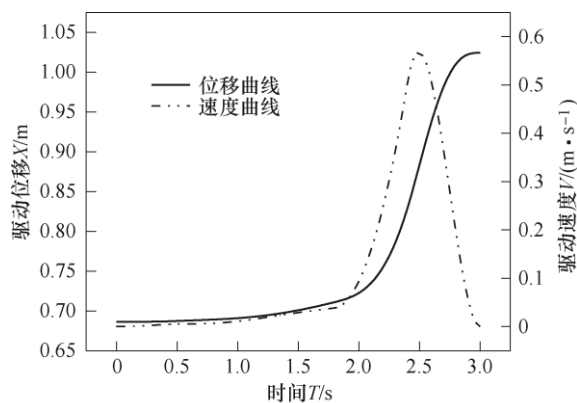


图13 能量优化下位移及驱动速度曲线

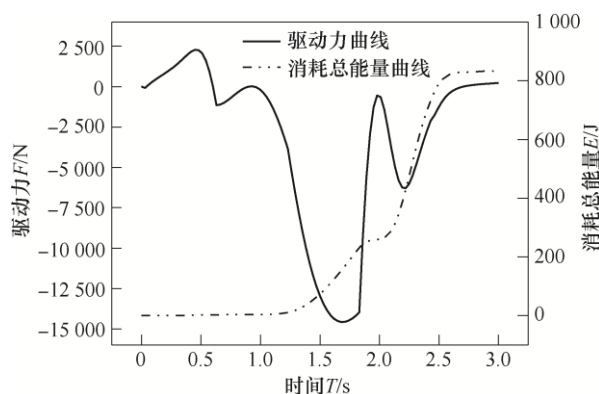


图14 能量优化下驱动力及能量曲线

从能量优化结果得: 驱动位移在初始时刻变化较慢, 随后运动速度加快, 全程驱动力变化范围较大, 总能量消耗相对较高。

### 3.3.2 基于驱动力峰值的轨迹优化

(1) 驱动力峰值模型。

初始位置作动轨迹的微弱改变将直接影响电推缸的力学特性, 而驱动力峰值的降低有利于减小电动机负载, 依据动力学建模得驱动力峰值模型, 完成优化求解, 优化问题范式如下

$$\begin{aligned} \min \quad & F(x_k) = A(x_k) \ddot{x}_k + B(x_k) \dot{x}_k^2 + C(x_k) \dot{x}_k + D(x_k) \\ \text{s.t.} \quad & x_k \leq S_{\max} \quad k=1, 2, \dots, m \\ & -\dot{x}_k \leq 0 \quad k=1, 2, \dots, m \\ & \sum_{k=1}^m \Delta t_k - T = 0 \quad k=1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (30)$$

(2) 驱动力峰值最优求解。

峰值驱动力求解过程包括轨迹方程求解、运动学信息求解及最大驱动力求解, 通过补充初末状态信息完成位移  $x$  与时间  $t$  轨迹求解, 驱动力优化求解流程如图15所示。



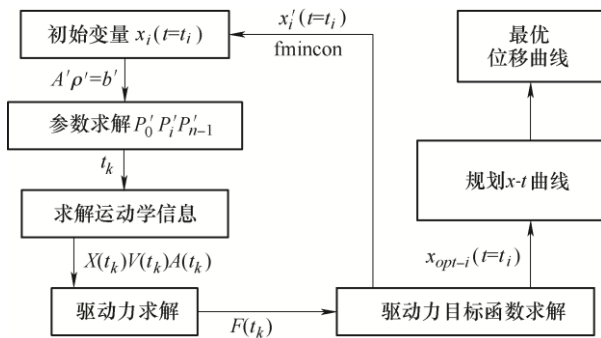


图 15 驱动力优化求解流程

基于展开运动学、动力学方程及  $fmincon$  算法，对驱动力进行优化，此次优化参数  $S_{\max}$ 、 $T$  与前文相同，得到 5 段轨迹参数如表 6 所示。

表 6 峰值优化参数信息

参数	$P_{4i}$	$P_{3i}$	$P_{2i}$	$P_{1i}$	$P_{0i}$
分段 1	-26.905	29.082	0	0	$6.0567 \times 10^{-16}$
分段 2	—	4.939 0	-14.656	20.417	-5.245 6
分段 3	—	30.997	-108.46	132.98	-50.273
分段 4	—	361.42	-1 892.7	3 344.7	-1 977.3
分段 5	2 153.9	-23 657	96 599	$-1.735 \times 10^5$	$1.1566 \times 10^5$

