DOI: 10.3901/JME.2020.15.207

超磁致伸缩驱动器磁滞非线性动力学研究*

闫洪波¹ 高 鸿¹ 郝宏波²

(1. 内蒙古科技大学机械工程学院 包头 014010;

2. 包头稀土研究院 包头 014030)

摘要: 超磁致伸缩驱动器(Giant magnetostrictive actuator, GMA)输入电流与输出位移之间存在着磁滞非线性关系。为精确控制 GMA 输出位移的稳定性,通过分析 GMA 的工作原理,基于非线性压磁方程、Jiles-Atherton(J-A)磁滞非线性模型、二次畴转模型和 GMA 结构动力学原理,建立了 GMA 磁滞非线性动力学系统的方程;应用多尺度法分析该系统的主共振,得到该系统幅频响应曲线方程;使用 Matlab 数值仿真分析 GMA 系统中不同等效阻尼系数、激励磁场强度、预应力、三次刚度项系数与输出响应幅值之间映射规律;通过改变激励力参数值的大小,绘制 GMA 系统的时域波形、相轨迹图、Poincaré 图和幅值谱图,采用 4 阶 Runge-Kutta 法求解并绘制 GMA 系统的响应随激励力变化分岔图。研究表明:在给定 GMA 参数的条件下,在碟簧和激励线圈的作用下,GMA 具有“跳跃”和磁滞现象;GMA 系统在一定参数下存在着混沌现象。

关键词: 超磁致伸缩驱动器;磁滞非线性;动力学模型;主共振;数值仿真

中图分类号: O332

Research on Hysteresis Nonlinear Dynamics of Giant Magnetostrictive Actuator

YAN Hongbo¹ GAO Hong¹ HAO Hongbo²

(1. College of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Science & Technology, Baotou 014010;

2. Baotou Research Institute of Rare Earths, Baotou 014030)

Abstract: A non-linear hysteresis relation is observed between the input currents and output displacements of giant magnetostrictive actuator (GMA). To accurately control the stability of GMA output displacement, non-linear hysteresis dynamic differential equation of GMA system is established according to hysteresis non-linear equation, Jiles-Atherton hysteresis non-linear model, quadratic domain rotation model and GMA structural dynamics principle by analyzing the working principle of GMA. The primary resonance of GMA non-linear hysteresis dynamic system is analyzed by multiple scales method and system amplitude-frequency response curve equation is obtained. Matlab numerical simulation is used to evaluate the mapping between different values of damping coefficient, magnetic field strength, prestress, nonlinear stiffness and output response amplitude of GMA system. Time domain waveform, phase portrait, Poincaré mapping diagrams and amplitude spectrum of GMA system are drawn by changing the magnitudes of exciting force parameters. Four-order Runge-Kutta method is used to solve and draw the response of GMA system for different exciting forces. The obtained results showed that for parameter values assumed here, GMA system showed “jump” and hysteresis phenomena under the action of non-linear disc spring and magnetic field intensity. Under certain parameter values, chaos is observed in GMA system.

Key words: giant magnetostrictive actuator (GMA); non-linear hysteresis; dynamic model; primary resonance; numerical simulation

0 前言

超磁致伸缩材料(Giant magnetostrictive materials, GMM)作为一种新型功能材料,因其具有居里温度

高、磁-机械耦合系数高、频响特性好、磁致伸缩应变量大等优点得到迅速发展,被广泛应用于驱动电液伺服阀^[1-2]、振动控制^[3-5]、能量收集^[6-8]、主动安装^[9]、电控喷油器^[10-11]和一些其他领域^[12-13]。超磁致伸缩驱动器(Giant magnetostrictive actuator, GMA)的设计是以 GMM 棒为核心元件,能够实现磁能与机械能互相转换的器件^[14]。

然而,由于 GMM 棒本身具有磁滞非线性现象,

* 科技部创新方法工作专项(2017M010660)和内蒙古自治区自然科学基金重大(2018ZD10)资助项目。20190916 收到初稿,20200417 收到修改稿

因而在 GMA 输入电流与输出位移之间存在着磁滞非线性现象, 严重破坏 GMA 的稳定性^[15-17]。如果 GMA 置于一个失稳的工作过程中, 对 GMA 系统的长期预测、控制成为不可能, 严重阻碍 GMA 在振动控制、能量收集等领域的应用, 因此, 系统的稳定性在 GMA 中起着重要作用。许多研究人员已经应用鲁棒控制^[18]、自适应控制算法^[19]、最优控制^[20]、 H^∞ 控制^[21]来减小非线性因素的影响; ZHOU 等^[22]提出一种 GMM 棒在多物理载荷作用下的一维非线性磁-热-机械耦合本构模型; ZHU 等^[23]提出一种以磁滞回线为工具研究 GMA 静态和动态特性的方法; 刘慧芳等^[24]提出一种精密 GMA 的动态非线性多场耦合建模。目前围绕提高 GMA 磁滞非线性动力学系统的稳定性研究, 多数集中于控制策略上, 对失稳的研究还不深入, 对结构稳定性设计严重缺乏完整的理论指导。

