DOI: 10.3901/JME.2019.11.186

六关节工业机器人 TCP 标定模型研究与算法改进*

周星¹ 黄石峰² 朱志红²

(1. 佛山智能装备技术研究院 佛山 528225;

2. 华中科技大学国家数控系统工程技术研究中心 武汉 430074)

摘要: 研究了六关节工业机器人工具坐标系原点 TCP 的标定原理, 提出了 TCP 标定的解析化模型和几何模型, 并对标定误差来源进行了综合性分析, 定量分析了标定点数和标定位姿对 TCP 标定精度的影响。在经典四点法标定的基础上, 引入了误差阈值的概念, 提出一种改进的“五点优选 TCP 标定算法”, 并进行了仿真验证和实物验证。验证结果表明, 提出的标定算法能够有效筛选出误差偏大的点, 对标定精度能进一步提高, 可靠性也得到了进一步保证。

关键词: 六关节工业机器人; TCP 标定; 标定点数; 标定位姿; 解析化模型与几何模型; 优选

中图分类号: TP242

TCP Calibration Model Research and Algorithm Improvement of Six Joint Industrial Robot

ZHOU Xing¹ HUANG Shifeng² ZHU Zhihong²

(1. Foshan Institute of Intelligent Equipment Technology, Foshan 528225;

2. National Numerical Control System Engineering Research Center,
Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract: The calibration principle of tool center point (TCP) of six-joint industrial robot is studied through the analytic model and geometric model and the source of calibration error is analyzed comprehensively. Furthermore, the influence of calibration point number and calibration pose on TCP calibration precision is analyzed quantitatively. Based on the classical algorithm of four point calibration, a concept of error threshold and an improved algorithm is proposed, named the priority selection from five calibration point. In addition, the simulation and experimental verification is carried out. The experimental results show that the faulty point can be picked out effectively, the calibration accuracy can be further improved and the reliability can be ensured by using the improved algorithm.

Key words: six-joint industrial robot; TCP calibration; the number of calibration point; the pose of the calibration point; analytic and geometric model; screening

0 前言

工业机器人控制系统中涉及有大量坐标系, 例如基础坐标系 Base-Frame 和连杆坐标系 Link-Frame 等。较为经典的机器人建系方法可以追溯到 DENAVIT 等^[1]提出的 D-H 法, 并且各坐标系之间的关系可以由齐次坐标变换给出。因此, 第六连杆处法兰盘末端坐标系在机器人基准坐标系下的笛卡尔位姿可以依此准则通过矩阵变换得出^[2]。对安装于法兰盘末端的作业工具, 若要控制其沿指定轨迹进行精准作业, 必须在工具上选择一个适当的坐标

系, 该坐标系称为工具坐标系, 工具坐标系的原点称为 TCP。而标定工具坐标系和法兰盘坐标系的映射关系过程即为工具坐标系标定。本文仅针对工具坐标原点 TCP 标定展开讨论。

目前, 工业机器人 TCP 标定方法有两大类, 一类是借助外部基准, 通过精确测量仪器标定^[3-4], 另一种是机器人的自标定过程^[5-6]。借助测量仪器方式, 有利用球杆仪、坐标测量机、自动经纬仪、激光跟踪仪、DYNACAL 机器人标定仪器或机器视觉等来测量 TCP 坐标值, 此类方案精度通常都较高。但由于仪器造价昂贵, 所以标定所需成本较高、标定过程比较繁琐, 且在工业现场中不是特别方便。机器人自标定是机器人系统根据测量对点数据, 由机器人控制系统的内部算法自动辨识出工具坐标系

