DOI: 10.3901/JME.2020.16.091

基于拓扑优化的风冷热沉研究*

裴元帅^{1,2} 王定标^{1,2} 王晓亮^{1,2} 王光辉^{1,2} 袁洪琳^{1,2}

(1. 郑州大学机械与动力工程学院 郑州 450001;

2. 热能系统节能技术与装备教育部工程研究中心 郑州 450001)

摘要: 随着电子芯片的集成度越来越高, 相应的热管理问题也愈加严峻, 对热沉进行有效设计则成为一种很好的解决办法。采用变密度的拓扑优化方法对强制风冷热沉进行优化设计, 建立由导热基座层和热流设计层组成的伪三维优化模型, 并考虑更有实际意义的对流边界和利用 RAMP 法对热导率和对流传热系数进行插值; 以压降最小化为优化目标, 以空气吸收热 Q 最小值为 2 W 为热约束, 分析三组基座温度 T_b (314 K、330 K、350 K) 下的优化结果。利用拉伸三维热沉的数值模拟验证伪三维优化模型的物理有效性。结果表明, 基座温度 T_b 升高过程中, 翅片四周光滑度有所提升但表面积在缩小, 占设计区域的比例分别为 18%、16%、14%; 目标函数 ϕ 逐渐降低, 分别为 0.073、0.036、0.025; 设计区域内速度最大值逐渐变小但速度和温度分布更加均匀。三维热沉模拟结果中沿 Z 轴的速度和温度变化量很小, 从而验证伪三维优化模型的物理有效性。

关键词: 拓扑优化; 插值模型; 基座温度; 伪三维优化模型

中图分类号: TK124

Research on Air-cooled Heat Sink Based on Topology Optimization

PEI Yuanshuai^{1,2} WANG Dingbiao^{1,2} WANG Xiaoliang^{1,2} WANG Guanghui^{1,2}
YUAN Honglin^{1,2}

(1. School of Mechanical and Power Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001;

2. Engineering Research Center of Thermal Energy System Energy Saving Technology and Equipment,
Ministry of Education, Zhengzhou 450001)

Abstract: As the integration of electronic chips becomes higher and higher, the corresponding thermal management problems become more and more serious, and the effective design of heat sinks has become a good solution. The variable density topology optimization method is used to optimize the design of the forced air-cooled heat sink, and a pseudo three-dimensional optimization model consisting of a thermally conductive base layer and a heat flow design layer is established; more practical convection boundaries are considered, and the RAMP method to interpolate the thermal conductivity and convection heat transfer coefficient is used. Taking the minimization of pressure drop as the optimization goal, and taking the minimum value of air absorption heat Q as 2 W as the thermal constraint, the optimization results under three sets of base temperature T_b (314 K, 330 K, 350 K) are analyzed. Finally, the numerical simulation of the tensile three-dimensional heat sink is used to verify the physical validity of the pseudo three-dimensional optimization model. The results show that during the process of increasing the base temperature T_b , and the smoothness of the fins is improved but the surface area is shrinking, accounting for 18%, 16% and 14% of the design area; the objective function ϕ gradually decreases, respectively 0.073, 0.036, 0.025; the maximum velocity in the design area gradually decreases, but the velocity and temperature distribution are more uniform. The velocity and temperature changes along the Z axis in the 3D heat sink simulation results are very small, thus verifying the physical validity of the pseudo 3D optimization model.

Key words: topology optimization; interpolation model; base temperature; pseudo three-dimensional optimization model

0 前言

随着微电子技术的发展, 电子芯片的热流密度

越来越大, 从而散热问题变得越来越突出, 给热管理带来了很大挑战^[1]。例如, Intel Xeon Processor E5-2600 v4 必须在 52.5 mm×45 mm 的基底上耗散大约 100 W 热量。常规的散热方法是将电子芯片通过导热硅脂与带有各种形状的热沉封装起来, 并通过自然对流或者强制对流的方式来带走热量。空气

