DOI: 10.3901/JME.2020.19.092

基于变胞铰链的并联机构结构与构型分析*

贾 璞^{1,2} 李端玲^{1,2} 李海源^{1,2} 闫晓捷³ 葛正浩³

(1. 北京邮电大学自动化学院 北京 100876;

2. 北京市邮政智能装备工程技术研究中心 北京 100876;

3. 陕西科技大学机电工程学院 西安 712000)

摘要: 为了拓展变胞机构的种类,提出了一种变胞运动单元,该变胞单元采用三个旋转关节,并且三个旋转关节可以通过位置调节形成等效球铰、虎克铰以及转动副。与传统的锁定运动副来实现变胞功能的变胞单元相比,此变胞单元三种构型的切换只需对轴线位置调整,无需额外增加关节锁死电机。通过研究由线矢量构成的螺旋系统的相关性,揭示了变胞运动单元构型变化的基本原理。提出了可用于构造新型变胞并联机构的支链构型设计方法,并基于螺旋的互易性分析了各支链构型所必须满足的几何约束条件。提出了两种变胞并联机构,通过不同的支链装配形式可将其从6自由度构型转换为3自由度构型,并对支链安装形式进行改进,构造出了具有3自由度平移模式和3自由度转动模式的并联机构。对变胞支链作为中心支链组装而成的并联机构的构型及对应的运动类型进行了分析,获得了六种不同构型的并联机构。

关键词: 变胞铰链; 变胞并联机构; 螺旋理论; 约束分析; 构型分析

中图分类号: TG156

Structural Design and Configuration Analysis of Parallel Mechanism with Metamorphic Joint

JIA Pu^{1,2} LI Duanling^{1,2} LI Haiyuan^{1,2} YAN Xiaojie³ GE Zhenghao³

(1. Automation School, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876;

2. Beijing Post Intelligent Equipment Engineering Technology Research Center, Beijing 100876;

3. College of Mechanical & Electrical Engineering, Shaanxi University of Science & Technology, Xi'an 712000)

Abstract: In order to expand the types of metamorphic mechanisms, a metamorphic unit is proposed. A new family of metamorphic kinematic unit composed of three rotational joints is proposed, and the equivalent spherical joint, Hooke joint and rotational joint can be formed by adjusting the position of the rotational joint. Compared with the traditional metamorphic unit which realizes the function of metamorphic by locking the effective rotational joint, the configuration of the metamorphic unit can be switched only by adjusting the axis position, and no additional locking motor is needed. By analyzing the independence of the screw system composed of line vectors, the basic principle of the metamorphic unit is revealed. A limb configuration design method which can be used to construct a new type of metamorphic parallel mechanism is proposed. Based on the reciprocity of screw, the geometric constraints of each limb configuration are analyzed. Two kinds of metamorphic parallel mechanisms are proposed, which can be transformed from 6-DOF configuration to 3-DOF configuration through different limb assembly forms. The parallel mechanism with 3-DOF translational mode and 3-DOF rotational mode is constructed by improving the installation form of limb. The configuration and corresponding motion types of the parallel mechanism assembled by metamorphic limb as central limb are analyzed, and six different configurations of parallel mechanism are obtained.

Key words: metamorphic joint; metamorphic parallel mechanism; screw theory; constraint analysis; configuration analysis

* 国家自然科学基金(51775052)、国家重点研发计划“智能机器人”重点专项(2018YFB1304602)、陕西省自然科学基金基础研究计划(2019JM-181)和天地互联与融合北京市重点实验室资助项目。20200618 收到初稿, 20200815 收到修改稿

0 前言

近几十年来,在 Stewart 动平台^[1]原有结构基础上发展起来的具有固定自由度(DOFs)的并联机构得到了广泛的研究。相较于串联机构,并联机构具有高承载能力,良好的定位精度和低惯性等优点。在运动模拟器、工业机器人和纳米机器人等领域有着广泛的应用。近年来,由于并联机构具有机械装配简单、工作空间大、工业应用广泛等优点,使得 6 自由度以下的并联机构在工业上得到了广泛的应用^[2]。GOSSELIN 等^[3]设计了一种三自由度球面并联机器人,并开发了可以快速移动的三自由度摄像机定向装置。KONG 等^[4]提出了一种基于螺旋理论的具有多工作模式的并联机构,并给出了球面和平动模式的并联机构构型综合的一般方法。虽然目前已经对并联机构进行了广泛的研究^[5-6],但传统的并联机构通常只有固定不变的自由度,并且不具备改变自由度的能力,这就限制了其适应工业环境变化的要求。随着科学技术的飞速发展,人们越来越需要新的具有可重构能力的机械装置来处理复杂的任务。对与这些机构,近些年研究的热点主要包括运动分岔机构^[7]和变胞机构^[8]以及可重构机构^[9]。