* 国家科技重大专项资助项目(2012ZX04001-022)。20180619 收到初稿, 20181227 收到修改稿

的TCP值。

李瑞峰等^[7]提出标准试件标定法,通过标准件的已知TCP值与运动学约束关系推导出待标定的TCP。清华大学吴卿等^[8]提出一种通过激光位移传感器和平面模板构造平面约束与单位化矢量约束方程,求解TCP值。中南大学韩奉林^[9]提出一种基于可测距平面模板的标定算法,通过四点标定,得到末端距离约束的三元二次方程,并再次利用四点构造另外的距离约束,根据残差最小选解。埃夫特公司的刘蕾^[10]提出的四点标定方法构造四个以标定的法兰盘坐标系中心点为球心的球,四个球的交点即为TCP点。同样基于球心原理,张华君^[11]采用四点法对Staubli激光切割机器人工具坐标系进行了标定。CHRISTOF等^[12]基于激光跟踪仪,通过控制机器人执行两个特定方式的运动,根据齐次变换的封闭数学形式,提出了一种增强式工具坐标系标定方法。WANG等^[13]以SCARA机器人为研究平台,基于机器视觉的方式,进行了工具坐标系TCP位置补偿研究。HOLLERBACH^[14]提出以将TCP标定和机器人本体DH参数一起标定的方式,通过建立模型的参数化方程,得到关节空间与笛卡儿空间的微分关系,最小二乘求出所有需要补偿的参数。LU等^[15]基于Lie algebra确保坐标系的正交关系,针对双机械臂协同控制进行了坐标标定的系统研究。被称之为工业机器人四大家族ABB、KUKA、YASAKAWA和FANUC工具坐标系TCP标定模式有四点法、五点法和六点法可供选择,由操作人员控制待标定为TCP的工具点多次对准空间某一固定点完成标定,且由于该标定过程效率高,标定结果一般能满足工业精度要求,故该方法目前在工业机器人行业应用最为广泛,但这种标定方法的TCP精度受人为因素影响较大,且对于标定出的TCP结果无法得知其可靠性。

本文以TCP自标定为研究目标,研究了TCP标定算法数学模型,从解析与空间几何的角度量化了标定对点次数和对点位姿两项标定指标。并对TCP标定的误差来源进行了综合分析,在经典“四点标定”法的基础上,提出“五點選优TCP标定算法”,通过“五分四”和“四选三”的思路,层层筛选,过滤掉误差大的标定点,最终可以得到精度较高的TCP标定结果。

1 TCP标定模型

1.1 TCP标定原理

如图1所示,工业机器人安装作业工具后,需

要在其控制系统中建立工具坐标系,TCP标定过程就是确定工具坐标系的坐标原点在机器人法兰盘末端坐标系的坐标值。法兰盘末端坐标系与6个关节的映射关系为

$${}^0T_6 = {}^0T_1(\theta_1) {}^1T_2(\theta_2) {}^2T_3(\theta_3) {}^3T_4(\theta_4) {}^4T_5(\theta_5) {}^5T_6(\theta_6) \quad (1)$$

式中, jT_i 表示连杆*i*的固连坐标系相对连杆*j*的固连坐标系的4×4齐次变换矩阵。每一个 jT_i 矩阵都可以分解为如下的矩阵子块

$${}^jT_i = \begin{pmatrix} {}^jR_i & {}^jE_i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中, jR_i 表示连杆*i*的固连坐标系相对连杆*j*的固连坐标系的3×3正交旋转矩阵,其每一列可看成连杆*i*的*X*、*Y*、*Z*单位轴矢量在*j*坐标系中的方向余弦。 jE_i 表示连杆*i*的固连坐标系原点在连杆*j*的固连坐标系中的3×1位置矢量,即连杆*i*的坐标原点在*j*坐标系下的坐标值。

图1 工业机器人常用坐标系

根据上述连杆之间的矩阵变换关系,将工具坐标系的TCP坐标齐次化,右乘式(1),得到TCP在机器人基坐标系下的表达,记为 Q_{tool} ,即

$$\begin{pmatrix} {}^0R_6 & {}^0E_6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{tcp} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{tool} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

展开式(3)得到更为一般的坐标变换关系式(4)

$${}^0R_6 P_{tcp} + {}^0E_6 = Q_{tool} \quad (4)$$

在坐标点 Q_{tool} 已知的情况下,可以精确地计算出 P_{tcp} 的坐标值。基于该理论,文献[5-6]借用特定设备,测量出机器人操作空间中的某一适当的点在机器人基坐标系下的坐标值,进而标定出TCP。本文研究自标定的TCP标定方法,不需要测量 Q_{tool} 的坐标值。在此情况下,式(4)本质上为6元一次线性方