* 国家自然科学基金资助项目(21576245)。20191212 收到初稿, 20200508 收到修改稿

由于较强的安全性、可靠性,同时也容易获得,常作为电子芯片热沉中的冷却流体^[2]。但是,面对集成电路功率密度越来越高,必须设计新的热沉结构来加强散热。微通道散热器结构最早由 TUCKERMAN 等^[3]提出和研究发现,微通道散热器的热阻在通道尺寸一定的情况下存在最优值,同时应用理论分析的方法计算出了肋片上的温度分布。电子元件中常见的传统热沉多是针状或者平行翅片的结构, YANG 等^[4]从针状翅片的高度,翅片之间的距离,流动雷诺数大小等相关角度对强制空气制冷的针状热沉结构进行了非常详细的研究,从而从形状优化角度得到了最优的针状热沉。LI 等^[5]在无量纲三维传热模型中,对不同对流换热边界条件下的散热器基座的最优厚度进行了数值研究。依据通道曲率可能会改变传统的抛物线速度分布以增强传热这个想法, SUI 等^[6]利用数值模拟方法研究了波浪形微通道,并证明在 $Re=800$ 时可以提高传热系数 153%,但是仅增加摩擦因数 54%。ADHAM 等^[7]从微通道热沉的形状、流动的情况、结构材料、分析方法等角度对热沉进行了整体而又详细的介绍。

但是以上传统热沉的设计自由度比较低,多从热沉结构的形状和尺寸等方面进行优化,且结构形式往往取决于工程师的经验和直觉。而拓扑优化方法拥有几乎无限的设计自由度,人为因素少,可以设计出性能更好的热沉结构。拓扑优化最初是由 BENDSOE 等^[8]于 1988 年首先提出,其本质上是一种材料分布方法,当设计域被离散化时,每个元素是空的或者占有材料,根据设置的目标函数和约束条件,找到最佳的材料分布方案。BENDSOE 等^[9]的专著对拓扑优化的方法、理论和应用进行了较为全面的介绍。拓扑优化最开始应用于固体拓扑领域,后来 BORRVALL 等^[10]在他们具有里程碑意义的文章中首次将这种方法用到了流体物理场,称为流体拓扑优化。这种方法中,设计域的每个单元被分配了一个从 0 到 1 连续变化的局部设计变量 γ 。同时引入逆渗透率 α , α 是局部设计变量 γ 的函数,将 α 和速度矢量 u 的乘积作为额外的摩擦力项引入到动量方程中。文中以压降最小化为目标,在扩散器,弯管等设计中得到了成功的应用。GUEST^[11]提出了一种新的 Stokes 流的流体拓扑优化方法:通过将拓扑的固相处理为多孔介质,流动由 Darcy 定律控制,从而将整个设计区域内的流体流动表示为 Stokes 和 Darcy 方程联合创建的混合方程组。文献[12-13]通过对稳态、不可压缩的 Navier-Stokes(N-S)流动的研

究对 BORRVALL 等^[10]的工作做了进一步扩展。在流体拓扑优化研究的基础之上, DEDE^[14]首先将流体流动和传热结合起来进行考虑,通过权重的分配将传热和压降两个目标结合起来,得到了较好的结果。但是内容的介绍较为笼统,很多关键条件没有说明。随后, YOON^[15]在强制对流的换热器结构设计中也考虑了传热和压降两个物理场,并且得到流体的传导与对流之间的平衡是结构设计的核心问题的结论。KOGA 等^[16]在考虑传热和压降的同时,较完整地介绍了通过拓扑优化方法来设计热沉的流程,包括二维拓扑结果展示,三维模拟和试验验证等。而武汉大学的 LÜ 等^[17]则研究了不同的优化参数对热沉设计的影响,并通过与传统热沉对比验证了拓扑优化方法的有效性。

以上有关热沉的拓扑优化研究中,没有详细考虑冷却流体与翅片之间的对流传热以及模型整体的对流边界条件,只对密度、比热容或热导率进行插值研究。以文献[18]为指导,通过将三维模型简化为由导热基座层和热流设计层热耦合而成的伪三维优化模型,研究各层的对流传热情况,并通过对流边界条件将两层结合,从而使建立的模型更加贴合实际情况,优化的结果也更加准确。相似的处理方式也可见文献[19]。另外,目前关于不同基座温度对热沉拓扑优化结果的影响研究很少。因此,本文主要工作如下,首先,考虑对流边界的影响,在传热相中只对热导率和对流传热系数进行插值;其次,研究基座温度变化对拓扑优化设计结果的影响,并对优化得到的翅片形状、速度图和温度图进行分析;最后通过对拉伸三维热沉模型进行数值模拟验证提出的伪三维优化模型的物理有效性。

