DOI: 10.3901/JME.2020.19.014

多模式机构研究进展*

于靖军¹ 刘凯¹ 孔宪文²

(1. 北京航空航天大学机器人研究所 北京 100191;

2. 赫瑞瓦特大学工程与物理科学学院 爱丁堡 EH14 4AS 英国)

摘要: 多模式机构作为可重构机构的一个重要分支具备运动模式转换时间短、所需驱动器少等优点, 在各个领域都极具应用前景。经过 20 年的发展, 虽然涌现出一系列多模式机构的设计、分析方法, 但是多模式机构的研究仍面临诸多挑战。根据不同运动模式下的几何、结构特征, 概括并详述了多模式机构利用关节轴线、杆件和多模式单元进行运动模式切换的三种形式; 从方法和技术的角度, 综述了多模式机构在构型设计、运动模式分析以及应用方面的国内外研究现状, 并对多模式机构面临的挑战与发展趋势进行了展望。

关键词: 可重构机构; 多模式机构; 结构设计; 运动模式

中图分类号: TH112

State of the Art of Multi-mode Mechanisms

YU Jingjun¹ LIU Kai¹ KONG Xianwen²

(1. Robotics Institute, Beihang University, Beijing 100191;

2. School of Engineering and Physical Sciences, Heriot-Watt University, Edinburgh EH14 4AS, UK)

Abstract: As an important branch of reconfigurable mechanisms, multi-mode mechanisms can switch their motion patterns using fewer actuators in less time and have great application potential in various fields. Although a series of design and analysis methods of multi-mode mechanisms have emerged in the past two decades, the research on multi-mode mechanisms is still challenging. According to the geometric characteristics of multi-mode mechanisms under different motion patterns, the transformations among motion patterns of multi-mode mechanisms are classified into three forms, including the utilization of joint axes, links and multi-mode units. The state of the art of multi-mode mechanisms in type synthesis, motion pattern analysis and applications are presented from the perspectives of methods and technologies. Prospects to the upcoming challenges and development trends of multi-mode mechanisms are discussed.

Key words: reconfigurable mechanism; multi-mode mechanism; type synthesis; motion pattern

0 前言

随着科技的发展和工业革命的推进, 现代化生产作业工程中对多功能、多模式机械装备的需求日益增加。固定自由度和单一操作模式的机械装备受自身结构限制, 难以满足不同任务、工况的要求。因此, 可重构机构进入国内外研究者的视线, 并受到了广泛关注。

可重构机构是指一类能够实现运动形式变化的

机构, 包含运动分岔机构^[1]、变胞机构^[2-7]、多模式机构^[8-10]等众多子类。其中, 运动分岔机构是奥地利机构学家 WOHLHART 借助数学概念所提出的一类可以实现自由度变化的连杆机构^[1]; 变胞机构是伦敦大学戴建生教授受折纸艺术启发, 借鉴生物学概念提出的一类可进行自我重组和重构的机构^[11]; 多模式机构则是拉瓦尔大学 GOSSELIN 教授和孔宪文教授引用计算机领域的术语, 提出的一类可免重新装配完成运动模式切换的机构^[8, 10]。随着研究的推进, 这几类机构的范围也发生了不同程度上的重合。就目前而言, 变胞机构所覆盖的机构类型最多; 多模式机构次之; 运动分岔机构最少。

* 国家自然科学基金资助项目(51575017, U1813221)。20200417 收到初稿, 20200618 收到修改稿

值得指出的是,与其他可重构机构相比较,多模式机构具有以下两个突出特点:① 运动模式转换所需时间短,避免了重新拆装以及停机调整方面的时间损耗;② 运动模式转换所需辅助驱动器少,不依赖特殊关节、构件。本文也将针对多模式机构展开论述。

由于其突出的特性,多模式机构在航空航天、医疗康复、机械加工等众多领域展现出十分巨大的潜在价值。如在寸土寸金的航天器中,能够高效地实现多种功能的设备显然能够极大节省存放空间,同时减轻发射的载重重量;又如在任务繁重的加工车间,一台具备多种功能的加工设备,必然能够节省工件的加工时间,提高工作效率。

尽管前景喜人,但是多模式机构的研究仍处于初级阶段,距离实际应用还需面临多项理论和技术上的挑战。为此,本文将从运动模式切换的形式出发,根据不同的宏观和技术角度概述多模式机构设计、分析以及应用方面的研究进展。期望能有更多学者和工业界人士关注和研究多模式机构。

1 多模式机构运动模式转换方法概述

多模式机构主要利用机构的约束奇异实现运动模式转换。此处,运动模式指的是描述机构输出端运动类型的连续位姿集合^[10]。通过在转换位形(通常为约束奇异位形)改变机构的约束条件,可以实现运动模式的变化。不同类型的多模式机构改变约束条件的形式各不相同。熟知其中的各类方法,有助于更好地了解此类机构。通过对大量多模式机构的归纳总结,其运动模式转换的形式主要分为:① 改变关节轴线间的特殊相对姿态;② 改变杆件间的特殊几何关系;③ 利用多模式单元。

1.1 改变关节轴线间的特殊相对姿态

这种方法主要通过改变相应关节轴线间的特殊姿态实现机构自由度或运动的变化,由此完成运动模式的转换。具体包括:改变轴线共线关系、平行(反平行)关系以及其他特殊夹角关系等。

1.1.1 利用轴线间的共线关系

例如,一种 RCRC(R 表示转动副, C 表示圆柱副)闭链机构^[12](图 1a)便能通过改变关节轴线间的共线关系完成运动模式转换。在约束奇异位形破坏转动副之间的共线关系,该机构可以实现沿圆柱副轴线的移动和转动(图 1b);若改变圆柱副之间的共线关系,则该机构仅能完成一个自由度的转动(图 1c)。对于一种 8R 对称闭链机构^[13](图 2)也可以通过

转动副的共线关系改变运动模式。在初始位形维持其中两个转动副的共线关系,该机构可以实现一转一移的圆柱副运动(图 2a);反之,则能完成两移一转的平面运动(图 2b)。

图 1 CRRC 机构

图 2 8R 对称闭链机构

同样多模式并联机构也可以利用这一形式实现运动模式转换。当一种 3-RER(E 表示平面副)多模式并联机构^[14]的部分关节轴线共线时(图 3a),该机构便可以从三维移动(图 3b)等其他模式转换为球面转动运动模式。

图 3 一种 3-RER 并联机构

另外,还存在不少多模式的并联和闭链机构^[15-17]可以通过轴线共线完成运动模式切换,此处不再一一赘述。

1.1.2 利用轴线间的平行或反平行关系

如图4所示的一种多模式7R机构^[18]可以通过改变相关轴线间的平行关系实现运动模式转换。当其中5个关节的轴线相互平行时(图4a),该机构可以实现平面五杆运动;当该条件被破坏时,则机构进入其他运动模式,如平移运动模式(图4b)等。

