DOI: 10.3901/JME.2020.15.170

考虑摩擦与刚度的空间机构动力学特性*

韩雪艳^{1,2} 李富娟^{1,2} 高振辉² 李仕华^{1,2}

(1. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室 秦皇岛 066004;

2. 燕山大学机械工程学院 秦皇岛 066004)

摘要: 为了建立更加准确的接触碰撞力模型, 提高空间指向机构指向精度和稳定性; 提出了一种考虑摩擦因素的改进的非线性法向接触刚度模型, 基于修正的 L-N 模型, 建立了更加准确的新的接触碰撞力模型, 与已有模型进行了对比分析, 并对新的接触碰撞力模型的准确性进行了试验验证; 采用牛顿-欧拉法、“接触-分离”两状态模型、修正的 Coulomb 模型及新的法向接触碰撞力刚度模型, 以空间指向机构为研究对象, 建立了其动力学方程, 研究了不同工况环境对空间指向机构动态特性的影响。研究表明: 考虑摩擦因素的新的接触碰撞力模型能够更加精确地描述关节铰的接触碰撞效应, 并且新模型的适用范围更加广泛; 间隙导致空间指向机构动态性能出现明显的振荡, 并随着间隙的增大, 振荡加剧; 关节铰结合面处的表面粗糙度越小, 初始碰撞力越大; 转速越大对机构产生的冲击力越大, 机构的振动频率越高, 机构的运行越不稳定。研究结果丰富了接触碰撞力建模方法, 为高精度指向机构的设计与应用提供理论依据。

关键词: 非线性碰撞力; 指向机构; 动力学; 表面粗糙度; 摩擦

中图分类号: TG156

Dynamic Characteristics of Space Mechanism Considering Friction and Stiffness

HAN Xueyan^{1,2} LI Fujuan^{1,2} GAO Zhenhui² LI Shihua^{1,2}

(1. Laboratory of Parallel Robot and Mechatronic System of Hebei Province,

Yanshan University, Qinhuangdao 066004;

2. College of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

Abstract: In order to establish a more accurate contact force model and improve the pointing accuracy and stability of the spatial pointing mechanism, an improved nonlinear normal contact stiffness model considering the friction factor is proposed. Compared with the existing contact force model, a more accurate model based on the modified L-N model is established, and the accuracy of the new contact force model is verified by experiments. Using Newton-Euler method, contact-separation two-state model, modified Coulomb model and new normal contact force stiffness model, the spatial pointing mechanism is taken as the research object, and its dynamic equation is established, and the influences of different working conditions on the dynamic characteristics of spatial pointing mechanism are studied. The research shows that the new contact force model considering the friction factor can describe the contact collision effect of the joint more accurately, and the new model has wider application range; the gap causes a significant oscillation in the dynamic performance of the spatial pointing mechanism, and with the increase of the gap, the oscillation is intensified; the smaller the surface roughness of joint, the larger the initial collision force; the greater the rotational speed, the greater the impact force on the mechanism, and the higher the vibration frequency of the mechanism, the more unstable the operation of the mechanism. The research results enrich the contact force modeling method and provide a theoretical basis for the design and application of high-precision pointing mechanism.

Key words: nonlinear collision force; pointing mechanism; dynamics; surface roughness; friction

* 国家自然科学基金(51775475)和河北省自然科学基金(E2016203463)资助

项目。20191022 收到初稿, 20200325 收到修改稿

0 前言

随着航天事业的不断发展, 空间指向机构在航空航天领域得到了广泛应用, 同时对空间指向机构的可靠性及指向精度要求越来越高。由于运动副间隙不可避免, 使机构运动过程中在间隙处产生冲击载荷, 引起噪声和振动, 加剧构件间的磨损, 影响机构的寿命和精度。若要进一步提高含间隙机构的性能, 单纯依靠控制策略的优化很难达到预期目的, 必须解决影响机构性能的影响因素, 再通过机构优化来改善机构力学性能、提高运动精度等指标。

自 20 世纪 70 年代以来, 含间隙空间机构系统动力学中的接触碰撞问题逐渐成为国内外诸多学者研究的热点。LANKARANI 等^[1]在 HUNT 等^[2-3]的研究基础上, 考虑碰撞前后系统能量的变化情况, 提出 Lankarani-Nikravesh 连续接触碰撞力模型(即 L-N 模型), 该模型考虑了碰撞过程中能量耗散的影响。白争锋等^[4]建立了基于 L-N 模型的改进的非线性混合模型, 并提出了非线性刚度系数, 进行了试验验证。谷勇霞等^[5]应用 Lagrange 方程和含间隙关节模型建立了含间隙的漂浮基空间机械臂动力学模型并进行定量分析。屈盛官等^[6]研究了不同重力环境对空间机构间隙铰链关节磨损情况, 建立了磨损与动力学耦合分析模型和数值计算框架。王旭鹏等^[7]建立了含轴向尺寸的线接触碰撞铰模型, 并提出了一种改进的非线性接触碰撞力模型。实际中最常使用的 5 种纯弹性接触的接触碰撞力模型为 Hertz 模型、Liu 模型等和 8 种考虑能量耗散的接触碰撞力模型为 L-N 模型、Flores 模型、Zhiyang-Qishao 模型等^[8]。

上述建模方法, 都是基于宏观建模理论, 没有考虑物体的微观特性, 如结合面的表面形貌对接触刚度的影响等。关节结合面由众多的微凸体组成, 其粗糙表面形貌对接触刚度系数有重要的影响, 进而影响接触碰撞过程中的接触碰撞力^[9-10]。所以, 基于现有考虑表面形貌的研究成果, 建立考虑表面形貌的含间隙碰撞力模型对机械系统力学性能、运动精度的提高具有重要意义。