1 热沉模型

1.1 模型描述

三维热沉示意图如图 1 所示。热沉中流体采用空气,固体采用铝合金 6061-T6。热量 Q 通过基座传给翅片间流动的流体。由于三维模型拓扑优化的计算成本相当高,所以本文采用由导热基座层和热流设计层热耦合而成的伪三维模型(图 2)。导热基座层代表热沉基座的热扩散情况,厚度为 3 mm,热流设计层代表流体在翅片之间的流动情况,高度为 30 mm。为了进一步降低计算成本,只选取 10 mm 宽的设计区域(图 3),由左向右,第二和第四个矩形区域表示空气进口和出口。同时为了保证空气流动能够充分发展,入口和出口都有一个延长段,如图 3

中第一和第五个矩形区域。最中间矩形区域是优化设计部分。整个区域的上下两边定为对称边界条件。入口速度为 1.149 m/s, 零压出口, 入口温度为 20 °C。设计区域中每个单元代表流体或者固体, 入口和出口代表纯流体流动。

图1 三维热沉示意图

图2 伪三维优化模型

图3 选取热沉的边界条件和尺寸说明

1.2 控制方程

对流动与传热的数学模型做如下假设：① 流动为稳态不可压缩完全发展的层流；② 设计区域中的材料域为多孔介质；③ 流体的参数和温度无关；④ 在能量平衡方程中不考虑流体内部的黏性耗散；⑤ 散热的形式是导热和对流，不考虑辐射形式。

1.2.1 流动控制方程

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_f(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla \cdot \{\mu[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T]\} - \alpha \mathbf{u} \quad (2)$$

式(1)是不可压缩流体的连续方程, $\mathbf{u}$ 表示流体的速度场。式(2)是 N-S 方程。 ρ_f 是空气密度, p 是压力项, μ 是空气的动力黏度。引入摩擦力 $\alpha \mathbf{u}$ 用于拓扑优化, 其中 α 是逆渗透率, 通过插值函数与设计变量 γ 联系起来。

1.2.2 传热控制方程

上层入口和出口延长段流体传热

$$\rho_f c_f (\mathbf{u} \cdot \nabla T_u) = \nabla \cdot [k_f \nabla T_u] \quad (3)$$

热流设计层传热

$$\rho_f c_f (\mathbf{u} \cdot \nabla T_u) - \nabla \cdot [k(\gamma) \nabla T_u] = \frac{h(\gamma)(T_b - T_u)}{d_u} \quad (4)$$

基座中的传热

$$-\nabla \cdot [k_s \nabla T_b] = \frac{Q}{d_b} - \frac{h(\gamma)(T_b - T_u)}{d_b} \quad (5)$$

式(3)~(5)中, T_b 和 T_u 分别表示下层温度场和上层温度场; $k(\gamma)$ 是关于设计变量 γ 的热导率; $h(\gamma)$ 是关于设计变量 γ 的对流传热系数。其他相关参数如表 1 所示。

表1 热沉优化中的参数

参数	模型中的数值
空气热导率 k_f / [W/(m · K)]	0.026 24
铝合金 6061-T6 热导率 k_s / [W/(m · K)]	168
空气密度 ρ_f / (kg/m ³)	1.204
空气比热容 c_f / [J/(kg · K)]	1 006
下层高度 d_b / mm	3
上层高度 d_u / mm	30
热源 Q / W	2

2 拓扑优化执行

2.1 插值模型

逆渗透率 α , 热导率 k 和对流传热系数 h 都是设计变量 γ 的插值函数。通过 RAMP 类型函数^[20]进行插值

$$\alpha = \alpha_{\max} \frac{1-\gamma}{1+q_\alpha} \quad (6)$$

$$\alpha_{\max} = \frac{\mu}{Da \cdot L^2} \quad (7)$$

$$k(\gamma) = \frac{\gamma[k_f(1+q_k) - k_s] + k_s}{1+q_k\gamma} \quad (8)$$

$$h(\gamma) = \frac{\gamma[h_f(1+q_h) - h_s] + h_s}{1+q_h\gamma} \quad (9)$$

式中, Da 是达西数; L 是特征长度, 即入口宽度 10 mm; $\alpha_{\max}$ 表示最大的逆渗透率; q_α , q_k 和 q_h 是惩罚参数, 三个参数的取值影响着插值函数(式(6)、(8)、(9))的走向, 目前大部分文献都是通过经验来选取合适的数值, 这里三者分别取 0、100、100; h_s 表示基座与翅片间“对流传热系数”(实为热导率), 取为 9 882.35 W/(m² · K); h_f 表示空气与基座间的对流传热系数, 取为 26.65 W/(m² · K)。