变胞机构起初源于进化意义上的变胞概念,并通过杆件重合或关节变化来改变其拓扑结构以及自由度。DAI 等^[10]引入了变胞机构拓扑变化的矩阵表示,并给出了不同构型间的矩阵运算。ZHANG 等^[11]研究了具有变胞特性的空间模块,以空间运动副和相关连杆的形式,开发了一种基于模块的变胞操作手。研究满足生产变化要求的变胞并联机构,为并联机构的发展提供了新途径。ZHANG 等^[12-14]提出了一种从折纸折痕中提取的变胞运动铰链,并研究了由这种变胞铰链演化而来的并联机构的拓扑和运动变化。GAN 等^[15-18]提出了一种新的 rT 铰链的设计方法,在传统的虎克铰中集成了一个额外的旋转自由度,提出了两种装配有 rT 铰链的变胞并联机构,并研究了动平台运动类型的变化特点。YE^[19]研究了并联机构中分岔运动的几何约束奇异构型和机构自由度的变化。CARBONARI 等^[20-21]提出了一种关节可锁定的并联机构,并对其构型进行了分析。WANG 等^[22]提出了一种具有分岔运动的球面五杆机构,并构造出具有 10 种不同工作模式的变胞并联机构。

本文通过对三轴陀螺仪的结构特点进行演变分析,提出了一种新型变胞铰链。与锁定运动副来实

现变胞功能的传统变胞铰链不同,这种铰链构态的变化仅需对运动副轴线位置进行调节即可。并通过对螺旋系统的线性相关性研究,揭示了这类运动单元变胞的基本原理。基于这种变胞单元,分析了变胞并联机构的构造方法,并构造出来两种不同类型的并联机构。除此之外,对装配有变胞铰链的并联机构的自由度进行了验证,并且对机构的驱动配置^[23]进行了分析。这种变胞铰链为将来构造多种拓扑的机构提供了可能,具有很好的应用前景。

1 变胞运动单元的几何约束与分析

机构的概念常常以玩具形式存在的人们的生活中。如图 1a 所示,在机构方面,三轴陀螺仪具有三个独立的转动轴,因此可将其等效为一个球铰,然而球铰的三个转动轴位置是固定的,从变胞的角度将该机构进行改进,如图 1b 所示,在各个固定环内添加转动滑槽,使部分轴线的位置在滑槽内可以调整,当调节轴线至指定位置后,通过螺栓将轴线两端的滑动块固定在滑槽内,从而改变了三个转动轴的相对位置。

图 1 三轴陀螺仪及其演变的运动单元示意图

从三轴陀螺仪中演变而来的变胞运动单元,其独特的几何结构由相邻关节轴之间的角度确定。该运动单元在工作循环中有三个构态,并且每个构态对应一种拓扑结构。

根据螺旋理论和线性几何可知,旋转关节可以用对应的螺旋系统中的线矢量来表示,运动链的约束螺旋系统与运动螺旋系统是互易的。这意味着这种变胞单元的自由度变化是借助于自身结构的轴线合并来实现的。其对应的螺旋系统也具有可变的特点。这种新型变胞运动单元的设计与传统的变胞机构的区别是该机构自由度的变化是没有采用物理锁定的方式而是通过几何约束的变化来实现的。

在图 2 中,当三个相交的转动轴位于两个平面

时,变胞运动单元的三个转动轴线性无关,此构态等效为球型铰链,并命名为 **S(spherical)** 构态。如图 3a 所示,当三个相交的转动轴共面时,变胞运动单元通过将构件 3 的转动轴向构件 1 旋转并固定构件 3 的滑块位置,此时转动轴 $R_{1,2}$ 和 $R_{2,3}$ 轴线重合,有效转动副的数目由 3 减少为 2。在此子构态中,两个有效关节轴 $R_{2,3}$ 和 $R_{3,4}$ 垂直,并且该单元可以被视为等效的虎克铰,命名为 **U(universal)** 构态,其中构件 4 相对于固定构件 1 只有两个独立的旋转自由度。当 **U** 构态中构件 1 和构件 3 的位置约束被释放,转动轴 $R_{1,2}$ 和 $R_{2,3}$ 轴线不重合时,变胞运动单元仍可以恢复为等效球铰的初始构态。

图2 变胞单元在初始构型下的线矢

与图 3a 中的虎克关节相比,通过调节构件 4 的位置可将其构态更改为图 3b 中的子构态。在这种情况下,三个关节轴 $R_{1,2}$ 与 $R_{2,3}$ 和 $R_{3,4}$ 重合,有效转动副数目从 2 减少为 1,并且该单元可以被视为等效转动副,命名为 **R(rotational)** 构态,其中构件 4 相对于构件 1 具有一个转动自由度。

图3 变胞单元的两个子构态

为方便下面分析,将该新型变胞单元命名为 **Sur** 单元。

2 变胞支链的拓扑结构和约束分析

以图 2 中的变胞运动单元作为模块,并将其集成到支链的结构设计中,可构造出由变胞单元的构

态变化引起的具有变胞特性的支链。

2.1 变胞支链的拓扑与约束分析

图 4 中的变胞支链由两个变胞单元和一个移动副组成。在支链中,移动副 **P** 两端分别连接 **Sur** 单元,分别将连接到移动副 **P** 上下两端的 **Sur** 单元命名为上下 **Sur** 单元。移动副轴线 S_4 穿过两个公共点 **A** 和 **B**,并垂直于相互平行的两个旋转轴 S_1 和 S_5 。

图4 支链等效构型 SPS

建立局部坐标系 $o-xyz$,使其原点位于下 **Sur** 单元的原点 **A** 处。 x 轴与旋转轴 S_1 共线, y 轴垂直于 S_1 ,并位于轴 S_1 和 S_2 形成的平面内, z 轴朝上,并符合右手螺旋准则。

