DOI: 10.3901/JME.2019.05.065

一种远中心并联机构运动学与性能分析*

叶伟 杨臻 李秦川

(浙江理工大学机械与自动控制学院 杭州 310018)

摘要: 由固定移动副驱动的并联机构具有刚度好、精度高等优点, 适合应用于外科手术领域。微创穿刺活检等手术要求机器人可驱动手术器械绕远端固定点转动。提出了一种 2PURR-PUR 远中心并联机构, 采用螺旋理论分析了机构的自由度, 确定了其运动特性。机构可执行绕远端中心的两个转动运动和一个通过该中心的移动运动。建立机构的位置模型, 得到了位置逆解表达式。通过速度分析建立了雅可比矩阵, 并得到了机构的奇异位形。机构具有逆解奇异和正解奇异。分析机构的工作空间。基于运动/力传递性能方法, 分析机构的性能指标, 绘制工作空间内的性能分布图, 对机构进行了尺度优化。提出的远中心机构可用于穿刺活检、近距离放射治疗、冷冻手术等单一微小创口的外科手术。

关键词: 并联机构; 外科手术; 螺旋理论; 工作空间; 性能指标

中图分类号: TH112

Kinematics and Performance Analysis of a Parallel Manipulator with Remote Center of Motion

YE Wei YANG Zhen LI Qinchuan

(Faculty of Mechanical Engineering & Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018)

Abstract: Parallel manipulators actuated by fixed linear actuators have the merits of high stiffness and high accuracy, which are very welcome in surgery field. Surgical operations such as minimally invasive biopsies require the robots have the ability to perform rotations around a fixed remote center. A 2PURR-PUR parallel manipulator with remote center of motion is proposed with its mobility and motion characteristic verified using screw theory. The manipulator can perform two rotational motion around a remote center and a translational motion through that center. Position model of the manipulator is established and inverse position solutions are obtained. Jacobian matrix is derived based on the velocity analysis, which is further used in singularity analysis. It is demonstrated that the parallel manipulator has inverse singularities and forward singularities. Workspace of the manipulator is determined. Using the method of motion/force transmission, the local transmission index of the manipulator over its workspace is sketched. Dimensional optimization is carried out. The proposed parallel manipulator with remote center of motion can be applied in minimally surgical operations with single incision such as invasive biopsies, brachytherapy, and cryotherapy.

Key words: parallel manipulator; surgery; screw theory; workspace; performance index

0 前言

随着设计与制造技术的进步, 机器人在外科手术领域的应用展现出了良好的发展态势^[1]。相较于人工手术, 采用机器人实施手术具有安全、高效、低疼痛等优点^[2-3]。许多外科手术如穿刺活检、近距离放射治疗、冷冻手术等实施方式是在患者体表开一微小创口, 通过该创口将手术器械伸入患者体内

操作, 具有出血少、易恢复等优点。这种操作一般需要提供绕创口点的三个转动自由度和通过创口点的一个移动自由度。由于手术器械体内部分和体外部分运动方向相反, 这种手术的实施对医生要求很高, 而手术机器人可以通过控制策略处理这个问题。需要注意的是, 手术机器人在驱动器械进入人体操作时, 机器人其余本体部分应与创口点保持一定距离, 这种绕机器人远端定点的转动运动又被称为远中心运动^[4](Remote center of motion, RCM)。

为实现 RCM 运动, 使用高于任务自由度数目的机器人一般是可行的, 但是需要依赖控制策略^[5]精准地控制手术器械通过创口点这个虚拟中心。一

* 国家自然科学基金(51525504, 51705465)、浙江理工大学机械工程浙江省高校重中之重学科优秀青年人才培养基金(ZSTUME02B02)资助项目。
20180409 收到初稿, 20181023 收到修改稿

旦控制策略出现问题,将会导致手术器械偏离创口点,造成严重的后果,威胁患者的人身安全。为避免这个问题,大部分手术机器人都借助物理约束来限制器械的运动,从机械结构设计上保证器械只能通过创口点运动,比如著名的 da-Vinci 机器人^[6],就是借助特殊的设计保证末端机构只能执行 RCM 运动。目前,通过机械结构实现 RCM 运动的机构主要有:平行四边形类机构^[7-8],球面机构^[9-10],齿轮机构^[11]等。

并联机构具有刚度好、精度高等优点,由固定移动副驱动的并联机构在这方面尤为突出^[12],因此适宜应用于对精度要求高的外科手术中。目前已有若干利用物理约束实现 RCM 运动的并联机构。KUO 等^[4]提出了一种运动解耦的 RCM 并联机构,其中一条分支包含交于一点的两个转动副,可限制手术器械通过该点运动。LI 等^[13]提出了一种相交平面的方法,综合出了一类两自由度和三自由度 RCM 并联机构。BERIA 等^[14]设计了一种四自由度并联 RCM 机构。HADAVAND 等^[15]提出了一种并联 RCM 机构,具有三转动和一移动自由度。然而,以上 RCM 并联机构大部分都不是通过固定移动副驱动,无法充分发挥并联机构刚度好、精度高的优点。

