DOI: 10.3901/JME.2020.15.181

基于肘部自运动的主从异构7自由度机械臂 运动映射及其几何逆解*

赵京¹ 王鑫¹ 张自强¹ 龚世秋¹ 李晓辉²

(1. 北京工业大学机械工程与应用电子技术学院 北京 100124;

2. 北京控制工程研究所 北京 100094)

摘要: 为了在异构遥操作系统中将主臂运动信息完整的映射到从臂, 以人臂运动特性为依据, 针对7自由度机器人提出了一种新的主从运动学映射方法。该方法以机器人末端位姿和自转角为基础, 建立主从映射矩阵。提出关节融合策略, 对因有偏置而无法汇交成肩肘腕点的机器人进行关节融合, 从而形成等效肩肘腕点, 并以此确定映射矩阵参数。建立参考坐标系, 对遥操作过程中产生的基系漂移误差进行修正。针对肘或腕不汇交的7自由度机器人, 提出了一种新的逆运动学求解方法。该方法利用几何关系求解等效肩肘腕点的位置, 并依据各等效点与各关节点之间的关系求解各关节角。仿真和试验结果证明了所提出的映射方法能够使从臂按照主臂所提供的信息在等比例模型中完成运动, 并且在运动过程中从臂自转角与主臂相同, 完成避障任务。

关键词: 运动映射方法; 关节融合策略; 运动学逆解; 7自由度机器人; 肘部自运动

中图分类号: TP242

Master-slave 7-DOF Manipulator Motion Mapping Based on Elbow Self-motion and Its Analytical Geometric Inverse Kinematics

ZHAO Jing¹ WANG Xin¹ ZHANG Ziqiang¹ GONG Shiqiu¹ LI Xiaohui²

(1. College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology,

Beijing University of Technology, Beijing 100124;

2. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100094)

Abstract: In order to completely map the motion information of the master arm to the slave arm in the heterogeneous teleoperation system, a new kinematics mapping method for seven degrees of freedom (DOF) robot was proposed based on the motion characteristics of the human arm. This method establishes master-slave mapping matrix based on the pose of the robot's end effector. A joint fusion strategy is proposed to perform joint fusion on a robot that cannot be merged into a shoulder and elbow wrist point due to offset, thereby forming an equivalent shoulder, elbow, wrist point, and determine the parameters of the mapping matrix. A reference coordinate system is established to correct the base drift error generated during teleoperation. A new inverse kinematics method is proposed for a 7-DOF robot with elbow or wrist not meeting. The method uses geometric relations to solve the position of the equivalent shoulder and elbow wrist points, and solves the joint angles according to the relationship between each equivalent point and each joint point. The simulation and experimental results show that the proposed mapping method can make the slave arm complete the motion in the proportional model according to the information provided by the main arm, and at the same time, the arm rotation angle is the same as that of the main arm during the motion, and the obstacle avoidance task is completed.

Key words: kinematic mapping method; joint fusion strategy; inverse kinematics; 7-DOF humanoid manipulator; elbow self-motion

* 北京市自然科学基金(3202004)和国家自然科学基金(51975008)资助项目。

20191112 收到初稿, 20200404 收到修改稿

0 前言

随着近现代工业技术的发展,很多探索工作和作业环境,如在处理有毒化工废料时^[1],在执行空间^[2]和水下^[3]探索任务时,人往往难以亲自操作,同时因大部分工作环境是复杂和不可测的,机器人难以靠自身去规划运动完成任务。因此,遥控是一种很好的解决问题的方式。为了结合人臂的高灵活性和机械臂的高适应性的优点,采用以人臂为主操作端和拟人冗余机器人为从操作端的遥控系统,能够有效地降低任务风险和操作难度。但是,因成本等问题,无法保证仿人机械臂的机械结构与人臂完全相同,主从臂工作空间有所差别,需要主臂到从臂的运动映射算法。现广泛使用的运动映射算法是笛卡儿空间映射方法, JU 等^[4]基于常比例映射的空间映射方法,将主臂的末端点位置信息进行一定比例的扩大传递给从臂。CONTI 等^[5]提出工作空间漂移映射, CHEN 等^[6]提出混合空间映射方法来解决等比例映射精度低的问题。然而,以笛卡儿空间映射的方法无法表征主臂自身的臂姿状态,在非结构空间内进行避障等任务时需要添加新的约束条件来满足要求,适用性不高。为此, WARREN 等^[7]将笛卡儿空间和关节空间结合起来控制从臂运动,卫沅等^[8]以机械臂各杆方向与人臂的相似性为优化目标来优化机械臂运动,但仍存在实用性不高、难以在保证末端位姿的同时使机械臂与人臂有较高的相似性的问题。在完成主从映射后,需要对从臂进行逆运动学。因从臂为 7R 冗余机械臂,是一个非线性、强耦合的系统,对其进行逆解十分困难。现有研究大多采用伪逆法、阻尼最小二乘法^[9]、梯度投影法^[10]、BP 神经网络^[11]等优化方法进行逆运动学求解,存在求解时间长、稳定性差、适用性低的问题。针对这些问题,部分学者引入人臂肘部自运动理论来实现人臂冗余度的解耦, ARTEMIADIS^[12]定义了肘部自转角,将其作为额外参数来表述人臂运动,赵京等^[13]进行逆运动学求解,简化其求解难度。通过自转角,可完整的表述人臂运动,使其具有唯一的臂姿,因此将肘部自转运动角引入到遥控操作的主从映射当中,即可以完整地将主臂运动信息映射到从臂,保证主从臂运动相似,同时提高了逆解的求解效率,使从臂快速的跟随主臂运动。但现有依据肘部自运动的方法仅适用于拟人机械臂,针对肘部或腕部带有偏置的机械臂,因无法有效求解臂平面而导致算法失效。