图4 一种多模式7R闭链机构

同理,并联机构也能够通过改变关节轴线的平行关系实现运动模式的转换。在考虑杆件干涉的前提下,如图5a所示的一种3-4R并联机构^[19]仅具备两种运动模式:①与底座、动平台固联的关节轴线两两平行时,即 $A_1 \parallel B_1$ 、 $A_2 \parallel B_2$ 、 $A_3 \parallel B_3$,该机构可以实现沿球面的2自由度移动(图5b);②若上述的平行条件无法同时满足,则该机构进入2自由度的球面纯滚动运动模式^[20](图5c)。

图5 3-4R并联机构

类似地,一种具备3种运动模式的4自由度3-RER并联机构^[21]可以通过底座与动平台的关节轴线是否平行或反平行完成运动模式转换。当关系为平行或反平行时,该机构可以实现2种不同的三移

一转运动;反之,则进入两转两移运动模式。另外,改进的Queer-Square机构^[22]、具备3种运动模式的7R机构^[23]、双模式6R闭链机构^[24]等也同样可以借助这一方法完成运动模式切换。

1.1.3 利用轴线间的特殊夹角关系

除了利用共线、平行关系,改变轴线间的固定夹角同样可以切换机构的运动。针对基于Bennett机构所构造的7R多模式机构(图6)^[25-26],如若关节 R_2 与 R_5 、 R_6 的轴线夹角保持特定值,该机构可以完成一种2自由度的运动(图6a);否则,进入1自由度7R运动模式(图6b)。

图6 基于Bennett机构的7R多模式机构

对于一种以Bricard连杆为动平台的多模式并联机构^[27],当Bricard的相应关节轴线夹角不同时,该机构可以实现不同的运动:相隔一个关节的运动副轴线相互垂直时,该机构可以实现三维平移运动(图7a);在其他特定夹角情况下,其还能实现包括两转一移运动模式(图7b)在内的多种3自由度运动。

此外,还有相当一部分机构^[28-32]同样能够利用这一方法完成运动模式的切换。

图7 基于Bricard连杆的多模式并联机构

1.2 改变杆件间的特殊几何关系

通过改变杆件间的特殊几何关系实现运动模式转换,其本质仍是改变机构在不同位形下的约束形式,可以利用改变杆件间的平行、共线等关系完成。

一个典型的范例便是平行四杆机构^[8]。当机架和输出杆件处于平行状态时,机构可以实现1自由度的平移运动(图8a);若在约束奇异位置改变两者之间的平行或共线关系,该机构将进入1自由度的

转动运动模式(图 8b)。

图 8 平行四杆机构

对于一种多模式 7R 闭链机构(图 9a)^[33], 在杆件几何关系不同的情况下其亦能展现出不同的运动模式。当杆件 FG 和 GA 的共线时, 该机构可以完成与 Bricard 6R 机构相同的运动模式(图 9b); 当杆件 AB 与 GA 共线时, 机构则进入平面对称 6R 运动模式(图 9c); 其他情况下, 多模式 7R 闭链机构还能实现平面 4R 运动模式(图 9d)。

图 9 多模式 7R 连杆机构

Stewart 机构的原型——Wren 平台^[34](图 10a)同样能够利用这一方法改变机构的几何约束条件实现两种运动模式: 在约束奇异位形改变连杆之间的平行几何关系, 此时 Wren 平台仅能实现 1 自由度的自转运动(图 10b); 若维持杆件之间的平行关系, 该机构则可以完成 2 自由度的球面平移运动(图 10c)。

除了上述 3 种机构, Queer-Square 机构^[1]、Wunderlich 机构^[35]、6R 闭链机构^[36-38]、7R 闭链机构^[39]等也具备类似的特征。

值得注意的是, 由于杆件形状的多样性, 该类机构也可能通过改变杆件间的固定夹角实现

运动模式转换。

图 10 Wren 平台

1.3 利用多模式单元

此类方法主要通过改变机构中多模式单元的运动, 从而实现机构运动模式的切换。实际上, 多模式单元的运动模式转换也主要通过改变轴线或杆件间的几何关系实现。但是此类机构通过添加多模式单元, 将支链间的整体约束奇异引入支链内部, 仅通过改变多模式单元的运动便能实现动平台的运动模式切换, 具有其突出的特点。因此, 为了与上述两种方法有所区分, 单独在此进行阐述。

基于可实现平移和转动两种运动模式的 6R 闭链单元^[24](图 11), 叶伟等^[40]设计了一台具有多种运动模式的 3 自由度并联机构。通过切换支链中 6R 单环链的运动模式, 该机构可以实现 3T、2T1R、2R1T 和 3R 等 4 种不同的运动。

图 11 多模式 6R 单环链

如图12所示的多环菱形机构可以实现5种运动模式,利用其替换传统3自由度平面机构的运动副,同样可以得到多种多模式机构^[41]。例如,针对3-RPP(P表示移动副)平面并联机构,将一个多环菱形机构替代其一条支链上连续的转动副和移动副,所得到的新机构(图13)可以实现2T、1T1R、2T1R等3种运动模式。对于3-PPP、3-RRP和3-PRP等机构,该方法同样适用且所得到的机构具有相同性质。此外,也存在其他包含多模式单元的机构^[42-43]可以利用这一方法进行运动模式切换。

图12 一种多环菱形机构

图13 一种多模式平面并联机构

1.4 其他形式

还有小部分多模式机构通过穿越约束奇异实现运动模式转换,而无上述3种形式的特征。例如,对于一种可以实现两种运动模式的RCCR机构^[44](图14),当运动模式切换时,该机构杆件或轴线的几何特征并无明显变化。另外,多模式3-RPS(S表示球副)并联机构等^[45]也同样如此。

图14 一种可以实现两种运动模式的RCCR闭链机构

值得指出的是,部分多模式机构的运动模式切换可以利用上述两种或两种以上形式来阐述。例如,

多环菱形机构^[41]便可以理解为利用关节轴线共线或杆件重合实现运动模式的转换。

2 多模式机构的综合与设计

机构的创新设计是机械领域中永恒的主题,要求研究者们根据需求设计出新颖、高效且合理的机构。系统化的机构设计通常需要经历构型综合、性能分析和尺度综合等流程^[46],其中构型综合是机构系统化设计的核心,也是机构学研究领域的重要内容^[47]。当然,机构的设计也会用到非系统化的创新设计方法——试凑法,该方法较为依赖设计者的灵感与经验,常见于机构早期的设计中^[48]。作为处于发展初级阶段的一类机构,多模式机构的设计除了利用构型综合,同时也存在着使用试凑法的情况。