针对这个问题,作者在前期工作中^[16]提出了一类可由固定移动副驱动的 RCM 并联机构。需要注意的是,部分机构分支内连杆数目较多(3根杆)^[17],其实际应用受到限制。为此,选取其中一种分支杆件数目较少的构型,即 2PURR-PUR 机构开展运动学与性能分析,验证其是否满足微创手术任务需要,为其实际应用奠定理论基础。

1 机构简介与自由度分析

1.1 机构简介

如图 1、2 所示,并联机构动平台 B_2C 通过三条分支与基座相连。其中,分支 1 和 3 是 PURR 链(P: 移动副, U: 虎克铰, R: 转动副),分支 2 是 PUR 链,因此记该机构为 2PURR-PUR 并联机构。该机构分支最多含有两根连杆,具有很好的实用性。各分支中虎克铰的第一转动轴线平行于移动副轴线,第二转动轴线平行于其后紧随的第一转动副轴线。三条分支中移动副对称地布置在基座上,轴线两两垂直,虎克铰的第一转动轴线相互垂直且汇交于一定点 O 。分支 1 和 3 中第二个转动副轴线重合过点 O ,且垂直于所有三条分支中的第一转动副轴线。三条分支形成三个平面(图 2),各平面均过 O 点且绕虎克铰的第一转轴转动,三个平面的交线为

OC (C 点是 PURR 分支中第二个转动副的中心点)。因此,若在动平台上设置一个轴线重合于 CO 的手术器械(图 2),则器械只能通过 O 点运动。图 3 是设计的 2PURR-PUR 机构虚拟样机。

图1 2PURR-PUR 并联机构简图

图2 2PURR-PUR 并联机构三维图

图3 2PURR-PUR 机构虚拟样机

1.2 自由度分析

采用螺旋理论^[18]分析机构的自由度。记分支 i ($i=1, 2, 3$) 中虎克铰中心点为 A_i 点, 第一个转动副中心点为 B_i 点。在基座上建立定坐标系 $Oxyz$, 其中原点为 O 点, x 轴沿 OA_1 方向, y 轴沿 OA_2 方向, z

轴沿 OA_3 方向。令 e_i 表示分支 i 内移动副轴线的方向矢量, s_i 表示第一个转动副轴线方向矢量, s 表示 PURR 分支内第二个转动副(记为转动副 C)轴线方向矢量, r_{ia} 和 r_{ib} 分别表示 A_i 点和 B_i 点的位置矢量。在定坐标系中, 分支 1 的运动螺旋为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{11} = (\mathbf{0}; e_1) \\ \mathcal{S}_{12} = (e_1; \mathbf{0}) \\ \mathcal{S}_{13} = (s_1; r_{1a} \times s_1) \\ \mathcal{S}_{14} = (s_1; r_{1b} \times s_1) \\ \mathcal{S}_{15} = (s; \mathbf{0}) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\mathcal{S}_{11}$ 是移动副运动螺旋, $\mathcal{S}_{12}$ 和 $\mathcal{S}_{13}$ 分别是虎克铰的第一和第二转动运动螺旋, $\mathcal{S}_{14}$ 是第一转动副运动螺旋, $\mathcal{S}_{15}$ 是转动副 C 的运动螺旋。

对式(1)求反螺旋, 可得分支 1 的约束螺旋为

$$\mathcal{S}_1^r = (s_1; \mathbf{0}) \quad (2)$$

式(2)表示分支 1 提供一个约束力, 该约束力过坐标系原点 O , 方向平行于矢量 s_1 。

分支 2 的运动螺旋可表示为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{21} = (\mathbf{0}; e_2) \\ \mathcal{S}_{22} = (e_2; \mathbf{0}) \\ \mathcal{S}_{23} = (s_2; r_{2a} \times s_2) \\ \mathcal{S}_{24} = (s_2; r_{2b} \times s_2) \end{cases} \quad (3)$$

式中各运动螺旋含义与式(1)中类似。

对式(3)求反螺旋, 可得分支 2 的约束螺旋为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{21}^r = (s_2; \mathbf{0}) \\ \mathcal{S}_{22}^r = (\mathbf{0}; s_2 \times e_2) \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\mathcal{S}_{21}^r$ 表示一个过 O 点且平行于矢量 s_2 方向的约束力, $\mathcal{S}_{22}^r$ 表示垂直于分支内虎克铰两条轴线的一个约束力偶。

