DOI: 10.3901/JME.2020.14.065

形状记忆合金超弹性缆索力学行为的有限单元法*

康泽天 王志勇 周博 薛世峰

(中国石油大学(华东)储运与建筑工程学院 青岛 266580)

摘要: 由于涉及材料和接触双重非线性问题, 很难建立描述形状记忆合金(Shape memory alloy, SMA)超弹性缆索力学行为的理论模型, 为了克服试验成本高和易受环境因素影响的缺点, 基于形状记忆因子概念和 SMA 本构模型, 推导了适于有限单元法的增量型 SMA 本构模型。利用 ABAQUS 二次开发功能, 考虑相变过程中 SMA 弹性模量的变化, 编写了 SMA 用户材料子程序, 实现了 SMA 超弹性缆索力学行为的有限单元法。利用建立的有限单元法对 SMA 超弹性缆索的相变和力学行为进行数值模拟, 并将数值结果与文献中试验结果进行了对比验证, 在此基础上, 分析了 SMA 超弹性缆索外线股螺距对缆索整体力学行为的影响。计算结果及其与试验结果的对比表明, 提出的有限单元法能有效描述和预测 SMA 超弹性缆索在拉伸过程中的相变和力学行为, SMA 超弹性缆索外线股轴线螺距对缆索整体相变和力学行为有明显影响, 研究工作可为 SMA 超弹性缆索设计及工程应用提供计算方法与技术指导。

关键词: 形状记忆合金; 超弹性缆索; 有限单元法; ABAQUS; 用户材料子程序

中图分类号: TG139

Finite Element Method for Mechanical Behavior of Shape Memory Alloy Superelastic Cables

KANG Zetian WANG Zhiyong ZHOU Bo XUE Shifeng

(College of Pipeline and Civil Engineering, China University of Petroleum, Qingdao 266580)

Abstract: It is difficult to establish a theoretical model to describe the mechanical behavior of the shape memory alloy (SMA) superelastic cable because of the nonlinear material and contact problems. In order to overcome the disadvantages of high cost and susceptibility to environmental factors of experiment, an incremental SMA constitutive model suitable for finite element method is derived based on the concept of shape memory factor and SMA constitutive model. The ABAQUS user material subroutine is written to realize the finite element method for the mechanical behavior of the SMA superelastic cable with considering the change of elastic modulus during the transformation process by employing the secondary development function of ABAQUS software. The phase transition and mechanical behavior of the SMA superelastic cable is carried out numerically by using the established finite element method, and the numerical results are compared with the experimental results. Then the influence of the pitch of the outside strands on the mechanical behavior of the SMA superelastic cable is analyzed. The numerical result and its comparison with the experimental results show that the proposed finite element method can effectively describe and predict the phase transition and mechanical behavior of SMA superelastic cables during the tension process. The pitch of the outside strands has obvious influence on the phase transition and mechanical behavior of the SMA superelastic cable. The research work can provide calculation methods and technical guidance for the design and engineering application of SMA superelastic cables.

Key words: shape memory alloy; superelastic cable; finite element method; ABAQUS; user material subroutine

0 前言

形状记忆合金(Shape memory alloy, SMA)自 20

世纪 60 年代被发现以来, 被广泛应用于机械、医疗、土木工程和航空航天等领域^[1-3]。不同于传统金属材料, SMA 在热力学加卸载过程中, 由于亚稳态的母相奥氏体发生马氏体相变与逆相变, 从而表现出独特的超弹性和形状记忆效应^[4-5]。除此之外, SMA 在力学加卸载过程中, 机械能与热能之间的相互转化效应明显, 具有良好的阻尼特性。相较于大直径超弹性 SMA 棒^[6-7], 将小直径的超弹性 SMA 丝按

* 国家科技重大专项(2017ZX05009-003)、国家重点研发计划(2017YFC0307604)、中央高校基本科研业务费专项(16CX02002A)和山东省中青年科学家科研奖励基金(ZR2016EEB34)资助项目。20190817 收到初稿, 20200320 收到修改稿

照一定的截面排列构形缠绕成缆索应用到实际工程中,既增加了结构的强度、稳定性以及抗振性能^[8],同时又可以增大与周围介质接触面积,保证 SMA 缆索在发生相变的过程中温度保持稳定,且由于截面尺寸较小,SMA 丝在制造过程中材料性能更加容易保证,因此,SMA 缆索在智能机构和机械工程中应用愈发广泛^[9]。