2.1 多模式机构构型综合

目前,常用的构型综合理论有列举型综合法、基于旋量理论的型综合方法、基于群论的型综合方法、基于单开链的型综合方法等等。关于多模式机构的构型综合也以上述几种方法为主。

LEE等^[49]通过合并平面4R机构和球面4R机构的几何特征,综合并列举了两类可以实现自由度变化的7R多模式机构。基于自由度分析,GOGU^[50-51]利用列举法综合了一类可实现不同空间2T1R运动的连杆机构。虽然实现了多模式机构的构型综合,但是此类方法很难扩展到其他类型的多模式机构。

KONG等^[10]基于旋量理论率先提出了多模式并联机构的构型综合方法,并利用该方法得到了一类能完成三维转动和移动的多模式并联机构。综合过程所采用的整体思路为:先综合几类支链,而这些支链能分别构建预期运动模式的机构;然后在上述支链中,寻找存在共有位形的几类支链;最后是根据合适的支链配对原则构建能完成几种预期运动的多模式机构。随后几年KONG等^[27, 52]又对多模式机构进行了深入研究,根据不同需求给出了多种3自由度多模式机构的构型综合。在此基础上,YE等^[53]通过向机构支链引入多模式单元,综合了一类可以实现4种运动的多模式并联机构。该方法将机构支链间的约束奇异引入支链内部,在一定程度上简化了机构的综合过程。除了并联机构,旋量理论也被应用于多模式闭链机构的综合。基于旋量理论的自由度与约束关系,KONG等^[25]综合了一类可实现自由度变化的7R闭链机构。相似地,刘超等^[54]综合了一类可以完成3种运动模式但自由度不变的6R闭链机构。

除了上述方法,群论在多模式机构的综合方面也有较多应用。GALLETI 等^[12]利用位移群论,提出了四种基本的多模式单环链,并利用这些单环链的结构特点建立了变自由度机构的综合设计方法。不过该方法较为依赖四种基本的多模式单环链,有一定的局限性。更为系统性地,LI 等^[55]根据群论对 Schoenflies 运动的描述,综合了一类能够实现两种 Schoenflies 运动的并联机构。以群论为基础,LÓPEZ-CUSTODIO 等^[56]则通过组合不同特性的串联结构得到了一系列多模式闭链机构。在多环闭链机构的综合方面,ZENG 等^[57]利用特定连杆机构和并联机构的约束运动特性,提出了一种新颖的多模式空间多环机构综合方法,并以此设计了多种变自由度的空间多环机构。

此外,根据特征集方法,石志新等^[58]提出了关于 4 自由度多模式机构的综合方法,并得到了上百种能完成两种运动模式的 4 自由度并联机构。

2.2 基于试凑法的多模式机构构型设计

尽管通过构型综合的方法,已经得到了一定数量的多模式机构新构型,为此类机构的设计提供了坚实基础。但是仍有相当一部分多模式机构,依靠研究者的灵感与经验以案例的形式被提出。

2.2.1 基于经典机构的案例式设计

站在巨人的肩膀上往往能够看得更远,对于多模式机构的设计亦是如此。以经典机构为基础,对其进行改造设计,能够较为快捷的获得新的多模式机构。

LEE 等^[59]将传统的 4R 平面机构与 4R 球面机构重新组合,构造了两种可以实现不同运动的多模式 2 自由度 8R 机构。同样是基于两种经典机构,HUANG 等^[60]结合 Bennett 和 RPRP 机构的结构特征,设计了一种具备 3 种运动模式的 5R2P 机构。PFURNER^[30]通过有机结合正交 Bricard 机构和 Schatz 机构^[61],设计了一种可以完成两种运动模式的单环链机构。另外,借助球铰连接多个正交 8R 机构和 Bennett 机构,WANG 等^[62]设计了数种具备多模式性质的可展机构。

除了不同经典机构间的组合,两个或两个以上相同类型机构间的组合也同样可以获得多模式机构。CHAI 等^[31]通过合并两个完全一致的 Bennett 机构,得到了一种可以实现 2 种运动模式的 8R 闭链机构。类似地,SONG 等^[29]根据 4 个 Bennett 机构的网格式组合,设计了一种具备 5 种运动模式的 8 杆机构;另外,通过融合两个 Goldberg 机构,其得到了一种多模式 6R 闭链机^[32]。

LÓPEZ-CUSTODIO 等^[63]根据几何性质对两个 Koenigs 机构进行了组合提出一种可以实现 4 种运动的 double-Koenigs 机构。基于此类方法的多模式机构构造并不限于两个机构间的组合。WANG 等^[64]利用球铰连接不同数量的正交 8R 或 10R 机构,得到了一系列可以完成多种运动模式的多面体可展机构。

为了获得新型多模式机构,上述经典机构间的组合方式不外乎以下 3 种:① 断开经典机构部分运动副之间的刚性连接,然后根据对应的几何关系重新建立运动副之间的刚性连接,使几个机构组合为一体^[31, 59, 63]。值得指出的是,在此过程中运动副数量不变;② 断开经典机构部分运动副之间的刚性连接,然后根据指定条件重合几个机构的部分运动副,并建立运动副之间的刚性连接^[29-30, 32, 60]。在此过程中运动副数量将减少;③ 利用运动副按照特定的几何关系连接几个经典机构^[62, 64]。毫无疑问,通过该方法得到的多模式机构的运动副数量将多于经典机构的运动副总数。

此外,通过向经典机构添加运动副亦可以获得新型多模式机构。KONG^[18, 33]便利用向正交 Bricard 机构和平面对称 6R 机构添加一个转动副,分别得到了能实现 3 种和 5 种运动模式的 7R 机构。SONG 等^[65]将 2 个转动副插入一个杆长相等的 Bennett 机构设计了一种能实现 8 种运动的 6R 闭链机构。WOHLHART^[66]则通过将 4R、5R 和 6R 过约束运动链融入 7R 连杆机构得到了一系列多模式 7R 闭链机构。

2.2.2 基于支链间/内约束奇异的案例式设计

根据特定的运动支链,考虑支链之间或支链内部的约束奇异,同样可以案例式构造多模式机构。

基于 RER 支链的几何性质,KONG^[14, 21]设计了一种具备 3 种运动模式的 4 自由度 3-RER 并联机构;通过对 RER 支链的改造设计,其又提出了一种能完成 15 种运动模式的 3 自由度并联机构。尽管 3-RER 机构的拓扑结构并未发生变化;但是支链结构的改变,使机构的约束情况有了更多的可能性,即能完成更多种运动。根据 RUU(U 表示虎克铰)支链,NURAHMI 等^[67-68]构建了 1 种可以实现 2 种 3T1R 和 1 种 2T2R 运动的 2-RUU 并联机构;将该机构的支链从 2 条扩充到 4 条,又得到了一种同样具备 3 种运动模式的并联机构;不同的是 4-RUU 并联机构实现的是 2 种 Schönflies 运动和 1 种二维移动。对于由 3 条 CPU 支链所构造的并联机构^[69-70],有研究指出其同样是一种多模式机构且具备三维转动和移