本设计通过分析 GMA 的工作原理, 建立了 GMA 磁滞非线性动力学系统的方程; 应用多尺度法分析该系统的主共振问题, 并进行数值计算, 得到该系统幅频响应曲线方程; 使用 Matlab 数值仿真分析 GMA 系统中各参数与输出响应幅值之间映射规律; 通过改变激振力数值的大小, 仿真 GMA 系统的时域波形、相轨迹图、Poincaré 图和幅值谱图去分析该系统特征, 采用 4 阶 Runge-Kutta 法求解并绘制 GMA 系统的响应随激振力变化分岔图。通过对 GMA 磁滞非线性动力学研究, 得到的结论能够为 GMA 结构稳定性设计提供理论依据和技术支持。

1 GMA 结构与工作原理

GMA 结构如图 1 所示。工作原理为: 在激励

图 1 GMA 结构

1. 底座 2. 外壁套筒 3. 导磁套 4. 激励线圈 5. 上端盖
6. 下导磁环 7. 线圈骨架 8. 导磁片 9. GMM 棒 10. 偏置线圈
11. 上导磁环 12. 碟簧 13. 输出杆

线圈产生激励磁场和偏置线圈产生偏置磁场的共同作用下产生驱动磁场来控制 GMM 棒伸缩, 通过输出杆驱动负载运动; 偏置线圈产生的偏置磁场消除 GMA 倍频现象, 实现双向位移输出; 采用碟簧预紧结构给 GMM 棒施加一定的预压力, 使 GMM 棒获得更大伸缩量; 使用导磁套、导磁环和导磁片形成闭合磁路, 可减少磁漏, 也降低驱动器中磁场对外部设备的干扰^[25]。

2 GMA 磁滞非线性动力学模型

基于 GMA 工作原理, GMA 可以看成是一个单自由度二阶质量弹性阻尼系统。GMA 等效力学系统模型如图 2 所示。

图 2 GMA 等效力学系统模型

设 GMM 棒和线圈轴向长度相等, GMM 棒总应变 ζ 、应力 σ 、磁场强度 H 均匀; GMA 系统在运动过程中, GMM 棒一端位移为 0, 另一端与负载有相同的位移 $x(t)$ 、速度 $\dot{x}(t)$ 、加速度 $\ddot{x}(t)$ 。 l_M 、 A_M 、 c_D 、 ρ 分别为 GMM 棒的有效长度、等效截面积、内部阻尼系数、质量密度, E_y^H 为 GMM 棒的弹性模量, m_M 、 c_M 、 k_M 分别为 GMM 棒的等效质量、等效阻尼系数、等效刚度系数, m_L 、 c_L 、 k_L 分别为负载的等效质量、等效阻尼系数、等效刚度系数, F_d 、 F 、 σ_0 分别为负载的输出力、GMM 棒的输出力、受到的预压力, b 为碟簧三次刚度项系数。

在激励线圈和碟簧的共同作用下, GMM 棒的总应变 ζ 由外加应力引起的 GMM 棒弹性应变 σ/E_y^H 、外加磁场引起具有磁滞的磁致伸缩应变 λ 、GMM 棒质量引起的应变 $(\rho l_M^2 / 3E_y^H) \ddot{\zeta}$ 和 GMM 棒内部阻尼系数引起的应变 $(c_D / E_y^H) \dot{\zeta}$ 组成, 因此 GMM 棒的总应变 ζ 为^[26]

$$\zeta = \frac{\sigma}{E_y^H} + \lambda - \left(\frac{c_D}{E_y^H} \right) \dot{\zeta} - \frac{\rho l_M^2}{3E_y^H} \ddot{\zeta} \quad (1)$$

各向同性材料的磁致伸缩应变 λ 与磁化强度 M 之间的近似关系基于二次畴转模型为^[27]

$$\lambda = \frac{3\lambda_s}{2M_s^2} M^2 \quad (2)$$

式中, λ_s 为 GMM 棒的饱和磁致伸缩系数; M_s 为饱和磁化强度, 激励磁场产生的总磁化强度 M 由可逆磁化强度 M_{rev} 和不可逆磁化强度 M_{irr} 组成。