近年来,许多专家学者对 SMA 缆索的力学行为进行了试验和理论分析研究,并对其在复杂应力条件下的加载行为进行本构建模。BELTRAN 等^[10]通过单轴拉伸试验研究了 CuAlBe-SMA 缆索在循环载荷作用下的力学特性,并在此基础上提出了一种二维模型对其最大应力、残余应变、等效弹性模量和等效粘性阻尼等进行预测。REEDLUNN 等^[11-12]通过一系列单轴拉伸试验研究了 7×7 和 1×27 两种不同缠绕方式的 NiTi-SMA 缆索在室温下的超弹性行为,并与 NiTi-SMA 丝的拉伸力学行为进行对比表明,7×7 结构的 NiTi-SMA 缆索在应力诱发相变过程中具有明显的相变峰值及相变平台特征,且相较于 1×7 芯股,7×7 缆索的相变应力平台有所降低。OZBULUT 等^[13]和 SHERIF 等^[14]通过单轴拉伸和循环加载试验研究了加载率和应变幅值对 NiTi-SMA 超弹性缆索在变形过程中应力-应变场和温度场的影响及其低周疲劳特性。MAS 等^[15]通过试验研究了 NiTi-SMA 缆索在不同温度和不同加载率下的超弹性响应以及循环疲劳特性,通过粘结试验研究了 NiTi-SMA 缆索与混凝土之间的粘结效应,为 NiTi-SMA 缆索增强混凝土的实际应用提供了试验基础。CARBONI 等^[16]通过理论分析建立了 SMA 缆索的现象学模型并与试验结果进行了对比验证。ZHENG 等^[17]将 SMA 缆索用于一种智能桥梁的轴承设计中,并提出一种针对其弹性恢复和循环加载疲劳寿命的评价方法。

在实际工程中,由于试验受外界因素影响较大,成本较高,且由于涉及材料和接触双重非线性问题,很难建立统一描述 SMA 缆索力学行为的通用理论模型,因此根据 SMA 本构模型开发相应的有限元程序对超弹性 SMA 缆索进行数值模拟具有重要的工程意义。目前针对 SMA 宏观力学行为,许多专家学者根据热力学原理和试验现象,提出了不同的本构模型以及相应的有限元程序。BOYD 等^[18]利用自由能函数和耗散势提出一种现象学本构模型。QIDWAI 等^[19-20]指出应力诱发马氏体相变是 SMA 产生宏观变形的原因,通过引入热力学自由能和内变量提出三维本构方程并应用到数值计算。康泽天等^[21]根据 BRISON 本构模型^[22],利用 ABAQUS 用

户材料子程序,对 SMA 管接系统的装配过程进行数值模拟。周博等^[23]通过定义形状记忆因子的概念,将 SMA 超弹性和形状记忆效应统一归结为形状记忆效应,建立了全面描述 SMA 形状记忆效应的宏观力学本构方程。

本文根据周博等^[23]提出的 SMA 本构模型,利用全量型本构方程推导适用于有限元编程计算的增量型本构方程,并借助于有限元软件 ABAQUS 二次开发功能,编写相应的 ABAQUS 用户材料子程序。通过简化 SMA 超弹性缆索截面构形,对其在单轴拉伸卸载过程中的形状记忆过程和力学行为进行数值模拟,并将数值模拟结果与文献中已有试验结果进行对比,考察本文模型和有限元程序的准确性和适用性。通过对 SMA 超弹性缆索在单轴拉伸过程中的应力应变状态和相变行为进行分析研究,得到缆索外线股螺距对缆索整体力学和相变行为的影响规律,为 SMA 超弹性缆索的设计和应用提供指导意义。

1 形状记忆演化方程

周博等^[23]引入形状记忆因子的概念,且将 SMA 的马氏体相变或马氏体择优取向过程定义为形状记忆因子的产生过程,将马氏体的逆相变过程定义为形状记忆因子的消退过程。形状记忆因子和马氏体体积分数之间的关系为

$$\xi = \xi_0 + (1 - \xi_0)\eta \quad (1)$$

式中, ξ 为马氏体体积分数; ξ_0 为马氏体体积分数初始值; η 为形状记忆因子。

同时,在相变过程中,SMA 发生相变的临界应力随温度而发生变化,采用 BRISON 相变临界应力-温度变化关系进行描述。当温度 T 满足 $T > M_s$ 状态,假设 SMA 初始状态完全处于奥氏体相,对于正相变

$$\begin{aligned} & (\sigma_{MS} \leq \bar{\sigma} \leq \sigma_{MF}) \\ \eta = & \frac{3}{4} \left[\frac{2(\bar{\sigma} - \sigma_{MS}) + \sigma_{scr} - \sigma_{fcr}}{\sigma_{scr} + \sigma_{fcr}} \right] - \\ & \frac{1}{4} \left[\frac{2(\bar{\sigma} - \sigma_{MS}) + \sigma_{scr} - \sigma_{fcr}}{\sigma_{scr} + \sigma_{fcr}} \right]^3 + \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

