DOI: 10.3901/JME.2020.15.191

非线性能量阱在转子系统振动抑制中的应用*

姚红良 曹焱博 张 钦 闻邦椿
(东北大学机械工程与自动化学院 沈阳 110819)

摘要: 现代旋转机械需要结构简单且具有宽频抑振范围的抑振装置, 因此研发了一种具有分段线性非线性刚度的非线性能量阱(Nonlinear energy sink, NES)。首先介绍了该非线性能量阱的结构和工作原理; 其次分析了非线性能量阱的刚度和阻尼特性, 并建立了转子-非线性能量阱系统的动力学方程; 之后, 采用数值方法分析了非线性能量阱在各向同性转子系统和各向异性转子系统中的振动抑制效果, 并对其宽频抑振能力进行了验证; 最后, 建立试验系统验证了非线性能量阱的效果。研究表明, 该非线性能量阱对于各向同性和各向异性转子系统都有很好的振动抑制能力, 数值仿真最佳抑振率达到 68%, 试验最佳抑振率达到 67%。

关键词: 转子系统; 非线性能量阱; 振动抑制; 分段线性刚度

中图分类号: TH113

Application of Nonlinear Energy Sink for Rotor System Vibration Suppression

YAO Hongliang CAO Yanbo ZHANG Qin WEN Bangchun

(School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819)

Abstract: To satisfy the requirement for vibration suppression device with simple structure and wide effective vibration suppression frequency range, a nonlinear energy sink (NES) with piecewise linear stiffness for rotating machinery is presented. Firstly, the structure and vibration suppression mechanism of the NES is proposed. Then, the stiffness and damping characteristics of the NES are analyzed and the dynamic model of the rotor system with the NES is built. The dynamics of the isotropic and anisotropic rotor system with the NES is numerically studied and the wide band frequency vibration suppression effectiveness is analyzed. The results show that the NES is effective both for the isotropic rotor system and the anisotropic rotor system. The vibration suppression can reach 68% in simulation and 67% in experiment.

Key words: rotor system; nonlinear energy sink; vibration suppression; piecewise linear stiffness

0 前言

振动对转子系统的稳定运行影响很大, 剧烈的振动甚至会导致旋转机械的机毁人亡, 因此, 对转子系统振动的控制一直是研究的热点。

吸振是一种普遍而有效的转子系统振动控制方法, 主要通过将转子系统上附加微小质量(吸振器), 将转子振动转移到吸振器上。目前研发的有粘弹性吸振器^[1]、鼠笼式调谐质量阻尼器^[2]等。为克服传统吸振器有效吸振频带较窄的缺点, 人们又研发了各种主动吸振器, 主要是通过改变吸振器的刚度而使其反共振频率与转子系统振动频率保持同步, 从而

扩大有效吸振频率, 如文献[3]的电磁控制可调吸振器、文献[4]的永磁控制变刚度吸振器等。但是主动式吸振器一般具有比较复杂的结构, 因此有可能因复杂结构造成可靠性下降。

如上所述, 被动吸振器有效吸振频带窄; 主动吸振器往往结构较复杂而造成可靠性下降。现代旋转机械工况多变, 如何设计结构简单且能自适应调整有效工作频带的吸振器是一个研究热点。在这种情况下人们把目光转向了非线性能量阱(Nonlinear energy sink, NES)^[5]。NES是指微小质量通过非线性结构与主系统相连, 可以通过靶向能量传递机制(Targeted energy transfer, TET)^[6]将振动单方向地从主系统传向微小质量。与线性吸振器相比, NES可以根据振动大小自适应调节刚度, 从而有效吸振频带宽; 除此之外, NES而且还能在很大程度上吸收冲击能量^[7]。

* 国家自然科学基金(U1708257)和中央高校基本科研基金(N180313009)资助项目。20191008 收到初稿, 20200403 收到修改稿

NES 大致可按结构分为四类: 刚度为多项式形式(以立方非线性为主)^[5]、冲击式^[8]、自身旋转式^[7]、双稳定式^[9]。目前 NES 已经广泛应用于航天结构^[10]、地面建筑^[11]、机床等^[12]很多方面的减振中。