忽略晶体各向异性, J-A 磁滞非线性模型可以表示为^[28-29]

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (3)$$

$$M_{irr} = (M - cM_{an}) / (1 - c) \quad (4)$$

$$M_{an} = M_s \left[\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right] \quad (5)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \bar{\alpha}(M_{an} - M_{irr})} \quad (6)$$

$$H_e = H + \bar{\alpha}M \quad (7)$$

$$H = \chi_r H_0 \sin(\omega t) \quad (8)$$

式中, M_{an} 为无磁滞磁化强度; H_e 为 GMM 棒内部有效磁场; H_0 为激励磁场振幅; $\bar{\alpha}$ 为 GMM 棒内部磁畴交互作用等效参数; a 为无磁滞磁化强度形状参数; c 为可逆系数; k 为不可逆损耗系数; χ_r 为材料内部磁场分布影响因子; ω 为激励磁场的频率; δ 为磁场方向的符号常数。

铁磁材料的磁滞损耗在理想状态时, 不存在能量损耗, 总磁化强度 M 等于无磁滞磁化强度 M_{an} 为

$$M = M_{an} = M_s \left[\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right] \quad (9)$$

将式(9)的泰勒展开得

$$M = M_s \left(\frac{H_e}{3a} \right) + o\left(\frac{H_e^3}{3a^3}\right) \quad (10)$$

忽略高阶项将式(7)代入式(10)得

$$M = \frac{M_s}{3a} (H + \bar{\alpha}M) \quad (11)$$

故有

$$M = \frac{M_s}{3a - \bar{\alpha}M_s} H \quad (12)$$

对 GMM 棒受力分析, 负载对 GMM 棒的作用力为

$$F_d = m_L \ddot{x}(t) + c_L \dot{x}(t) + k_L x(t) + bx^3(t) \quad (13)$$

根据牛顿第三定律, GMM 棒的输出力为

$$F = -(F_d + \sigma_0 A_M) \quad (14)$$

将式(13)代入式(14)得

$$F = -(m_L \ddot{x}(t) + c_L \dot{x}(t) + k_L x(t) + bx^3(t) + \sigma_0 A_M) \quad (15)$$

由应变 $\zeta = x/l_M$ 、式(1)、(15)联立得 GMA 磁滞非线性动力学方程为

$$m\ddot{x}(t) + c_1 \dot{x}(t) + k_1 x(t) + bx^3(t) = A_M E_y^H \lambda - \sigma_0 A_M \quad (16)$$

$$m = m_M + m_L \quad c_1 = c_M + c_L \quad k_1 = k_M + k_L \quad (17)$$

$$m_M = \frac{\rho l_M A_M}{3} \quad c_M = \frac{c_D A_M}{l_M} \quad k_M = \frac{E_y^H A_M}{l_M} \quad (18)$$

将式(2)、(8)、(12)代入式(16), 可简化为

$$\ddot{x}(t) + 2\xi \dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) + \beta x^3(t) + C_0 - F_0 \cos(\Omega t) = 0 \quad (19)$$

其中

$$2\xi = \frac{c_1}{m} \quad \omega_0^2 = \frac{k_1}{m} \quad \beta = \frac{b}{m} \quad \Omega = 2\omega$$

$$C_0 = \frac{\sigma_0 A_M}{m} + \frac{3E_y^H A_M \lambda_s \chi_r^2 H_0^2}{4m(3a - \bar{\alpha}M_s)^2}$$

$$F_0 = \frac{3E_y^H A_M \lambda_s \chi_r^2 H_0^2}{4m(3a - \bar{\alpha}M_s)^2} \quad (20)$$

式中, ξ 、 ω_0 、 F_0 、 Ω 分别为 GMA 磁滞非线性动力学系统中的阻尼比、固有频率、激振力、激励频率; β 为 GMA 磁滞非线性动力学系统中的三次刚度项系数, 可以为正(硬弹簧), 也可为负(软弹簧)。

3 GMA 磁滞非线性动力学系统主共振分析

GMA 系统振动为轻微振动, 在阻尼项、非线性项前面冠以小参数 ε 去研究 GMA 磁滞非线性动力学系统主共振响应分析, 对式(19)进一步整理得

$$\ddot{x} + 2\xi\varepsilon\dot{x} + \omega_0^2 x + \varepsilon\beta x^3 + \varepsilon C_0 = \varepsilon F_0 \cos(\Omega t) \quad (21)$$