动两种运动模式。根据 RPU 和 UPU 支链, RUGGIU 等^[71]设计了一种以 P 副为驱动副的 1-RPU-2-UPU 多模式并联机构, 该机构可完成 2 种不同的 2R1T 运动。上述几种机构实现多运动模式的本质主要是利用机构支链间的约束奇异。此外, 叶伟等^[72]通过向 PCR 支链添加一种具备两种运动模式的单环闭链, 提出了一种 3 自由度多模式机构。ZHANG 等^[23, 73]综合考虑单环闭链中 7 个转动副轴线的几何关系, 提出了若干具备 3 种运动模式的 7R 单环链机构。值得一提的是, 此类机构主要利用闭链内部的约束奇异实现运动模式转换。

3 多模式机构的建模分析

机构从设计到应用这一过程中, 理论建模分析是必不可少的。对于多模式机构而言, 运动模式分析(可重构分析)在其中更是举足轻重。机构的运动模式分析主要通过运动学模型, 判定机构所能实现的不同形式运动以及模式转换位形。事实上, 多模式机构的分析要相对滞后于设计。一部分多模式机构很早便被提出, 但是由于分析方法的限制, 在一段时间后这些机构才被认定具备多运动模式特性。如图 8 所示, 起初研究者们认为平行四杆机构的输出杆仅能完成平动运动^[74]; 之后随着分析方法的完备发现该机构的输出杆件还能实现转动运动^[8]。另外, Wren 平台也是如此, 该机构早在 1645 年便被提出, 但是多模式性质是近 350 年后才被发掘。

3.1 多模式机构运动模式分析

20 世纪 90 年代中期, 多模式机构受到了广泛关注。当时对多模式机构的研究主要集中于结构的创新设计, 而相对忽视了运动模式分析。通常在提出一种机构后, 会直接给出不同位形下的机构自由度差异, 从而说明机构的多模式特性^[1, 75-76]。实际上, 这样的分析流程缺乏系统性和完整性。2002 年, ZLATANOV 等^[77]以旋量为数学工具, 借助机构的约束奇异对一种 3-UPU 并联机构进行了分析, 阐释了此类机构运动不稳定的原因, 即不同位形下存在不同的自由度; 同年, ZLATANOV 等^[8]又详细分析了一种 3-URU 并联机构的运动特性, 给出了其所具备的三维移动、三维转动、平面运动等 5 种运动模式。由此, 运动模式分析逐渐受到了学者们的关注。基于群论, LEE 等^[78]对一种 7 杆机构的运动模式进行了分析, 展示了该机构所具备的两种运动。

然而, 旋量理论在分析机构运动特性时不具备

全局性, 即无法全面挖掘机构的运动模式; 群论虽然是一种全局性的方法, 但是其不具备普适性。2009 年, 因斯布鲁克大学的 HUSTY 团队^[79]将几何代数引入机构的运动模式分析中, 并利用全局运动学模型成功揭示了 SUN 3-UPU 并联机构所具备的 7 种运动模式, 相较于文献[77], 给出了更为全面的分析。在此过程中, HUSTY 等利用对偶四元数描述运动学模型的无奇异特性, 建立了机构的全局运动学模型, 并通过对运动学多项式的准素分解 (Primary decomposition) 获得了机构的运动模式。此后, 这一分析方法也被诸多学者所采纳、推广。SCHADLBAUER 等^[45, 80]运用该方法对经典的 3-RPS 并联机构进行了分析, 并发现 3-RPS 机构具备两种运动模式可视为多模式机构, 即除了传统的运动模式外还能完成两转一移的线对称运动^[81]。沿用上述方法的思路, KONG^[14]借助欧拉参数(单位四元数)和位置矢量, 给出了一种 3 自由度并联机构的 15 种运动模式。基于几何代数和运动映射法^[82], 闭链机构的运动模式同样得以揭示^[26]。HE 等^[83]利用该方法确定了一种 7R 机构的 3 种运动模式。

然而, 此类方法并非对所有机构都适用。经常存在机构运动多项式过于冗长且无法提取有效信息的情况。因此, 也有学者利用数值分析方法, 确定机构的输入输出关系, 由此判定运动模式^[32]。例如, FENG 等^[37]便利用该方法确定了一种 6R 机构的 2 种运动模式。但是数值方法并不能准确揭示机构相应运动模式的运动特征。利用对偶四元数和自然指数函数, KONG 等^[17-18]提出了一种新的运动模式分析方法, 并借助位形空间给出了几种 7R 机构的运动模式。针对并联机构, STIGGER 等^[84]则通过将运动多项式转化为单变量多项式, 并利用对后者的因子分解获得了 3-RUU 并联机构的其中 2 种运动模式。更为一般性地, LIU 等^[85]基于基础运动模式概念, 提出了一种少自由度并联机构运动模式的分析方法, 对于运动多项式无法准素分解的机构亦能识别其部分运动模式; 同时, 利用该方法对 3-RSR 并联机构进行了分析得到了其所具备的其中 7 种运动模式。值得注意的是, 当运动多项式无法准素分解时, 难以获得机构全部的运动模式。机构运动模式的分析、识别方法仍有待进一步完善。

3.2 尺寸参数对机构运动模式的影响

基于上述介绍可知, 不同多模式机构的运动模式类型/数量会有所差别。不仅如此, 对于同种多模式机构, 当尺寸参数不同时, 机构的运动模式数量/类型也会发生变化。同样以平行四杆机构(图 15)为

例,进行简单说明。当连杆长度 a 大于输出杆长度 b 时,平行四杆机构可以分别完成沿连杆垂线方向的平移和绕连杆焦点的转动(图 15a);当 $a=b$ 时,机构可以分别完成平移运动和绕固定轴线的转动(图 15b);当 $a<b$ 时,机构可以分别实现平移运动和绕连杆远程焦点的转动(图 15c)。显而易见,给定不同的尺寸参数,机构的运动模式类型/数量可能发生相应的变化。研究尺寸参数对机构运动模式的影响将有助于多模式机构的设计以及控制。