针对旋转结构的 NES 也很多, 例如文献[13]研究了 NES 对转子轴承系统振动的抑制、文献[14]研究了旋转梁的 NES 振动控制方法、文献[15]对比了中空转子中线性吸振器和 NES 的效果、文献[16]研究了 NES 对航空发动机多频激励振动抑制的效果。文献[17]设计了一种正负刚度联用的转子系统 NES, 并理论分析了该 NES 的振动抑制有效性。

以上研究充分表明了 NES 在转子系统振动抑制中的有效性。但是, 目前的文献理论分析较多, 实验研究较少, 且文献中 NES 的具体结构描述较少。因此, 本文提出了一种应用于转子系统的 NES 的具体结构, 理论分析其有效性, 并进行了试验验证。

1 NES 结构和转子-NES 系统动力学微分方程

1.1 NES 结构

所提出的 NES 结构如图 1a 所示, NES 分为 4 部分: 内支撑、弹性杆、NES 质量、外支撑。内支撑里具有滚动轴承, 可以保证 NES 绕轴旋转; 弹性杆(图 1b)包括连接杆和分段刚度杆; NES 质量和支撑之间通过连接杆相连; 外支撑包括支架和弹簧, 弹簧与 NES 质量相连, 保证其不能随轴旋转。

图 1 NES 结构及原理

本 NES 结构的工作原理是: NES 质量上不同直径的孔与分段刚度杆之间有间隙(图 2a), 随着振幅的增大, 与 NES 质量有间隙的分段刚度杆逐一与 NES 质量接触, 因此其刚度分段线性变化, 其弹性回复力呈现分段非线性特性(图 2b), 在参数合适时可以实现转子系统径向振动的高效抑制。

图 2 NES 工作原理

1.2 NES 弹性杆的刚度和阻尼

设弹性杆由 4 根相同的连接杆和 4 根不同的分段刚度杆组成, 连接杆的直径为 d_0 , 分段刚度杆的刚度分别为 d_1 、 d_2 、 d_3 、 d_4 , 杆的长度为 l 。

则这些杆的抗弯截面模量 I_i 为

$$I_i = \pi d_i^4 / 64 \quad i = 0, 1, \dots, 4 \quad (1)$$

由连接杆产生的弯曲刚度 k_{n0} 为

$$k_{n0} = 4 \times 3EI_0 / l^3 \quad (2)$$

式中, E 为弹性模量。

而对于分段刚度杆, 考虑变刚度杆与 NES 接触, 影响刚度而不影响 NES 转角的情况, 将变刚度杆视作弹簧, 设 NES 质量相对于支撑的位移为 x 和 y , 则分段刚度杆产生的 x 方向恢复力 $f_{nx}(x)$ 和 y 方向恢复力 $f_{ny}(y)$ 为

$$f_{nx}(x) = \begin{cases} 0 & x^2 + y^2 \leq e_1^2 \\ \sum_{i=1}^k \frac{3EI_i}{l^3} (|x| - e_{xi}) \operatorname{sgn}(x) & e_k^2 \leq x^2 + y^2 \leq e_{k+1}^2 \end{cases} \quad (3)$$

$$f_{ny}(y) = \begin{cases} 0 & x^2 + y^2 \leq e_1^2 \\ \sum_{i=1}^k \frac{3EI_i}{l^3} (|y| - e_{yi}) \operatorname{sgn}(y) & e_k^2 \leq x^2 + y^2 \leq e_{k+1}^2 \end{cases} \quad (4)$$

式中, e_{xi} 和 e_{yi} 分别是 x 向和 y 向的间隙值, 其含义见图 3。

图 3 e_{xi} 和 e_{yi} 含义图

连接杆采用阻尼金属材料, 而分段刚度杆采用普通金属, 因此可以只考虑连接杆的阻尼, 且为线性阻尼, 其在 x 和 y 方向的阻尼系数分别为 c_{nx} 和 c_{ny} 。