为得到一次近似解, 由多尺度法可得到以下形式的解

$$x(t, \varepsilon) = x_0(T_0, T_1) + \varepsilon x_1(T_0, T_1) \quad (22)$$

式中, $T_i = \varepsilon^i t$ ($i=0, 1$)。

将式(22)代入式(21), 得到的线性偏微分方程与 ε 同次幂系数相同。

$$D_0^2 x_0 + \omega_0^2 x_0 = 0 \quad (23)$$

$$D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = -2D_0 D_1 x_0 - 2\xi D_0 x_0 - \beta x_0^3 - C_0 + F_0 \cos(\Omega t) \quad (24)$$

式中, $D_n = \partial / \partial T_n$ ($n=0, 1$)。

式(23)的一般解为

$$x_0 = A(T_1) \cos[\omega_0 T_0 + \varphi(T_1)] + CC \stackrel{\text{def}}{=} A(T_1) e^{j\omega_0 T_0} + CC \quad (25)$$

式中, CC 为前项的共轭。

令

$$A(T_1) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} a_1(T_1) e^{j\varphi(T_1)} \quad (26)$$

式中, a_1 为振幅。

当激励频率 Ω 接近系统的固有频率 $\omega_0 (\Omega \approx \omega_0)$ 发生共振, 引入调谐参数 σ_1 得

$$\Omega = \omega_0 + \varepsilon \sigma_1 \quad (27)$$

将式(25)、(27)代入式(24), 可消除长期项得

$$2j\omega_0(D_1 A + \xi A) + 3\beta A^2 \bar{A} - \frac{1}{2} F_0 e^{j\sigma_1 T_1} = 0 \quad (28)$$

将式(26)代入式(28), 实部和虚部分别得

$$D_1 a_1 = -\xi a_1 + \frac{F_0}{2\omega_0} \sin(\sigma_1 T_1 - \varphi) \quad (29)$$

$$a_1 D_1 \varphi = \frac{3\beta a_1^3}{8\omega_0} - \frac{F_0}{2\omega_0} \cos(\sigma_1 T_1 - \varphi) \quad (30)$$

设

$$\gamma = \sigma_1 T_1 - \varphi$$

得

$$D_1 a_1 = -\xi a_1 + \frac{F_0}{2\omega_0} \sin \gamma \quad (31)$$

$$a_1 D_1 \gamma = \sigma_1 a_1 - \frac{3\beta a_1^3}{8\omega_0} + \frac{F_0}{2\omega_0} \cos \gamma \quad (32)$$

式(31)和(32)联立可解出振幅 a_1 、相位差角 γ , 可得 GMA 磁滞非线性动力学系统的零次近似解为

$$x(t) = a_1(T_1) \cos(\Omega t - \gamma) + O(\varepsilon) \quad (33)$$

为得稳态运动的解, 令 $D_1 a_1 = 0$, $D_1 \gamma = 0$, 由式(31)和(32)得

$$\xi a_1 = \frac{F_0}{2\omega_0} \sin \gamma \quad (34)$$

$$\sigma_1 a_1 - \frac{3\beta a_1^3}{8\omega_0} = -\frac{F_0}{2\omega_0} \cos \gamma \quad (35)$$

将式(34)、(35)平方和相加, 得到 GMA 磁滞非线性动力学系统的主共振幅频特性关系为

$$\left[\xi^2 + \left(\sigma_1 - \frac{3\beta a_1^2}{8\omega_0} \right)^2 \right] a_1^2 = \left(\frac{F_0}{2\omega_0} \right)^2 \quad (36)$$

由式(36)可知, GMA 磁滞非线性动力学系统发生共振时, GMA 磁滞非线性动力学系统的振幅 a_1 与激振力 F_0 、激励频率 $\Omega \approx \omega_0$ 有关。

4 数值仿真研究

4.1 各参数对 GMA 幅频响应的影响分析

GMA 部分模型材料相关参数见表 1^[25-26]。

表 1 模型材料的相关参数

参数	数值
饱和磁化强度 $M_s/(\text{A/m})$	7.65×10^5
GMM 棒的饱和磁致伸缩系数 λ_s	$1\ 005 \times 10^{-6}$
无磁滞磁化强度形状参数 $a/(\text{A/m})$	7 012
可逆系数 c	0.18
预应力 σ_0/MPa	-6.9
负载的等效质量 m_L/kg	0.5
负载的等效阻尼系数 $c_L/(\text{N/m})$	1×10^2
负载的等效刚度系数 $k_L/(\text{N/m})$	2×10^7
GMM 棒的等效质量 m_M/kg	0.5
GMM 棒的质量密度 $\rho/(\text{kg/m}^3)$	9 250
GMM 棒的弹性模量 $E_y^H/(\text{N/m}^2)$	3×10^{10}
GMM 棒的内部阻尼系数 $c_D/(\text{Ns/m})$	3×10^6
GMM 棒的有效长度 l_M/mm	120
激励磁场振幅 $H_0/(\text{A/m})$	8×10^4
碟簧三次刚度项系数 $b/(\text{N/m})$	2.59×10^7
材料内部磁场分布影响因子 χ_r	0.8