式中, $\bar{\sigma}$ 为等效应力

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}} \quad (3)$$

σ'_{ij} 为偏应力分量

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{mm} \quad (4)$$

σ_{MS} 和 σ_{MF} 分别为马氏体相变开始和结束应力。

$$\begin{cases} \sigma_{MS} = \sigma_{scr} + C_M(T - M_s) \\ \sigma_{MF} = \sigma_{fer} + C_M(T - M_s) \end{cases} \quad (5)$$

σ_{scr} 和 σ_{fer} 分别表示 SMA 中马氏体相变开始和结束应力初始值; C_M 为马氏体的应力影响系数; M_s 和 M_f 分别表示马氏体相变开始和结束温度。

在温度 T 满足 $T > A_s$ 状态下, 逆相变过程可以描述为

$$\begin{aligned} & (\sigma_{AF} < \bar{\sigma} < \sigma_{AS}) \\ \eta = \eta_0 & \left\{ \frac{3}{4} \left[\frac{\bar{\sigma} - \sigma_{AF}}{C_A(A_f - A_s)} - \frac{1}{2} \right] - \right. \\ & \left. \frac{1}{4} \left[\frac{\bar{\sigma} - \sigma_{AF}}{C_A(A_f - A_s)} - \frac{1}{2} \right]^3 + \frac{1}{2} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \sigma_{AS} = C_A(T - A_s) \\ \sigma_{AF} = C_A(T - A_f) \end{cases} \quad (7)$$

式中, σ_{AS} 、 σ_{AF} 分别表示马氏体逆相变开始和结束应力; η_0 表示马氏体逆相变初始时刻的形状记忆因子初始值; C_A 为奥氏体的应力影响系数; A_s 和 A_f 分别表示马氏体逆相变开始和结束温度。

2 增量型力学本构方程

根据热力学基本原理, 不考虑塑性应变, 将内变量(形状记忆因子 η)、温度和应力作为自变量, 建立 SMA 的应变表达式^[19-20]

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon(\eta, T, \sigma_{kl}) = \varepsilon_{ij}^{\text{tr}} + \varepsilon_{ij}^{\text{th}} + \varepsilon_{ij}^{\text{e}} \quad (8)$$

式中, ε_{ij} 表示应变分量; T 和 σ_{kl} 分别表示温度和应力分量; $\varepsilon_{ij}^{\text{tr}}$, $\varepsilon_{ij}^{\text{th}}$ 和 $\varepsilon_{ij}^{\text{e}}$ 分别表示相变应变, 热应变以及弹性应变分量。由于传统的全量型本构方程不适合本文用到的有限元编程计算, 因此对式(8)两端进行微分运算, 得到应变增量表达式

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{\text{tr}} + d\varepsilon_{ij}^{\text{th}} + d\varepsilon_{ij}^{\text{e}} = \\ \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial \eta} d\eta + \Theta_{ij} dT + S_{ijkl} d\sigma_{kl} \end{aligned} \quad (9)$$

式中, dT 表示温度增量; $d\sigma_{kl}$ 表示应力分量增量。SMA 的热膨胀张量分量为

$$\Theta_{ij} = \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial T} \quad (10)$$

SMA 的柔度张量分量为

$$S_{ijkl} = \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial \sigma_{kl}} \quad (11)$$

S_{ijkl} 和 Θ_{ij} 为 SMA 中马氏体体积分数 ξ 的函数, BRISON^[22]将其表示为

$$\begin{cases} S_{ijkl} = (1 - \xi)S_{ijkl}^A + \xi S_{ijkl}^M \\ \Theta_{ij} = (1 - \xi)\alpha_A + \xi\alpha_M \end{cases} \quad (12)$$

将式(1)代入式(12), 可得

$$\begin{cases} S_{ijkl} = S_{ijkl}^A + [\xi_0 + (1 - \xi_0)\eta](S_{ijkl}^M - S_{ijkl}^A) \\ \Theta_{ij} = \alpha_A + [\xi_0 + (1 - \xi_0)\eta](\alpha_M - \alpha_A) \end{cases} \quad (13)$$

式中, S_{ijkl}^A , S_{ijkl}^M , α_A 和 α_M 分别代表奥氏体和马氏体的柔度张量分量以及奥氏体和马氏体的热膨胀系数。

对于各向同性的 SMA 材料, 在相变过程中发生相变流动, 则相变应变分量增量和形状记忆因子增量之间关系为

$$d\varepsilon_{ij}^{\text{tr}} = H A_{ij} d\xi = H A_{ij} (1 - \xi_0) d\eta \quad (14)$$