1.3 转子-NES 系统的动力学方程

假设所考虑的是各向异性的转子系统, 其质量为 m , 其刚度和阻尼分别为 k_x, k_y 和 c_x, c_y 。将 NES 添加到转子系统构成转子-NES 系统后, 其动力学模型如图 4 所示。

图 4 转子-NES 系统的动力学模型

根据该模型, 可以得到转子-NES 系统的动力学方程为

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x + c_n(\dot{x} - \dot{x}_n) + k_{n0}(x - x_n) + f_{nx}(x - x_n) = F\cos(2\pi ft) \\ m_n\ddot{x}_n + c_n(\dot{x}_n - \dot{x}) + k_{n0}(x_n - x) + f_{nx}(x_n - x) + k_{n1}x_n = 0 \\ m\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y + c_n(\dot{y} - \dot{y}_n) + k_{n0}(y - y_n) + f_{ny}(y - y_n) = F\sin(2\pi ft) \\ m_n\ddot{y}_n + c_n(\dot{y}_n - \dot{y}) + k_{n0}(y_n - y) + f_{ny}(y_n - y) + k_{n1}y_n = 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中, F 为外激励幅值; f 为外激励频率。

2 数值仿真分析

2.1 各向同性转子系统

假设转子系统为各向同性, 其参数如表 1 所示。

表 1 转子系统参数

参数	数值	参数	数值
质量 m/kg	1	阻尼 $c/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	6
刚度 $k/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	76 400	质量 m_n/kg	0.08
长度 l/mm	50	直径 d_0/mm	0.7
直径 d_1/mm	2	直径 d_2/mm	2.38
直径 d_3/mm	2.63	直径 d_4/mm	2.83
阻尼 $c_n/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	3	刚度 $k_{n0}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	1 000
弹性模量 E/Pa	2.1×10^{11}		

分段线性杆与 NES 质量之间的间隙决定了分段线性刚度的大小, 因此采用两种情况, 第 1 种为小间隙: $e_1 = 0.5 \text{ mm}$ 、 $e_2 = 1.0 \text{ mm}$ 、 $e_3 = 1.5 \text{ mm}$ 、 $e_4 = 2.0 \text{ mm}$; 第 2 种为大间隙: $e_1 = 0.75 \text{ mm}$ 、 $e_2 = 1.5 \text{ mm}$ 、 $e_3 = 2.25 \text{ mm}$ 、 $e_4 = 3.0 \text{ mm}$ 。

首先分析无 NES 时转子系统的响应。设外激励为不平衡激励, 偏心大小为 $r = 3 \times 10^{-5} \text{ m}$ 。则外激励幅值为 $F = mr(2\pi f)^2$ 。采用龙格库塔方法数值计算稳态幅频响应, 结果如图 5 所示。从图 5 可以看出最大振幅为 1.4 mm , 其临界转速约为 44 Hz 。

图 5 转子系统的幅频响应曲线

选用第 1 种 0.5 mm 间隙时, 分段刚度杆的分段线性力与杆位移之间的关系如图 6a 所示。其次, 仍然用龙格库塔方法分析添加 NES 后的响应, 分别求得转子系统和 NES 的幅频响应如图 6b 和 6c 所示。从图 6b 可以看出, 在共振区转子系统的振动幅值约为 0.45 mm , 这比原转子系统降低约 68% 。从图 6b 可以看出, NES 的振动最大幅值在 1.2 mm 左右, 这表明 NES 转移了转子系统的振动。

(a) 分段线性力与位移之间的关系

(b) 转子系统的幅频响应

(c) NES 的幅频响应

图 6 第 1 种间隙时分段线性拟合仿真曲线及转子-NES 系统的幅频响应曲线

从图 6b 和 6c 看出转子-NES 系统在 $42 \sim 47 \text{ Hz}$ 频率范围内发生了强调制响应 (Strongly modulated response, SMR) 行为, 具体表现为时域曲线的类似拍振的波动, 这是 NES 抑制振动的主要机制^[6]。例如 44 Hz 时转子系统和 NES 系统的时域曲线分别如图 7a 和 7b 所示, 从图中都可以看到类似于拍振的波动。