根据式(36)计算 GMA 磁滞非线性动力学系统中主共振幅频响应曲线并分析其稳定性。其中 x 坐标为激励频率 Ω , y 坐标为振幅 a_1 。

图 3 为 GMA 磁滞非线性动力学系统主共振随不同阻尼系数 c_1 变化的幅频响应曲线。由图 3 可知, 振幅 a_1 随着激励频率 Ω 的增大呈现先增大达到饱和后减小的变化趋势, 在共振区域(激励频率 $\Omega=1$ kHz)附近振幅最大, 且共振区域左右侧为单值解, 因此共振曲线左右侧为稳定解, 共振曲线没发生“跳跃”现象; 当增大 GMA 磁滞非线性动力学系统阻尼系

图 3 不同阻尼系数的幅频响应曲线

数 c_1 时, 该系统受到的阻力增大, 共振曲线呈现内缩, 振幅 a_1 和共振区域减小。

图 4 为 GMA 磁滞非线性动力学系统主共振随不同磁场强度 H_0 变化的幅频响应曲线。由图 4 可知, 振幅 a_1 随着激励频率 Ω 的增大呈现先增大达到饱和和后减小的变化趋势, 在共振区域(激励频率 $\Omega=1$ kHz)附近振幅最大, 且共振区域左右侧为单值解, 因此共振曲线左右侧为稳定解, 共振曲线没发生“跳跃”现象; 当增大 GMA 磁滞非线性动力学系统磁场强度 H_0 时, 共振曲线呈现外扩, 振幅 a_1 增大, 共振区域变化不明显。

图 4 不同磁场强度的幅频响应曲线

图 5 为 GMA 磁滞非线性动力学系统主共振随不同预应力 σ_0 变化的幅频响应曲线。由图 5 可知, 振幅 a_1 随着激励频率 Ω 的增大呈现先增大达到饱和和后减小的变化趋势, 在共振区域(激励频率 $\Omega=1$ kHz)附近振幅最大, 且共振区域左右侧为单值解, 因此共振曲线左右侧为稳定解, 共振曲线没发生“跳跃”现象; 当增大 GMA 磁滞非线性动力学系统预应力 σ_0 时, 共振曲线呈现内缩, 振幅 a_1 和共振区域减小。

图 5 不同预应力的幅频响应曲线

图 6 为 GMA 磁滞非线性动力学系统主共振随

不同三次刚度项系数 b 变化的幅频响应曲线。由图 6 可知, 当三次刚度项系数 $b=2.59 \times 10^6$ N/m 时, 在共振区域(激励频率 $\Omega=0.6$ kHz)附近振幅最大, 且共振区域右侧为单值解, 左侧出现共振分岔, 共振曲线右侧为稳定解, 共振曲线左侧为不稳定解, 共振曲线发生“跳跃”现象; 当三次刚度项系数 $b=2.59 \times 10^8$ N/m 时, 在共振区域(激励频率 $\Omega=1.4$ kHz)附近振幅最大, 且共振区域左侧为单值解, 右侧出现共振分岔, 共振曲线左侧为稳定解, 共振曲线右侧为不稳定解, 共振曲线发生“跳跃”现象; 当三次刚度项系数 $b=2.59 \times 10^9$ N/m 时, 共振曲线的上支曲线为稳定解, 共振曲线的下支曲线为不稳定解, 共振曲线发生“跳跃”现象; 当增大 GMA 磁滞非线性动力学系统三次刚度项系数 b 时, 共振曲线发生偏转, 碟簧的软特性转变为硬特性, 当三次刚度项系数 $b=2.59 \times 10^6$ N/m 增大到 $b=2.59 \times 10^8$ N/m 时, 振幅 a_1 和共振区域不发生变化, 当三次刚度项系数 $b=2.59 \times 10^8$ N/m 增大到 $b=2.59 \times 10^9$ N/m 时, 振幅 a_1 减小、共振区域不发生变化。

图 6 不同三次刚度项系数的幅频响应曲线

4.2 GMA 磁滞非线性动力学系统混沌特性分析

通过对 GMA 磁滞非线性动力学系统模型的数值仿真, 研究具有平方、立方非线性动力学系统的混沌特性行为。混沌运动是非线性系统的一种特殊运动形式。它产生于确定性系统的往复非周期运动的稳定状态, 其灵敏度取决于初始条件。其主要特点是长期不可预测性, 类似于随机振动。根据 Melnikov 理论, 当非线性动力学方程的平方、立方项系数为异号时, 非线性动力学方程具有混沌响应^[30]。对于 GMA 磁滞非线性动力学系统方程