同理, 分支 3 的运动螺旋可表示为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{31} = (\mathbf{0}; e_3) \\ \mathcal{S}_{32} = (e_3; \mathbf{0}) \\ \mathcal{S}_{33} = (s_3; r_{3a} \times s_3) \\ \mathcal{S}_{34} = (s_3; r_{3b} \times s_3) \\ \mathcal{S}_{35} = (s; \mathbf{0}) \end{cases} \quad (5)$$

式中各运动螺旋含义与式(1)中类似。

对式(5)求反螺旋, 可得分支 3 的约束螺旋为

$$\mathcal{S}_3^r = (s_3; \mathbf{0}) \quad (6)$$

式(6)表示分支 3 提供一个约束力, 该约束力过坐标系原点 O , 方向平行于矢量 s_3 。

综合式(2)、(4)、(6), 可得动平台的约束螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_1^r = (s_1; \mathbf{0}) \\ \mathcal{S}_{21}^r = (s_2; \mathbf{0}) \\ \mathcal{S}_{22}^r = (\mathbf{0}; s_2 \times e_2) \\ \mathcal{S}_3^r = (s_3; \mathbf{0}) \end{cases} \quad (7)$$

由于所有三条分支的第一转动副轴线均垂直于矢量 s , 意味着矢量 s_1 , s_2 和 s_3 方向平行于同一平面, 因此, 约束力 $\mathcal{S}_1^r, \mathcal{S}_{21}^r, \mathcal{S}_3^r$ 线性相关, 最大独立个数为 2, 不妨用 $\mathcal{S}_1^r$ 和 $\mathcal{S}_{21}^r$ 代表这三个约束力的效果, 可将式(7)中约束螺旋系化简为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_1^r = (s_1; \mathbf{0}) \\ \mathcal{S}_{21}^r = (s_2; \mathbf{0}) \\ \mathcal{S}_{22}^r = (\mathbf{0}; s_2 \times e_2) \end{cases} \quad (8)$$

对式(8)求反螺旋, 可得动平台运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_1^m = (s_2; \mathbf{0}) \\ \mathcal{S}_2^m = (e_2; \mathbf{0}) \\ \mathcal{S}_3^m = (\mathbf{0}; s_1 \times s_2) \end{cases} \quad (9)$$

式(9)表明, 机构的动平台具有三个自由度, 分别是平行于矢量 s_2 、矢量 e_2 的两个转动自由度(转动中心位于坐标系原点 O , 即 RCM 点), 和沿着 $s_1 \times s_2$ (即矢量 s)方向的移动自由度。因此, 手术器械可执行两个绕 O 点的摆动运动和一个过 O 点的伸缩运动。需要注意的是, 器械的自转在一些手术中是不需要的(若需要可额外安装电机驱动器械自转), 因此, 2PURR-PUR 并联机构满足任务自由度要求。

2 位置分析

并联机构的位置分析是要建立驱动关节输入参数与动平台位姿参数之间的关系。2PURR-PUR 机构中, 驱动关节为三条分支与基座相连的移动副, 由于机构具有两个转动和一个移动自由度, 动平台位姿参数可用手术器械在定坐标系中的两个角度和 OC 的距离来表示, 如图 4 所示。

图 4 动平台位姿参数

图中, 矢量 $\mathbf{p}$ 是定坐标系原点 O 到转动副 C 中心的位置矢量, 显然 $\mathbf{p} = ps$ (p 表示矢量 OC 的模长)。 $\mathbf{p}$ 在坐标系中姿态可由两个角度 θ 和 ψ 表示。因此动平台位姿可由角度 θ , ψ 和长度 p 这三个参数来表示。矢量 $\mathbf{p}$ 在定坐标系中可表示为

$$\mathbf{p} = p(\sin\psi \cdot \sin\theta, \cos\psi, \sin\psi \cdot \cos\theta)^T \quad (10)$$

位置逆解是已知动平台位姿参数, 求解驱动关节参数 $d_i (i=1, 2, 3)$, 其中, d_i 表示 A_i 点到 O 点的距离。

观察三个分支结构, 可以发现每个分支都包含一个四边形, 如图 5 所示, 其中 α_i , β_i , γ_i 表示连线间夹角, a 和 b 分别是杆 A_iB_i 和杆 B_iC 的长度, 即机构的尺度参数。根据三角形内角度关系, 不难发现

$$\alpha_i = \arctan\left(\frac{b}{p}\right) \quad (11)$$

$$\beta_i = \arccos\left(\frac{p^2 + b^2 + d_i^2 - a^2}{2d_i\sqrt{p^2 + b^2}}\right) \quad (12)$$