2.2 目标函数设置

由于热沉的拓扑优化中涉及流动和传热两个物

理场, 因此文献[14, 16-17]中目标函数的设置往往选取传热最大化和压降最小化, 并且通过权重的形式将两者组合起来。但是考虑到传热和压降数值之间相差好几个数量级, 而且权重形式的使用增加了问题的复杂性。所以这里选择压降最小化作为目标函数, 对传热的约束是给基座一个固定温度, 同时设定热源产生热的最小值。依据优化效果以及实际工作环境, 基座温度 T_b 分别选取 314 K、330 K 和 350 K 三种情况进行分析, 空气吸收热 Q 的最小值为 2 W。

因此拓扑优化的问题可以描述为如下形式

$$\text{Min: } \phi = \frac{1}{2} \mu \int_{\Omega} \nabla \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \alpha \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} d\Omega$$

s.t.: 式(1)~(5)

$$\text{体积约束: } V_1 \leq \int_{\Omega} \gamma d\Omega \leq V_2$$

设计变量范围: $0 \leq \gamma \leq 1$

$$\text{空气吸收热: } \int_{\Omega} h(\gamma)(T_b - T_u) d\Omega \geq Q。$$

式中, V_1 和 V_2 分别是体积约束的上下界; Ω 代表设计域。

2.3 投影过滤

为了消除拓扑优化结果中出现的棋盘格和网格依赖性问题, 本文在设计区域中采用了 Helmholtz-type 偏微分方程进行密度过滤处理^[21], 方程如下

$$-R_f^2 \nabla^2 \gamma^* + \gamma^* = \gamma \quad (10)$$

式中, γ^* 为过滤后设计变量; R_f 是一个长度参数, 代表了区域内某个点的邻域半径。

密度过滤处理后, 流固界面之间还存在着灰度带, 需要在过滤后的设计区域内使用平滑 Heaviside 函数^[22-23]来进行投影。方程如下

$$\gamma^\& = \frac{\tanh(\beta\eta) + \tanh(\beta(\gamma^* - \eta))}{\tanh(\beta\eta) + \tanh(\beta(1 - \eta))} \quad (11)$$

式中, $\gamma^\&$ 为投影设计变量; β 为投影修正系数, 控制着投影的陡度; η 为投影阈值参数。由此投影设计变量 $\gamma^\&$ 将代替设计变量 γ 进行拓扑优化。

2.4 优化计算流程

拓扑优化首先从初始设计区域和边界条件开始, 先对设计区域进行离散化, 然后进行有限元分析, 并对目标函数和约束条件进行计算。采用灵敏度分析和 MMA 优化算法, 并对 MMA 计算后的结果进行过滤和投影。本文拓扑优化过程在有限元软件 COMSOL Multiphysics 上进行。具体的计算流程如图 4 所示。

图 4 拓扑优化流程图

3 拓扑结果分析

3.1 基座温度的影响分析

在其他条件保持不变的情况下, 本文试图探究基座温度 T_b 的高低对拓扑结果的影响。 T_b 分别取 314 K、330 K、350 K 三种工况, 拓扑结果的流道如图 5 所示。从共性角度分析: ① 三种工况下的翅片数量都是十个, 每个翅片出现的位置, 基本的轮廓形状都差不多; ② 三种工况下得到的翅片结构都是很不规则的, 并且翅片的四周出现很多凹槽以及边缘呈锯齿形, 这考虑是因为约束条件中 Q 最小值的限制, 为了增大传热面积而出现的极其不规则的形状。从不同点分析: ① T_b 由低到高过程中, 每个位置对应的翅片都在缩小, 翅片占设计区域的比例是逐渐降低的, 分别为 18%、16%、14%; ② 从整体来看, T_b 由低到高过程中, 几乎每个翅片的表面光滑度都有所提升, 凹槽和锯齿形逐渐变少, 其中翅片 3、5、6、7 表面变化最大, 对于这些不同点, 考虑在于 Q 这个限制条件: 由于 T_b 逐渐升高过程中, 基座和上层流体以及翅片之间对流传热的热量更多和更快, 更容易达到 Q 的限制条件, 因此通过增大翅片表面积来提高换热量和效率的作用就降低了, 最终导致了翅片表面光滑度的提升; ③ 翅片表面光滑度的提升也直接影响目标函数 ϕ 的大小。 T_b 逐渐升高过程中 ϕ 逐渐降低, 分别为 0.073、0.036、0.025。