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = -2\xi \dot{x}(t) - \beta x^3(t) - C_0 + F_0 \cos(\Omega t) \quad (37)$$

式(37)各项系数在理论上均为正数。因此, 有必要对 GMA 磁滞非线性动力学系统的特性进行分析, 通过 Matlab 编程仿真分析该系统是否存在混沌现象。

从纯理论的角度对该系统在可变参数激振力 F_0 下进行动态仿真分析。随着该系统在可变参数激振力 F_0 的变化下,观察该系统的时域波形、相轨迹图、Poincaré 图和幅值谱图,如图 7~11 所示。

由图 7 激振力 $F_0=0.1$ kN 与图 11 激振力 $F_0=0.6$ kN 可知:从系统相轨迹图可以看出,相轨迹图是封闭的曲线;Poincaré 图由多个孤立的点组成;时域波形有规律且周期稳定;幅值谱图频率成分较单一。因此,在激振力 $F_0=0.1$ kN 与 $F_0=0.6$ kN 条件下,GMA 磁滞非线性动力学系统处于周期状态。

图 7 $F_0=0.1$ kN 时 GMA 系统的非线性响应

由图 8 激振力 $F_0=0.19$ kN 可知:从系统相轨迹图可以看出,相轨迹充满相空间的区域且封闭;Poincaré 图是有限点集形成一条半封闭曲线;时域波形为 2 个周期信号的迭加;幅值谱图存在一些孤立且不可公度的频率峰值。因此,在激振力 $F_0=0.19$ kN 条件下,GMA 磁滞非线性动力学系统处于拟周期状态。

由图 9 激振力 $F_0=0.25$ kN 与图 10 激振力 $F_0=0.4$ kN 可知:从系统相轨迹图可以看出,相轨迹充满相空间的区域且长期无法封闭,相轨迹运动为往复运动且周期是无限长的运动;Poincaré 图既

(c) 幅值谱图

(d) Poincaré 图

(b) 相轨迹图

(c) 幅值谱图

(d) Poincaré 图

图 9 $F_0=0.25$ kN 时 GMA 系统的非线性响应

(a) 时域波形

(a) 时域波形

图 8 $F_0=0.19$ kN 时 GMA 系统的非线性响应

不是有限点集,也不是封闭曲线;时域波形无规律且周期振动不稳定;幅值谱图响应中有多种频率成分,如图 9c 所示,频率在 0.25 Hz、0.50 Hz、0.78 Hz、1.00 Hz 占有很大的比重,说明 GMA 磁滞非线性动力学系统可以改变系统响应的线谱成分,且在 0~0.20 Hz、0.30~0.40 Hz、0.60~0.70 Hz、1.20~1.50 Hz 区间内,幅值谱图为连续曲线且具有宽频特性。因此,在激励力 $F_0=0.25$ kN 与 $F_0=0.4$ kN 条件下,GMA 磁滞非线性动力学系统处于混沌状态。

图 10 $F_0=0.4$ kN 时 GMA 系统的非线性响应 图 11 $F_0=0.6$ kN 时 GMA 系统的非线性响应

对 GMA 磁滞非线性动力学系统进行详细的数值仿真, 用 4 阶 Runge-Kutta 法求解该系统响应随激振力 F_0 变化的分岔图, 从中可以看出从 $F_0=0.25$ kN 到 $F_0=0.42$ kN 时出现混沌运动的大面积区域, 如图 12 所示。

由以上分析可知, 随着激振力 F_0 的增大, GMA 磁滞非线性动力学系统输出由周期状态变成拟周期状态, 再由拟周期状态变成混沌状态, 最后又变回周期运动状态。拟周期状态与混沌状态不稳定^[31]。因此, 在 GMA 的工作过程中会出现不可预测的现象。

图 12 GMA 磁滞非线性动力学系统随激振力变化的分岔图

5 结论

通过分析 GMA 的工作原理, 建立了 GMA 磁滞非线性动力学系统的方程; 应用多尺度法分析该系统的主共振得到该系统幅频响应曲线方程。

(1) 振幅 a_1 随着等效阻尼系数 c_1 、预应力 σ_0 数值的减小逐渐增大, 振幅 a_1 随着激励磁场强度 H_0 数值的增大逐渐增大; 振幅 a_1 随着激励频率 Ω 从零开始缓慢增大时, 等效阻尼系数 c_1 、预应力 σ_0 、激励磁场强度 H_0 呈现先增大达到饱和后减小的变化趋势, 共振曲线没有发生“跳跃”现象; 幅频响应曲线随三次刚度项系数 b 的增大发生偏转, 碟簧的软特性转变为硬特性, 共振曲线发生“跳跃”现象。因此, 在碟簧和激励线圈的作用下, GMA 具有“跳跃”和磁滞现象。