如图 4 所示,支链的上下 **Sur** 单元都处于 **S** 构态。支链的运动螺旋系统可以表示为

$$S = \begin{cases} S_1 = [1 & 0 & 0; 0 & 0 & 0] \\ S_2 = [0 & 1 & 0; 0 & 0 & 0] \\ S_3 = [l_3 & m_3 & n_3; 0 & 0 & 0] \\ S_4 = [0 & 0 & 0; a & b & c] \\ S_5 = [l_5 & m_5 & n_5; bn_5 - cm_5 & cl_5 - an_5 & am_5 - bl_5] \\ S_6 = [l_3 & m_3 & n_3; bn_3 - cm_3 & cl_3 - an_3 & am_3 - bl_3] \\ S_7 = [l_7 & m_7 & n_7; bn_7 - cm_7 & cl_7 - an_7 & am_7 - bl_7] \end{cases} \quad (1)$$

式中, (l_3, m_3, n_3) , (l_5, m_5, n_5) 和 (l_7, m_7, n_7) 是螺旋 S_3 , S_5 和 S_7 方向单位矢量。 (a, b, c) 是支链坐标系中 **B** 点的坐标。式(1)中运动螺旋的秩为 6,因此,变胞支链在其初始构型时没有对动平台施加约束。

2.2 变胞支链的拓扑结构与构型演变

根据 **Sur** 单元的构态变化,列举了 **Sur** 变胞支链的子构型,并基于螺旋的互易性研究了每个子构型的约束条件。

2.2.1 子构型 UPS 的约束分析

如图 5 所示,在图 3a 中,下 **Sur** 单元将其构型改变为第一子构态-**U** 的情况下,上 **Sur** 保持初始构态-**S**,此时支链的子构型等效为 **UPS** 支链。

图 5 支链子构型 UPS

在子构型 UPS 中, 轴 \$S_2\$ 的轴线方向固定不变, 轴 \$S_1\$、轴 \$S_3\$、轴 \$S_4\$、轴 \$S_5\$ 和轴 \$S_6\$ 的轴线是有效运动副。该子构型在支链坐标系 \$o-xyz\$ 中的运动螺旋系统为

$$S = \begin{cases} S_1 = [1 & 0 & 0; & 0 & 0 & 0] \\ S_2 = [0 & 1 & 0; & 0 & 0 & 0] \\ S_3 = [0 & 0 & 0; & a & b & c] \\ S_4 = [1 & 0 & 0; & 0 & c & -b] \\ S_5 = [l_5 & m_5 & n_5; & bn_5 - cm_5 & cl_5 - an_5 & am_5 - bl_5] \\ S_6 = [l_5 & m_5 & n_5; & bn_5 - cm_5 & cl_5 - an_5 & am_5 - bl_5] \end{cases} \quad (2)$$

虽然支链拓扑结构发生了变化, 但对应于子构型 UPS 的螺旋系统的秩仍然为 6, 并且没有对动平台施加任何约束。

2.2.2 子构型 RPS 的约束分析

变胞支链的子构型 RPS 如图 6 所示, 将其下 Sur 铰构态改变为 R 构态, 该构态的 Sur 铰等效为转动副。

图 6 支链子构型 RPS

当支链改变其构型为子构型 RPS 时, 下 Sur 铰的三个转动副同时共线, 此支链构型的运动螺旋系统在局部坐标系 \$o-xyz\$ 表示为

$$S = \begin{cases} S_1 = [0 & 1 & 0; & 0 & 0 & 0] \\ S_2 = [0 & 0 & 0; & a & 0 & c] \\ S_3 = [0 & 1 & 0; & -c & 0 & a] \\ S_4 = [l_4 & m_4 & n_4; & bn_4 - cm_4 & cl_4 - an_4 & am_4 - bl_4] \\ S_5 = [l_5 & m_5 & n_5; & bn_5 - cm_5 & cl_5 - an_5 & am_5 - bl_5] \end{cases} \quad (3)$$

基于上述运动螺旋系统, 支链的约束螺旋系统 \$S_i^r\$ 可以表示为

$$S_i^r = S_{ii}^r = [0 & 1 & 0; & -c & 0 & a] \quad (4)$$

2.2.3 子构型 UPU 的约束分析

图 7 具有一个力偶约束的 UPU 支链

当移动副两端的 Sur 单元都调节为等效 U 构态时, 并且运动副轴线 \$S_1\$ 与 \$S_4\$、\$S_2\$ 与 \$S_5\$ 分别平行。此时的支链运动螺旋系统为

$$S = \begin{cases} S_1 = [0 & 1 & 0; & 0 & 0 & 0] \\ S_2 = [1 & 0 & 0; & 0 & 0 & 0] \\ S_3 = [0 & 0 & 0; & a & b & c] \\ S_4 = [0 & 1 & 0; & -c_1 & 0 & a_1] \\ S_5 = [1 & 0 & 0; & 0 & c_1 & -b_1] \end{cases} \quad (5)$$