$$\gamma_i = \arccos\left(\frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_i}{|\mathbf{p}||\mathbf{e}_i|}\right) \quad (13)$$

$$\gamma_i = \alpha_i + \beta_i \quad (14)$$

图 5 分支平面几何关系

将式(10)~(13)代入式(14)中, 可建立输入参数 d_i 和输出参数 θ , ψ , p 间的关系。已知输出参数, 可得输入参数表达式为

$$d_i = N_i + \sqrt{a^2 - M_i^2} \quad i=1, 2, 3 \quad (15)$$

$$M_1 = b \cdot s\psi \cdot s\theta - p \cdot \sqrt{1 - s^2\psi \cdot s^2\theta}$$

$$N_1 = p \cdot s\psi \cdot s\theta + b \cdot \sqrt{1 - s^2\psi \cdot s^2\theta}$$

$$M_2 = b \cdot c\psi - p \cdot s\psi$$

$$N_2 = p \cdot c\psi + b \cdot s\psi$$

$$M_3 = b \cdot c\theta \cdot s\psi - p \cdot \sqrt{1 - s^2\psi \cdot c^2\theta}$$

$$N_3 = p \cdot s\psi \cdot c\theta + b \cdot \sqrt{1 - s^2\psi \cdot c^2\theta}$$

位置正解是已知 d_i , 要求 θ , ψ 和 p , 同样可通过式(14)求解, 由于过程复杂, 且在后续分析中不会用到, 这里省略。

3 速度与奇异分析

在位置分析的基础上, 可对机构进行速度分析。速度分析是要建立输入速度和输出速度间的映射关系, 是并联机构奇异和动力学等分析的基础。对式(15)求导, 可得机构的速度方程, 整理为如下形式

$$\mathbf{T} \begin{pmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \end{pmatrix} - \mathbf{G} \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = 0 \quad (16)$$

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & 0 & 0 \\ 0 & T_{22} & 0 \\ 0 & 0 & T_{33} \end{pmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{pmatrix}$$

$$T_{11} = \sqrt{a^2 - M_1^2} \quad T_{22} = \sqrt{a^2 - M_2^2}$$

$$T_{33} = \sqrt{a^2 - M_3^2}$$

$$G_{11} = s\psi \cdot s\theta \cdot \sqrt{a^2 - M_1^2} + M_1 \cdot A$$

$$G_{12} = \left(p \cdot c\psi \cdot s\theta - \frac{b \cdot s\psi \cdot c\psi \cdot s^2\theta}{A} \right) \cdot \sqrt{a^2 - M_1^2} - M_1 \cdot \left(b \cdot c\psi \cdot s\theta + \frac{p \cdot s\psi \cdot c\psi \cdot s^2\theta}{A} \right)$$

$$G_{13} = \left(p \cdot s\psi \cdot c\theta - \frac{b \cdot s\theta \cdot c\theta \cdot s^2\psi}{A} \right) \cdot \sqrt{a^2 - M_1^2} - M_1 \cdot \left(b \cdot s\psi \cdot c\theta + \frac{p \cdot s\theta \cdot c\theta \cdot s^2\psi}{A} \right)$$

$$G_{21} = c\psi \cdot \sqrt{a^2 - M_2^2} + M_2 \cdot s\psi$$

$$G_{22} = (b \cdot c\psi - p \cdot s\psi) \cdot \sqrt{a^2 - M_2^2} + M_2 \cdot (p \cdot c\psi + b \cdot s\psi)$$

$$G_{23} = 0$$

$$G_{31} = s\psi \cdot c\theta \cdot \sqrt{a^2 - M_3^2} - M_3 \cdot B$$

$$G_{32} = \sqrt{a^2 - M_3^2} \cdot \left(p \cdot c\psi \cdot c\theta - \frac{b \cdot s\psi \cdot c\psi \cdot c^2\theta}{B} \right) -$$

$$M_3 \cdot \left(-b \cdot c\psi \cdot c\theta - \frac{p \cdot s\psi \cdot c\psi \cdot c^2\theta}{B} \right)$$

$$G_{33} = \sqrt{a^2 - M_3^2} \cdot \left(-p \cdot s\psi \cdot s\theta + \frac{b \cdot s\theta \cdot c\theta \cdot s^2\psi}{B} \right) -$$

$$M_3 \cdot \left(b \cdot s\psi \cdot s\theta + \frac{p \cdot s\theta \cdot c\theta \cdot s^2\psi}{B} \right)$$

$$A = \sqrt{1 - s^2\psi \cdot s^2\theta} \quad B = \sqrt{1 - s^2\psi \cdot c^2\theta}$$