为了将主臂信息完整的传递给从臂,完成复杂

的遥控操作任务。本文依据人臂运动特性,提出了一种新的主从异构遥控映射方法。该方法首先将 7R 机械臂进行融合形成新的等效机械臂,解决无法有效求解臂平面的问题,以此为基础提取主臂到从臂的映射矩阵。并针对含有肘部和腕部偏置的 7R 机械臂提出了一种基于几何的逆运动学求解方法。本映射方法能够实现主从臂臂姿一一对应,试验和仿真结果也表明从臂能够快速跟随主臂进行运动,完成达点与避障任务,且具有较好的连续性。

1 遥控映射矩阵概念

1.1 7R 机械臂映射矩阵提出

人臂在空间任意运动时,可通过末端位置 ${}^H P_F$ 、姿态 ${}^H R_F$ 以及肘部自转角 ${}^H \varphi_E$ 来描述人臂整体运动情况。同时人臂可视为一种特殊的 7R 机械臂,因此针对 7R 机械臂如图 1 所示,其连杆参数见表 1,可用相同的运动描述来表征机械臂的运动,构建机械臂映射矩阵为

$$U = [{}^S \varphi_E \quad {}^S P_F \quad {}^S R_F] \quad (1)$$

图 1 带偏置的 7R 机械臂运动学模型

表 1 连杆参数

关节序号 i	连杆长度 a_i/cm	连杆转角 $\alpha_i/(\text{°})$	连杆偏距 d_i/cm	关节角 $\theta_i/(\text{°})$
1	0	0	0	θ_1
2	0	-90	0	θ_2
3	0	90	d_3	θ_3
4	a_4	90	d_4	θ_4
5	0	-90	d_5	θ_5
6	0	-90	0	θ_6
7	0	90	d_7	θ_7

式中, ${}^S P_F$ 表示机械臂末端相对于肩点的位置: ${}^S R_F$ 表示机械臂末端相对于肩的姿态: ${}^S \varphi_E$ 表示机械臂肘部自转角。

${}^S P_F$ 和 ${}^S R_F$ 可直接通过主臂操作端的位姿进行求解。肘部自转角 ${}^S \varphi_E$ 物理含义如图 2 所示。SW 为肩点(S)到腕点(W)的虚拟轴线, 其与通过肩点的垂直向下的矢量组成参考平面 SE_0W , 且矢量 SW 与图 1 中的矢量 $O_S X_S$ 重合。大臂 SE 和小臂 EW 组成臂平面 SEW, 当自转角为 0 时, 臂平面 SEW 与参考平面 SE_0W 重合, 当绕矢量 SW 旋转以后, 手臂平面与参考平面之间的夹角即为肘部自转角。

图 2 肘部自转角

对于肘部自转角是通过肘、肩、腕之间的关系求得的。对于人臂来说, 肩肘腕三点分别是对应关节的轴线交点, 针对图 1 所示的机械臂, 各关节不一定汇交, 无法直接找到肩肘腕点。因此接下以肩肘腕是否汇交为标准对 7R 机械臂进行分类, 并提出适用于不同分类的关节融合策略来找到等效肩肘腕点。

1.2 7R 机械臂不汇交点分类

拟人机械臂与人臂结构类似, 具有肩肘腕等结构, 能够像人臂一样完成复杂运动。图 3 为 Kuka 拟人机械臂, 其中关节 1 和关节 2 的坐标系{1}和{2}汇交形成了肩点(S), {3}和{4}坐标系汇交形成了肘点(E), 肩点和肘点之间有一段杆 L_{se} 为大臂, {5}和

图 3 拟人臂运动学模型

{6}坐标系汇交形成了腕点(W), 腕点和肘点之间有一段杆 L_{ew} 为小臂。以及最后一个指尖(F)坐标系 7 进行一些姿态的微调, 腕点和指尖点之间杆 L_{wf} 称之为手掌。在处于零点时, 肩肘腕指尖点的坐标系的 Z 轴应该在同一条直线上, 即大臂、小臂和手掌无偏置。

因此, 对于图 1 关节配置的一般 7R 机械臂, 依据与人的差异性以及关节融合策略的不同, 可将 7R 机械臂划分为以下几类。

第一类: 所有点都汇交且无偏置(拟人臂)。

第二类: 肘、腕点存在不汇交点或大臂、小臂有偏置。

第三类: 肩点不汇交或手掌有偏置。

第四类: 上述情况同时存在。

针对不同分类的机械臂, 有不同的关节融合策略。接下来将进行关节融合策略的研究。

1.3 关节融合策略

人臂在进行运动时, 大臂小臂的长度比例恒定不变。因此, 将关节融合后形成的等效点, 应该满足以下条件。

(1) 运动过程中, 等效肩点应在基坐标系中的位置固定; 等效腕点与指尖的坐标系的 Z 轴应重合。

(2) 等效肘点与轴 SW 的距离是可变的。

(3) 运动过程中, 等效肩点到等效肘点(大臂)和等效肘点到等效腕点(小臂)的两段等效杆的比例不变, 且肘点在某一个关节坐标系中的坐标不会发生改变。

在机械臂运动过程中, 若等效杆长度为定值, 称之为静态等效点机械臂, 如第一类和第二类机械臂。若大臂和小臂的杆长发生变化, 称之为动态等效点机械臂, 如第三类和第四类机械臂。在动态等效臂机械臂运动过程中, 其杆长变化函数为

$$\begin{cases} L_{se} = f_1(\varphi_e, P_w) \\ L_{ew} = f_2(\varphi_e, P_w) \end{cases} \quad (2)$$