图 7 所示的支链约束螺旋系统为

$$S_i^r = S_{ii}^r = [0 & 0 & 0; & 0 & 0 & 1] \quad (6)$$

式(6)中的约束螺旋系统表明, 支链的约束为一个过支链坐标系原点的约束力偶, 并且方向垂直 \$S_1\$ 与 \$S_4\$ 形成的平面。

如图 8 所示, 当 UPU 支链的构型不变, 只改变支链的布局形式, 使分别与底座与动平台连接的两个转动副的轴线交于一点, 并且形成一个角度为 \$\theta\$ 的夹角。将支链坐标系沿 \$x\$ 轴移动到螺旋 \$S_2\$ 与 \$S_5\$ 的交点处, 并建立新的坐标系 \$O-XYZ\$, 其中 \$l\$ 是两个 Sur 单元原点之间的距离, \$r\$ 为坐标系原点 \$O\$ 与下 Sur 单元的中心的距离, \$\alpha\$ 为支链与 \$x\$ 轴的夹角, 此时支链的运动螺旋系统为

$$S_i^r = \begin{cases} S_{i1}^r = [0 & 1 & 0; 0 & 0 & 0] \\ S_{i2}^r = [0 & 0 & 0; 1 & 0 & 0] \\ S_{i3}^r = [0 & 0 & 0; 0 & 0 & 1] \end{cases} \quad (13)$$

式(13)中的约束螺旋系统提供一个约束力和两个约束力偶, 约束力与支链坐标系的 y 轴共线, 并且两个约束力偶的方向分别平行于 x 轴和 y 轴。

3 相同支链的并联机构构型分析

通过上述对变胞支链的构型的约束分析发现, 不同构型的支链对动平台的约束也不相同。根据各支链子构型所提供的约束条件可以构造能够实现变自由度的并联机构。

3.1 6 自由度构型分析

由图 4、5 可知, 等效为 SPS、UPS 的两个支链对动平台没有约束, 因此可构造两种由三个相同支链组成的变胞并联机构, 使其具有可实现六自由度的子构型。

构造如图 11 中的 3SPS 并联机构的满足几何条件。三个变胞支链的下 Sur 单元的公共点形成一个等边三角形 $\Delta A_1A_2A_3$, 而上 Sur 单元的公共点形成一个等边三角形 $\Delta B_1B_2B_3$ 。在底座的中心处建立全局坐标系 $O-XYZ$ 。其中 X 轴垂直于 A_2A_3 , Y 轴平行于 A_2A_3 , Z 轴垂直于底座, 并遵循右手法则。

图 11 等效构型为 3-SPS 的初始构型

由式(1)可知, 等效支链 SPS 对动平台没有约束, 因此 3-SPS 并联机构对动平台也没有约束, 此构型是并联机构的初始构型。由于支链的初始构型不对动平台施加任何约束, 因此图 11 中的并联机构相当于一一般 Stewart 并联机构, 其自由度为 6。

改变下 Sur 的构态, 使其从 S 构态变为 U 构态, 此时三个支链构型改变为如图 5 所示的 UPS 子构型

时, 新构造的并联机构如图 12 所示, 由于此支链构型也对动平台没有任何约束, 因此等效为 3-UPS 的变胞并联机构的自由度也为 6。

图 12 等效构型为 3-UPS 的子构型

3.2 3 自由度构型分析

利用子构型实现三自由度旋转的变胞并联机构, 构造了具有三个相同支链的变胞并联机构, 能够在运动变化过程中将其构型从 6 自由度构型转变为具有 3 自由度球面运动的子构型。

由于第二节支链的约束分析是建立在支链坐标系中, 对整个并联机构的约束分析需要将支链坐标系中的约束转换到全局坐标系中。因此, 支链坐标系 $\{x_i y_i z_i\}$ 是全局坐标系移动至支链坐标系并围绕 Z 轴 ($i=1, 2, 3$) 旋转旋转 $\varphi_i = \pm 2(i-1)\pi/3$ 获得的。支链坐标系的约束可以通过以下转换矩阵转移到全局坐标系中

$$S_i^r = ({}^0T) (S_{i1}^r)^T = \begin{bmatrix} R(\varphi_i) & \mathbf{0} \\ A_i R(\varphi_i) & R(\varphi_i) \end{bmatrix} (S_{i1}^r)^T \quad (14)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & -O_{iz} & O_{iy} \\ O_{iz} & 0 & -O_{ix} \\ -O_{iy} & O_{ix} & 0 \end{bmatrix} \quad R(\varphi_i) = \begin{bmatrix} c\varphi_i & -s\varphi_i & 0 \\ s\varphi_i & c\varphi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中, $[O_{ix}, O_{iy}, O_{iz}]^T$ 是支链坐标原点相对于全局坐标系 $\{XYZ\}$ 的位置矢量。

如图 5 所示, 当三个支链同时改变其构型为 RPS 时, 并联机构构型转换为如图 13 中新的变胞并联机构, 该机构等效为 3-RPS 构型。三个支链对动平台各有一个约束, 如式(4)所示。将三个支链约束从支链坐标系向全局坐标系进行转换, 由于三个支链对称布置, 另外两个约束螺旋可以通过沿 Z 方向旋转 $\varphi = \pm 2\pi/3$ 获得。

当变胞并联机构构型为 3-RPS 时, 在全局坐标系 $\{XYZ\}$ 中, 由三个支链施加在平台上的约束螺旋的如下

图13 3-RPS子构型

$$S_i^r = \begin{cases} S_{i1}^r = [0 & 1 & 0; -c & 0 & a+r_b] \\ S_{i2}^r = [-\sqrt{3} & -1 & 0; c & -\sqrt{3}c & 2(a+r_b)] \\ S_{i3}^r = [\sqrt{3} & -1 & 0; c & \sqrt{3}c & 2(a+r_b)] \end{cases} \quad (15)$$