(2) 从纯理论的角度对 GMA 系统在可变参数激振力 F_0 下进行动态仿真分析。随着激振力 F_0 值的增大, 观察时域波形、相轨迹图、Poincaré 图和幅值谱图得到 GMA 磁滞非线性动力学系统的周期状态、拟周期状态、混沌状态; 用 4 阶 Runge-Kutta 法求解该系统响应随激振力 F_0 变化的分岔图, 当 $F_0=0.25$ kN 到 $F_0=0.4$ kN 时出现混沌非线性现象。因此, 在 GMA 的工作过程中, 会出现不可预测的现象。

参 考 文 献

- [1] YANG Zhaoshu, HE Zhongbo, YANG Fengbiao, et al. Design and analysis of a voltage driving method for electro-hydraulic servo valve based on giant magnetostrictive actuator[J]. International Journal of Applied Electromagnetics & Mechanics, 2018, 57: 439-456.
- [2] ZHU Yuchuan, LI Yuesong. Development of a deflector-

jet electrohydraulic servovalve using a giant magnetostrictive material[J]. Smart Materials and Structures, 2014, 23(11): 115001.

- [3] BRAGHIN F, CINQUEMANI S, FESTA F. A low frequency magnetostrictive inertial actuator for vibration control[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2012, 180(6): 67-74.
- [4] YANG Yikun, YANG Bintang, NIU Muqing. Adaptive trajectory tracking of magnetostrictive actuator based on preliminary hysteresis compensation and further adaptive filter controller[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 92: 1109-1118.
- [5] ZHANG Ting, YANG Bintang, LI Hongguang, et al. Dynamic modeling and adaptive vibration control study for giant magnetostrictive actuators[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2013, 190: 96-105.
- [6] FANG Zhiwei, ZHANG Yewei, LI Xiang, et al. Integration of a nonlinear energy sink and a giant magnetostrictive energy harvester[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 391: 35-49.
- [7] YANG Jin, WEN Yumei, LI Ping, et al. Energy harvesting from ambient vibrations with arbitrary in-plane motion directions using a magnetostrictive/piezoelectric laminate composite transducer[J]. Journal of Electronic Materials, 2014, 43(7): 2559-2565.
- [8] YAN Baiping, ZHANG Chengming, LI Lili. Design and fabrication of high efficiency magnetostrictive energy harvester for high impact vibration systems[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2015, 51(11): 1-4.
- [9] CHAKRABARTI S, DAPINO M J. Coupled axisymmetric finite element model of a hydraulically amplified magnetostrictive actuator for active powertrain mounts[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2012, 60: 25-34.
- [10] XUE Guangming, ZHANG Peilin, HE Zhongbo, et al. Design and model for the giant magnetostrictive actuator used on an electronic controlled injector[J]. Smart Materials and Structures, 2017, 26(5): 05LT02.
- [11] XUE Guangming, ZHANG Peilin, HE Zhongbo, et al. Design method and driving voltage waveform of giant magnetostrictive actuator used on electronic controlled injector[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(6): 365-372.
- [12] 刘慧芳, 赵俊杰, 王文国, 等. 汽车燃油喷射系统用磁致伸缩驱动构件的建模与特性研究[J]. 传感技术学报, 2016, 29(12): 1797-1803.
- LIU Huifang, ZHAO Junjie, WANG Wenguo, et al. Study