因动态等效点机械臂关节融合策略及运动映射方法在本质上与静态等效点机械臂是一样的。因此, 本文只针对静态等效点机械臂进行研究, 对于动态等效点机械臂在此不进行过多的赘述。

针对于静态等效点机械臂, 其关节融合策略如下。

(1) 肩点放置在关节 1 的旋转轴上, 可保证肩点位置固定。

(2) 为了保证腕点与指尖点在初始时刻轴线应相互重合, 腕点选在关节 7 轴线上。

(3) 当确定 W 点和 S 点以后, E 点的选取应该满足: 旋转轴线未与 W 点与 S 点重合的关节的轴线需要与 E 点重合。也就是说, 为了保证三段等效杆长不变, 所有关节的轴线都至少与于肩肘腕的某一点相交。当

机械臂运动时,可转化为各个等效杆为别绕对应的等效点进行旋转,各等效杆之间的长度不会发生改变。

本文针对图1所示的第二类机械臂进行遥操作映射的叙述,其他第二类机械臂虽然细节与本文有些许不同,但总体思路一致不多叙述。

针对图1所示的机械臂,通过关节融合策略可知,与 Z_4 轴重合的直线上的点都满足上述关系,因此可得

$$\begin{cases} L_{se} = \sqrt{d_3^2 + a_4^2 + (d_4 - n)^2} \\ L_{ew} = \sqrt{n^2 + d_5^2} \end{cases} \quad (3)$$

式中, n 为等效肘点(E)到{4}系原点 O_4 的距离。

当从臂需要跟随主臂完成避障任务时,引入等效杆径最小指标来确定 n 的值。如图1所示,等效杆径是指等效杆到其所对应的部分的最远点距离。因此可将其表述为优化问题

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^2 R_i \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq n \leq d_4 \end{aligned} \quad (4)$$

式中, R_1 、 R_2 分别为等效大臂、小臂的等效杆径。

通过该指标,可唯一确定等效肘点的位置。当从臂仅作跟随运动时,为了简化计算难度,等效肘点选取在关节3的垂线和关节4轴线的交点处,即 n 为 d_4 其他等效点为对应关节的轴线交点。

等效腕点与等效肩点的融合方法与等效肘点类似。至此,依据融合出的等效肩肘腕点,可计算出主臂在 t 时刻时的末端位置 ${}^S P_F^M(t)$ 、末端姿态 ${}^S R^M(t)$ 和肘部自转角 ${}^S \varphi^M(t)$,并以此建立映射矩阵。接下来要做的是修正主从映射时的参数误差,实现主臂到从臂的映射。

2 主从机械臂映射

因主从臂等效杆的长度不同,会导致两臂的工作空间重合率不高,如图4所示。同时在任务过程中两臂的基系可能会发生漂移,若直接将映射矩阵映射会导致任务失败。因此,本节将从工作空间修正、肩部漂移修正以及主从臂映射三方面进行说明。

图4 工作空间重合率

2.1 工作空间修正

基于映射矩阵的主从异构映射,因主臂和从臂的DH参数不同,造成了主从臂的等效大臂、小臂和手掌长度不完全同甚至差异很大。如果对末端位置不进行处理而直接进行异构映射,会导致工作空间重合率很低。因此基于文献[4]的工作空间等比例扩大方法,提出新的工作空间放大比例系数选取方法,完成工作空间的放大,具体步骤如下。

(1) 比例系数选取。

当机械臂转化为等效机械臂后,可通过等效杆的总长度来衡量工作空间的最大范围。因此,根据主从臂各等效杆的总长度来确定比例系数,得主臂和参照臂的比例系数

$$k = \delta \times \frac{l_{se} + l_{ew} + l_{wf}}{L_{se} + L_{ew} + L_{wf}} \quad (5)$$

式中, L_{se} 、 L_{ew} 、 L_{wf} 分别代表了主臂的大臂、小臂、手, l_{se} 、 l_{ew} 、 l_{wf} 分别表示从臂的大臂、小臂、手。 δ 代表了修正系数,跟主从机械臂的结构有关,这里为了简化计算,统一选取为1。

(2) 末端位置修正。

当确定比例系数以后,主臂实际传输的末端位置参数为

$${}^S P_F^M(t) = k {}^S P_F^{M'}(t) \quad (6)$$

式中, ${}^S P_F^M(t)$ 为实际传输的位置参数; ${}^S P_F^{M'}(t)$ 为主臂运动的位置参数。

2.2 基系漂移修正

机械臂的等效肩点一般固连在机械臂的基坐标系下。当基系不发生改变时,肩点不会发生变化,但是在某些遥操作系统中,基系会随任务的变化而发生偏移和旋转,如人臂作为主端进行遥操作时的肩部不自主运动,或机械臂作为从端在执行太空任务时基座的漂移,导致从臂无法有效的跟踪主臂运动轨迹进行运动。本节以任务目标和肩点位置为导向,对机械臂进行修正。具体做法如下。