式中, r_b 是底座三角形 $A_1A_2A_3$ 的外接圆半径。

对三个支链的约束螺旋求互易可以得到 3-RPS 构型的运动螺旋系统

$$S_f = \begin{cases} S_{f1} = [1 & 0 & 0; 0 & c & 0] \\ S_{f2} = [0 & 1 & 0; -c & 0 & 0] \\ S_{f3} = [0 & 0 & 0; 0 & 0 & 1] \end{cases} \quad (16)$$

由式(16)可知, 机构动平台沿 X 和 Y 轴的移动及沿 Z 轴的转动被约束, 等效构型 3-RPS 并联机构有 3 个自由度, 分别是绕与 X 和 Y 轴线的旋转运动和一个沿 Z 轴的移动。

图14 三移动子构型

对于具有三平移自由度的并联机构, 所有支链对动平台的约束必须是限制全部转动自由度的三个线性无关的约束力偶。通过第二节对具有一个力偶约束的 UPU 支链分析可知, 当 UPU 支链首末两端的转动副相互平行时, 支链对动平台提供一个方向垂直于等效虎克铰转动副轴线所在平面的约束力

偶。为了约束空间中的三个转动, 三个约束力偶必须线性无关。因此为了构造可实现三自由度平动并联机构, 每个支链中与底座和动平台相连的转动副必须共面。在这种情况下, 三个支链对动平台施加三个独立的约束力偶。三个支链的构型都调节为如图 7 所示构型, 因为 S_{12} 与 S_{15} 始终保持平行, 当每个支链的螺旋 S_{i1} 与 S_{i4} 平行时, 如图 14 所示, 并联机构的约束螺旋系统为

$$S_i^r = \begin{cases} S_{i1}^r = [0 & 0 & 0; -s\alpha & 0 & c\alpha] \\ S_{i2}^r = [0 & 0 & 0; s\alpha & -\sqrt{3}s\alpha & 2c\alpha] \\ S_{i3}^r = [0 & 0 & 0; s\alpha & \sqrt{3}s\alpha & 2c\alpha] \end{cases} \quad (17)$$

由式(6)可知, 每个支链提供一个约束力偶, 并且相互之间线性无关, 对约束螺旋系统求互易可以得到对应的运动螺旋系统

$$S_f = \begin{cases} S_{f1} = [0 & 0 & 0; 1 & 0 & 0] \\ S_{f2} = [0 & 0 & 0; 0 & 1 & 0] \\ S_{f3} = [0 & 0 & 0; 0 & 0 & 1] \end{cases} \quad (18)$$

式(18)中的运动螺旋系统表示平台在 3 自由度内实现纯平移运动。

继续调整 3-UPU 变胞并联机构的支链与动平台和底座的连接形式, 可以获得具有三自由度球面运动的并联机构子构型。与动平台相连的三个转动副必须在一个公共点相交, 但不能共面, 与底座相连的三个转动副必须共面且相交在底座的中心。根据图 8 中的子构型 UPU 的约束, 可构造如图 15 所示的具有三个转动自由度的 3-UPU 并联机构。图 15 中的 3-UPU 变胞并联机构, 三个变胞支链中上变胞单元的中心点形成等边三角形 $\delta B_1B_2B_3$, 而下变胞单元的中心点形成等边三角形 $\delta A_1A_2A_3$ 。在底座中心处建立全局坐标系 $O-XYZ$, 其中 Y 轴垂直于 A_1A_3 , X 轴平行于 A_1A_3 , Z 轴过原点并垂直于底座。

如图 15 所示, 在 3-UPU 模式下, 因为这三个支链是对称的, 另外两个约束螺旋可以通过将式(8)所示的约束关于 Z 轴旋转 $\varphi = \pm 2\pi/3$ 获得。平台约束螺旋系统为

$$S_i^r = \begin{cases} S_{i1}^r = [c\alpha & 0 & s\alpha; 0 & 0 & 0] \\ S_{i2}^r = [-c\alpha & \sqrt{3}c\alpha & 2s\alpha; 0 & 0 & 0] \\ S_{i3}^r = [-c\alpha & -\sqrt{3}c\alpha & 2s\alpha; 0 & 0 & 0] \end{cases} \quad (19)$$

式(19)中的约束是具有公共点 O 的三个约束力。因此, 具有三个相同支链的变胞并联机构的

运动模式调整为 UPU 时还可以实现 3 自由度旋转运动。

图 15 三转动子构型

3.3 各构型自由度验证

为了对上述旋量理论获得自由度的方法进行验证, 根据修正的 Kutzbach-Grubler 自由度计算公式, 对上述旋量分析方法所确定的变胞并联机构不同构型的自由度进行验证。自由度计算公式为

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v - \zeta \quad (20)$$

式中, M 为机构的自由度; d 为机构的阶数; n 为构件的数目; g 为运动副的数目; f_i 为第 i 个运动副的自由度; v 为冗余约束的数目; ζ 为局部自由度的数目。

变胞并联机构在初始构型下等效为一个 3SPS 并联机构, 在该构型下, 根据约束螺旋系, 公共约束数为 0, 所以 $d=6$, 由公式(1)可知, 每个支链各有一个线性相关的螺旋, 因此得出 $\zeta=3$, 其他参数为 $n=8$, $g=9$, $v=0$, 代入式(20)中, 计算自由度为 $M_1=6(8-9-1)+3(3+1+3)+0-3=6$ 。