在微观领域, 很多学者从理论上对接触模型进行了大量的研究。李小彭等^[11-12]基于三维结合面形貌的 W-M 函数, 推导了考虑三维机械结合面切向分形接触刚度的理论模型。陈奇等^[13]建立了考虑摩擦因素的两球面切向接触刚度的分形模型并对模型进行了仿真分析; 甘立等^[14-15]基于分形理论, 考虑微凸体变形特征、接触面积的影响建立了粗糙表面间的分形接触模型并进行分析。陈永会等^[16-17]基于

M-B 模型^[18]建立了考虑域扩展因子的结合面切向刚度模型, 并分析了切向刚度和多个结合面间参数的影响关系。LI 等^[19]基于分形理论, 建立了一种考虑接触面粗糙度的非线性刚度系数模型及修正的接触碰撞力模型, 并进行试验验证。另外关于接触面法向接触刚度系数的模型, 相关文献很多, 但同时考虑表面粗糙及摩擦因素的影响, 建立宏观与微观有机联系的论文相对较少。

本文基于分形理论, 建立了一种考虑摩擦因素的非线性法向接触刚度模型, 并进行相关应用研究。基于宏观与微观的建模理论, 建立空间指向机构动力学模型, 研究了不同间隙、不同转速、不同表面粗糙度对空间指向机构的动力学特性的影响。本文的研究丰富了含间隙接触碰撞力建模方法, 为精密空间指向机构的应用提供了理论基础。

1 建立新的接触碰撞力模型

1.1 微凸体的接触变形

根据文献[12], 可以求得微凸体在受到法向载荷作用下, 其顶端的压缩深度

$$\omega = 2^{4-D} G^{D-2} (\ln \gamma)^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{D-3}{2}} \cdot a'^{\frac{3-D}{2}} \quad (1)$$

式中, $D = 1.54 / Ra^{0.045} + 1$ 为分形维数; a' 为微凸体接触面积; γ 为一个常数, 通常取 1.5; Ra 为表面粗糙度; $G = 10^{-(5.26/Ra^{0.045})}$ 为分形尺度参数。

在转动副轴与轴套接触碰撞的过程中, 根据文献[20]可知, 微观表面上的微凸体存在弹性变形、弹塑性变形和完全塑性变形三种阶段。可以得到, 微凸体发生弹性变形的临界压缩深度 ω_c 及临界接触面积 a'_c 为

$$\begin{cases} \omega_c = \left(\frac{33\pi k_\mu \phi}{40} \right)^2 R \\ a'_c = 2^{\frac{3D-11}{2-D}} \left(\frac{33k_\mu \phi}{40} \right)^{\frac{2}{2-D}} \pi^{\frac{4-D}{2-D}} (\ln \gamma)^{\frac{1}{D-2}} G^2 \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\phi = \sigma / E^*$ 为材料的特征参数; R 为微凸体的曲率半径; σ 为材料的屈服强度; k_μ 为摩擦力修正系数; E^* 为复合弹性模量。 k_μ 与 E^* 的表达式为

$$\begin{cases} k_\mu = 1 - 0.228\mu & 0 \leq \mu \leq 0.3 \\ k_\mu = 0.932 \exp(-1.58(\mu - 0.3)) & 0.3 < \mu \leq 0.9 \end{cases}$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu_j^2}{E_j}$$

式中, μ 为动摩擦因数; E_i 、 E_j 分别为两接触微凸体的弹性模量; ν_i 、 ν_j 为两接触微凸体的泊松比。

弹性变形阶段: 由 Hertz 理论可知, 微凸体的法向载荷

$$P_e = \frac{4}{3}ER^{1/2}\omega^{3/2} \quad \omega < \omega_c \quad (3)$$

弹塑性变化阶段: 当微凸体的变形量在 $\omega_c \leq \omega \leq 110\omega_c$ 的范围内时, 微凸体发生弹塑性变形, 并将此阶段的变形分为弹塑性变形第一阶段 ($\omega_c \leq \omega \leq 6\omega_c$) 和弹塑性变形第二阶段 ($6\omega_c \leq \omega \leq 110\omega_c$)。在这两个变形阶段内, 微凸体的法向载荷 P_{ep1} 、 P_{ep2} 分别为^[21]

$$\begin{cases} P_{ep1} = \frac{2}{3}KH\pi R \times 1.03 \frac{\omega^{1.425}}{\omega_c^{0.425}} \\ P_{ep2} = \frac{2}{3}KH\pi R \times 1.40 \frac{\omega^{1.263}}{\omega_c^{0.263}} \end{cases} \quad (4)$$

式中, K 为相关系数^[18], 通常取 2.8; H 为较软材料的硬度。

塑性变形阶段: 当 $\omega > 110\omega_c$ 时, 微凸体发生塑性变形, 此时法向载荷 P_p 为

$$P_p = Ha' \quad (5)$$

1.2 考虑摩擦因素的法向接触碰撞力模型

基于 M-B 分形理论, 运动副接触表面微凸体的分布函数 $n(a')$ 和真实接触面积可分别表示为^[16, 22]

$$\begin{cases} n(a') = \frac{D-1}{2} \cdot \varphi^{(3-D)/2} \cdot \frac{a_i^{(D-1)/2}}{a_i'^{(D+1)/2}} \quad (2 < D < 3) \\ \varphi^{(3-D)/2} - (1 + \varphi^{-(D-1)/2})^{(D-3)/(D-1)} = \frac{3-D}{D-1} \quad (2 < D < 3) \\ A_r = \frac{D-1}{3-D} \cdot \varphi^{(3-D)/2} \cdot a_i' \end{cases} \quad (6)$$