图 7 第 1 种间隙时转子-NES 系统的时域响应曲线

选用第 2 种 0.75 mm 间隙时,分段刚度杆的分段线性力与杆位移之间的关系如图 8a 所示。再用龙格库塔方法分别求得转子系统和 NES 的幅频响应如图 8b 和 8c 所示。从图 8b 可以看出,在共振区转子系统的振动幅值约为 0.7 mm,这比原转子系统降低约 50%。同时 SMR 区域的频率范围也缩小至 43~45 Hz。主要是因为随着间隙增大,分段线性刚度弹簧的刚度减小,也影响了其振动抑制能力。

图 8 第 2 种间隙时分段线性拟合仿真曲线及转子-NES 系统的幅频响应曲线

综合分析这两种情况下转子系统响应。可以看出 NES 对于各向同性转子系统具有很好的振动抑制能力,可以通过调整 NES 的参数改变其刚度特性,达到不同的振动抑制能力。

但是过大的非线性刚度也会导致其响应增大,例如当间隙值为 $e_1 = 0.25$ mm、 $e_2 = 0.5$ mm、 $e_3 = 0.75$ mm、 $e_4 = 1.0$ mm 时转子系统的响应如图 9,可以看出由于间隙过小,非线性刚度过大,反而使得转子系统的振幅增大。因此,适当的参数才能起到好的振动抑制效果。

为考察 NES 的宽频抑振能力,改变转子系统的刚度,当 $k_x = k_y = 6.32 \times 10^4$ N/m 和 $k_x = k_y = 9.87 \times 10^4$ N/m,即转子系统固有频率分别为 40 Hz 和 50 Hz 时,假设选用第 1 种间隙,无 NES 转子系统和含 NES

转子系统的幅频响应如图 10 和 11 所示。可见,对于同一参数的 NES,这两种情况下都起到了共振区抑振作用。这表明了 NES 的宽频抑振能力。

图 9 过小间隙时转子系统的幅频响应曲线

图 10 固有频率 50 Hz 转子系统的响应

图 11 固有频率 40 Hz 转子系统的响应

2.2 各向异性转子系统

假设转子系统为各向同性,其他参数不变,只是 y 方向的刚度变为 $k_y = 9.8 \times 10^5$ N/m。

首先分析无 NES 时转子系统的响应。设外激励为不平衡激励,其大小仍然为 3×10^{-5} m。计算幅频响应如图 12 所示。可以看出在 x 方向和 y 方向分别产生了一个共振峰值,在 x 方向约为 1.3 mm,在 y 方向约为 1.5 mm。

图 12 转子系统的幅频响应曲线

其次分析添加 NES 后的响应,当选用第 1 种间

隙时, 转子系统和 NES 的幅频响应如图 13a 和 13b 所示。可以看出 x 方向和 y 方向的振动最大幅值分别为 0.45 mm 和 0.5 mm, 比原转子系统分别降低了 66% 和 67%。

图 13 第 1 种间隙时转子-NES 系统的幅频响应曲线

由上图可见, 在 42~47 Hz 和 49~52 Hz 频率范围内发生了 SMR 行为, 由于转子系统为各向异性, 其轴心轨迹也将变得杂乱, 例如 44 Hz 时转子系统和 NES 系统的轴心轨迹如图 14a 和 14b 所示。

图 14 第 1 种间隙时转子-NES 系统的轴心轨迹

当选用第 2 种间隙时, 转子系统和 NES 的响应如图 15 所示。可以看出 x 方向和 y 方向的振动最大幅值分别为 0.65 mm 和 0.7 mm, 比原转子系统分别降低了 50% 和 53%。

图 15 第 2 种间隙时转子-NES 系统的幅频响应曲线

可见, NES 在各向异性转子系统中同样可以起到振动抑制效果。而且, 对两个固有频率都可以抑振, 相比之下, 吸振器只能对一个固有频率进行抑制, 且会在反共振点附近产生两个峰值。这说明了 NES 的优越性。