在等效 3UPS 构型下, 根据约束螺旋系, 公共约束数为 0, 所以 $d=6$, 也根据约束反螺旋得出 $v=0$, 其他参数值为 $n=8$, $g=9$, $\zeta=0$, 代入式(20)中, 计算自由度为 $M_2=6(8-9-1)+3(2+1+3)+0-0=6$ 。

在等效 3RPS 构型下, 根据约束螺旋系, 公共约束数为 0, 所以 $d=6$, 也根据约束反螺旋得出 $v=0$, 其他参数值为 $n=8$, $g=9$, $\zeta=0$, 代入式(20)中, 计算自由度为 $M_3=6(8-9-1)+3(1+1+3)+0-0=3$ 。

在 3UPU 构型下, 根据约束螺旋系, 公共约束数为 0, 所以 $d=6$, 也根据约束反螺旋得出 $v=0$, 其他参数值为 $n=8$, $g=9$, $\zeta=0$, 代入式(20)中, 计算自由度为 $M_4=6(8-9-1)+3(2+1+2)+0-0=3$ 。

通过上述分析计算可知, 变胞铰链 Sur 的内部轴线发生重合时, 支链不会产生局部自由度, 所计

算的变胞并联机构各构型自由度与通过旋量理论得出的自由度是相同的, 从而验证了所提出方法的正确性。

3.4 驱动配置分析

变胞并联机构的驱动选取不仅应考虑与底座相连的原则, 还应考虑到机构的运动应完全可控。根据驱动选取原理^[23], 为验证驱动方案的合理性, 在初始位形下锁死选定的所有输入运动副后, 并联机构的约束螺旋系的秩应为 6, 运动平台将失去全部 6 个自由度。此变胞并联机构的驱动配置可分为两类: 三自由度驱动配置和六自由度驱动配置。

当变胞并联机构为三自由度构型时, 驱动副可以从每个支链中的移动副和下 Sur 铰中的 $R_{1,2}$ 、 $R_{2,3}$ 三个运动副中任意选取一个。例如当支链构型为 RPS, 锁死支链的移动副或转动副 $R_{1,2}$ 后, 支链产生的两个约束螺旋分别为

$$\begin{cases} 1\$_{R_{1,2}}^r = [0 \quad -s\alpha \quad c\alpha \quad l \quad 0 \quad 0] \\ 1\$_p^r = [0 \quad c\alpha \quad s\alpha \quad 0 \quad 0 \quad 0] \end{cases} \quad (21)$$

式中, $1\$_{R_{1,2}}^r$ 是一个过上 Sur 铰中心并且垂直于支链和下 Sur 铰轴线 $R_{1,2}$ 的约束力。 $1\$_p^r$ 是一个来自移动副并沿支链方向的约束力。

当变胞并联机构为六自由度构型时, 驱动副可以从每个支链中的移动副和下 Sur 铰中的 $R_{1,2}$ 、 $R_{2,3}$ 三个运动副中任意选取两个, 例如当支链构型由 RPS 转变为 UPS 时, 支链将增加一个新的驱动选择 $R_{2,3}$, 锁死此转动副后, 支链产生一个新的约束螺旋

$$1\$_{R_{2,3}}^r = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad ls\alpha \quad -lc\alpha] \quad (22)$$

可以发现, 将从支链中所有可能的驱动方案中选取的驱动锁死后形成的约束螺旋通过公式(14)转换到全局坐标系中, 并与对应构型的几何约束共同组成的约束螺旋系的秩为 6, 此驱动配置下变胞并联机构运动完全可控。

为实现所述变胞并联机构在不同工作模式间切换, 并具有优良的动态性能, 变胞并联机构的驱动可选择每个支链的下 Sur 单元的轴线 $R_{1,2}$ 和 $R_{2,3}$ 和移动副作为驱动。因此, 在驱动配置确定后, 变胞并联机构的构型之间相互转换过程中机构的驱动配置不会随之发生相应的变化。

4 含中心支链的并联机构约束分析

如图 16 所示, 第二种变胞并联机构含有一个中心支链, 该支链通过变胞支链的两个变胞单元分别连接到底座和平台上, 其余三个支链都为 SPS 支链。

并联机构自由度的唯一限制来自中心支链。因此,中心支链构型的变化可以导致了并联机构自由度的改变。其中P代表移动副关节,U代表虎克铰链,S代表球形铰链。当中心支链连接到底座和平台时,在支链两端连接有Sur铰,动平台的运动能力取决于(Sur)P(Sur)支链。将等效为SPS的中心支链定义为初始构型,其他三个SPS支链对称分布。建立全局坐标系O-XYZ,使其原点位于与底座连接的Sur关节中心处,轴X与底座的边 B_2B_3 垂直,Y与边 B_2B_3 平行,Z轴垂直于底座并遵循右手准则。

图16 含有中心支链的变胞并联机构的所有构型

由图16a所示,在中心支链处于初始构型时,每个Sur铰等效为一个球铰,因此,(Sur)P(Sur)等效为一个SPS支链。中心支链有7个螺旋,并且有一个局部自由度,中心支链对动平台无约束,支链具