式中, φ 为接触的微凸体大小分布的域扩展因子; a_i' 为微凸体最大接触面积; A_r 为接触表面真实接触面积。

微凸体的接触刚度 K_n 可通过接触碰撞力增量 dP 与变形量 $d\omega$ 的比值计算, 微凸体在各个变形阶段的刚度可表示为

$$K_n = \frac{dP}{d\omega} \quad (7)$$

接触面间的法向接触刚度为弹性变形、第一阶段弹塑性变形和第二阶段弹塑性变形三个阶段的刚度之和。将式(2)~(4)代入式(7), 结合式(6), 推导出新的总的法向接触刚度

$$K_m = \int_{a_c'}^{a_i'} K_n n(a') da' + \int_{\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{D-2}} a_c'}^{\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{D-2}} a_i'} K_{n1} n(a') da' + \int_{\left(\frac{1}{110}\right)^{\frac{1}{D-2}} a_c'}^{\left(\frac{1}{110}\right)^{\frac{1}{D-2}} a_i'} K_{n2} n(a') da' =$$

$$h_1 \cdot (mA_r)^{(D-1)/2} \left[(mA_r)^{(2-D)/2} - a_c'^{(2-D)/2} \right] + h_2 \cdot (mA_r)^{(D-1)/2} + h_3 \cdot h_4 \cdot (mA_r)^{(D-1)/2} \quad (8)$$

$$m = \frac{3-D}{D-1} \varphi^{(D-3)/2}$$

$$h_1 = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \cdot \frac{(4-D)(D-1)}{(3-D)(2-D)} \cdot \varphi^{(3-D)/2}$$

$$h_2 = 1.38 \times 10^{-2} \cdot \frac{(1-D)(17D-74)}{(D-2)(D-3)}$$

$$\frac{2^{0.15D+0.8} G^{0.3-0.15D} \varphi^{(3-D)/2} HKE^{0.85} a_c'^{0.85-0.425D}}{\pi^{0.075D+0.2} (k_\mu \sigma)^{0.85} (\ln \gamma)^{0.075}}$$

$$h_3 = 3.29 \times 10^{-4} \cdot \frac{(D-1)(236D-1526)}{(D-2)(D-3)}$$

$$660^{\frac{0.263D}{D-2}} \cdot \left[\frac{\frac{0.263D}{D-2}}{\frac{110}{110}^{\frac{0.263D}{D-2}}} - \frac{\frac{0.526}{110}^{\frac{0.263D}{D-2}}}{\frac{110}{110}^{\frac{0.263D}{D-2}}} \right]$$

$$h_4 = \frac{2^{0.474D+0.945} G^{0.948-0.474D} \varphi^{(3-D)/2} HKE^{0.526} a_c'^{0.526-0.263D}}{\pi^{0.237+0.448} (k_\mu \sigma)^{0.526} (\ln \gamma)^{0.237}}$$

从上式可以看出, 新的总的法向接触刚度 K_m 是随实际接触面积 A_r 变化的, 由于实际接触面积应小于名义接触面积 A , 设面积比例系数 λ 小于 1, 令 $A_r = \lambda A$, 并假设运动副接触过程中, λ 是个不变的常数。

根据改进弹性基础模型^[4], 将轴视为一个刚性的楔形压头, 其间隙旋转副分析模型如图 1 所示。

图1 含间隙旋转副近似模型

轴与弹性基础的接触边界满足以下几何关系

$$\cos \varepsilon = \frac{\Delta R}{\Delta R + \delta} \quad (9)$$

式中, ε 为接触半角; δ 为轴与轴套之间变量; $\Delta R = R_2 - R_1$, R_1 为轴半径, R_2 为轴套半径。

由于 ΔR 远小于 R_1 和 R_2 , 弦长 l 和 ε 的关系为

$$l = 2R_2 \sin\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) \quad (10)$$

若轴的轴向长度为 b , 则实际接触面积

$$A_r = \lambda lb = 2\lambda R_2 b \sqrt{\frac{\delta}{2(\Delta R + \delta)}} \quad (11)$$

将式(11)代入式(8), 新的总的法向接触刚度 K_m

随变形量 δ 变化的关系式为

$$K_m = h_1 \cdot \left(s \cdot \sqrt{\frac{\delta}{2(\Delta R + \delta)}} A_r \right)^{(D-1)/2} \cdot \left[\left(s \cdot \sqrt{\frac{\delta}{2(\Delta R + \delta)}} \right)^{(2-D)/2} - a'_c \right]^{(D-1)/2} + h_2 \cdot \left(s \cdot \sqrt{\frac{\delta}{2(\Delta R + \delta)}} \right)^{(D-1)/2} + h_3 \cdot h_4 \cdot \left(s \cdot \sqrt{\frac{\delta}{2(\Delta R + \delta)}} \right)^{(D-1)/2} \quad (12)$$

$$s = 2\lambda mbR_2$$

基于 Hertz 接触理论和修正的 L-N 模型, 采用考虑摩擦因素^[23]的新的刚度系数 K_m , 建立考虑摩擦因素的法向接触碰撞力模型表达式为

$$F_n = K_m \delta^n + D_n \dot{\delta} \quad (13)$$

式中, D_n 为阻尼系数; $\dot{\delta}$ 为轴销与轴套发生碰撞后法向的相对速度; n 为力指数。

1.3 与已有模型的对比分析

轴与轴套的材料属性及尺寸参数如表 1 所示。

表 1 轴与轴套的参数

参数	弹性模量 /GPa	泊松比	材料屈服强度/MPa	轴的质量 /kg	轴套半径/m
数值	207	0.3	335	1	0.01

为了对比参量的统一, 根据文献[19], 粗糙度 Ra 取为 $Ra = 0.006$; 摩擦因数 $\mu = 0.05$ 。

随着接触载荷的增加, 真实接触面积趋近于某一固定值^[24](为名义接触面积的 5%~10%)。故本文中面积比例系数 λ 取值为 0.05。

将本文考虑摩擦因素建立的新的接触碰撞力模型(简称“新模型”)与修正接触碰撞力模型^[19]、混合力模型^[4]、L-N 模型进行一次碰撞数值仿真, 并对比分析仿真结果。