式中, H 表示 SMA 在单轴拉伸试验中可以产生的最大相变应变; A_{ij} 表示相变应变方向分量; $\varepsilon_{ij}^{\text{tr}}$ 为相变应变分量。类比 Mises 塑性流动法则, SMA 发生相变过程中, 相变应变方向分量可以从“塑性势”导出, 即

$$A_{ij} = \begin{cases} \frac{3\varepsilon_{ij}'}{2\bar{\varepsilon}} & \text{正相变} \\ \frac{\varepsilon_{ij}^{\text{tr}}}{\bar{\varepsilon}^{\text{tr}}} & \text{逆相变} \end{cases} \quad (15)$$

$$\bar{\varepsilon}^{\text{tr}} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^{\text{tr}} \varepsilon_{ij}^{\text{tr}}} \quad (16)$$

式中, $\bar{\varepsilon}^{\text{tr}}$ 表示等效相变应变。

将式(13)和(14)代入式(9), 得

$$d\sigma_{kl} = C_{ijkl} [d\varepsilon_{ij} - H A_{ij} (1 - \xi_0) d\eta - \Theta_{ij} dT] \quad (17)$$

式中, C_{ijkl} 表示刚度张量分量。

3 用户子程序流程

图 1 为用户材料子程序计算流程图。在计算之前需定义状态变量并从 ABAQUS 中读入材料参数和状态变量的初始值。将整个加卸载过程分为若干增量步, 假设每个增量步内, 材料参数保持不变。整个加卸载过程中, 状态变量满足

$$\Phi_{(n+1)} = \Phi_{(n)} + d\Phi_{(n)} \quad (18)$$

式中, Φ 表示状态变量, $\Phi_{(n)}$ 和 $d\Phi_{(n)}$ 分别表示状态变量在第 n 个增量步的初始值和增量值。

由式(5)和式(7)求得温度 $T_{(n)} = T_{(n-1)} + dT$ 下马氏体相变开始和结束应力 $\sigma_{MS(n)}$ 和 $\sigma_{MF(n)}$ 以及马氏体逆相变开始和结束应力 $\sigma_{AS(n)}$ 和 $\sigma_{AF(n)}$ 。假设 SMA 初始相为奥氏体, 初始加载过程为奥氏体线弹性加载, 不发生马氏体相变, 则 $\xi_0 = 0$, $\eta_{(n)} = 0$, $d\eta_{(n)} = 0$, 代入式(13)、(17)和(18)得

图 1 用户材料子程序计算流程图

$$\begin{cases} d\sigma_{kl(n)} = C_{ijkl}^A (d\varepsilon_{ij} - \alpha_A dT) \\ \sigma_{kl(n+1)} = \sigma_{kl(n)} + d\sigma_{kl(n)} \end{cases} \quad (19)$$

式中, $d\varepsilon_{ij}$ 和 dT 分别表示每个增量步内给定的应变增量分量和温度增量。

SMA 发生马氏体相变过程, 读取第 (n) 步应力状态, 并将结果代入式(2)~(4)和(18), 得

$$\begin{cases} \eta_{(n)} = \frac{3}{4} \left[\frac{2(\bar{\sigma}_{(n)} - \sigma_{MS(n)}) + \sigma_{scr} - \sigma_{fcr}}{\sigma_{scr} + \sigma_{fcr}} \right] - \\ \frac{1}{4} \left[\frac{2(\bar{\sigma}_{(n)} - \sigma_{MS(n)}) + \sigma_{scr} - \sigma_{fcr}}{\sigma_{scr} + \sigma_{fcr}} \right]^3 + \frac{1}{2} \\ d\eta_{(n-1)} = \eta_{(n)} - \eta_{(n-1)} \end{cases} \quad (20)$$

并将式(20)中结果代入式(13)~(17)得

$$d\varepsilon_{ij(n-1)}^tr = H A_{ij(n-1)} d\eta_{(n-1)} \quad (21)$$

$$d\sigma_{ij(n)} = C_{ijkl(n)} (d\varepsilon_{ij} - d\varepsilon_{ij(n-1)}^tr - \Theta_{ij(n)} dT) \quad (22)$$