(1) 主臂基系发生漂移。

为了应对主臂基系的漂移,可建立一个固定不动的世界坐标系 $\{C\}$,该系原点与肩坐标系原点不重合但姿态相同,测量初始时刻 t_0 时(肩点未动时)肩系相对于 $\{C\}$ 的位置 ${}^C P_S^M(t_0)$ 和姿态 ${}^C R^M(t_0)$ 。在运动过程中,根据肩系相对于世界坐标系的位姿变化,对基系漂移进行修正,公式如下

$$\begin{cases} {}^S P_F^M(t) = {}^S P_F^M(t) + ({}^C P_S^M(t) - {}^C P_S^M(t_0)) \\ {}^S R^M(t) = ({}^C R^M(t_0))^{-1} {}^C R^M(t) {}^S R^M(t) \end{cases} \quad (7)$$

式中, ${}^S P_F^M(t)$ 为修正后的末端相对于肩的位置;

${}^S_R{}^M(t)$ 为修正后末端相对于肩系的姿态。

(2) 从臂基系发生偏移。

当从臂基系发生偏转时, 不易确定肩系的初始位姿, 难以建立世界坐标系。因此以任务目标为基础建立目标坐标系 $\{G\}$, 通过主臂所传递的映射矩阵的信息, 可求得从臂肩点相对于坐标系 $\{G\}$ 的理想位姿为

$$\begin{cases} {}^G P_{S-ideal}^S(t) = -{}^S P_F^M(t) \\ {}^G R_{S-ideal}^S(t) = ({}^S R^M(t))^{-1} \end{cases} \quad (8)$$

由此可得漂移后的基系位置为

$$\begin{cases} {}^S P_F^S(t) = -({}^G P_{F-ideal}^S(t) + \Delta^G P_S^S(t)) \\ {}^S R^S(t) = ({}^G R_{S-ideal}^S(t) \Delta^G R^S(t))^{-1} \end{cases} \quad (9)$$

式中, ${}^S P_F^S(t)$ 和 ${}^S R^S(t)$ 分别为实际的从臂末端位置和姿态; $\Delta^G P_S^S(t)$ 和 $\Delta^G R^S(t)$ 分别为从臂基系相对于目标的位置和姿态变化。

2.3 主臂映射矩阵到从臂映射矩阵的传递

在执行遥操作任务过程中, 主臂到从臂进行映射时, 应考虑所有情况来对所传递的映射矩阵进行修正。修正。将上述情况进行综合, 可得如下映射公式

$$\begin{cases} {}^S P_F^S(t) = k({}^S P_F^M(t) + {}^C P_S^M(t) - {}^C P_S^M(t_0)) + \Delta^G P_S^S(t) \\ {}^G R^S(t) = (({}^S R^M(t_0)) {}^C R^M(t) {}^S R^M(t))^{-1} \Delta^G R^S(t)^{-1} \\ {}^S \varphi_E^S = {}^S \varphi_E^M \end{cases} \quad (10)$$

为了保持主臂与从臂姿态相似性, 其自转角与肩点的实时位置有关, 当肩点发生偏移后, 自转角也会随之变化。至此, 传递矩阵所需要的所有参数全部求出, 将任意时刻 t 的主臂传递矩阵传递给从臂后, 可唯一确定从臂的整体位姿, 只需要将其转化为各关节的控制信号, 即可实行对从臂的控制。下一节, 将从臂所接收到的映射矩阵信息转化为各关节的控制信号。

3 从臂映射矩阵与关节角的映射

针对七自由度拟人机械臂逆运动学, 本实验室之前^[13]研究已将肘部自运动角作为额外参数代替多余冗余度, 给出拟人机械臂的逆运动学解析解。但对于肘部或者腕部带有偏置的机械臂, 因其关节不汇交, 无法有效的求解肘部自运动角, 导致算法失效, 无法求解各关节角。在此基础上, 本文对该方法进行改进, 提出基于等效模型的逆运动学求解方法, 将其冗余度用等效臂的自转角表示, 从而提出一种适用于带偏置的 7R 冗余机械臂的逆运动学求解方法, 得到其解析解。

接下来, 以图 1 中的机械臂为例, 阐述带偏置的机械臂从映射矩阵到关节角映射的推导过程。映射矩阵到关节角的映射过程即为将从臂末端位置、姿态以及臂姿信息转化为关节信息, 数学表达式如下

$$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7 = f(\varphi_E, {}^S P_F, {}^S R) \quad (11)$$

式中, θ_i 为机械臂的对应关节角。将映射矩阵转化到关节角分为 3 个步骤。

- (1) 通过映射矩阵求解肩肘腕融合点位置信息。
- (2) 求解与融合点对应的关节信息。
- (3) 基于关节信息, 对各个关节角进行求解计算。

3.1 融合点位置求解

根据关节融合策略所得的等效机械臂, 与人臂结构相同, 都具有肩肘腕结构, 因此可根据人臂运动特性计算等效肘腕点。赵京等^[13]根据人臂运动特性得到等效肘点(E)和等效腕点(W)的表达式为

$${}^S P_W = {}^S R^F P_W + {}^S P_F = [{}^S x_W, {}^S y_W, {}^S z_W]^T \quad (12)$$

$${}^S P_E = \begin{bmatrix} L_{sm} s\beta c\alpha + L_{em} (s\alpha s\beta c\varphi + s\varphi c\beta) \\ L_{sm} s\beta c\alpha - L_{em} (s\beta s\varphi - s\alpha c\beta c\varphi) \\ L_{sm} s\alpha - L_{em} c\alpha c\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^S x_E \\ {}^S y_E \\ {}^S z_E \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, ${}^F P_W$ 为 W 点在 $\{7\}$ 系的位置; ${}^S P_F$ 、 ${}^S P_W$ 、 ${}^S P_E$ 分别为 F 、 W 、 E 点在基系中的位置; α 为 SW 绕 Y_S 轴旋转的角度; β 为 SW 绕 Z_S 轴旋转的角度, 如图 5 所示。