1.3.1 不同间隙尺寸下模型对比分析

根据文献[4], 给定恢复系数为 0.9, 初始碰撞速度为 1 m/s, 间隙尺寸变化时, 四种模型的接触碰撞力 F_n 随变形量 δ 的变化曲线, 如图 2 所示。

图 2 不同间隙大小时四种模型仿真结果

由图 2 可知, 当间隙较大时, 四种模型仿真结果差别不大; 随着间隙变小, 本文建立的新模型、修正模型、混合模型与 L-N 模型差别变大, 其原因在于 L-N 模型是基于轴与轴套点接触的假设, 因此只适应于较大间隙的非协调接触情况; 当间隙较小时, 轴与轴套的接触近似于共形接触, 新模型、修正模型和混合模型的接触碰撞力都与接触刚度有关, 由于新模型考虑了摩擦因素的影响, 在产生弹塑性变形阶段, 其接触刚度比修正模型、混合模型中的接触刚度要大, 因此, 在相同变形量的情况下, 新模型得到的接触碰撞力要比其他两个模型得到接触碰撞力数值大。从图 2 可以看出, 理论结果是正确的。新模型在计算小间隙接触碰撞时比其他三种模型更加精确。

1.3.2 不同恢复系数下模型对比分析

根据文献[4], 取间隙大小为 0.5 mm, 初始碰撞速度为 1 m/s, 进行不同恢复系数时仿真分析, 四种模型的接触碰撞力 F_n 随变形量 ω 的变化曲线, 如图 3 所示。

由图 3 可知, 当恢复系数较大时, 四种模型的计算结果较接近, 当恢复系数较小时, 前三种模型计算结果较接近, 与 L-N 模型的计算结果差别较大。从图 3 也可以看出, 在相同的恢复系数、相同变形量的情况下, 新模型的接触碰撞力比其他三种模型的接触碰撞力数值大, 再次验证了新模型的正确性。

本文提出的新模型适用范围更加广泛, 不仅适用于较大恢复系数时的碰撞过程, 还可以应用于较小恢复系数时的碰撞过程。

图3 不同恢复系数时三种模型仿真结果曲线

1.4 试验验证

为了进一步验证本文接触碰撞力模型的正确性, 将文献[19]一次碰撞试验的初始条件代入到本文的接触碰撞力模型中, 计算结果如表2所示。利用自主设计的如图4所示的碰撞试验台, 根据其所得到的试验数据进行对比分析。碰撞块材料为45号钢, 其具体参数如下: 弹性模量为207 GPa, 泊松比为0.3, 表面粗糙度为6.3, 等效质量为0.8 kg, 间隙取值0.5 mm, 恢复系数0.46。试验原理: 采用凸凹曲面形状的碰撞块1和碰撞块2, 模拟轴与轴套之间的接触碰撞过程。采用力传感器及速度传感器测量碰撞块1在碰撞后的碰撞力和初始速度; 采

用数据采集仪和电荷放大器采集测量信号, 并在计算机中实时显示。

图4 碰撞试验平台

不同速度下, 理论结果与试验数据如表2所示。根据表2中数据可得修正模型的标准方差为0.574 5%, 新模型的标准方差为0.529%, 两模型相差0.045 5%。根据文献[19]研究结果及以上分析可知, 本文建立的法向接触碰撞力模型所得到理论数据与试验数据更加接近, 这说明考虑摩擦因素的新接触碰撞力模型是正确的。存在的误差原因主要有以下几点: ① 试件加工误差导致的, 如表面粗糙度、间隙值误差等; ② 在不同速度时碰撞, 修正模型中面积比例系数 λ 的取值存在变化, 而不是单纯的常值。

表2 试验测量及数值计算结果

分组	速度值 /(m/s)	实测力 /N	修正模型 理论力/N	相对误差 (%)	新模型 理论力/N	相对误差 (%)
1	0.131	258.18	234.5	-9.63	246.3	-4.60
2	0.150	308.53	281.6	-9.56	294.6	-4.51
3	0.241	499.00	533.4	6.38	530.1	6.23
4	0.299	711.06	708.6	-0.42	714.9	0.54
5	0.302	739.00	721.7	2.50	730.0	-1.22
6	0.351	935.00	881.4	-6.08	887.5	-5.08
7	0.388	1 089.17	1 010.0	-7.82	1 016.0	-6.72
8	0.400	1 188.66	1 087.0	-9.29	1 052.0	-11.50
9	0.421	1 250.00	1 128.0	-7.30	1 129.0	-9.68
10	0.427	1 183.78	1 150.0	-2.87	1 145.0	-3.28
11	0.577	1 661.07	1 718.0	3.32	1 688.0	1.62
12	0.630	2 035.22	1 924.0	-5.77	1 898.0	-6.74
13	0.735	2 205.81	2 365.0	6.77	2 303.0	4.41
14	0.818	2 435.45	2 703.0	9.91	2 646.0	8.65
15	0.882	2 827.45	2 994.0	5.58	2 922.0	3.34
16	0.970	3 191.83	3 391.0	5.90	3 303.0	3.48
17	0.989	3 347.17	3 477.0	3.74	3 399.0	1.55
18	1.044	3 752.15	3 722.0	-0.80	3 645.0	-2.86
19	1.070	3 812.87	3 842.0	0.78	3 772.0	-1.07
20	1.110	3 934.63	4 039.0	2.60	3 938.0	0.09