按照式(18)更新状态变量, 依次迭代循环直至相变结束, SMA 全部转化为马氏体, 加载过程为马氏体线弹性加载。

卸载过程中, 同样使用迭代法, SMA 初始相为马氏体, 初始卸载过程为马氏体线弹性卸载, 不发生马氏体逆相变, 则 $\zeta_0=1$, $\eta_{(n)}=1$, $d\eta_{(n)}=0$, 代入式(13)、(17)和(18)得

$$\begin{cases} d\sigma_{kl(n)} = C_{ijkl}^M (d\varepsilon_{ij} - \alpha_M dT) \\ \sigma_{kl(n+1)} = \sigma_{kl(n)} + d\sigma_{kl(n)} \end{cases} \quad (23)$$

SMA 发生马氏体逆相变过程, $\eta_0=1$, 读取第 (n) 步应力状态, 并将结果代入式(3)、(4)、(6)和(18), 得

$$\begin{cases} \eta_{(n)} = \frac{3}{4} \left[\frac{\bar{\sigma}_{(n)} - \sigma_{AF}}{C_A (A_f - A_s) - \frac{1}{2}} \right] - \\ \frac{1}{4} \left[\frac{\bar{\sigma}_{(n)} - \sigma_{AF}}{C_A (A_f - A_s) - \frac{1}{2}} \right]^3 + \frac{1}{2} \\ d\eta_{(n-1)} = \eta_{(n)} - \eta_{(n-1)} \end{cases} \quad (24)$$

将式(24)中结果代入式(15)、(21)和(22), 并按照式(18)更新状态变量, 依次迭代循环直至逆相变结束, SMA 全部转化为奥氏体, 卸载过程为奥氏体线弹性卸载。

4 模型和材料参数

4.1 模型和边界条件

SMA 缆索模型长 20 mm, 其中包含 49 根 SMA 丝按照 7×7 的螺旋结构进行排列^[15], 截面排列方式如图 2 所示, 每根 SMA 丝的直径为 0.885 mm。

图 2 SMA 缆索截面构形

针对 SMA 缆索的生产过程和几何结构, 为了方便建模并保证数值计算过程中良好的收敛性, 经过试算, 本文通过将模型截面构形进行简化, 如图 3 所示, 建立了两种有限元离散模型。

图 3 SMA 缆索截面简化构形

考虑到实际加载状态, 为保证在拉伸过程中, SMA 缆索不发生旋转, 在其一端施加全位移约束, 另一端仅放开轴向的位移自由度。以截面构形图 3b 为例, SMA 缆索模型两端以直径为 7.965 mm 的长 5 mm 的圆柱体作为施加载荷约束的刚体, 其中圆柱体底面与对应接触的缆索截面之间施加绑定约束, SMA 丝股之间保持光滑接触, SMA 缆索采用 C3D4 单元, 刚体圆柱底座采用 C3D8R 单元, 且

SMA 缆索六根外线股螺距设为 l_0 , 如图 4 所示。

图 4 有限元模型

4.2 材料参数

形状记忆合金缆索材料选取 NiTi 合金, 其材料参数如表 1 所示^[15, 21]。其中, E_A 、 E_M 分别为奥氏体和马氏体的弹性模量, α_A 、 α_M 分别为奥氏体和马氏体的热膨胀系数。泊松比 μ 在相变过程中保持不变, C_A 、 C_M 分别为奥氏体和马氏体的应力影响系数。 H 表示该 NiTi 合金材料的最大相变应变, 可由单轴拉伸-卸载试验测得。

表 1 NiTi 形状记忆合金材料参数

参数	数值
马氏体弹性模量 E_M/GPa	17.2
奥氏体弹性模量 E_A/GPa	28.8
马氏体开始温度 $M_s/^\circ\text{C}$	-41.0
马氏体结束温度 $M_f/^\circ\text{C}$	-148.0
奥氏体开始温度 $A_s/^\circ\text{C}$	-13.1
奥氏体结束温度 $A_f/^\circ\text{C}$	-11.6
马氏体温度影响系数 $C_M/(\text{MPa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$	7.0
奥氏体温度影响系数 $C_A/(\text{MPa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$	7.0
马氏体热膨胀系数 $\alpha_M/(10^{-6} \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$	6.6
奥氏体热膨胀系数 $\alpha_A/(10^{-6} \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$	11.0
泊松比 μ	0.25
相变应变 $H/10^{-2}$	4.8
相变开始应力初始值 σ_{scr}/MPa	45.6
相变结束应力初始值 σ_{ter}/MPa	72.1

5 数值算例结果与分析

为研究不同简化截面构形对 SMA 超弹性缆索和芯股在拉伸过程中力学和形状记忆过程行为的影响, 通过对超弹性 SMA 芯股的拉伸-卸载过程进行有限元数值模拟, 得到温度为 25.0°C , 截面构形分别为图 3a 和图 3b 的 SMA 芯股的名义应力-应变曲线, 并与 MAS 等^[15]对 NiTi-SMA 芯线的拉伸试验结果进行对比研究, 如图 5 所示。