- on model and characteristics analysis of the magnetostrictive drive component of automotive fuel injection system[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2016, 29(12): 1797-1803.
- [13] ZHOU Jingtao, HE Zhongbo, RONG Ce, et al. A giant magnetostrictive rotary actuator: Design, analysis and experimentation[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2018, 287: 150-157.
- [14] 李跃松, 朱玉川, 吴洪涛, 等. 超磁致伸缩电—机转换器位移感知模型及滞环分析[J]. 机械工程学报, 2012, 48(4): 169-174.
- LI Yuesong, ZHU Yuchuan, WU Hongtao, et al. Research on displacement-sensing model and hysteresis loop of giant magnetostrictive actuator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(4): 169-174.
- [15] LIU Yongguang, GAO Xiaohui, LI Yunlong. Giant magnetostrictive actuator nonlinear dynamic Jiles-Atherton model[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2016, 250: 7-14.
- [16] GAO Xiaohui, LI Yunlong. Research of giant magnetostrictive actuator's nonlinear dynamic behaviours[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 92(3): 793-802.
- [17] XUE Guangming, ZHANG Peilin, LI Xinyue, et al. A review of giant magnetostrictive injector (GMI)[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2018, 273: 159-181.
- [18] NEALIS J M, SMITH R C. Robust control of a magnetostrictive actuator[J]. Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2003, 5049: 221-232.
- [19] WANG Lei, TAN J B, LIU Y T. Research on giant magnetostrictive micro-displacement actuator with self-adaptive control algorithm[J]. Journal of Physics : Conference Series, 2005, 13(1): 446-449.
- [20] OATES W S, SMITH R C. Modeling, signal processing and control - nonlinear optimal control of plate structures using magnetostrictive actuators[J]. Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2005, 5757: 281.
- [21] 柳萍, 毛剑琴, 刘青松, 等. 率相关超磁致伸缩作动器的建模与 H_∞ 鲁棒控制[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(2): 148-155.
- LIU Ping, MAO Jianqin, LIU Qingsong, et al. Modeling and H_∞ robust control for giant magnetostrictive actuators with rate-dependent hysteresis[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(2): 148-155.
- [22] ZHOU Haoming, LI Menghan, LI Xiaohong, et al. An analytical and explicit multi-field coupled nonlinear constitutive model for Terfenol-D giant magnetostrictive material[J]. Smart Materials & Structures, 2016, 25(8): 085036.
- [23] ZHU Yuchuan, YANG Xulei, WERELEY N M. Research on hysteresis loop considering the prestress effect and electrical input dynamics for a giant magnetostrictive actuator[J]. Smart Materials & Structures, 2016, 25(8): 085030.
- [24] 刘慧芳, 王汉玉, 王洁, 等. 精密磁致伸缩致动器的动态非线性多场耦合建模[J]. 光学精密工程, 2016, 24(5): 1128-1137.
- LIU Huifang, WANG Hanyu, WANG Jie, et al. Modeling of dynamic nonlinear multi-field coupling for precision magnetostrictive actuator[J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(5): 1128-1137.
- [25] 闫洪波, 高鸿, 郝宏波, 等. 超磁致伸缩驱动器驱动磁场研究与仿真分析[J]. 兵器材料科学与工程, 2019, 42(4): 102-108.
- YAN Hongbo, GAO Hong, HAO Hongbo, et al. Research and simulation analysis of driving magnetic field of giant magnetostrictive actuator[J]. Ordnance Material Science and Engineering, 2019, 42(4): 102-108.
- [26] 曹淑瑛, 王博文, 闫荣格, 等. 超磁致伸缩致动器的磁滞非线性动态模型[J]. 中国电机工程学报, 2003(11): 149-153.
- CAO Shuying, WANG Bowen, YAN Rongge, et al. Dynamic model with hysteretic nonlinearity for a giant magnetostrictive actuator[J]. Proceedings of the CSEE, 2003(11): 149-153.
- [27] ANDERSON P I, MOSES A J, STANBURY H J. Assessment of the stress sensitivity of magnetostriction in grain-oriented silicon steel[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2007, 43(8): 3467-3476.
- [28] JILES D C, ATHERTON D L. Theory of ferromagnetic hysteresis (invited)[J]. Journal of Applied Physics, 1984, 55(6): 2115-2120.
- [29] HAMIMID M, MIMOUNE S M, FELIACHI M. Dynamic formulation for energetic model compared with hybrid magnetic formulation of ferromagnetic hysteresis[J]. International Journal of Numerical Modelling, 2017, 30(6): e2225. 1-e2225. 5.
- [30] 曾海泉. 超磁致伸缩作动器的混沌非线性[J]. 农业机械学报, 2009, 40(8): 185-188.

- ZENG Haiquan. Chaotic nonlinearity of giant magnetostrictive actuators[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(8): 185-188.
- [31] 李玉龙, 白鸿柏, 何忠波. 金属橡胶非线性减振系统混沌特性研究[J]. 北京理工大学学报, 2016, 36(5): 491-497.
- LI Yulong, BAI Hongbo, HE Zhongbo. Chaotic characteristic of nonlinear metal rubber vibration isolation

system[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2016, 36(5): 491-497.

作者简介: 闫洪波, 男, 1981 年出生, 副教授。主要研究方向为稀土超磁致伸缩材料的工业化应用研究及实施。

E-mail: nkdyhb@imust.cn

高鸿(通信作者), 男, 1993 年出生。主要研究方向为稀土磁致伸缩驱动器非线性动力学。

E-mail: 1147254245@qq.com