3 试验研究

3.1 试验装置

论文的试验部分在 Bentley 转子试验台上完成,

转子-NES 系统的横向位移用电涡流位移传感器测出, 传感器安装在转子系统轴的一端靠近支撑处。由于转子试验台的各向同性的性质, 所以只需测量转子系统水平 x 方向的位移。

试验过程中的激励力是由圆盘内的偏心控制, 圆盘偏心致使系统在转动过程中产生不平衡激励力, 进而近似产生简谐激励力。

NES 的详细结构如图 16a 所示。外支撑用软皮筋代替, 试验时近景如图 16b 所示。试验装置的整体结构如图 16c 所示。

图 16 NES 的具体结构及整套试验装置

3.2 试验结果一

实测的转子系统未加 NES 时共振区频段内幅频响应曲线如图 17a 所示, 42 Hz 时的时域曲线如图 17b 所示。可以看出, 共振频率约为 43 Hz, 最大振动幅值约为 1.5 mm。

图 17 各向同性转子系统的幅频响应曲线和时域响应曲线

然后将 NES 应用于转子系统。图 18a 和 18b 给出了转子加第一种和第二种间隙时, 在共振区频段内实测的幅频响应曲线, 图 19a 和 19b 给出了相对应的 42 Hz 时的时域曲线, 可以看到出现拍振现象,

即 SMR 行为的发生。

图 18 不同间隙时转子系统的幅频响应曲线

图 19 不同间隙时转子系统的时域响应曲线

从图 18 和 19 知,在这两种情况下,随着 NES 安装在主系统上,转子的振动明显下降。两种间隙时的最大振动幅度分别为 0.48 mm, 0.6 mm。与图 17 比较可以看出,振动抑制率分别为 63%, 54%。

3.3 试验结果二

缩短转轴跨距,然后实测转子系统未加 NES 时共振区频段内幅频响应曲线如图 20a 所示,可以看出共振频率约为 54 Hz, 最大振动幅值约为 1.3 mm, 52 Hz 时的时域曲线如图 20b 所示。

图 20 各向同性转子系统的幅频响应曲线和时域响应曲线

将 NES 应用于该转子系统。图 21a 和 21b 给出了加第一种和第二种间隙的 NES 时,在共振区频段内实测的幅频响应曲线,图 22a 和 22b 给出了相对应的 52 Hz 时的时域曲线,可以看到出现拍振现象,即 SMR 行为的发生。

图 21 不同间隙时转子系统的幅频响应曲线

图 22 不同间隙时转子系统的时域响应曲线

从图 21 和 22 知,两种间隙时转子系统的最大振动幅度分别为 0.42 mm, 0.53 mm。与图 20 比较可以看出,振动抑制率分别为 67%, 59%。

3.4 试验结论

在两种不同转子系统共振频率情况下, NES 都对转子系统的振动起到了抑制的作用,且效果显著,表明了 NES 的宽频抑振效应。转子系统在共振频率附近都经历了 SMR 行为,随着 NES 间隙的减小,振动抑制率增加。

4 结论

设计了具有分段线性非线性刚度的转子系统 NES,并进行了转子-NES 系统的数值仿真和实验验证,所得的主要结论如下。

(1) 所设计的非线性能量阱具有较好的振动抑振效果,仿真时最好的振动抑制效果为 68%; 试验时最好效果为 67%。

(2) 所设计的非线性能量阱具有宽频抑振效果。可以抑制多个共振区的共振,例如对于各向异性转子系统,可以抑制两个共振峰的幅值。

(3) 要想达到最佳的振动抑制效果,必须设计合理的 NES 参数。

参 考 文 献

- [1] DOUBRAWA F J, LUERSEN M A, BAVASTRI C A. Optimal design of viscoelastic vibration absorbers for rotating systems[J]. Journal of Vibration and Control, 2011, 17(5): 699-710.
- [2] 张震坤,何立东,黄秀金,等. 鼠笼式调谐质量阻尼器用于转子振动控制的研究[J]. 北京化工大学学报, 2015(3): 82-87.
ZHANG Zhenkun, HE Lidong, HUANG Xiujin, et al. Reduction of the vibration of a rotor system by using a cage tuned mass damper[J]. Journal of Beijing University of Chemical Technology, 2015(3): 699-710.
- [3] HU Hangling, HE Lidong. Online control of critical speed vibrations of a single-span rotor by a rotor dynamic