由图 5 中曲线可以看出, 本文有限元数值模拟结果中, 截面构形 a 的 SMA 芯股的马氏体相变开始和结束应力分别为 486.5 MPa 和 518.9 MPa, 与拉伸试验测得该芯股的马氏体相变开始应力 507.4 MPa

图 5 SMA 芯股单轴拉伸应力应变曲线

和结束应力 534.1 MPa 的误差分别为 4.1% 和 2.8%, 马氏体逆相变开始和结束应力的有限元模拟结果分别为 255.9 MPa 和 230.6 MPa, 与拉伸试验测得的结果 266.7 MPa 和 255.9 MPa 的误差分别为 4.0% 和 9.9%。截面构形 b 的 SMA 芯股的马氏体相变开始和结束应力分别为 493.7 MPa 和 526.1 MPa, 与拉伸试验测得结果的误差分别为 2.7% 和 1.5%, 马氏体逆相变开始和结束应力的有限元模拟结果分别为 263.1 MPa 和 223.4 MPa, 与拉伸试验测得结果的误差分别为 1.3% 和 12.7%。因此, 本文提出的两种不同简化截面构形的 SMA 芯股模型的单轴拉伸有限元数值模拟计算结果均与文献中的试验结果吻合较好。

图 6~9 所示为在 25.0°C 温度下, 拉应力为 390.0 MPa, 缆索外线股轴线螺距 l_0 为 50 mm 时, 图 3 所示两种不同截面构形的 SMA 缆索和芯股的等效应力以及形状记忆因子的数值模拟结果分布云图。图中结果表明, 由于在拉伸过程中, SMA 缆索外圈线股与芯股之间产生挤压作用, 导致芯股与外圈线股接触部位等效应力最大, 且首先发生形状记忆产生过程, 外圈线股两端由于受到刚体绑定约束且外线股相互之间接触挤压, 因此外线股在远离缆索中心轴线的区域以及相邻两外线股接触区域应力较大, 也最先发生形状记忆产生过程。由图 5 中结果可以看出, 两种简化截面构形的有限元模型均具有良好的准确性, 因此为了保持较好的收敛性, 后续工作均采用图 3b 所示构形对 SMA 缆索模型截面进行简化计算。

图 6 截面构形 a 缆索和芯股等效应力分布云图

图7 截面构形b 缆索和芯股等效应力分布云图

图8 截面构形a 缆索和芯股形状记忆因子分布云图

图9 截面构形b 缆索和芯股形状记忆因子分布云图

从图2可以看出, SMA 缆索芯股在拉伸过程中保持伸直状态, 除此之外, 其他 SMA 线股由于具有螺旋形状, 在拉伸过程中受到拉伸, 扭转和弯曲等混合加载, 因此有必要对该芯股在拉伸过程中的力学响应进行研究并与整个缆索的力学响应进行对比分析。

图10表示温度为25.0℃, 缆索外线股轴线螺距 l_0 为50 mm时, 截面构形为图3b的SMA芯股与缆索单轴拉伸的数值模拟结果, 与文献[15]中SMA芯股与缆索的拉伸试验结果进行对比研究。由图中曲线可以看出, 本文有限元数值模拟结果中, 相较于SMA芯股, 缆索整体初始加载阶段的弹性模量, 马氏体开始和结束应力以及奥氏体开始和结束应力均较小, 与文献中的单轴拉伸试验结果相符。其中在单轴拉伸试验中, SMA缆索的马氏体相变开

图10 SMA 芯股和缆索拉伸应力应变曲线

始和结束应力为459.1 MPa和492.8 MPa, 与芯股的马氏体相变开始应力507.4 MPa和结束应力534.1 MPa相比, 分别降低了9.5%和7.7%, 而缆索的马氏体逆相变开始和结束应力为243.0 MPa和216.0 MPa, 与芯股的马氏体逆相变开始应力266.7 MPa和结束应力255.9 MPa相比, 分别降低了8.9%和15.6%。在温度为25.0℃的数值模拟单轴拉伸试验中, SMA缆索的马氏体相变开始和结束应力为404.6 MPa和445.9 MPa, 与芯股的马氏体相变开始应力493.7 MPa和结束应力526.1 MPa相比, 分别降低了18.0%和15.2%, 而缆索的马氏体逆相变开始和结束应力为225.4 MPa和162.6 MPa, 与芯股的马氏体逆相变开始应力263.1 MPa和结束应力223.4 MPa相比, 分别降低了14.3%和27.2%。除此之外, 相同应变条件下, 缆索整体名义应力的数值模拟结果与试验结果相比有明显降低, 这是由于为了保证数值计算过程的收敛性, 本文建立的有限元离散模型没有考虑线股相互之间的摩擦效应导致的。