### (3) 驱动力优化曲线

通过对展开驱动力峰值进行优化求解，得到控制点相关参数，代数轨迹方程获得位移及驱动力相关曲线如图 16、17 所示。

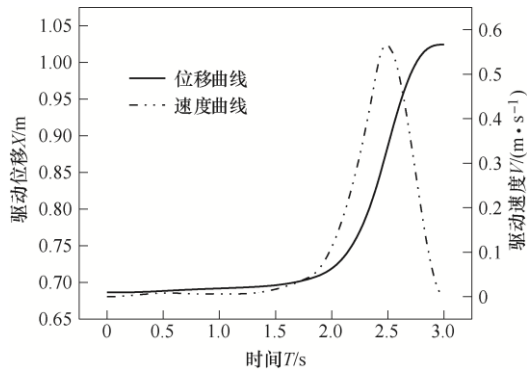


图 16 峰值优化下位移及驱动速度曲线

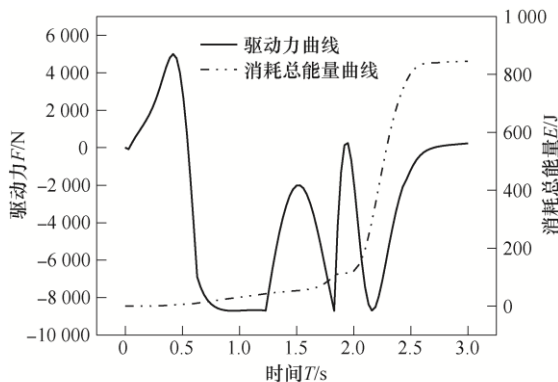


图 17 峰值优化下驱动力及能量曲线

从驱动力优化结果得：位移作动曲线与能量优化结果趋势近似，但由于机构特性，微弱的驱动速度变化将直接影响驱动力特性。全程驱动力浮动变化较大，能量相对较高。

### 3.4 不同控制策略间对比分析

基于支撑机构展开动力学模型，分别完成主动+随动展开运动控制模式驱动力优化和全程作动控制模式位移轨迹优化。其中全程作动控制模式轨迹优化包含以能量为目标的位移轨迹优化和以驱动力峰值为目标的位移轨迹优化。各展开控制策略驱动力及能量信息如图 18 所示。

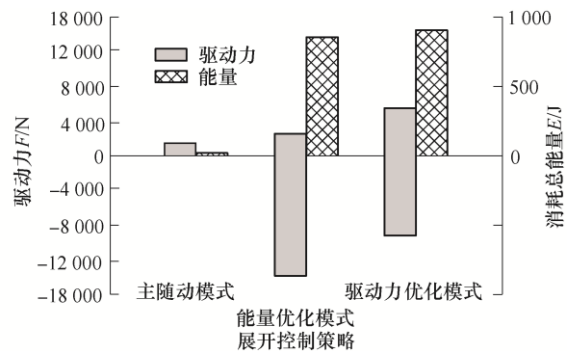


图 18 不同展开策略对比图

支撑机构在展开过程中，重力等固有属性力必然存在，而主动+随动控制策略能够有效利用重力，并通过初始阶段主动控制完成展开。该方案驱动力幅值较小，可有效降低消耗总能量。而全程作动控制，驱动力多处为负值，表现现象为驱动电缸反向拖动支撑机构中各杆件运动，此现象不仅增加耗散总能量，且对展开运动起阻碍作用。

通过对两种控制方案对比，对于本文设计的支撑机构而言，主动+随动控制策略更加适合目前的工作环境，通过借助运载器支撑机构自身重力，在使用较少能源前提下实现有效展开。

## 4 结论

(1) 针对运载器支撑机构展开与收拢功能的特殊要求，提出了一种基于四连杆运动原理的支撑机构构型，利用双锁紧机构型式完成锁定动作，通过对锁紧机构自锁条件分析，单向机构角度可满足实际需要，利用传感器协同配合能够实现展开控制及锁紧状态监测。

(2) 建立了支撑机构展开过程运动学及动力学模型，获得了基于样条曲线分段表征的展开机构运动-动力参数映射关系，通过对支撑机构展开运动工况分析，提出了主动+随动相结合、全程主动展开的

控制策略。

(3) 以展开机构驱动源作动轨迹为优化设计变量,分别针对主动+随动展开、全程主动展开控制进行优化,结果表明:全程运动控制模式耗散能量较高且驱动力变化幅度较大;主动+随动控制模式在能耗、驱动力波动幅度等方面较前者更具优势,可更好地实现支撑机构的高效展开。