图 5 手臂运动示意图

3.2 各个坐标系原点位置求解

根据机械臂几何结构和等效点的位置关系, 可求得各个关节坐标系原点 O_i 所在位置, 为计算关节角进行铺垫, 具体求解方法如下。

- (1) 求解 O_4 位置通解。

当机械臂的结构参数确定以后, 由图 1 的机械臂可知以下几何关系。

- 1) E 点到 O_4 点的距离 L_{EO_4} 固定不变, 与 d_3 参数有关。
- 2) O_4 点到 S 点的距离 L_{O_4S} 固定不变, 与 d_3 等参数有关。

3) 在 ΔEWO_4 中, 即矢量 WO_4 和矢量 EO_4 垂直。因此, 根据以上关系, 可得出如下方程组

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = d_3^2 + a_4^2 + d_4^2 \\ xx_e + yy_e + zz_e = d_3^2 + a_4^2 + d_4^2 - d_4 n \\ xx_w + yy_w + zz_w = d_4 n + m_1 \end{cases} \quad (14)$$

式中, $m_1 = x_w x_e + y_w y_e + z_w z_e$

求解式(16), 得到 O_4 点的位置坐标为

$${}^S P_{O_4} = \begin{bmatrix} {}^S x_4 \\ {}^S y_4 \\ {}^S z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1({}^S P_E, {}^S P_W, d_3, d_4, a_4, d_5) \\ f_2({}^S P_E, {}^S P_W, d_3, d_4, a_4, d_5) \\ f_3({}^S P_E, {}^S P_W, d_3, d_4, a_4, d_5) \end{bmatrix} \quad (15)$$

(2) 求解 O_3 位置通解。

O_3 位置求解与 O_4 类似, 由机械臂结构可知以下关系。

1) E 点到 O_3 点的距离 L_{EO_3} 固定不变, 与关节偏置 a_4 有关。

2) O_3 点到 S 点的距离 L_{O_3S} 固定不变, 与 d_3 参数有关。

3) 矢量 EO_3 和 EO_4 的夹角不变, 与 n 有关。

因此可得出如下方程组

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = d_3^2 \\ xx_e + yy_e + zz_e = d_3^2 \\ xx_4 + yy_4 + zz_4 = d_3^2 + 2d_4 n - 2n^2 \end{cases} \quad (16)$$

求解式(18)的 O_3 的位置坐标为

$${}^S P_{O_3} = \begin{bmatrix} {}^S x_3 \\ {}^S y_3 \\ {}^S z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_4({}^S P_E, {}^S P_{O_4}, d_3, d_4, a_4, d_5) \\ f_5({}^S P_E, {}^S P_{O_4}, d_3, d_4, a_4, d_5) \\ f_6({}^S P_E, {}^S P_{O_4}, d_3, d_4, a_4, d_5) \end{bmatrix} \quad (17)$$

(3) 当参数为 0 时的特殊情况。

1) 当 $d_4=0$ 时, E 点和 O_4 点重合, 在求解 O_3 点过程中, 矢量 EO_4 为零矢量, 无法判断两矢量之间的夹角, 方程组式(16)的第三个方程失效, 通过分析可知, SO_3EW 四点共面, 可得如下关系

$$({}^S P_E - {}^S P_W) \cdot ({}^S P_E - {}^S P_{O_3}) = 0 \quad (18)$$

联立方程组式(19)的前两个方程, 可快速解得 O_3 点的位置。

2) 当参数 $a_4=0$ 时, E 点和 O_3 点重合, O_4 点与 E 点关系不变, 采用方程组式(14)求解 O_4 点位置。

3) 当 a_4 和 d_4 同时为 0 时, 此时依据关节融合策略可知, 融合肘点(E)与 O_3 、 O_4 点同时重合, 可直接进行关节角的求解。

方程组式(14)、(16)会出现多解的情况。当需要求解 O_3 和 O_4 的初值时, 列出所有的解, 依次按照

本文方法计算各关节角初值, 代入到机械臂正运动学中, 对比正运动学和运动矩阵信息。若末端位置相同, 该解即为所求解。若不相同, 则对其余解进行检验。在运动过程中, 若运动是连续的, 可根据上个时刻的两点位置选择此时的解。

当机械臂含有腕部偏置时, 求解方法与之类似, 不在此进行过多的叙述。

3.3 关节角求解

对于图 1 所示的机器人, 在将其转化为具有大臂、小臂和手等效结构以后, 机器人的任意臂姿可视为由大臂等三段有向矢量按照一定的方向依次组合形成, 其中 1 关节和 2 关节决定大臂的最终方向, 在忽略 1 和 2 关节的情况下, 3 关节和 4 关节决定小臂的最终方向, 手与小臂情况相同, 在不考虑前 4 个关节的情况下, 由 5 关节和 6 关节决定最终方向, 7 关节只会改变末端姿态, 进行最终的微调。因此, 接下来依次根据大臂、小臂和手求解各个关节角。