2 实例分析

2.1 含间隙转动副描述

为了便于研究, 将存在间隙的关节处放大, 如图 5 所示, 轴销与轴套的中心距 O_1O_2 为 e , 间隙矢量矩在 x 轴和 y 轴方向的投影为 e_x 和 e_y , 在接触点处的法向变形量为 $\delta = e - c$, 得到发生接触碰撞的条件为: $\delta < 0$ 未接触, 自由运动; $\delta = 0$ 开始接触或开始分离; $\delta > 0$ 接触, 发生接触变形, 此时可以引入一个阶跃函数来判断是否发生接触碰撞

$$u(\delta) = \begin{cases} 1 & \delta \geq 0 \\ 0 & \delta < 0 \end{cases} \quad (14)$$

当轴销与轴套发生接触时, 轴销相对轴套的法向和切向相对速度为

$$\begin{cases} v_n = \dot{e}_x \cos \varphi - \dot{e}_y \sin \varphi \\ v_t = \dot{e}_y \cos \varphi - \dot{e}_x \sin \varphi + \dot{\theta} R_2 \end{cases} \quad (15)$$

轴销与轴套之间的相互作用力 F_x 、 F_y 为

$$\begin{cases} F_x = u(\delta)(F_n \cos \varphi + F_t \sin \varphi) \\ F_y = u(\delta)(F_n \sin \varphi - F_t \cos \varphi) \end{cases} \quad (16)$$

式中, F_t 为切向摩擦力。

图 5 间隙示意图

2.2 切向摩擦力模型

采用 AMBRÓRIO^[25]提出的改进库伦摩擦力模型, 其模型表达式为

$$F_t = -\mu c_d F_n \frac{v_t}{v_l} \quad (17)$$

式中, v_l 为运动副切向相对速度。 c_d 为动态修正系数, 其表达式为

$$c_d = \begin{cases} 0 & v_t \leq v_0 \\ \frac{v_t - v_0}{v_m - v_0} & v_0 \leq v_t \leq v_m \\ 1 & v_t \geq v_m \end{cases}$$

式中, v_0 为临界速度下极限值; v_m 为临界速度上极限值。

2.3 建立动力学方程

以空间指向机构为研究对象, 如图 6 所示, 该

机构主要由基座、U 型架、轴系 1、连架、轴系 2 以及指向镜组成, 轴系 1 和轴系 2 垂直交叉布置。

图 6 X-Y 型指向机构

建立 X-Y 型指向机构坐标系, 如图 7 所示。将连架和指向镜分别等效为连杆 1 与连杆 2。在轴系 1 中心位置建立基坐标系 {0}, Z_0 轴与轴系 1 重合, X_0 方向数值向上。坐标系 {1} 的原点 O_1 与 O_0 重合, X_1 与连杆 1 重合, 并随着连杆 1 绕 Z_1 转动。在轴系 2 中心位置建立坐标系 {2}, Z_2 轴与轴系 2 重合, X_2 与连杆 2 重合, 并伴随杆 2 绕 Z_2 转动。