图 15 不同尺寸参数对平行四杆机构运动模式的影响

早在 20 世纪 90 年代,就有学者考虑到尺寸参数对机构运动学建模的影响^[86-87]。随着多模式机构的发展,亦有研究者关注到尺寸参数对运动模式类型/数量的影响。基于几何代数, COSTE 等^[88]分析了底座和动平台的尺寸参数对 4-UPU 并联机构运动模式的影响;发现在尺寸参数满足一定条件时,除了两种 4 自由度运动,该机构还可以实现两种额外的 3 自由度运动模式。对于一种 3-RPS 机构, SCHADLBAUER 等^[45]已经证实了其具备两种运动模式;通过对该机构尺寸参数的全面分析, NAYAK 等^[89]发现在特定参数下 3-RPS 机构仅能实现一种运动模式。更为系统性地,以尺寸参数为依据, KONG^[90]利用 Gröbner 覆盖算法^[91]和准素分解将 3-RER 并联机构划分为 19 类;其中,除了两种共有的 3TIR 运动,这 19 类 3-RER 机构的其他运动模式类型/数量均有一定差异。

3.3 运动模式的运动特性展示

基于运动模式分析,通常能够得到机构运动模式的代数表达形式,用以精准地描述机构的运动特性。然而这种方法并不直观,读者很难直接想象机构在相应运动模式下的具体运动。对运动模式加以瞬轴面的描述,多模式机构的各种运动特征便能图

形化的展示,同时也便于读者的理解。

瞬轴是瞬心概念由平面到空间的扩展,一系列连续的瞬轴包络所形成的面,就称为瞬轴面。瞬轴面可以图形化表达机构输出端相对于基座的运动特征^[92,93]。目前,求解机构瞬轴面的方法主要有甘乃迪定理 (Aronhold-Kennedy theorem) 法、算子 (Velocity operator) 法和雅可比矩阵法等。

第一种方法以甘乃迪定理为理论基础通过杆件间的运动关系确定机构输出端相对于固定端的瞬轴,考虑不同时刻的位形可以得到瞬轴面,由此显现机构的运动特征。FIGLIOLINI 等^[93]便利用该方法分别求解了 RCCC 机构在 2 种运动模式下的瞬轴面,即均为两个圆锥面。因此, RCCC 机构的 2 种运动模式可以视为两个圆锥面之间的滚动,差异在于不同运动模式下圆锥面的尺寸有所区别。

基于算子法的瞬轴面求解与机构动平台的位姿紧密相关。在得知动平台的运动变化特征后,通过算子法可简便求解瞬轴面。在 3-RPS 并联机构运动模式分析的基础上, SCHADLBAUER 等^[94]利用算子法给出了该多模式机构在不同运动模式下的瞬轴面,图形化地展示了机构的运动特征。此外,基于算子法, LIU 等^[85]将时间信息引入瞬轴面的计算中,全面揭示了 3-RSR 并联机构在相应运动模式下的运动。

雅可比矩阵与机构的位形密切相关,可以描述机构末端运动速度与关节运动速度之间的映射关系^[95]。在得知输入或输出速度的情况下,通过雅可比矩阵便可以求得机构动平台的瞬轴面。CHEN 等^[96]利用雅可比矩阵法分别给出了 3-RPS 角台并联机构的 2 种瞬轴面,用以展示该机构的卡当运动特性和常规运动特性。

4 多模式机构的应用研究

机构研究的最终目标是为了投入实际应用,满足现代化生产作业的需求。然而,多模式机构的发展仍处于初级阶段,距离全面实现工程应用还有诸多问题有待解决。目前,关于多模式机构应用方面的研究主要集中于医疗康复、航空航天和机械加工等领域。

在医疗康复领域, HE 等^[97]基于多模式机构设计了一种可实现自由度变化的腹腔微创手术机器人;该机器人通过运动模式转换可提高末端执行器的刚度和输出力以完成不同的手术任务。TSENG 等^[98]利用多模式连杆机构提出了一种康复训练设备;依

靠不同的运动模式该设备可分别完成臀部和小腿部位的康复训练。依赖具有两种运动模式的 3-RPS 机构, NURAHNI 等^[99]设计了一种新型踝关节康复设备;通过运动模式的切换,该设备可以完成不同的康复训练动作。

在航空航天领域, BAIGUNCHEKOV 等^[100]提出了一种多模式定位并联机构;在不同运动模式下,该机构可以完成不同的定位任务。由于轻便、可折叠等优势, NASA 于 2012 年已着手研究基于连杆的星球探测机器人;一款名为 SuperBall 的星球探测机器人可通过机构的整体变形实现滚动运动,从而实现在复杂地形中的移动^[101]。受此启发,北京交通大学的姚燕安教授团队^[102-105]开发了一系列可用于复杂地形探测的多模式移动机器人;利用连杆机构的多种运动模式,此类机器人可实现各式各样的移动运动形式(滚动、步行和蠕动等)。

在机械加工领域,为了满足灵活、高效的加工需求, AZULAY 等^[106]设计了一种可以在较快进给速率下保持高刚度的变自由度铣床,其能够针对不同工件完成相应的细铣任务。基于 3-CPU 机构, CARBONARI 等^[70]设计了一种可以完成三维转动和三维移动的加工机床。

5 结论与展望

(1) 多模式机构运动模式转换的形式主要分为:改变关节轴线间的特殊相对位姿、改变杆件间的特殊几何关系、利用多模式单元等三类。细致地剖析多模式机构的运动模式转换的形式有助于更好地了解此类机构。

(2) 多模式机构的构型综合方法与理论仍有待丰富和完善。相较于传统的刚性机构,多模式机构的构型综合方法要更加复杂。因为后者需要考虑尺度、运动模式转换等方面的因素。这致使多模式机构的构型设计主要依赖研究者的灵感与经验。由于多模式机构构型综合的难度,现有的构型综合方法所适用的机构类型还比较有限。因此,寻找合适的数学工具,结合机构的尺寸参数对更多类型的多模式机构进行构型综合是多模式机构发展的其中一大契机,同时也是一大挑战。另外,针对特定应用,运用现有构型综合方法进行多模式机构的构型综合亦将有助于多模式机构的构型综合方法与理论的进一步研究。

(3) 多模式机构的运动模式分析方法需要进一步改进与深化。运动模式分析是多模式机构研究的

重点内容,关乎机构的运动特性能否被全面挖掘。尽管经过 20 年的发展,涌现了一些多模式机构的运动模式分析方法和流程。但是较整体而言,多模式机构的分析要相对滞后于设计。表现在相当一部分多模式机构的运动模式仍无法得到全面揭示。其中的难点在于如何从纷繁复杂的全局运动学多项式中提取有效的机构运动模式信息。通过引入先进的数学方法并借助计算机强大的运算功能对多模式机构的运动模式进行分析不失为一种可资借鉴的思路。