支撑机构有效展开及锁定是确保运载器成功回收的关键,上述结果可为运载器支撑机构的研制及展开控制提供相应的技术支持。

## 参 考 文 献

- [1] FREEMAN D C, TALAT T A, AUSTIN R E. Reusable launch vehicle technology program[J]. *Acta Astronautica*, 1997, 41(11): 777-790.
- [2] 庞之浩. 回收火箭的重要意义与关键技术[J]. *科技导报*, 2016, 34(1): 15-19.  
PANG Zhihao. Significance and key technology of recovery rocket[J]. *Science and Technology Review*, 2016, 34(1): 15-19.
- [3] KELLY T. Manned lunar lander design-The Project Apollo Lunar Module (LM)[C]// *Space Programs and Technologies Conference*. Huntsville: AIAA, 1992: AIAA 1992-1480.
- [4] COPPER J. Single stage rocket concept selection and design[C]// *Space Programs and Technologies Conference*. Huntsville: AIAA, 1992: AIAA 1992-1383.
- [5] DUMBACHER D, KLEVATT P. DC-XA-First step top a reusable launch vehicle[C]// *Space Programs and Technologies Conference and Exhibit*. Huntsville: AIAA, 1994: AIAA 1994-4682.
- [6] 杨开, 才满瑞. 蓝色起源公司“新谢泼德”飞行器及其未来发展分析[J]. *国际太空*, 2018, 475(7): 20-26.  
YANG Kai, CAI Manrui. Analysis of Blue Origin's "New Shepard" aircraft and its future development[J]. *Space International*, 2018, 475(7): 20-26.
- [7] 张雪松. Nemo.蓝色起源的新格伦火箭[J]. *卫星与网络*, 2017(4): 68-69.  
ZHANG Xuesong. Nemo. new Glenn rocket of Blue Origin[J]. *Satellite and Network*, 2017(4): 68-69.
- [8] DAVIS L A. Falcon heavy[J]. *Engineering*, 2018, 4(3): 300-300.
- [9] 徐倩, 郭凤明, 苏玲, 等. 运载火箭助推器伞控回收方案及安全性分析[J]. *宇航总体技术*, 2017(3): 13-19.  
XU Qian, GUO Fengming, SU Ling, et al. Recovery scheme and safety analysis of launch vehicle booster parachute control[J]. *Astronautical Systems Engineering Technology*, 2017(3): 13-19.
- [10] 崔乃刚, 吴荣, 韦常柱, 等. 垂直起降可重复使用运载器发展现状与关键技术分析[J]. *宇航总体技术*, 2018, 2(2): 27-42.  
CUI Naigang, WU Rong, WEI Changzhu, et al. Analysis on the development status and key technologies of vertical take-off and landing reusable carrier[J]. *Astronautical Systems Engineering Technology*, 2018, 2(2): 27-42.
- [11] 陈书钊, 楚龙飞, 杨秀梅, 等. 状态预测神经网络控制应用于小型可回收火箭[J]. *航空学报*, 2019, 40(3): 154-168.  
CHEN Shuzhao, CHU Longfei, YANG Xiumei, et al. Application of state predictive neural network control algorithm in small reusable rocket[J]. *Acta aeronautica et Astronautica Sinica*, 2019, 40(3): 154-168.
- [12] 毕春莹. 平行四边形式可回收火箭着陆支撑机构的方案设计及着陆仿真分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016.  
BI Chunying. Design and simulation analysis of landing mechanism with parallelogram structure for recyclable rocket[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016.
- [13] 肖杰, 张明, 岳帅, 等. 新型垂直起降运载器着陆支架收放系统设计与分析[J]. *机械设计与制造工程*, 2017, 46(3): 30-35.  
XIAO Jie, ZHANG Ming, YUE Shuai, et al. Design and analysis on new landing support of vertical take-off and landing launch vehicle[J]. *Machine Design and Manufacturing Engineering*, 2017, 46(3): 30-35.
- [14] YUE S, NIE H, ZHANG M, et al. Optimization and performance analysis of oleo-honeycomb damper used in vertical landing reusable launch vehicle[J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2018, 31(2): 04018002.
- [15] WEI X, LIN Q, NIE H, et al. Investigation on soft-landing dynamics of four-legged lunar lander[J]. *Acta Astronautica*, 2014, 101: 55-66.
- [16] ZHANG M, XU D, YUE S, et al. Design and dynamic analysis of landing gear system in vertical takeoff and vertical landing reusable launch vehicle[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2019, 233(10): 3700-3713.
- [17] HUANG M. Control strategy of launch vehicle and lander with adaptive landing gear for sloped landing[J]. *Acta*

- Astronautica, 2019, 161: 509-523.
- [18] GU H, LIU H, WEI C, et al. Design and Simulation of a low-inertia bionic leg for quadruped robots[C]// 2018 2nd IEEE Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC). Xi'an: IEEE, 2018: 221-226.
- [19] 陈金成, 徐志明, 徐正飞, 等. 基于分段三次样条曲线的高速加工平滑运动轮廓自适应算法研究[J]. 机械工程学报, 2002, 38(5): 61-65.
- CHEN Jincheng, XU Zhiming, XU Zhengfei, et al. Research on adaptive algorithm for generating smooth motion profile of high-speed machining based on piecewise 3-order spline curve[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(5): 61-65.
- [20] FARINA M, DEB K, AMATO P. Dynamic multiobjective optimization problems: Test cases, approximations, and applications[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(5): 425-442.
- 
- 作者简介:** 田保林, 男, 1995 年出生, 博士研究生。主要研究方向为宇航空间机构及控制。  
E-mail: 19b908094@stu.hit.edu.cn
- 于海涛(通信作者), 男, 1984 年出生, 博士, 副研究员。主要研究方向为机器人技术、宇航空间机构与控制。  
E-mail: yht@hit.edu.cn