图 7 指向机构坐标系

采用牛顿-欧拉方法建立动力学模型, 动力学方程写成矩阵形式为

$$M\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{Q} \quad (18)$$

式中, $\ddot{\mathbf{x}}$ 为广义加速度阵; $\mathbf{M}$ 为广义质量阵; $\mathbf{Q}$ 为广义力阵。

$$\mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ a_{51} & 0 & 0 & 0 & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & 0 & 0 & 0 & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\mathbf{x}}^* = \begin{bmatrix} \ddot{e}_{1x} \\ \ddot{e}_{1y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{e}_{2x} \\ \ddot{e}_{2y} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q}^* = \begin{bmatrix} q_1^* \\ q_2^* \\ q_3^* \\ q_4^* \\ q_5^* \\ q_6^* \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
a_{11} &= m_1 + m_2 & a_{14} &= m_2 \cos \beta & a_{15} &= -m_2 \sin \beta \\
a_{16} &= -m_2 L_{S2} \sin \beta & a_{22} &= m_1 + m_2 \\
a_{23} &= m_2 (L_1 + e_{2x} + L_{S2} \cos \beta) + m_1 L_{S1} \\
a_{32} &= m_2 (L_1 + e_{2x} + L_{S2} \cos \beta) + m_1 L_{S1} \\
a_{33} &= m_2 (L_1 + e_{2x} + L_{S2} \cos \beta)^2 + m_1 L_{S1}^2 + J_{1zz} \\
a_{41} &= m_2 \cos \beta & a_{44} &= m_2 & a_{51} &= -m_2 \sin \beta \\
a_{55} &= m_2 & a_{56} &= m_2 L_{S2} & a_{61} &= -m_2 L_{S2} \sin \beta \\
a_{64} &= m_2 L_{S2} & a_{66} &= m_2 L_{S2}^2 + J_{2zz} \\
q_1^* &= {}^1 f_{1x} - m_1 (-L_{S1} \dot{\alpha}^2 - 2\dot{e}_{1y} \dot{\alpha} + g \cos \alpha) + \\
& m_2 \cos \beta \{-\cos \beta [(-L_1 - e_{2x}) \dot{\alpha}^2 - 2\dot{e}_{1y} \dot{\alpha} + g \cos \alpha] + \\
& L_{S2} \dot{\beta}^2 + L_{S2} \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta + 2\dot{e}_{2y} \dot{\beta}\} + \\
& m_2 \sin \beta \{-\sin \beta [(-L_1 - e_{2x}) \dot{\alpha}^2 + g \cos \alpha] + \\
& L_{S2} \dot{\alpha}^2 \sin \beta \cos \beta + 2\dot{e}_{2x} \dot{\beta} - 2\dot{e}_{1y} \dot{\alpha}\} \\
q_2^* &= {}^1 f_{1y} - m_1 (2\dot{e}_{1x} \dot{\alpha} - g \sin \alpha) - \\
& m_2 \{2\dot{e}_{1x} \dot{\alpha} - g \sin \alpha - L_{S2} \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta + \\
& 2\dot{\alpha} \dot{e}_{2x} \cos \beta - 2\dot{\alpha} \dot{e}_{2y} \sin \beta - \\
& L_{S2} \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta\} \\
q_3^* &= T_1 - m_1 L_{S1} (2\dot{e}_{1x} \dot{\alpha} - g \sin \alpha) - J_{2zz} \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos \beta \sin \beta - \\
& m_2 (L_1 + e_{2x}) (2\dot{e}_{1x} \dot{\alpha} - g \sin \alpha - L_{S2} \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta + \\
& 2\dot{\alpha} \dot{e}_{2x} \cos \beta - 2\dot{\alpha} \dot{e}_{2y} \sin \beta - L_{S2} \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta) - \\
& \cos \beta [m_2 L_{S2} (2\dot{e}_{1x} \dot{\alpha} - g \sin \alpha - L_{S2} \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta + \\
& 2\dot{e}_{2x} \dot{\alpha} \cos \beta - 2\dot{e}_{2y} \dot{\alpha} \sin \beta - L_{S2} \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta) - \\
& J_{2zz} \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta] \\
q_4^* &= {}^2 f_{2x} - m_2 \{\cos \beta [(-L_1 - e_{2x}) \dot{\alpha}^2 - 2\dot{\alpha} \dot{e}_{1y} + \\
& g \cos \alpha] - 2\dot{\beta} \dot{e}_{2y} - L_{S2} \dot{\beta}^2 - L_{S2} \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta\} \\
q_5^* &= {}^2 f_{2y} - m_2 \{-\sin \beta [(-L_1 - e_{2x}) \dot{\alpha}^2 - 2\dot{\alpha} \dot{e}_{1y} + \\
& g \cos \alpha] + 2\dot{\beta} \dot{e}_{2x} + L_{S2} \dot{\beta}^2 + L_{S2} \dot{\alpha}^2 \sin \beta \cos \beta\} \\
q_6^* &= T_2 - m_2 L_{S2} \{2\dot{e}_{2x} \dot{\beta} + L_{S2} \dot{\alpha}^2 \sin \beta \cos \beta - \\
& 2\dot{e}_{1y} \dot{\alpha} - \sin \beta [(-L_1 - e_{2x}) \dot{\alpha}^2 + g \cos \alpha]\}
\end{aligned}$$

2.4 数值仿真分析

含间隙的空间指向机构的具体参数如表3所示,机构的动力学数值仿真参数如表4所示。

表3 指向机构的几何参数和质量特性参数

	长度/m	质量/kg	转动惯量/(kg·m ²)
杆1	0.11	1.765	0.008 2
杆2	0.05	0.773	0.001 1

表4 动力学仿真参数

参数	数值	参数	数值
材料弹性模量/GPa	720	恢复系数	0.9
材料泊松比	0.33	屈服强度	5.05×10 ⁸
轴销1直径/mm	24.8	轴销2直径/mm	24.8

2.4.1 不同间隙对机构关节力的影响

指向机构两转轴的转速均为 $\omega = \pi \text{ rad/s}$ 匀速运转时,通过数值仿真计算,得到两转轴的轴销与轴套之间的接触碰撞力 F_n 和摩擦力 F_t 在不同间隙情况下随时间的变化规律如图8所示。

(a) 铰链1处的碰撞力

(b) 铰链2处的碰撞力

(c) 铰链1处的摩擦力

(d) 铰链2处的摩擦力

图8 间隙大小对关节的接触碰撞力和摩擦力

由图 8 可知, 当指向机构的铰链关节处间隙分别为 0.02 mm、0.05 mm、0.1 mm 时, 在运动初始阶段, 关节 1 处轴销与轴套之间接触碰撞力突变峰值分别为: 154.6 N、263.1 N、332.8 N, 摩擦力峰值分别为: 6.04 N、3.32 N、12.73 N; 关节 2 处轴销与轴套之间接触碰撞力峰值分别为: 149.4 N、252.8 N、317 N, 摩擦力分别为: 5.85 N、9.72 N、12.8 N。铰链关节处的间隙值大小对碰撞力的影响比较明显, 对摩擦力的影响相对较小; 间隙值越大, 对指向机构造成的瞬时碰撞力越大, 机构到达稳定运动的时间越长; 运动稳定后, 两关节的接触碰撞力和摩擦力均随时间呈周期性变化, 其稳定后接触碰撞力和摩擦力的最大值远小于接其对应的突变峰值。产生这种现象的原因在于低转速下轴所收到的重力远大于向心力, 重力对机构的影响比较大, 并且突出显示在重力矢量方向上; 关节 2 处的接触碰撞力和摩擦力大于关节 1 处的力, 其原因在于关节 2 产生了哥氏力, 当哥氏力和重力方向重合时, 接触碰撞力和摩擦力数值较大。