(4) 多模式机构在航空航天、机械加工、医疗康复等国家战略领域均极具应用前景。多模式机构独特的优势也将提升机械装备与现代化生产作业的契合度。不过多模式机构距离实际工程应用还面临诸多难点。其中,如何平稳地切换机构的运动模式一直是一个悬而未决的问题^[107]。另外,在走向应用的道路上,以多模式机构运动学和动力学分析为基础的性能评价和尺度综合研究也有待进一步开展。

参 考 文 献

- [1] WOHLHART K. Advances in robot kinematics[M]. Dordrecht: Kluwer Academic, 1996.
- [2] DAI J S, JONES J R. Mobility in metamorphic mechanisms of foldable/erectable kinds[J]. Journal Mechanical Design, 1999, 121(3): 375-382.
- [3] DAI J S, WANG D, CUI L. Orientation and workspace analysis of the multifingered metamorphic hand—metahand[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2009, 25(4): 942-947.
- [4] 王德伦, 戴建生. 变胞机构及其综合的理论基础[J]. 机械工程学报, 2007, 43(8): 32-42.
WANG Delun, DAI Jiansheng. Theoretical foundation of metamorphic mechanism and its synthesis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(8): 32-42.
- [5] ZHANG K T, DAI J S, FANG Y. Geometric constraint and mobility variation of Two $3S_4PS_4$ metamorphic parallel mechanisms[J]. Journal Mechanical Design, 2013, 135(1): 11001.
- [6] GAN D M, DAI J S, LIAO Q Z. Mobility change in two types of metamorphic parallel mechanisms[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2009, 1(4): 041007.
- [7] ZHANG K T, FANG Y F, WEI G, et al. Advances in reconfigurable mechanisms and robots[M]. London: Springer, 2012.
- [8] ZLATANOV D, BONEV I A, GOSSELIN C M.

- Advances in robot kinematics theory and applications[M]. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [9] REFFAT S, HERVÉ J M, NAHAVANDI S, et al. Two-mode overconstrained three-DOFs rotational-translational linear-motor-based parallel kinematics mechanism for machine tool applications[J]. *Robotica*, 2007, 25(4): 461-466.
- [10] KONG X, GOSSELIN C, RICHARD P L. Type synthesis of parallel mechanisms with multiple operation modes[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2007, 129(6): 595-601.
- [11] 戴建生, 丁希仑, 邹慧君. 变胞原理和变胞机构类型[J]. *机械工程学报*, 2005, 41(6): 7-12.
- DAI Jiansheng, DING Xilun, ZOU Huijun. Fundamentals and categorization of metamorphic mechanisms[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2005, 41(6): 7-12.
- [12] GALLETTI C, FANGHELLA P. Single-loop kinematotropic mechanisms[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2001, 36(6): 743-761.
- [13] FANGHELLA P. Stability of branches of a kinematotropic mechanism[C]// ASME/IFTOMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, London, UK, IEEE, 2009: 41-46.
- [14] KONG X. Reconfiguration analysis of a 3-DOF parallel mechanism using Euler parameter quaternions and algebraic geometry method[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 74: 188-201.
- [15] FANGHELLA P, GALLETTI C, GIANNOTTI E. Advances in robot kinematics[M]. Netherlands: Springer, 2006.
- [16] TIAN Y, ZHANG D, YAO Y, et al. A reconfigurable multi-mode mobile parallel robot[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2017, 111: 39-65.
- [17] KONG X, WANG J, YU J, et al. Reconfiguration analysis of a variable degrees-of-freedom multi-mode parallel manipulator[C]// 2018 International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, Delft, Netherlands, IEEE, 2018: 1-7.
- [18] KONG X. A variable-DOF single-loop 7R spatial mechanism with five motion modes[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, 120: 239-249.
- [19] KONG X, YU J, LI D. Reconfiguration analysis of a two degrees-of-freedom 3-4R parallel manipulator with planar base and platform[J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2016, 8(1): 011019.
- [20] WU K, YU J, ZONG G, et al. A family of rotational parallel manipulators with equal-diameter spherical pure rotation[J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2014, 6(1): 011008.
- [21] KONG X. Reconfiguration analysis of a 4-DOF 3-RER parallel manipulator with equilateral triangular base and moving platform[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 98: 180-189.
- [22] QIN Y, DAI J S, GOGU G. Multi-furcation in a derivative queer-square mechanism[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 81: 36-53.
- [23] ZHANG K, MÜLLER A, DAI J S. Advances in reconfigurable mechanisms and robots II[M]. Cham: Springer, 2016.
- [24] LEE C C, HERVÉ J M. A novel discontinuously movable six-revolute mechanism[C]// 2009 ASME/IFTOMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, London, UK, IEEE, 2009: 58-62.
- [25] KONG X, HUANG C. Type synthesis of single-DOF single-loop mechanisms with two operation modes[C]// 2009 ASME/IFTOMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, London, UK, IEEE, 2009: 136-141.
- [26] PFURNER M, KONG X, HUANG C. Complete kinematic analysis of single-loop multiple-mode 7-link mechanisms based on Bennett and overconstrained RPRP mechanisms[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 73: 117-129.
- [27] KONG X, JIN Y. Type synthesis of 3-DOF multi-mode translational/spherical parallel mechanisms with lockable joints[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 96: 323-333.
- [28] SONG C Y, CHEN Y, CHEN I M. A 6R linkage reconfigurable between the line-symmetric Bricard linkage and the Bennett linkage[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2013, 70: 278-292.
- [29] SONG C Y, FENG H, CHEN Y, et al. Reconfigurable mechanism generated from the network of Bennett linkages[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, 88: 49-62.
- [30] PFURNER M. Synthesis and motion analysis of a single-Loop 8R-chain[C]// 2018 International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, Delft, Netherlands, IEEE, 2018: 1-7.
- [31] CHAI X, ZHANG C, DAI J S. A single-loop 8R linkage with plane-symmetry and bifurcation property[C]// 2018