对于并联机构而言, 工作空间内存在的奇异位形将导致机构失控等严重后果, 应予以分析。根据文献[19]中定义, 可将奇异分为逆解奇异、正解奇异和混合奇异。

(1) 逆解奇异。

当 $\det(\mathbf{T})=0$ 但 $\det(\mathbf{G}) \neq 0$ 时, 机构处于逆解奇异位置, 通过计算矩阵行列式的值可知, 仅当某条分支中杆 A_iB_i 垂直于矢量 $\mathbf{e}_i$ 时, 满足逆解奇异条件, 如图 6 所示。此时, 动平台的自由度数目瞬时减少。

(2) 正解奇异。

当 $\det(\mathbf{G})=0$ 但 $\det(\mathbf{T}) \neq 0$ 时, 机构处于正解奇异位置, 通过计算矩阵行列式的值可知, 有两种情况。

情况 1: 当任一条分支 A_iB_i 杆和 B_iC 杆重合且过 RCM 点 O 时(转动副 C 中心与 O 点重合), 机构奇异。由于手术中 C 点必须与创口点 O 保持一定距离, 这种情况在工作空间内不会发生。

情况 2: 当每条分支内 A_iB_i 杆和 B_iC 杆均重合时, 机构奇异。由对称性可知, 此时, 转动副 C 的轴线垂直于水平面, 机构的自由度将瞬时增加。这种位置应避免在工作空间中出现。

(3) 混合奇异。

混合奇异指的是机构同时满足逆解奇异和正解奇异条件。由于某条分支中杆 A_iB_i 垂直于矢量 $\mathbf{e}_i$ 时, 正解奇异的两种情况都无法实现, 机构不存在混合奇异。

图 6 逆解奇异位形

4 工作空间

由于并联机构多分支的约束, 其工作空间相对较小, 需要对其进行分析以判断是能够满足任务需要。工作空间一般采用数值法绘制。机构的尺度参数如表 1 所示。

表 1 机构尺度参数

尺度参数	数值
a/mm	400
b/mm	25
l/mm	240

限定移动驱动行程 $200 \text{ mm} \leq d_i \leq 600 \text{ mm}$, 为避免奇异, 限定矢量 $\mathbf{A}_i\mathbf{B}_i$ 与 $\mathbf{e}_i$ (图 6)间夹角大于 100° ($i=1, 2, 3$)。利用软件将机构可能的工作空间离散化, 再判断离散点所对应的机构构型是否满足关节行程和无奇异等约束条件。如满足条件, 则该点处于工作空间内, 如不满足, 则该点不属于工作空间。为便于观察, 将工作空间表达在坐标系 $Ouvw$ 内(图 2, uv 面平行于水平面), 可得到机构的工作空间如图 7 所示。

图 7 工作空间

图中的工作空间表示手术器械末端点所能到达的位置, 包含一个以 O 点为中心, 顶角为 80° 的圆锥体。由于微创手术 95% 的操作都位于顶角为 60° 的圆锥体内^[20], 2PURR-PUR 机构满足工作空间任务要求。

5 性能分析

并联机构的性能分析是为了研究机构在工作空间内是否具有满意的操作性能, 是机构投入实际应用前的必要步骤。传统的基于雅可比矩阵的性能指标如条件数、可操作度^[21-22]等应用于具有转动移动混合自由度的机构时, 会出现量纲不统一、物理意义不清晰等问题^[23]。为此, LIU 等^[24-25]提出了一种运动/力传递性能指标, 定义了局部传递指标(LTI), 可描述能量从驱动器传递到末端执行器的效率, 该性能指标具有无量纲、与坐标系选取无关的优点, 因此, 这里采用该指标进行性能分析。

5.1 局部传递指标

运动/力传递性能方法定义输入传递性能、输出

传递性能和 LTI 如下

$$\lambda_i = \frac{|\$_{Ai} \circ \$_{Ti}|}{|\$_{Ai} \circ \$_{Ti}|_{\max}} \quad (17)$$

$$\eta_i = \frac{|\$_{Oi} \circ \$_{Ti}|}{|\$_{Oi} \circ \$_{Ti}|_{\max}} \quad (18)$$

$$\Gamma = \min\{\lambda_i, \eta_i\} \quad i=1, 2, \dots, n \quad (19)$$

式中, λ_i 是分支 i 的输入传递性能指标, η_i 是分支 i 的输出传递性能指标, Γ 是局部传递指标, $\$_{Ai}$ 是分支 i 的输入运动螺旋, $\$_{Oi}$ 是分支 i 的输出运动螺旋, $\$_{Ti}$ 是分支 i 的传递力螺旋, 分母中最大值的计算方法可参见文献[25]。输入传递性能指标和输出传递性能指标分别表示能量从驱动输入端传递到分支和从分支传递到输出端的效率。根据定义, λ_i , η_i 和 Γ 取值都在 0 到 1 之间, 是与坐标系无关的无量纲指标。 Γ 值越接近 1, 表明机构的运动/力传递性能越好, 反之, Γ 值越接近 0, 表明机构越接近奇异。