2.4.2 转速对机构关节力的影响

指向机构两个转轴的间隙均为 0.1 mm 时, 通过数值分析在不同转动速度的条件下两转轴的轴销与轴套之间的接触碰撞力 F_n 和摩擦力 F_t 随时间的变化规律, 如图 9 所示。

图 9 不同转速对关节接触碰撞力和摩擦力的影响

由图 9 可知, 当指向机构上下两转轴的转速相等, 转速分别为 $\omega = \pi \text{ rad/s}$ 、 $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$ 、 $\omega = 3\pi \text{ rad/s}$ 时, 指向机构在运动初始阶段, 关节处的接触碰撞力和摩擦力均发生瞬时突变。转速越快, 运动达到稳定状态所用的时间越短。运动稳定后, 两转轴的接触碰撞力和摩擦力均以谐波形式规律变化。转轴 1 的接触碰撞力波动最大值分别为: 10.9 N、12.4 N、27.6 N; 最小值分别为: 5.4 N、4.0 N、0 N; 转轴 2 波动的最大值分别为: 7.9 N、8.9 N、22.3 N 最小值均为 0 N。两转轴的接触碰撞力和切向摩擦力波动的幅值和频率均随转速的增大而增大, 说明指向机构的转速越大对机构产生的冲击力越大, 机构的振动频率越高, 机构的运行越不稳定。由图 9d 可知, 在运动开始, 铰链 2 处的摩擦力会出现反方向的突变, 而铰链 1 处却没有。这是因为轴 1 承受的重力较大, 不易改变运动状态。轴 2 所受重力较小, 在运动的初始阶段, 在哥氏力的作用下导致铰链 2 处的摩擦力发生反方向的突变, 速度越小, 这种反向突变越明显。

2.4.3 表面粗糙度对机构关节力的影响

指向机构的两个转轴的间隙均为 0.1 mm、转速均为 $\omega = \pi \text{ rad/s}$ 匀速运转时, 通过数值仿真计算, 得到两转轴的轴销与轴套之间的接触碰撞力 F_n 在不同粗糙度情况下随时间的变化规律如图 10 所示。

图10 表面粗糙度对关节碰撞力和摩擦力的影响

由图10可知,当指向机构转轴处的粗糙度分别为 $Ra=1.6\ \mu\text{m}$ 、 $3.2\ \mu\text{m}$ 、 $6.3\ \mu\text{m}$ 时,轴销与轴套间的接触碰撞力和摩擦力在运动初始阶段均发生突变,其中转轴1的碰撞力突变峰值分别为 332.8 N、302.9 N、279.3 N,转轴2变峰值分别为 317.0 N、

271.0 N、237.1 N,由此可知,含间隙铰链处的粗糙度越大,接触碰撞力的瞬时突变峰值越小,其原因在于分形维数随粗糙度的增大而变小,导致修正刚度系数减小,使得轴销与轴套之间的瞬时突变接触碰撞力减小。这与文献[19]得到的结论是一致的,即在其他条件相同的情况下,含间隙铰链处接触表面的粗糙度越小,接触碰撞力越大。

3 结论

(1) 本文提出了一种新的考虑摩擦因素的法向接触刚度模型,并结合修正的 L-N 模型,建立了新的接触碰撞力模型,其适用于小间隙和大间隙两种情况。

(2) 基于新的接触碰撞力模型和库伦摩擦力模型,建立了含间隙空间指向机构的动力学模型,采用数值仿真算法,得到在不同间隙、不同转速、不同粗糙度对机构铰链间隙碰撞力的影响为:① 间隙的存在使机构在运动初始产生瞬时冲击力和摩擦力,铰链处的间隙越大,造成的瞬时冲击力和摩擦力越大,机构到达稳定运动的时间越长;② 随着含间隙关节铰链处的粗糙度的增大,接触碰撞力的瞬时突变峰值会随之减小;③ 在指向机构运动的初始阶段,轴2处由于所受重力较小,在哥氏力的作用下导致轴2处的摩擦力发生反方向突变的现象,并且速度越小,这种反向突变现象越明显;④ 指向机构转速增大导致机构振动幅度和振动频率增大,同时会增大铰链处的摩擦力,不利于机构的稳定和使用寿命。

参 考 文 献

- [1] LANKARANI H M, NIKRAVESH P E. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems[J]. Journal of Mechanical Design, 1990, 112(3): 369-376.
 - [2] HUNT K H, CROSSLEY F R E. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact[J]. Journal of Applied Mechanics, 1975, 42(2): 440-445.
 - [3] HERTZ H. Ueber die berührung fester elastischer körper[J]. Journal Für Die Reine Und Angewandte Mathematik, 2006, 1882(92): 156-171.
 - [4] 白争锋,赵阳,赵志刚. 考虑运动副间隙的机构动态特性研究[J]. 振动与冲击, 2011, 30(11): 17-20.
- BAI Zhengfeng, ZHAO Yang, ZHAO Zhigang. Study on the dynamic characteristics of the mechanism considering