三种工况下的设计区域内的速度云图如图 6 所示。可以看出, 共同点是右半段的速度普遍比左半段的高, 这是由于右半段的翅片数量多于左半段, 翅片间以及翅片四周的凹槽等对流体流动的扰流作用更大。不同点: ① T_b 越低时, 翅片由于不光滑, 表面凹槽和锯齿形更多, 造成对流体的扰动作用更

强, 所以速度最大值就越高。如图 6 所示, $T_b=314\text{ K}$ 、 330 K 、 350 K 对应的速度最大值分别为 3.29 m/s 、 2.72 m/s 、 2.41 m/s ; ② T_b 越高, 设计区域内速度分布就越均匀。

图 5 T_b 为 314 K 、 330 K 、 350 K 三种工况下的流道图

图 6 T_b 为 314 K 、 330 K 、 350 K 三种工况下的速度云图

三种工况下的设计区域内的温度云图如图 7 所示。可以发现: T_b 越高, 设计区域内温度分布就越均匀, 这和上面速度分布均匀程度是成正比的; T_b 越高, 温度云图中温度的最大值就越大, 且最大值和 T_b 基本相同, 两者也是呈正相关的。

3.2 模型验证

为了验证提出的伪三维优化模型可以较好代替

图 7 T_b 为 314 K 、 330 K 、 350 K 三种工况下的温度云图

三维模型的直接拓扑优化, 即物理有效性, 需要对三维模型进行数值模拟, 并与二维优化结果进行拟合分析。对于三维模型建立方法, 以 $T_b=314\text{ K}$ 的拓扑结果为例, 以设计变量等值线 0.62 提取出翅片的二维形状并进行拉伸, 得到三维热沉模型并用四面体网格划分(图 8)。

图 8 三维热沉模型和网格划分

数值模拟时保证三维热沉模型和二维模型的边界条件相同。由于二维拓扑的时候, 热源添加方式是对流热通量, 其中对流传热系数 $h(\gamma)$ 是一个插值函数, 所以在三维数值模拟时对流传热系数选取一个经验数值 $300\text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。三维热沉模拟结果的速度切面图如图 9、10 所示。

图 9 三维热沉的速度垂直切面图

图 10 三维热沉的速度水平切面图(平面 1~4)

从图 9 中可以观察到,除了顶部和底部的水力边界层影响外,沿着 Z 轴方向的速度变化量很小;同时图 10 中显示四个水平切面图极其相似。这些说明了二维和三维的流体流动分析很相似,特别是在中间高度的时候。因此可以认为伪三维优化模型的物理有效性在流动方面得到了较好的证明。

模拟结果的温度云图如图 11 所示。从图 11 中可以发现,除去基座上方很薄的温度边界层之外,沿着翅片高度方向,温度的变化量很小。从而伪三维优化模型的物理有效性在温度场方面也得到了较好的证明。

图 11 三维热沉的温度垂直切面图

4 结论

(1) 为了让拓扑模型更加贴合实际情况且降低

计算成本,本文建立了一个由导热基座层和热流设计层热耦合而成的伪三维优化模型,充分考虑了模型整体的对流边界条件,传热相中对热导率和对流传热系数进行插值处理,从而代替三维热沉的直接拓扑,得到了较好的拓扑优化结果。

(2) 在保证其他条件相同时,分析基座温度 $T_b=314\text{ K}$ 、 330 K 、 350 K 三种工况下优化的翅片结构、速度和温度云图。结果表明,整体上看,各工况优化出来的翅片结构轮廓相似,但形状不规则,并且翅片的四周出现很多凹槽以及边缘呈锯齿形; T_b 由低到高过程中,翅片在设计区域中的面积比逐渐降低,翅片整体表面光滑度逐步提升,目标函数逐渐降低。 T_b 在不同工况下,右半段的速度普遍比左半段的高; T_b 越高,速度分布就越均匀,但是速度最大值越小。对于温度而言, T_b 越高,温度分布就越均匀,温度的最大值越大。