对于分支 1 而言, 运动螺旋系和约束螺旋分别如式(1)、(2)所示。分支 1 驱动关节是移动副, 因此输入运动螺旋 $\$_{A1} = \$_{11}$, 传递力螺旋 $\$_{T1}$ 与分支中所有被动关节螺旋互易积为零, 即

$$\$_{T1} \circ \$_{1j} = 0 \quad j=2, 3, 4, 5 \quad (20)$$

根据式(1)、(20)可得分支 1 传递力螺旋 $\$_{T1}$ 为

$$\$_{T1} = (\mathbf{r}_{1T}; \mathbf{r}_{1a} \times \mathbf{r}_{1T}) \quad (21)$$

式中, $\mathbf{r}_{1T} = (\mathbf{r}_{1a} - \mathbf{r}_{1b}) / |\mathbf{r}_{1a} - \mathbf{r}_{1b}|$ 。 $\$_{T1}$ 表示过 A_1 点, 沿着 A_1B_1 方向的力螺旋。

同理, 可得分支 2 和分支 3 的传递力螺旋分别为

$$\$_{T2} = (\mathbf{r}_{2T}; \mathbf{r}_{2a} \times \mathbf{r}_{2T}) \quad (22)$$

$$\$_{T3} = (\mathbf{r}_{3T}; \mathbf{r}_{3a} \times \mathbf{r}_{3T}) \quad (23)$$

式中, $\mathbf{r}_{2T} = (\mathbf{r}_{2a} - \mathbf{r}_{2b}) / |\mathbf{r}_{2a} - \mathbf{r}_{2b}|$, $\mathbf{r}_{3T} = (\mathbf{r}_{3a} - \mathbf{r}_{3b}) / |\mathbf{r}_{3a} - \mathbf{r}_{3b}|$ 。 $\$_{T2}$ 表示过 A_2 点, 沿着 A_2B_2 方向的力螺旋, 而 $\$_{T3}$ 表示过 A_3 点, 沿着 A_3B_3 方向的力螺旋。

锁住分支 2 和分支 3 的驱动关节后, 分支 2 和分支 3 的传递力螺旋可视为约束螺旋, 此时机构约束螺旋系可表示为 $U = (\$_{11}^r, \$_{21}^r, \$_{22}^r, \$_{T2}, \$_{T3})$, 对 U 求反螺旋则得到此时动平台的运动螺旋, 也就是分支 1 的输出运动螺旋 $\$_{O1}$ 。类似地, 可以得到分支 2、3 的输出运动螺旋 $\$_{O2}$ 和 $\$_{O3}$ 。

将各分支的输入运动螺旋、输出运动螺旋和传递力螺旋代入式(17)~(19)中, 可得到机构的 LTI 指标。

下面分析机构工作空间内 LTI 性能分布情况, 机构尺度参数与工作空间部分相同。这里关注手术器械末端点位于顶角为 80° 的圆锥体内, 且末端点到 RCM 点距离 h 不超过 200 mm (绝大部分微创手术操作位于此范围内)。角度 φ 和 χ 描述手术器械的姿态, 如图 8a 所示。

图8 机构工作空间及 LTI 指标分布图($a=400$ mm, $b=25$ mm)

分别将 h 取值为 50 mm、100 mm、150 mm、200 mm，以 φ 和 χ 为坐标，绘制机构在工作空间内的性能分布图，如图 8b~8e 所示。可以发现，机构在工作空间内整体性能良好，绝大部分区域 LTI 性能指标大于 0.7，且性能分布具有对称性，与机构结构吻合。特别的，在手术器械末端点伸入工作空间中部时($h=100$ mm 或 $h=150$ mm)，LTI 性能指标全部大于 0.8，表明机构在此区域拥有很好的性能。

LTI 指标可以反映机构距离奇异位形的远近。例如，当机构处于正解奇异的第二种情况时，所有三条分支的 A_iB_i 杆和 B_iC 位于同一平面，此时，图 5 中 A_i 、 B_i 、 C 三点共线且连线垂直于 OC 。由于转动副 C 垂直于水平面，所以 $\gamma_i = \arctan \sqrt{2}$ ，则可求出 $p = 425/\sqrt{2} = 300.52$ mm。在此情况下，机构在姿态工作空间内的 LTI 性能如图 8f 所示。该图中心点对应正解奇异第二种情况，此时 LTI 性能为 0，与实际情况吻合。由于手术器械长度为 240 mm，正解奇异第二种情况出现时器械末端点还未进入工作空间，因此该奇异位置不影响机构的实际应用，可通过轨迹规划控制机构避开此位置。