有6个自由度。

如图16b所示,当支链改变初始构型,将下Sur铰的构态调节为U,此时中心支链等效为一个UPS支链,6个螺旋相互独立,因此中心支链对平台也没有约束。

继续对中心支链构型进行调节,调节下Sur铰为R构态如图16c所示,中心支链有5有效运动副。由第三节支链构型分析可知RPS支链具有一个过上Sur铰中心并与下Sur的轴线 s_1 平行的约束力,并且每个运动螺旋相互独立。中心支链的运动螺旋系统约束螺旋在式(4)中已经给出,因此对于等效为3SPS-1RPS的变胞并联机构的子构型具有一个过动平台中心并与Y轴平行的力约束,因此机构的自由度为5,分别为沿X、Z方向的平移和三个转动。

当上下Sur铰的构态都调节为U时,中心支链等效为一个UPU支链,如图16d所示,在下Sur铰中心处建立全局坐标系,中心支链在任意位置的

$$S = \begin{cases} s_1 = [c\alpha & 0 & -s\alpha; & 0 & 0 & 0] \\ s_2 = [0 & 1 & 0; & 0 & 0 & 0] \\ s_3 = [0 & 0 & 0; & c\beta s\alpha & -s\beta & c\beta c\alpha] \\ s_4 = [c\alpha & 0 & -s\alpha; & ls\alpha s\beta & lc\beta & lcas\beta] \\ s_5 = [s\theta s\alpha & c\theta & s\theta c\alpha; \\ & -lc\alpha(s\beta s\theta - c\beta c\theta) & 0 & ls\alpha(s\beta s\theta - c\beta c\theta)s\beta] \end{cases} \quad (23)$$

式中, α 是 s_1 与X轴的夹角, β 是 s_3 与YOZ平面的夹角,通过分析发现 s_5 始终位于 s_3 与Y轴形成的平面内, θ 是 s_5 与Y轴的夹角。对式(23)求互易螺旋可以得到中心支链的约束螺旋为

$$s^r = [-cas\theta & 0 & sas\theta; & -lc(\beta - \theta)s\alpha & 0 & -lcac(\beta - \theta)] \quad (24)$$

由式(24)可以发现,运动螺旋系统中没有冗余运动螺旋,支链的约束是一个节距不为0的螺旋,因此,等效为3SPS-1UPU的变胞并联机构子构型的自由度为5。当机构运动到特定位置时, $\alpha = \theta = 0$,并且 $\beta = 90^\circ$ 时,约束螺旋为

$$s^r = [0 & 0 & 0; & 0 & 0 & 1] \quad (25)$$

由式(25)可知,在3SPS-1UPU变胞并联机构的初始位置时,绕Z轴的转动被约束,因此,在此构型下,机构具有5个自由度,其中包括三个移动和两个绕X和Y轴的转动。

当中心支链构型调节为RPU时,如图16e所示,由式(9)的运动螺旋系统和式(11)的约束螺旋系统可知,等效为3SPS-1RPU的变胞并联机构子构型有一个约束力和一个约束力偶,约束力平行于连接到移

动副两端的转动副轴线, 约束力偶垂直于螺旋 S_3 和 S_4 形成的平面。此构型下并联机构的自由度为 4, 分别为三个转动和一个沿 Z 轴的移动。

当中心支链构型调节为 RPR 时, 如图 16f 所示, 运动螺旋系统为式(12), 可以得到中心支链的约束螺旋为式(13), 等效为 3SPS-1RPR 的变胞并联机构子构型的有三个约束, 分别是绕 Y 轴的转动和沿 X、Z 轴的移动被约束, 因此, 该构型下动平台具有三个自由度, 分别是绕 X、Z 轴的转动和沿 Y 轴的移动。通过以上分析可知, 装配有中心支链的变胞并联机构总共有六种构型, 分别是两种 6 自由度模式, 两种 5 自由度模式, 一种 4 自由度模式, 一种 3 自由度模式。结果表明, 自由度的变化取决于中心支链的有效转动副的数量变化。所有的并联机构的构型拓扑分析如表 1 所示。

表 1 含有中间变胞支链的并联机构构型分析

中心支链	等效构型	并联机构自由度	自由度类型
SPS	3SPS-1SPS	6	3T3R
UPS	3SPS-1UPS	6	3T3R
RPS	3SPS-1RPS	5	3R2T _{X,Z}
UPU	3SPS-1UPU	5	3R2T _{X,Y}
RPU	3SPS-1RPU	4	2R _{X,Y} 2T _{X,Z}
RPR	3SPS-1RPR	3	2R _{X,Z} 1T _Y

5 结论

(1) 本文根据三轴陀螺仪的结构特点进行演变并设计了一种新型变胞单元, 通过变胞单元自身轴线的变化获取了三种等效球铰、虎克铰、转动副的构态。

(2) 对装配有变胞单元的支链的构型进行了分析, 获得了七种不同拓扑的支链。结果表明, 只需对变胞单元内部的转动副轴线位置进行调整即可完成变胞支链构型的变化, 并且不同构型之间的转换简单快捷, 无需额外增加约束电机。

(3) 利用螺旋理论对构型相同的三支链并联机构的运动特性进行了分析。并给出了具有六自由度和三自由度的所有构型。对变胞并联机构的驱动配置进行了分析, 并验证了自由度分析的正确性。将变胞单元组成的支链作为中心支链, 得到了一种含有六种构型的变胞并联机构。