- International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, Delft, Netherlands, IEEE, 2018: 1-8.
- [32] SONG C Y, CHEN Y. Multiple linkage forms and bifurcation behaviours of the double-subtractive-Goldberg 6R linkage[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 57: 95-110.
- [33] KONG X. Reconfiguration analysis of multimode single-Loop spatial mechanisms using dual quaternions[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2017, 9(5): 051002.
- [34] HUSTY M L, ZSOMBOR-MURRAY P. Advances in robot kinematics and computational geometry[M]. Dordrecht: Springer, 1994: 449-548.
- [35] ARPONEN T, PIIPPONEN S, TUOMELA J. Kinematical analysis of Wunderlich mechanism[J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 70: 16-31.
- [36] ZHANG K, DAI J S. Advances in robot kinematics[M]. Cham: Springer, 2014.
- [37] FENG H, CHEN Y, DAI J S, et al. Kinematic study of the general plane-symmetric Bricard linkage and its bifurcation variations[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 116: 89-104.
- [38] CHAI X, DAI J S. Three novel symmetric Waldron-Bricard metamorphic and reconfigurable mechanisms and their isomerization[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2019, 11(5): 051011.
- [39] HE X, KONG X, HAO G, et al. Advances in reconfigurable mechanisms and robots II[M]. Cham: Springer, 2016.
- [40] 叶伟, 方跃法, 郭盛, 等. 基于运动限定机构的可重构并联机构设计[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 137-143.
- YE Wei, FANG Yuefa, GUO Sheng, et al. Design of reconfigurable parallel mechanisms with discontinuously movable mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 137-143.
- [41] YE W, FANG Y, GUO Sheng, et al. Two classes of reconfigurable parallel mechanisms constructed with multi-diamond kinematotropic chain[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(18): 3319-3330.
- [42] KONG X. Advances in reconfigurable mechanisms and robots I[M]. London: Springer, 2012.
- [43] YE W, FANG Y, GUO S. Design and analysis of a reconfigurable parallel mechanism for multidirectional additive manufacturing[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 112: 307-326.
- [44] LEE C C, HERVÉ J M. Various types of RC//RC-like linkages and the discontinuously movable Koenigs joint[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 96: 255-268.
- [45] SCHADLBAUER J, WALTER D R, HUSTY M L. The 3-RPS parallel manipulator from an algebraic viewpoint[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 75: 161-176.
- [46] 刘辛军, 谢福贵, 汪劲松. 并联机器人机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2018.
- LIU Xinjun, XIE Fugui, WANG Jinsong. Fundamental of parallel robotic mechanisms[M]. Beijing: Higher Education Press, 2018.
- [47] 高峰. 机构学研究现状与发展趋势的思考[J]. 机械工程学报, 2005, 41(8): 3-17.
- GAO Feng. Reflection on the current status and development strategy of mechanism research[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(8): 3-17.
- [48] 于靖军, 裴旭, 毕树生, 等. 柔性铰链机构设计方法的研究进展[J]. 机械工程学报, 2010, 46(13): 2-13.
- YU Jingjun, PEI Xu, BI Shusheng, et al. State-of-arts of design method for flexure mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(13): 2-13.
- [49] LEE C C, HERVÉ J M. Synthesis of two kinds of discontinuously movable spatial 7R mechanisms through the group algebraic structure of displacement set[C]// Proceedings of 11th IFToMM World Congress in Mechanism and Machine Science, Tianjin, IFToMM, 2004: 197-201.
- [50] GOGU G. Maximally regular T2R1-type parallel manipulators with bifurcated spatial motion[J]. Journal of Mechanisms Robotics, 2011, 3(1): 011010.
- [51] GOGU G. T2R1-type parallel manipulators with bifurcated planar-spatial motion[J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2012, 33: 1-11.
- [52] KONG X. Type synthesis of 3-DOF parallel manipulators with both a planar operation mode and a spatial translational operation mode[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2013, 5(4): 041015.
- [53] YE W, FANG Y, ZHANG K, et al. A new family of reconfigurable parallel mechanisms with diamond kinematotropic chain[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 74: 1-9.

- [54] 刘超, 巢鑫迪, 姚燕安. 多模式空间 6R 地面移动机构[J]. 机械工程学报, 2019, 55(23): 38-47.
- LIU Chao, CHAO X, YAO Y. Multi-mode spatial 6R ground mobile mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(23): 38-47.
- [55] LI Q, HERVÉ J M. Parallel mechanisms with bifurcation of schoenflies motion[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2009, 25(1): 158-164.
- [56] LÓPEZ-CUSTODIO P C, RICO J M, CERVANTES-SÁNCHEZ J J, et al. Reconfigurable mechanisms from the intersection of surfaces[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2016, 8(4): 021029.
- [57] ZENG Q, EHMANN K F. Design of parallel hybrid-loop manipulators with kinematotropic property and deployability[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 71: 1-26.
- [58] 石志新, 叶梅艳, 罗玉峰, 等. 四自由度两模式并联机构结构综合与位置分析[J]. 农业机械学报, 2017, 48(4): 383-389.
- SHI Zhixin, YE Meiyang, LUO Yufeng, et al. Type synthesis and position analysis of 4-DOF parallel mechanisms with two operation modes[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(4): 383-389.
- [59] LEE C C, HERVÉ J M. Discontinuously movable 8R mechanisms with an infinity of bifurcations[C]// Proceedings of 12th IFToMM World Congress in Mechanism and Machine Science. Besancon, IFToMM, 2007: 198-203.
- [60] HUANG C, TSEN G R, KONG X. New trends in mechanism science[M]. Dordrecht: Springer, 2010.
- [61] SCHATZ P. Rhythmusforschung und technik[M]. Germany, Stuttgart: Verlag freies Geistesleben, 1975.
- [62] WANG J, KONG X. Deployable polyhedron mechanisms constructed by connecting spatial single-loop linkages of different types and/or in different sizes using S joints[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 124: 211-225.
- [63] LÓPEZ-CUSTODIO P C, MÜLLER A, DAI J S. The double-Koenigs mechanism - A spatial linkage with cusp singularities and multiple branches in the configuration space[C]// 2018 International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, Delft, Netherlands, IEEE, 2018: 1-7.
- [64] WANG J, KONG X. Deployable mechanisms constructed by connecting orthogonal Bricard linkages, 8R or 10R single-loop linkages using S joints[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 120: 178-191.
- [65] SONG Y, MA X, DAI J S. A novel 6R metamorphic mechanism with eight motion branches and multiple furcation points[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 142: 103598.
- [66] WOHLHART K. Multifunctional 7R linkages[C]// Proceedings of the International Symposium on Mechanisms and Machine Theory, AzCIFTToMM, Izmir, Turkey, 2010: 85-91.
- [67] NURAHMI L, CARO S, WENGER P. Recent advances in mechanism design for robotics[M]. Cham: Springer, 2015.
- [68] NURAHMI L, CARO S, WENGER P, et al. Reconfiguration analysis of a 4-RUU parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 96: 269-289.
- [69] CARBOMARI L, CALLEGARI M. Latest advances in robot kinematics[M]. Dordrecht: Springer, 2012.
- [70] CARBONARI L, CALLEGARI M, PALMIERI G, et al. A new class of reconfigurable parallel kinematic machines[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 79: 173-183.
- [71] RUGGIU M, KONG X. Mobility and kinematic analysis of a parallel mechanism with both PPR and planar operation modes[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 55: 77-90.
- [72] 叶伟, 方跃法, 郭盛, 等. 一种新型并联机构的运动分岔特性及运动学分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(13): 8-16.
- YE Wei, FANG Yuefa, GUO Sheng, et al. Bifurcated motion and kinematics of novel parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(13): 8-16.
- [73] ZHANG K, DAI J S. Geometric constraints and motion branch variations for reconfiguration of single-loop linkages with mobility one[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 106: 16-29.
- [74] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
- HUANG Zhen, ZHAO Yongsheng, ZHAO Tieshi. Advanced spatial mechanism[M]. Beijing: Higher Education Press, 2014.
- [75] PEISSACH E. Advances in robot kinematics: Analysis and control[M]. Dordrecht: Springer, 1998.
- [76] ROESCHEL O. Advances in robot kinematics[M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