保持温度不变, 仅改变图3b所示截面构形SMA缆索外线股轴线螺距 l_0 , 模拟缆索外线股的螺距对其在整个拉伸过程中的应力应变行为的影响。温度为25.0℃, 当外线股螺距 l_0 为40 mm, 50 mm和60 mm时, 计算模拟得到SMA缆索的拉伸应力应变曲线如图11所示。由图中曲线可以看出, 相同应变情况下, 随着外线股螺距的增大, 对应的SMA缆索整体的拉伸应力水平降低, 且SMA缆索整体的马氏体相变开始和结束应力以及马氏体逆相变开始和结束应力均随着外线股螺距的增大而降低, 初始加载段以及相变后的初始卸载段的弹性模量均随着外线股螺距的增大而减小。

图11 不同螺距SMA 缆索拉伸应力应变曲线

6 结论

本文根据周博等^[23]提出的形状记忆合金(SMA)

本构模型, 借助形状记忆因子能够描述形状记忆合金的马氏体择优取向过程的优点, 考虑相变过程中材料弹性模量随形状记忆因子的变化情况, 利用全量型本构方程推导适用于有限元编程计算的增量型本构方程, 得到 SMA 在相变过程中应力张量增量与形状记忆因子增量之间的关系。借助于有限元软件 ABAQUS 二次开发功能, 编写了 ABAQUS 用户材料子程序。通过将 SMA 超弹性缆索截面构形进行简化, 并考虑到材料非线性和接触非线性, 合理采用刚体约束和接触算法, 对 25.0 °C 温度下, 不同截面构形和不同缆索外线股螺距情况下, 缆索和芯股的单轴拉伸力学和相变行为进行数值模拟, 得到以下几个结论。

(1) 通过截面构形简化的 SMA 超弹性缆索进行数值模拟, 得到了 SMA 芯股的单轴拉伸应力应变曲线, 并与文献中的试验结果进行对比验证, 结果表明, 本文所提出的简化模型以及有限元程序均适用于该缆索的数值模拟。

(2) 通过对拉应力为 390.0 MPa 时, SMA 超弹性缆索和芯股的应力分布以及形状记忆因子云图的分析研究表明, 在单轴拉伸过程中, SMA 芯股与外圈线股接触部位以及外圈线股之间相互接触部位应力最大, 并首先产生马氏体相变过程。

(3) 通过对 SMA 超弹性缆索和芯股的拉伸应力-应变行为的数值结果进行对比研究发现, 相较于芯股, 缆索整体初始加载阶段的弹性模量, 马氏体相变开始和结束应力以及马氏体逆相变开始和结束应力均较小, 与文献中试验结果相符。但由于缆索有限元离散模型没有考虑线股相互之间的摩擦效应, 导致在相同应变条件下, 缆索整体应力的数值模拟结果与试验结果相比有明显降低。

(4) 通过对 SMA 超弹性缆索外线股轴线螺距对该缆索整体力学和相变行为影响的数值分析研究发现, 随着缆索外线股轴线螺距增大, 相同应变条件下, 缆索整体的拉伸应力水平逐渐降低, 且缆索整体的马氏体相变开始和结束应力以及马氏体逆相变开始和结束应力均逐渐降低, 初始加载段以及完全相变后的初始卸载段的弹性模量也逐渐减小。