(1) 求解 θ_1 和 θ_2 。

针对图 1 机械臂, 因关节 1 和关节 2 的轴线相互垂直, 且原点与 S 点重合, 可利用 O_3 在球坐标系中的参数求解关节角。具体求解方程如下

$$\begin{cases} r = \sqrt{{}^S y_3^2 + {}^S x_3^2 + {}^S z_3^2} \\ \theta_1 = \pm |\arctan({}^S y_3 / {}^S x_3)| \\ \theta_2 = \pm |\arccos({}^S z_3 / r)| \end{cases} \quad (19)$$

在不考虑关节限制的情况下, 关节 2 存在两组解, 即 θ_2 为正和 θ_2 为负所对应的解, 且两组解所对应的机械臂运动信息相等。因次, 这里 θ_2 取正值, 当 θ_2 取正, 且 ${}^S y_3$ 大于零时, θ_1 取正, 而当 ${}^S y_3$ 小于零时, θ_1 取负。因此可求得关节 1 和关节 2 的实际关节角。

(2) 求解 θ_3 和 θ_4 。

当消除关节 1 和关节 2 的影响, 即以关节 2 上的 {2} 系为基系时, 关节 1 和关节 2 的变化仅会改变基系的位置, 而不会影响 O_5 点与基系的相对位置, O_5 点的相对位置仅由关节 3 和关节 4 决定。因此, 根据机械臂正运动学可知

$${}^S T_2 = \begin{bmatrix} {}^S R & {}^S P_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

依据坐标变换公式及逆变换可知

$$\begin{cases} {}^2 P_w = {}^S R^{-1} \times {}^S P_w = [x_w, y_w, z_w]^T \\ {}^2 P_e = {}^S R^{-1} \times {}^S P_e = [x_e, y_e, z_e]^T \\ {}^2 P_3 = {}^S R^{-1} \times {}^S P_3 = [x_3, y_3, z_3]^T \end{cases} \quad (21)$$

由此, 可得公式为

$$\begin{cases} {}^2P_{w3} = {}^2P_w - {}^2P_3 = [x_{w3}, y_{w3}, z_{w3}]^T \\ {}^2P_{e3} = {}^2P_e - {}^2P_3 = [x_{e3}, y_{e3}, z_{e3}]^T \end{cases} \quad (22)$$

式中, ${}^2P_{w3}$ 和 ${}^2P_{e3}$ 可视为在消除关节 1 和 2 的影响后, W 点、 E 点相对于 O_3 点在 $\{2\}$ 系下的相对坐标, 根据几何结构可求得

$$\begin{cases} \theta_4 = \pm |\arccos(y_{w3}/d_5)| \\ \theta_3 = \pm |\arctan(z_{e3}/x_{e3})| \end{cases} \quad (23)$$

关节角的正负判断方法如上, 不在此详述。

(3) 求解 θ_5 、 θ_6 和 θ_7 。

同上, 由正运动学和逆变换可求得 ${}^0R^{-1}$, 并消除前四个关节角的影响, 可得关节 5 和关节 6 的公式为

$$\begin{cases} \theta_6 = \pm |\arccos(y_{fw}/\sqrt{y_{fw}^2 + x_{fw}^2 + z_{fw}^2})| \\ \theta_5 = \pm |\arctan(z_{fw}/x_{fw})| \end{cases} \quad (24)$$

最后, 对于关节 7 来说, 只会影响末端的姿态, 而不会改变末端的位置。由矩阵连乘可求得 0T 和 7T 以及 6T 。根据坐标变化关系可得如下公式

$${}^0T^{-1}{}^7T = {}^6T = \begin{bmatrix} c\theta_7 & -s\theta_7 & 0 & 0 \\ s\theta_7 & c\theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

由此, 可解得

$$\theta_7 = \text{sgn}(\arcsin(s\theta_7)) \times \arccos(c\theta_7) \quad (26)$$

式中, sgn 为符号运算。

4 试验

4.1 映射准确性验证

为了验证主从臂运动的一致性, 在 Matlab 软件中进行仿真, 任务为实际操作任务: 主臂从 A 点出发, 在 B 点抓取可更换模块后, 沿曲线 BC 运动到 C 点, 沿 CD 方向将模块插入到插槽中。在此过程中从臂跟随主臂运动。主臂具体运动信息为

$$P = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0.25 - 0.1(t - 0.1) \\ 0.25 - 0.075(t - 0.1) \\ 0.4 - 0.05(t - 0.1) \end{bmatrix} & 0.1 \leq t \leq 2.1 \\ \begin{bmatrix} 0.05 + 0.1\sin(\pi(t - 2.7)/4) \\ 0.1 - 0.075(t - 2.7) \\ 0.3 + 0.025\sin(\pi(t - 2.7)) \end{bmatrix} & 2.7 \leq t \leq 4.7 \\ \begin{bmatrix} 0.15 - 0.05(t - 5.3) \\ -0.05 \\ 0.3 \end{bmatrix} & 5.3 \leq t \leq 6.3 \end{cases} \quad (27)$$

$$R = \begin{cases} R_Y(-\pi(t - 0.1)/4)R_X(-\pi(t - 0.1)/4) & 0.1 \leq t \leq 2.1 \\ R_Z(\pi(t - 2.7)/4)R_X(-\pi/2)R_Y(u) & 2.7 \leq t \leq 5.3 \\ R_Z(\pi/2)R_Y(0)R_X(-\pi/2) & 5.3 \leq t \leq 6.3 \end{cases} \quad (28)$$