5.2 全域传递指标

局部传递指标反映的是机构在特定位形下的运动/力传递性能，而图 8 反映的是这种性能在工作空间内的分布。想要对机构进行尺度优化，必须建立一种涵盖机构整个工作空间的指标。全域传递指标就是这样一种指标，从传递角的定义出发，将工作空间内 $\Gamma \geq 0.7$ 的区域定义为优质传递空间(GTW)，可定义全域传递指标为

$$\sigma = \frac{\int_{S_G} dW}{\int_S dW} \quad (24)$$

式中， W 是机构的整体工作空间， S_G 表示优质传递空间的面积， S 表示整体工作空间的面积，显然， $0 \leq \sigma \leq 1$ 。 σ 越接近 1，表明优质传递空间在整体工作空间内占的比重大，机构的性能越好。

全域传递指标 σ 可用于机构尺度优化设计，将机构尺度参数作为变量，计算不同参数对应的 σ 值，在掌握了 σ 值随机构尺度参数的变化规律后，可得到性能更为优越的参数选择。

2PURR-PUR 机构中， A_iB_i 杆和 B_iC 杆的长度 a 和 b 可作为为优化参数。以 $h=200$ mm 为例，为了优化此时机构的操作性能，绘制 σ 值随 a 、 b 在一定范围内变化的等高线图，如图 9 所示。

观察图 9 可以发现，机构性能受 b 长度的影响很大，且 b 越小，机构的性能越好。另一方面， a

值的变化对性能几乎没有影响。图 8e 所示的机构参数对应图 9 中点 1，显然，点 2 对应的机构参数整体性能更好，此时， $a=400$ mm， $b=20$ mm。为直观地展示性能的变化，绘制点 2 参数对应机构的 LTI 指标分布，如图 10 所示。对比图 8e 可知， $\Gamma \geq 0.7$ 区域的面积显著增加，机构的性能得到了优化。但 b 的长度受结构设计限制，不能取得太小。

图 9 全域传递指标变化图

图 10 LTI 指标分布图($a=400$ mm, $b=20$ mm, $h=200$ mm)

需要注意的是，上述优化是针对 $h=200$ mm 时姿态工作空间内的性能。若想优化整个锥形工作空间内的性能，可对 h 在 0~200 mm 范围内机构的全域传递指标求平均值，再以该平均值为目标进行优化。此时，整个锥形工作空间内的平均性能得到了优化，但 h 取某个固定值时的性能不一定变好。因此，在设计时，可考虑任务需要确定合适的 h 值进行尺度优化。

6 结论

(1) 2PURR-PUR 并联机构由固定移动副驱动，可充分发挥并联机构刚度好、精度高的优势，且分支内连杆数目不超过两根，具有很好的实用性。

(2) 自由度分析表明机构可执行绕远端定点的两个转动运动和过该点的移动运动，满足手术任务要求。

(3) 建立了机构的位置和速度方程。奇异分析表明机构存在逆解奇异和正解奇异。机构的工作空间包含一个顶角为 80° 的圆锥体, 满足实际任务要求。基于运动/力传递指标的性能分析表明机构在工作空间内性能良好, 且可借助全域性能指标进行优化。