提出的新型变胞并联机构在实际工业生产中, 尤其是在流水生产线中对不同产品生产加工过程中对机构有不同自由度的需求时具有一定的适应性, 除此之外, 在 3D 打印领域也有一定的应用前景,

例如: 对于结构规则简单的工件采用少自由度模式, 对结构复杂工件的打印工作可采用多自由度模式。

参 考 文 献

- [1] STEWART D. A platform with six degrees of freedom (platform with six degrees of freedom for flight simulation in pilot training)[J]. Institution of Mechanical Engineers, Proceedings, 1965-1966, 180(15): 371-378.
- [2] TSAI L W, JOSHI S A. Kinematic analysis of 3-dof position mechanisms for use in hybrid kinematic machines[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2002, 124(2): 245-253.
- [3] GOSSELIN C M, ANGELES. The optimum kinematic design of a spherical 3-dof parallel manipulator[J]. ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 1989, 111(2): 202-207.
- [4] KONG Xianwen, GOSSELIN C M, RICHARD P L. Type synthesis of parallel mechanisms with multiple operation modes[J]. ASME Journal of Mechanism Design, 2007, 129(7): 595-601.
- [5] MERLET J P. Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots[J]. ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 2006, 128(1): 199-206.
- [6] YE Wei, FANG Yuefa, GUO Sheng. Reconfigurable parallel mechanism with planar five-bar metamorphic linkages[J]. Science China Technological Science, 2014, 57(1): 210-218.
- [7] YE Wei, FANG Yuefa, ZHANG Ketao, et al. Mobility variation of a family of metamorphic parallel mechanisms with reconfigurable hybrid limbs[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2016, 41: 145-162.
- [8] DAI Jiansheng, REES J. Mobility in metamorphic mechanisms of foldable/erectable kinds[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1999, 121(3): 375-382.
- [9] DAI Jiansheng. Conceptual study of the dexterous reconfigurable assembly and packaging system[R]. Science and Technology Report, Unilever Research, 1996.
- [10] DAI Jiansheng, REES Jones. Matrix representation of topological changes in metamorphic mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 2005, 127(7): 837-840.
- [11] ZHANG Liping, DAI Jiansheng. Reconfiguration of spatial metamorphic mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2008, 1(1): 011012.

- [12] ZHANG Ketao, DAI Jiansheng, FANG Yuefa. Geometric constraint and mobility variation of two 3SvPsSv metamorphic parallel mechanism[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2013, 135: 011001.
- [13] ZHANG Ketao, FANG Yuefa, DAI Jiansheng. Geometry and constraint analysis of the three-spherical kinematic chain based parallel mechanism[J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2010, 2(3): 031014.
- [14] ZHANG Ketao, DAI Jiansheng, FANG Yuefa. Topology and constraint analysis of phase change in the metamorphic chain and its evolved mechanism[J]. ASME Transactions, Journal of Mechanical Design, 2010, 132(12): 121001.
- [15] Gan Dongming, DAI Jiansheng, LIAO Qizheng. Mobility change in two types of metamorphic parallel mechanisms[J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2009, 1: 041007.
- [16] Gan Dongming, DAI Jiansheng, LIAO Qizheng. Constraint analysis on mobility change of a novel metamorphic parallel mechanism[J]. Mechanism And Machine Theory, 2010, 45(12): 1864-1876.
- [17] GAN Dongming, DAI Jiansheng, CALDWELL D G. Constraint-based limb synthesis and mobility-change-aimed mechanism construction[J]. ASME Journal of Mechanism Design, 2011, 133(5), 051001.
- [18] GAN Dongming, DAI Jiansheng. Reconfigurability and unified kinematics modeling of a 3rTPS metamorphic parallel mechanism with perpendicular constraint screws[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2013, 29: 121-128.
- [19] 叶伟, 方跃法, 郭盛, 等. 基于运动限定机构的可重构并联机构设计[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 137-143.
- YE Wei, FANG Yuefa, GUO Sheng, et al. Design of reconfigurable parallel mechanisms with discontinuously movable mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 137-143.
- [20] CARBONARI L, CALLEGARI M, PALMIERI G. A new class of reconfigurable parallel kinematic machines[J]. Mechanism And Machine Theory, 2014, 79: 173-183.
- [21] CARBONARI L, CALLEGARI M, PALMIERI G. Analysis of kinematics and reconfigurability of a spherical parallel manipulator[J]. IEEE Trans. Robot, 2014, 30(6): 1541-1547.
- [22] 王冰, 方跃法. 基于球面五杆机构的变胞并联机构构型综合[J]. 机械工程学报, 2018, 54(19): 19-26.
- WANG bing, FANG yuefa. Type synthesis of metamorphic parallel mechanism with spherical five bar linkage[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(19): 19-26.
- [23] 赵铁石, 黄真. 欠秩空间并联机器人输入选取的理论与应用[J]. 机械工程学报, 2000, 36(10): 81-85.
- ZHAO Tieshi, HUANG Zhen. Theory and application of selecting actuating components of spatial parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2000, 36(10): 81-85.

作者简介: 贾璞, 男, 1990 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机器人学及机构学。

E-mail: 290036546@qq.com

李端玲(通信作者), 女, 1974 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器人学及机构学。

E-mail: liduanling@163.com