$$\varphi = \begin{cases} \pi/2 - \pi(t - 0.1)/2 & 0.1 \leq t \leq 2.1 \\ \pi/3 - \pi(t - 2.7)/12 & 2.7 \leq t \leq 5.3 \\ \pi/6 & 5.3 \leq t \leq 6.3 \end{cases} \quad (29)$$

$$u = -\pi/2 - \pi(t - 2.7)/12$$

其余时间 P 和 R 不变。

初始条件为: 初始点(0.25, 0.25, 0.4), 初始姿态为 $R_Z(0)$ 、 $R_Y(0)$ 、 $R_X(0)$, 初始自转角为 90° 。根据表 1 所定义的运动学模型, 设主臂 DH 信息: $D_3=29.73$ cm, $D_4=0$ cm, $A_4=0$ cm, $D_5=26.91$ cm, $D_7=16$ cm, 从臂 DH 信息: $d_3=42$ cm, $d_4=40$ cm, $a_4=42$ cm, $d_5=40$ cm, $d_7=30$ cm。因仅作简单的跟随运动, 由此, 可以求得主臂和从臂各个等效杆的杆长为: $L_{se}=29.73$ cm, $L_{ew}=26.91$ cm, $L_{wf}=16$ cm, $l_{se}=58$ cm, $l_{ew}=58$ cm, $l_{wf}=30$ cm, 比例系数 $k=2.0099 \approx 2$ 。运动过程中, 主从臂基系不会发生漂移。

通过本方法求解从臂运动信息, 将主臂末端位置信息和从臂进行比较, 结果如图 6 所示, 可以看出, 主臂和从臂的末端轨迹相近且成比例。图 7 为主臂在 B 点和 C 点以及从臂在 B' 点和 C' 点的等效臂姿。在图中, B 与 B' 点对应。如图所示, W_S 、 E_S 代表了从臂末端到达 B' 点时腕点与肘点的位置, W_M 、 E_M 代表了主臂末端到达 B 点时腕点与肘点的位置, S 点为肩点, 平面 SG_SW_S 为该时刻从臂的参考臂平面, 平面 SG_MW_M 为主臂参考臂平面, 两平面重合。由肘部自转角的物理含义可知, 主臂的自转角度与从臂的自转角相同, 为 φB 。 C 点同理, 由此可得在对应点主从臂的等效机械臂自转角具有同一性。说明了本方法既能够保证主从位姿成比例, 同时保证

图 6 主从臂末端运动轨迹

主臂和从臂的自转角信息相同,能使从臂依据主臂信息准确地完成任务。

图7 主从臂运动等效臂姿

图8为从臂运动时各个关节角的变化曲线,可知本方法求解的关节运动具有连续性,能够平滑地完成遥操作任务。

图8 各关节角变化曲线

4.2 避障性能验证

为了验证以本文的方法进行遥操作时,主臂控制从臂完成避障的能力,采用动作捕捉系统和 iiwa 机器人进行试验验证。试验场景如图9所示,人臂穿戴动作捕捉系统由图9b的初始臂姿运动到图9f的终点臂姿,并在运动过程中躲避障碍物图9d,障碍物略高于人臂的肩点。

图9 试验过程

初始条件为:初始点 $A(29, 61, -10)$, 末端点 $B(-21, 43, 1)$, 障碍物表面距离人臂肩点的高度为 2 cm, 人臂各杆长信息为: $L_{se}=27.2$ cm, $L_{ew}=25.4$ cm, $L_{wf}=18$ cm; 根据表1所定义的运动学模型,设机器人的 DH 信息为 $d_3=42$ cm, $d_4=0$, $a_4=0$, $d_5=40$ cm, $d_7=25$ cm, 根据计算可得 $k=1.58 \approx 1.6$ 。

在人臂运动过程中,肩部会不自主地运动而导致主臂基系发生偏移,需要修正偏移误差。由试验可知,本次运动主要涉及到上半身的运动,在不考虑人自身的不自抖动的情况下,下半身可视为静止不动。同时动作捕捉系统可采集全身运动,因此在右脚指尖点建立世界坐标系,完成基系漂移误差修正。

利用 legncy 动作捕捉系统实时采集人臂在运动过程中的各关节点的运动信息,采用本文提出的方法将采集到的信息映射到机器人,控制机器人完成遥操作任务。图9a、9c、9e代表机器人从臂的运动状态。

将机械臂运动轨迹进行提取并与人臂轨迹进行比较,如图10所示,可以看出在运动过程中,机械臂的末端运动方向与人相同,末端轨迹与人臂轨迹相近且成比例,图中 L 点为位移为零点,此时人臂与机械臂的末端位移相同。图11为机械臂与人臂自转角,为了保证机械臂能够较为连续地运动,每隔 5 帧提取一次数据进行处理,由此会产生一定的误差,但是在每次提取数据时,所计算的误差基本为

图10 末端位置变化图

零。因此可知通过本文方法可使机械臂在完成运动的同时按照人的臂姿进行避让。

图 11 自转角变化曲线

表 2 为数据处理时间, f 代表数据流, T 表示人臂实际运动时间, t_1 表示数据计算总时间, t_2 表示每一帧数据处理所用的平均时间。在同一计算机上利用本文方法计算不同帧数运动, 虽然算法的运行时间随计算机性能不同而有所不同, 但是可以看出, 本文提出的方法延迟较短, 能够保证机械臂的快速相应, 完成跟随运动。