- the clearance of movement[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(11): 17-20.
- [5] 谷勇霞, 张玉玲, 赵杰亮, 等. 考虑含间隙关节的漂浮基空间机械臂动力学输出特性研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(3): 99-108.
- GU Yongxia, ZHANG Yuling, ZHAO Jieliang, et al. Dynamic characteristics of free-floating space manipulator with Joint clearance[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(3): 99-108.
- [6] 屈盛官, 段勇, 赖福强, 等. 不同重力环境下间隙铰链关节磨损分析[J]. 宇航学报, 2018, 39(4): 442-449.
- QU Shengguan, DUAN Yong, LAI Fuqiang, et al. Wear analysis of revolute joints with clearance under different gravity environments[J]. Journal of Astronautics, 2018, 39(4): 442-449.
- [7] 王旭鹏, 刘更, 马尚君. 含间隙运动副机构的动力学特性研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(7): 110-115.
- WANG Xupeng, LIU Geng, MA Shangjun. Dynamic characteristics of mechanisms with revolute clearance joints[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(7): 110-115.
- [8] 王庚祥. 考虑关节效应与构件柔性的四自由度并联机构动力学性能研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2017.
- WANG Gengxiang. Dynamics performance research of 4-DOF parallel[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2017.
- [9] WHITEHOUSE D J, ARCHARD J F. The properties of random surfaces of significance in their contact[J]. Proceedings of the Royal Society A, 1971, 316(1524): 97-121.
- [10] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces[J]. Journal of Tribology, 1991, 113(1): 1-11.
- [11] 李小彭, 郭强, 李加胜, 等. 结合面法向接触刚度分形预估模型及其仿真研究[J]. 中国工程机械学报, 2016, 14(4): 281-287.
- LI Xiaopeng, GUO Qiang, LI Jiasheng, et al. A fractal prediction model of contact stiffness and its simulation based on normal direction[J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2016, 14 (4): 281-287.
- [12] 潘五九, 李小彭, 李木岩, 等. 机械结合面切向接触刚度的三维分形理论建模[J]. 振动工程学报, 2017, 30(4): 577-586.
- PAN Wujiu, LI Xiaopeng, LI Muyan, et al. Threedimensional fractal theory modeling of tangential contact stiffness of mechanized joint surfaces[J]. Journal of Vibration Engineering, 2017, 30(4): 577-586.
- [13] 陈奇, 张振, 刘鹏, 等. 考虑摩擦的圆柱面切向接触刚度分形模型研究[J]. 机械工程学报, 2016, 52(23): 168-175.
- CHEN Qi, ZHANG Zhen, LIU Peng, et al. Research on fractal model of tangential contact stiffness between cylindrical surfaces considering friction factors[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(23): 168-175.
- [14] 甘立, 原园, 刘凯, 等. 分形粗糙表面弹塑性接触力学模型[J]. 应用力学学报, 2016, 33(5): 738-743.
- GAN Li, YUAN Yuan, LIU Kai, et al. Mechanical model of elastic-plastic contact between fractal rough surfaces[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2016, 33(5): 738-743.
- [15] 成雨, 原园, 甘立, 等. 尺度相关的分形粗糙表面弹塑性接触力学模型[J]. 西北工业大学学报, 2016, 34(3): 485-492.
- CHENG Yu, YUAN Yuan, GAN Li, et al. The elastic-plastic contact mechanics model related scale of rough surface[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2016, 34(3): 485-492.
- [16] 陈永会, 张学良, 温淑花, 等. 粗糙表面弹塑性接触连续光滑指数函数模型与法向接触刚度研究[J]. 西安交通大学学报, 2016, 50(7): 58-67.
- CHEN Yonghui, ZHANG Xueliang, WEN Shuhua, et al. Research on continuous smooth exponential model of elastic-plastic contact and normal contact stiffness of rough surface[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2016, 50(7): 58-67.
- [17] 温淑花, 张宗阳, 张学良, 等. 固定结合面刚度分形模型[J]. 农业机械学报, 2013, 44(2): 255-260.
- WEN Shuhua, ZHANG Zongyang, ZHANG Xueliang, et al. Stiffness fractal model for fixed joint interfaces[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 44(2): 255-260.
- [18] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces[J]. ASME Journal of Tribology, 1991, 113(1): 1-11.
- [19] LI S H, HAN X Y, WANG J Q, et al. Contact model of revolute joint with clearance based on fractal theory[J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2018, 31: 109-119.
- [20] LI X P, YUE B, ZHAO G H, et al. Fractal prediction model for normal contact damping of Joint surfaces considering friction factors and its simulation[J].

- Advances in Mechanical Engineering, 2015, 6: 1-5.
- [21] 葛世荣, 朱华. 摩擦学的分形[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- GE Shirong, ZHU Hua. The fractal of tribology[M]. Beijing: China Machine Press, 2005.
- [22] WHITEHOUSE D J, ARCHARD J F. The properties of random surfaces of significance in their contact[J]. Proceedings of the Royal Society A, 1971, 316(1524): 97-121.
- [23] 李小彭, 郭浩, 刘井年, 等. 考虑摩擦的结合面法向刚度分形模型及仿真[J]. 振动、测试与诊断, 2013, 33(2): 210-213, 336.
- LI Xiaopeng, GUO Hao, LIU Jingnian, et al. Fractal model and simulation of normal contact stiffness considering the friction between joint surfaces[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(2): 210-213, 336.
- [24] LIOU J L. The theoretical study for microcontact model with variable topography parameters[D]. China Taiwan: Cheng Kung University, 2006.
- [25] AMBRÓSIO J A C. Impact of rigid and flexible multibody systems: Deformation description and contact models[M]. Virtual Springer Netherlands, 2003.
-
- 作者简介: 韩雪艳, 男, 1978 年出生, 博士研究生。主要研究方向为空间指向机构的动力学及精度。
E-mail: hanxueyan@ysu.edu.cn
- 李仕华(通信作者), 男, 1966 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为并联机器人理论及应用和空间机构非线性动力学与精度等。
E-mail: shli@ysu.edu.cn