- vibration absorber at different installation positions[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2017, 31(5): 2075-2081.
- [4] 姚红良, 王重阳, 陈子冬, 等. 转子系统永磁变刚度抑振及吸振研究[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(9): 66-72. YAO Hongliang, WANG Chongyang, CHEN Zidong, et al. Vibration suppression and absorption using permanent magnet stiffness varying mechanism[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(9): 66-72.
- [5] GENDELMAN O V, STAROSVETSKY Y, FELDMAN M. Attractors of harmonically forced linear oscillator with attached nonlinear energy sink I: Description of response regimes[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2007, 51(1-2): 31-46.
- [6] VAKAKIS A F E A. Nonlinear targeted energy transfer in mechanical and structural systems[M]. Springer Netherlands, 2009.
- [7] AL-SHUDEIFAT M A, WIERSCHEM N E, BERGMAN L A, et al. Numerical and experimental investigations of a rotating nonlinear energy sink[J]. *Meccanica*, 2017, 52(4-5): 763-779.
- [8] LI T, QIU D, SEGUY S, et al. Activation characteristic of a vibro-impact energy sink and its application to chatter control in turning[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 405: 1-18.
- [9] CHIACCHIARI S, ROMEO F, MCFARLAND D M, et al. Vibration energy harvesting from impulsive excitations via a bistable nonlinear attachment[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2017, 94: 84-97.
- [10] YANG K, ZHANG Y, DING H, et al. Nonlinear energy sink for whole-spacecraft vibration reduction[J]. *Journal of Vibration and Acoustics Transactions of the ASME*, 2017, 139: 0210112.
- [11] 刘中坡, 乌建中, 王菁菁, 等. 轨道型非线性能量阱对高层结构脉动风振的控制仿真[J]. *振动工程学报*, 2016, 29(6): 1088-1096.
- LIU Zhongpo, WU Jianzhong, WANG Jingjing, et al. Simulation of track nonlinear energy sink for wind-induced vibration control in high-rise building[J]. *Journal of Vibraton Engineering*, 2016, 29(6): 1088-1096.
- [12] NANKALI A, LEE Y S, KALMAR-NAGY T. Targeted energy transfers for suppressing regenerative machine tool vibrations[J]. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2017, 12: 0110101.
- [13] BAB S, KHADEM S E, SHAHGHOLI M, et al. Vibration attenuation of a continuous rotor-blisk-journal bearing system employing smooth nonlinear energy sinks[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 84: 128-157.
- [14] BAB S, KHADEM S E, MAHDIABADI M K, et al. Vibration mitigation of a rotating beam under external periodic force using a nonlinear energy sink (NES)[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2017, 23(6): 1001-1025.
- [15] GUO C, AL-SHUDEIFAT M A, VAKAKIS A F, et al. Vibration reduction in unbalanced hollow rotor systems with nonlinear energy sinks[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 79(1): 527-538.
- [16] 孙斌, 吴志强, 基于非线性能量阱的双频激励非线性系统减振[J]. *应用数学与力学*, 2017, 38(11): 1240-1250. SUN Bin, WU Zhiqiang. Vibration suppression of nonlinear systems under dual-frequency excitations with nonlinear energy sink[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, 38(11): 1240-1250.
- [17] YAO H, ZHENG D, WEN B. Magnetic nonlinear energy sink for vibration attenuation of unbalanced rotor system[J]. *Shock and Vibration*, 2017, 2017: 1-15.

作者简介: 姚红良(通信作者), 男, 1979 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为非线性振动和转子动力学。

E-mail: hlyao@mail.neu.edu.cn

闻邦椿, 男, 1930 年出生, 教授, 博士研究生导师, 中国科学院院士。主要研究方向为机械动力学和振动利用工程。

E-mail: bcwen1930@vip.sina.com