程组,即有三个线性方程和 6 个未知量,如果能依据式(4)再构造一组方程,并且使得 $\mathbf{Q}_{tool}$ 相同,则一共有六个线性方程和 6 个未知数,且如果所构造的方程组线性不相关,便可以求得 $\mathbf{P}_{tcp}$ 和 $\mathbf{Q}_{tool}$ 的坐标值。常见于工业机器人系统中的“四点标定”方法、“五点”甚至“六点”标定方法等,其标定算法的建模理论都是基于此,即操作机器人使得 TCP 点以不同姿态与空间同一个点对准。图 2 展示了“四点法标定”的对点过程。

图 2 机器人 4 点标定对点过程

根据式(4)构造一组经过 m 次对点操作得到的约束方程组,如式(5)所示

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 \mathbf{P}_{tcp} + \mathbf{E}_1 &= \mathbf{Q}_{tool} \\ &\vdots \\ \mathbf{R}_m \mathbf{P}_{tcp} + \mathbf{E}_m &= \mathbf{Q}_{tool} \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{R}_i$ 与 $\mathbf{E}_i$ 分别代表式(4)中法兰盘末端相对于基坐标系的旋转矩阵和位置矢量,下标 i 表示第 i 次对点得到的约束方程。

1.2 TCP 标定模型分析

分析 TCP 标定基本数学模型,即式(5),有如下几个问题需要进一步明确:① 标定对点次数 m 的合适值是多少,其下限值是多少?② TCP 求解精度受标定对点姿态影响如何,以何种姿态标定较合适?③ 对于合适的姿态标定,其对点位置是否会影响 TCP 求解精度?在现阶段的文献中,均为能找到有关以上 3 个问题的定量论述,本文分别从解析和几何的角度,系统性回答了上述问题,给出了定量加定性的解释。

1.2.1 解析法讨论

假设标定对点次数为 2,按照式(5)列写方程组,并消元 $\mathbf{Q}_{tool}$ 得到

$$\mathbf{R}_1 \mathbf{P}_{tcp} + \mathbf{E}_1 = \mathbf{R}_2 \mathbf{P}_{tcp} + \mathbf{E}_2 \quad (6)$$

将式(6)合并同类项,得到式(7)

$$(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) \mathbf{P}_{tcp} = \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1 \quad (7)$$

而根据单位正交旋转矩阵的变换关系, $\mathbf{R}_1$ 与 $\mathbf{R}_2$ 有如下关系

$$\mathbf{R}_1 \mathbf{R} = \mathbf{R}_2 \quad (8)$$

式(8)中, $\mathbf{R}$ 为将 $\mathbf{R}_1$ 变换到 $\mathbf{R}_2$ 单位正交矩阵。将式(8)代入式(7),并进一步处理得到

$$(\mathbf{I} - \mathbf{R}) \mathbf{P}_{tcp} = \mathbf{R}_1^{-1} (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \quad (9)$$

下面证明式(9)的系数矩阵 $(\mathbf{I} - \mathbf{R})$ 不可求逆,引入一个引理如下^[10]。

引理:若奇数阶正交矩阵 $\mathbf{U}$ 的行列式等于 1,则 1 是 $\mathbf{U}$ 的一个特征值。

由于 $\mathbf{R}$ 为单位正交矩阵,故有 $|\mathbf{R} - \mathbf{I}| = 0$ 成立,进而存在 λ ,使得式(10)成立

$$|\mathbf{I} - \mathbf{R} - \lambda \cdot \mathbf{I}| = -|\mathbf{R} - (1 - \lambda) \mathbf{I}| = 0 \quad (10)$$

式(10)中 λ 为 $\mathbf{I} - \mathbf{R}$ 的一个特征值。由于 $\mathbf{R}$ 存在一特征值 $(1 - \lambda) = 1$ 使得上式成立,故存在 $\mathbf{I} - \mathbf{R}$ 的一特征值为 $\lambda = 0$ 。