参 考 文 献

- [1] KONH B, HONARVAR M, HUTAPEA P. Design optimization study of a shape memory alloy active needle for biomedical applications[J]. Medical Engineering and Physics, 2015, 37(5): 469-477.
- [2] DONADON M, FARIA A. Aeroelastic behavior of composite laminated shells with embedded SMA wires under supersonic flow[J]. Aerospace Science and Technology, 2016, 52: 157-166.
- [3] 康泽天, 周博, 薛世峰. 功能梯度形状记忆合金复合梁的力学行为[J]. 复合材料学报, 2019, 36(8): 1901-1910. KANG Zetian, ZHOU Bo, XUE Shifeng. Mechanical behaviors of functionally graded shape memory alloy composite beam[J]. Acta Materiae Composite Sinica, 2019, 36(8): 1901-1910.
- [4] ZHOU Bo. A macroscopic constitutive model of shape memory alloy considering plasticity[J]. Mechanics of Materials, 2012, 48: 71-81.
- [5] CISSE C, ZAKI W, ZINED T B. A review of constitutive models and modeling techniques for shape memory alloys[J]. International Journal of Plasticity, 2016, 76: 244-284.
- [6] XU R, BOUBY C, ZAHROUNI H, et al. 3D modeling of shape memory alloy fiber reinforced composites by multiscale finite element method[J]. Composite Structures, 2018, 200: 408-419.
- [7] VIET N V, ZAKI W. Analytical investigation of the behavior of concrete beams reinforced with multiple circular superelastic shape memory alloy bars[J]. Composite Structures, 2019, 210: 958-970.
- [8] MAJI A K. Smart prestressing with shape-memory alloy[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1998, 124(10): 1121-1128.
- [9] FANG Cheng, ZHENG Yue, CHEN Junbai, et al. Superelastic NiTi SMA cables: Thermal-mechanical behavior, hysteretic modelling and seismic application[J]. Engineering Structures, 2019, 183: 533-549.
- [10] BELTRAN J F, CRUZ C, HERRERA R, et al. Shape memory alloy CuAlBe strands subjected to cyclic axial loads[J]. Engineering Structures, 2011, 33(10): 2910-2918.
- [11] REEDLUNN B, DALY S, SHAW J. Superelastic shape memory alloy cables: Part I - Isothermal tension experiments[J]. International Journal of Solids and Structures, 2013, 50(20-21): 3009-3026.
- [12] REEDLUNN B, DALY S, SHAW J. Superelastic shape memory alloy cables: Part II - Subcomponent isothermal responses[J]. International Journal of Solids and Structures, 2013, 50(20-21): 3027-3044.
- [13] OZBULUT O, DAGHASH S, SHERIF M. Shape memory alloy cables for structural applications[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2016, 28(4): 04015176.

- [14] SHERIF M, OZBULUT O. Tensile and superelastic fatigue characterization of NiTi shape memory cables[J]. *Smart Materials and Structures*, 2018, 27(1): 015007.
- [15] MAS B, BIGGS D, VIEITO I, et al. Superelastic shape memory alloy cables for reinforced concrete applications[J]. *Construction and Building Materials*, 2017, 148: 307-320.
- [16] CARBONI B, LACARBONARA W, AURICCHIO F. Hysteresis of multiconfiguration assemblies of nitinol and steel strands: Experiments and phenomenological identification[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2014, 141(3): 04014135.
- [17] ZHENG Yue, DONG You, LI Yaohan. Resilience and life-cycle performance of smart bridges with shape memory alloy (SMA)-cable-based bearings[J]. *Construction and Building Materials*, 2018, 158: 389-400.
- [18] BOYD J, LAGOUDAS D. A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy[J]. *International Journal of Plasticity*, 1996, 12(6): 805-842.
- [19] QIDWAI M, LAGOUDAS D. Numerical implementation of a shape memory alloy thermomechanical constitutive model using return mapping algorithms[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2000, 47: 1123-1168.
- [20] TABESH M, LIU B, BOYD J, et al. Analytical solution for the pseudoelastic response of a shape memory alloy thick-walled cylinder under internal pressure[J]. *Smart Materials and Structures*, 2013, 22(9): 223-236.
- [21] 康泽天, 周博, 薛世峰. 形状记忆合金管接头热机耦合行为的有限元数值模拟[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(18): 68-75.
- KANG Zetian, ZHOU Bo, XUE Shifeng. Finite element numerical simulation on thermo-mechanical coupling behavior in shape memory alloy pipe connection[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(18): 68-75.
- [22] BRINSON L C. One-dimension constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and martensite internal variable[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1993, 4: 229-242.
- [23] 周博, 刘彦菊, 冷劲松, 等. 形状记忆合金的宏观力学本构模型[J]. *中国科学*, 2009, 39(7): 998-1006.
- ZHOU Bo, LIU Yanju, LENG Jinsong, et al. A macro-mechanical constitutive model of shape memory alloys[J]. *Science in China*, 2009, 39(7): 998-1006.
-
- 作者简介: 康泽天, 男, 1992 年出生, 博士研究生。主要研究方向为智能材料与结构力学。
E-mail: kangzt_upc@163.com
- 王志勇, 男, 1992 年出生。主要研究方向为智能材料与结构力学。
E-mail: wangzy319@foxmail.com
- 周博(通信作者), 男, 1972 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为智能材料与结构力学, 微尺度材料力学, 油气井工程力学等。
E-mail: zhoubobo@upc.edu.cn
- 薛世峰, 男, 1963 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为断裂力学, 油气田地下工程力学等。
E-mail: sfeng@upc.edu.cn