(3) 对二维拓扑结果拉伸后的三维热沉模型进行数值模拟,通过分析三维热沉的速度和温度切面图,发现除了翅片顶部或底部的边界层影响外,沿 Z 轴方向的速度和温度变化量很小,从而较好地验证了伪三维优化模型的物理有效性。

参 考 文 献

- [1] HOEFFLINGER B. ITRS: The international technology roadmap for semiconductors[M]. Berlin: Springer, 2011.
- [2] KANARGI O B, LEE P S, YAP C. A numerical and experimental investigation of heat transfer and fluid flow characteristics of a cross-connected alternating converging-diverging channel heat sink[J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2017, 106(3): 449-464.
- [3] TUCKERMAN D B, PEASE R F W. High-performance heat sinking for VLSI[J]. IEEE Electron Device Letters, 1981, 2(5): 126-129.
- [4] YANG Y T, PENG H S, HSU H T. Numerical optimization of pin-fin heat sink with forced cooling[C]// World Academy of Science: Engineering and Technology, 2013: 38-45.
- [5] LI J, SHI Z. 3D numerical optimization of a heat sink base for electronics cooling[J]. International Communications in Heat and Mass Transfer, 2012, 39(2): 204-208.
- [6] SUI Y, TEO C J, LEE P S, et al. Fluid flow and heat transfer in wavy microchannels[J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2010, 53(13): 2760-2772.
- [7] ADHAM A M, MOHD-GHAZALI N, AHMAD R. Thermal and hydrodynamic analysis of microchannel heat

- sinks: A review[J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2013, 21(10): 614-622.
- [8] BENDSOE M P, KIKUCHI N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 1988, 71(2): 197-224.
- [9] BENDSOE M P, SIGMUND O. *Topology optimization: Theory, methods, and applications*[M]. Berlin: Springer, 2003.
- [10] BORRVAL T, PETERSSON J. Topology optimization of fluid in Stokes flow[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2010, 41(1): 77-107.
- [11] GUEST J. Topology optimization of creeping fluid flows using a Darcy stokes finite element[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2010, 66(3): 461-484.
- [12] OLESEN L. A high-level programming-language implementation of topology optimization applied to steady-state Navier-stokes flow[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2006, 65(7): 975-1001.
- [13] GERSBORGHANSEN A, SIGMUND O, HABER R B. Topology optimization of channel flow problems[J]. *Structural & Multidisciplinary Optimization*, 2005, 30(3): 181-192.
- [14] DEDE E M. Multiphysics topology optimization of heat transfer and fluid flow systems[C]// *Proceedings of the COMSOL Conference*, Boston: 2009, 56-63.
- [15] YOON G H. Topological design of heat dissipating structure with forced convective heat transfer[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2010, 24(6): 1225-1233.
- [16] KOGA A A, LOPES E C C, NOVA H F V, et al. Development of heat sink device by using topology optimization[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2013, 64(5): 759-772.
- [17] LÜ Y, LIU S. Topology optimization and heat dissipation performance analysis of a micro-channel heat sink[J]. *Meccanica*, 2018, 53(15): 3693-3708.
- [18] ZENG S, KANARGI B, LEE P S. Experimental and numerical investigation of a mini channel forced air heat sink designed by topology optimization[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, 121(13): 663-679.
- [19] HAERTEL J H, ENGELBRECHT K, LAZAROV B S, et al. Topology optimization of a pseudo 3D thermofluid heat sink model[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, 121(3): 1073-1088.
- [20] ALEXANDERSEN J, AAGE N, ANDREASEN C S, et al. Topology optimisation for natural convection problems[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2014, 76(10): 699-721.
- [21] LAZAROV B S, SIGMUND O. Filters in topology optimization based on Helmholtz-type differential equations[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2011, 86(6): 765-781.
- [22] WANG F, LAZAROV B S, SIGMUND O. On projection methods, convergence and robust formulations in topology optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2011, 43(6): 767-784.
- [23] 李昊, 丁晓红, 景大雷. 液冷通道分布优化设计的仿真和试验研究[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(10): 198-206.
- LI Hao, DING Xiaohong, JING Dalei. Simulation and experimental study on distribution optimization design of liquid cooling channel[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(10): 198-206.

作者简介: 裴元帅, 男, 1994 年出生。主要研究方向为基于拓扑优化的电子芯片热沉的设计。

E-mail: p2932644649@163.com

王定标(通信作者), 男, 1967 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为过程工程节能技术及高效装备。

E-mail: wangdb@zzu.edu.cn