(4) 2PURR-PUR 机构可用于穿刺活检、近距离放射治疗、冷冻手术等单一微小创口的外科手术。

参 考 文 献

- [1] 倪自强, 王田苗, 刘达. 医疗机器人技术发展综述[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 45-52.
NI Ziqiang, WANG Tianmiao, LIU Da. Survey on medical robotics[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 45-52.
- [2] 丁杰男, 王树新, 负今天, 等. 主从式外科手术机器人实时控制算法[J]. 机械工程学报, 2006, 42(12): 163-168.
DING Jienan, WANG Shuxin, YUN Jintian, et al. Realtime control algorithm for teleoperated surgery robot[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(12): 163-168.
- [3] KUO C H, DAI J S, DASGUPTA P. Kinematic design considerations for minimally invasive surgical robots: An overview[J]. The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery, 2012, 8(2): 127-145.
- [4] KUO C H, DAI J S. Kinematics of a fully-decoupled remote center-of-motion parallel manipulator for minimally invasive surgery[J]. Journal of Medical Devices, 2012, 6(2): 021008.
- [5] SCHNEIDER O, TROCCAZ J. A six-degree-of-freedom passive arm with dynamic constraints (PADyC) for cardiac surgery application: Preliminary experiments[J]. Computer Aided Surgery: Official Journal of the International Society for Computer Aided Surgery (ISCAS), 2001, 6(6): 340-351.
- [6] GUTHART G S, SALISBURY J K. The IntuitiveTM telesurgery system: Overview and application[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation, April 24-28, 2000, San Francisco, California. USA: IEEE, 2000: 618-621.
- [7] 宗光华, 裴旭, 于靖军, 等. 双平行四杆型远程运动中心机构的设[J]. 机械工程学报, 2007, 43(12): 103-108.
ZONG Guanghua, PEI Xu, YU Jinjun, et al. Design of double parallelogram remote center of motion mechanisms[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(12): 103-108.
- [8] LI Jianmin, ZHANG Guokai, XING Yuan, et al. A class of 2-degree-of-freedom planar remote center-of-motion mechanisms based on virtual parallelograms[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2014, 6(3): 031014.
- [9] LUM M J, ROSEN J, SINANAN M N, et al. Optimization of a spherical mechanism for a minimally invasive surgical robot: Theoretical and experimental approaches[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2006, 53(7): 1440-1445.
- [10] LUM M J H, FRIEDMAN D C W, SANKARANARAYANAN G, et al. The RAVEN: Design and validation of a telesurgery system[J]. International Journal of Robotics Research, 2009, 28(9): 1183-1197.
- [11] LEHMAN A C, TIWARI M M, SHAH B C, et al. Recent advances in the CoBRASurge robotic manipulator and dexterous miniature in vivo robotics for minimally invasive surgery[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science, 2010, 224(7): 1487-1494.
- [12] LI Qinchuan, XU Lingmin, CHEN Qiaohong, et al. New family of RPR-equivalent parallel mechanisms: Design and application[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 30(2): 217-221.
- [13] LI Jianmin, ZHANG Guokai, MÜLLER A, et al. A family of remote center of motion mechanisms based on intersecting motion planes[J]. Journal of Mechanical Design, 2013, 135(9): 091009.
- [14] BEIRA R, SANTOS-CARRERAS L, ROGNINI G, et al. Dionis: A novel remote-center-of-motion parallel manipulator for minimally invasive surgery[J]. Applied Bionics and Biomechanics, 2011, 8(2): 191-208.
- [15] HADAVAND M, NAISH M D, PATEL R V. A parallel remote center of motion mechanism for needle-based medical interventions[C]// IEEE RAS/EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, August 12-15, 2014, Sao Paulo. Brazil: IEEE, 2014: 1-6.
- [16] LI Qinchuan, HERVÉ J M, HUANG Pengcheng. Type synthesis of a special family of remote center-of-motion parallel manipulators with fixed linear actuators for minimally invasive surgery[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2017, 9(3): 031012.
- [17] ZHANG Ningbin, HUANG Pengcheng, LI Qinchuan. Modeling, design and experiment of a remote-center-of-motion parallel manipulator for needle insertion[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2018, 50: 193-202.
- [18] 黄真, 刘靖芳, 李艳文. 论机构自由度[M]. 北京: 科学出版社, 2011.

- HUANG Zhen, LIU Jinfang, LI Yanwen. Mobility of mechanisms[M]. Beijing: Science Press, 2011.
- [19] GOSSELIN C M, ANGELES J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990, 6(3): 281-290.
- [20] LUM M J H, ROSEN J, SINANAN M N, et al. Kinematic optimization of a spherical mechanism for a minimally invasive surgical robot[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation, April 26-May 01, 2004, New Orleans, Los Angeles. USA: IEEE, 2004: 829-834.
- [21] ANGELES J, LÓPEZ-CAJÚN C S. Kinematic isotropy and the conditioning index of serial robotic manipulators[J]. International Journal of Robotics Research, 1992, 11(6): 560-571.
- [22] STOUGHTON R S, ARAI T. A modified Stewart platform manipulator with improved dexterity[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1993, 9(2): 166-173.
- [23] MERLET J P. Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots[J]. Journal of Mechanical Design, 2006, 128(1): 199-206.
- [24] WANG Jinsong, WU Chao, LIU Xinjun. Performance evaluation of parallel manipulators: Motion/force transmissibility and its index[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(10): 1462-1476.
- [25] 陈祥, 谢富贵, 刘辛军. 并联机构中运动/力传递功率最大值的评价[J]. 机械工程学报, 2014, 50(3): 1-9.
- CHEN Xiang, XIE Fugui, LIU Xinjun. Evaluation of the maximum value of motion/force transmission power in parallel manipulators[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(3): 1-9.
-
- 作者简介: 叶伟, 男, 1988 年出生, 博士, 讲师。主要研究方向为并联机器人机构学。
E-mail: wye@zstu.edu.cn
- 李秦川(通信作者), 男, 1975 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为并联机器人机构学和应用技术。
E-mail: lqchuan@zstu.edu.cn