- [77] ZLATANOV D, BONEV I A, GOSSELIN C M. Constraint singularities of parallel mechanisms[C]// Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics Automation Washington, DC, 2002: 496-502.
- [78] LEE C C, HERVÉ J M. Discontinuously movable seven-link mechanisms via group-algebraic approach[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2005, 219(6): 577-587.
- [79] WALTER D R, HUETY M L, PFURNER M. Chapter A: complete kinematic analysis of the SNU 3-UPU parallel manipulator[J]. Contemporary Mathematics, American Mathematical Society, 2009, 496: 331-346.
- [80] NAYAK A, CARO S, WENGER P. Comparison of 3-PPS parallel manipulators based on their singularity free orientation workspace, parasitic motions and complexity[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 129: 293-315.
- [81] SELIG J M, HUSTY M. Half-turns and line symmetric motions[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46: 156-167.
- [82] HUSTY M L, PFURNER M, SCHRÖCHER H. A new and efficient algorithm for the inverse kinematics of a general serial 6R manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(1): 66-81.
- [83] HE X, KONG X, CHABLAT D, et al. Kinematic analysis of a single-loop reconfigurable 7R mechanism with multiple operation modes[J]. Robotica 2014, 32(7): 1171-1188.
- [84] STIGGER T, NAYAK A, CARO S, et al. Advances in robot kinematics 2018[M]. Bologna: Springer, 2018.
- [85] LIU K, KONG X, YU J. Operation mode analysis of lower-mobility parallel mechanisms based on dual quaternions[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 142: 103557.
- [86] GOSSELIN C M, MERLET J P. On the direct kinematics of planar parallel manipulators: special architectures and number of solutions[J]. Mechanism and Machine Theory, 1994, 29(8): 1083-1097.
- [87] 孔宪文, 杨廷力. 解析式 6-SPS 并联机器人机构尺度类型综合与特殊位形分析[J]. 高技术通讯, 1996(6): 17-20. KONG Xianwen, YANG Tingli. Dimensional type synthesis and special configuration analysis of analytic 6-SPS parallel robots[J]. Hi-Tech Letters, 1996(6): 17-20.
- [88] COSTE M, DEMDAH K M. Extra modes of operation and self-motions in manipulators designed for schoenflies motion[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2015, 7(4): 041020.
- [89] NAYAK A, STIGGER T, HUSTY M L, et al. Operation mode analysis of 3-RPS parallel manipulators based on their design parameters[J]. Computer Aided Geometric Design, 2018, 63: 122-134.
- [90] KONG X. Classification of a class of 3-RER parallel manipulators using Gröbner cover and primary decomposition of ideals[C]// Proceedings of the ASME 2019 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, CA, Anaheim, 2019: 1-10.
- [91] MONRES, A, WIBMER M. Software for discussing parametric polynomial systems: The Gröbner cover[C]// International Congress on Mathematical Software, 2014: 406-413.
- [92] BAKER J E. The axodes of the Bennett linkage[J]. Mechanism and Machine Theory, 2001, 36: 105-116.
- [93] FIGLIOLINI G, REA P, ANGELES J. The Synthesis of the Axodes of RCCC Linkages[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2016, 8(2): 021011.
- [94] SCHADLBAUER J, NURAHMI L, HUSTY M L. Interdisciplinary applications in kinematics[M]. Cham: Springer, 2015.
- [95] 于靖军, 刘辛军, 丁希仑. 机器人机构学的数学基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 2015. YU Jingjun, LIU Xinjun, DING Xilun. Mathematic foundation of mechanisms and robotics[M]. Beijing: China Machine Press, 2015.
- [96] CHEN Z, DING H, CAO W, et al. Axodes analysis of the multi DOF parallel mechanisms and parasitic motion[C]// Proceedings of the ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Portland, Oregon, ASME, 2013: 1-9.
- [97] HE C, WANG S, WANG X, et al. Advance in reconfigurable mechanisms and robots I [M]. London: Springer, 2012.
- [98] TSENG T, LIN Y, HSU W, et al. A novel reconfigurable gravity balancer for lower-limb rehabilitation with switchable hip/knee-only exercise[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2017, 9(4): 041002.
- [99] NURAHMI L, CARO S, SOLICHIN M. A novel ankle rehabilitation device based on a reconfigurable 3-RPS

- parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 134: 135-150.
- [100] BAIGUNCHEKOV Z, IBRAYEV S, IZMAMBETOV M, et al. Synthesis of reconfigurable positioning parallel manipulator of a class RoboMech[C]// 2018 International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, Netherlands, Delft, IEEE, 2018: 1-6.
- [101] AGOFINO A, SUNSPIRAL V, ATKINSON D. Super ball bot-structures planetary landing and exploration[C]// NASA Innovative Advance Concepts Phase I Conference, Chicago, 2013: 1-89.
- [102] TIAN Y, YAO Y, WANG J. A rolling 8-bar linkage mechanism[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2015, 7(4): 041002.
- [103] DING W, RUAN Q, YAO Y. Design and locomotion analysis of a novel deformable mobile robot with two spatial reconfigurable platforms and three kinematic chains[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2017, 231(8): 1481-1499.
- [104] TIAN Y, YAO Y, DING W, et al. Design and locomotion analysis of a novel deformable mobile robot with worm-like, self-crossing and rolling motion[J]. Robotica, 2016, 34(9): 1961-1978.
- [105] LI Y, YAO Y, HE Y. Design and analysis of a multi-mode mobile robot based on a parallel mechanism with branch variation[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 130: 276-300.
- [106] AZULAY H, MILLS J K, BENHABIB B. A multi-tier design methodology for reconfigurable milling machines[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2014, 136(4): 041004.
- [107] CHABLAT D, KONG X, ZHANG C. Kinematics, workspace, and singularity analysis of a parallel robot with five operation modes[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2018, 10(3): 035001.

作者简介: 于靖军, 男, 1974 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器人机构学、精密机械设计等。

E-mail: jjyu@buaa.edu.cn

刘凯, 男, 1991 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机器人机构学。

E-mail: kailiu10@163.com

孔宪文, 男, 1969 年出生, 博士, 副教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器人机构学。

E-mail: x.kong@hw.ac.uk