表 2 算法时间

帧数	运动时间 T/s	数据计算 总时间 t_1/s	数据计算 平均时间 t_2/s
5	0.041	0.000 310	0.000 062 0
30	0.250	0.001 285	0.000 042 8
120	1.000	0.005 152	0.000 042 9
400	3.330	0.017 423	0.000 043 6

仿真试验验证了仿人机械臂到肘部有偏置机械臂的运动映射的准确性, 物理样机试验验证了人臂到仿人机械臂的运动映射的准确性。两试验共同证明了, 即使主臂和从臂结构不同, 也可保证主臂与从臂在末端轨迹精确跟准的情况下, 有相同的运动信息, 实现主从异构臂之间的遥操作。

5 结论

(1) 研究了基于肘部自转角的主从异构机械臂运动映射方法, 该方法依据关节融合策略将静态等效点机械臂化为等效机械臂, 并以等效臂的信息构建映射矩阵完成主从臂的运动映射。仿真试验证明了在遥操作过程中, 从臂能够跟随主臂在等比例模型中精确运动, 同时保证肘部自转角的同一性。实物试验验证了通过本方法进行主从遥操作, 能够通过肘部自运动完成避让操作。

(2) 提出了机械臂基系漂移修正方法, 该方法

针对主臂和从臂的漂移现象, 分别提出了基于世界坐标系和基于目标点坐标系的修正方法, 解决了在遥操作过程中的主从臂基系漂移问题。

(3) 提出了一种适用于带偏置的 7R 冗余机械臂逆运动学求解方法。首先将等效臂的自转角信息作为额外参数, 完成对冗余机械臂的冗余度分解, 其次依照人臂运动特性, 求解等效腕点和等效肘点坐标, 然后通过几何方法确定各个坐标系原点的位置, 最后将机械臂看为三段有向矢量来对机械臂进行逆运动学求解。

参 考 文 献

- [1] KIM K, PARK J, LEE H, et al. Teleoperated cleaning robots for use in a highly radioactive environment of the DFD[C]// International Joint International on Sice-icase. Busan, South Korea, IEEE, 2006: 709.
- [2] LI H, LIANG Y, HE T, et al. Real-time shared control of space robots teleoperation without time delay[C]// Control & Decision Conference (CCDC), Taiyuan, IEEE, 2012: 3637-3642.
- [3] HIRABAYASHI T, AKIZONO J, YAMAMOTO T, et al. Teleoperation of construction machines with haptic information for underwater applications[J]. Automation in Construction, 2006, 15(5): 563-570.
- [4] JU Z, YANG C, LI Z, et al. Teleoperation of humanoid baxter robot using haptic feedback[C]// Multisensor Fusion and Information Integration for Intelligent Systems (MFI). Beijing: IEEE, 2014: 1.
- [5] CONTI F, KHATIB O. Spanning large workspaces using small haptic devices[C]// Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, Pisa, ITALY, 2005: 183-188.
- [6] CHEN Z, YAN S, YUAN M, et al. Modular development of master-slave asymmetric teleoperation systems with a novel workspace mapping algorithm[J]. IEEE Access, 2018, 6: 15356-15364.
- [7] WARREN S, ARTEMIADIS P. Bio-inspired robot control for human-robot bi-manual manipulation[C]// Dynamic Systems and Control Conference (DSCC). Proc. 2013 Dynamic Systems and Control Conference. Palo Alto, CA, ASME: 2013: 1.
- [8] 卫沅, 赵京. 基于运动捕捉下的 7R 机械臂的实时控制[J]. 机械工程学报, 2013, 49(23): 68-73.

WEI Yuan, ZHAO Jing. Real-time control of 7R manipulator based on motion capture[J]. Journal of Mechanical

- Engineering, 2013, 49(23): 68-73.
- [9] WAMPLER C W I. Manipulator inverse kinematic solutions based on vector formulations and damped least-squares methods[J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 1986, 16(1): 93-101.
- [10] ZHAO Jing, FENG Dengdian. Comprehensive evaluation of fault-tolerant properties of redundant robots[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 21(4): 22-26.
- [11] REFUJUN M G. Solving inverse kinematics of redundant manipulator based on neural network[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 16(1): 103-105.
- [12] ARTEMIADIS P. Closed-form inverse kinematic solution for anthropomorphic motion in redundant robot arms[J]. Advance in Robotics & Automation, 2013, 2(3): 100-110.
- [13] 赵京, 龚世秋, 张自强. 7 自由度拟人臂仿人运动的逆运动学解析解[J]. 机械工程学报, 2018, 54(21): 39-46.
- ZHAO Jing, GONG Shiqiu, ZHANG Ziqiang. Analytical inverse kinematics of anthropomorphic movements for 7-dof humanoid manipulators[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(21): 39-46.
-
- 作者简介:** 赵京, 男, 1961 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器人运动学和动力学。
E-mail: zhaojing@bjut.edu.cn
- 王鑫, 男, 1994 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为机器人运动规划。
E-mail: 570449542@qq.com
- 张自强(通信作者), 男, 1987 年出生, 博士研究生。主要研究方向为仿生机器人技术。
E-mail: zzq06520011@163.com
- 龚世秋, 男, 1992 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机器人仿人运动。
E-mail: gsq01041@163.com
- 李晓辉, 男, 1978 年出生, 博士, 研究员, 硕士研究生导师。主要研究方向为智能机器人及空间智能操控技术。
E-mail: L-xiaohui@163.com