故 $\mathbf{I} - \mathbf{R}$ 不满秩,因而不可以求逆。

接下来分析当对点次数 $m \geq 3$ 的情况

$$\begin{aligned} (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) \mathbf{P}_{tcp} &= \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1 \\ (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_3) \mathbf{P}_{tcp} &= \mathbf{E}_3 - \mathbf{E}_1 \\ &\vdots \\ (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_m) \mathbf{P}_{tcp} &= \mathbf{E}_m - \mathbf{E}_1 \end{aligned} \quad (11)$$

采用两次对点同样的原理分析式(11),如式(12)所示

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - \mathbf{R}_{22}) \mathbf{P}_{tcp} &= \mathbf{R}_1^{-1} (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \\ (\mathbf{I} - \mathbf{R}_{23}) \mathbf{P}_{tcp} &= \mathbf{R}_1^{-1} (\mathbf{E}_3 - \mathbf{E}_1) \\ &\vdots \\ (\mathbf{I} - \mathbf{R}_{2m}) \mathbf{P}_{tcp} &= \mathbf{R}_1^{-1} (\mathbf{E}_m - \mathbf{E}_1) \end{aligned} \quad (12)$$

将式(12)中的各行方程相加,得到式(13)

$$(m-1) \mathbf{I} - \mathbf{R}_{22} - \cdots - \mathbf{R}_{2m} \quad (13)$$

当 $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \cdots, \mathbf{R}_m$ 取得合适,可以使得上式矩阵的行列式非零,故 $\mathbf{P}_{tcp}$ 的系数矩阵满秩。具体该如何取 $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \cdots, \mathbf{R}_m$ 是 TCP 标定算法的一个关键性问题,从解析法很难找到答案,本文第 1.2.2 节从另一个角度,即空间几何来分析式(9)。给出了关于标定姿态选取的几何模型,并定量分析了标定

姿态的选取原则。

1.2.2 几何法讨论

正交矩阵 R_1 与 R_2 分别代表两个正交笛卡儿坐标系, 即

$$\begin{aligned} R_1 &= (n_1 \quad o_1 \quad a_1) \\ R_2 &= (n_2 \quad o_2 \quad a_2) \end{aligned} \quad (14)$$

n_i 代表相应坐标系 i 的 x 轴方向矢量, o_i 代表坐标系 i 的 y 轴方向矢量, a_i 代表坐标系 i 的 z 轴方向矢量。

根据正交矩阵变换的“等效转轴转角”性质, 坐标系 R_1 可以通过绕空间某一轴旋转相应角度变换到坐标系 R_2 。图 3 中的 f 即为该等效转轴, 另外根据刚体变换原理, 可知坐标系 R_2 是由 R_1 绕 f 做圆周运动变换得到, 故有矢量 n_1 的末端点 A_1 变换到矢量 n_2 的末端点 A_2 的路径是一圆弧 $\widehat{A_1A_2}$ 路径, 其圆心是 O_1 点。同理有矢量 o_1 的末端点 B_1 变换到矢量 o_2 的末端点 B_2 的路径是一圆弧 $\widehat{B_1B_2}$ 路径, 其圆心是 O_2 点。矢量 a_1 的末端点 C_1 变换到矢量 a_2 的末端点 C_2 的路径是一圆弧 $\widehat{C_1C_2}$ 路径, 其圆心是 O_3 点。因为 f 轴垂直于以上三个圆周面, 所以矢量 A_1A_2 、 B_1B_2 和 C_1C_2 可以投影到同一平面中。而 $R_1 - R_2$ 如式(15)所示

$$R_1 - R_2 = (n_1 - n_2 \quad o_1 - o_2 \quad a_1 - a_2) \quad (15)$$

图3 R_1 与 R_2 的变换关系几何描述

由于二维平面中的矢量最大线性无关组为 2, 故自由矢量 A_1A_2 、 B_1B_2 和 C_1C_2 线性相关。

由以上分析知, 式(15)中 $R_1 - R_2$ 为非满秩矩阵, 故两点标定无法求得 TCP 坐标值。

考虑三点标定方式, 即有式(16)

$$\begin{aligned} R_1 - R_2 &= (n_1 - n_2 \quad o_1 - o_2 \quad a_1 - a_2) \\ R_1 - R_3 &= (n_1 - n_3 \quad o_1 - o_3 \quad a_1 - a_3) \end{aligned} \quad (16)$$

式(16)表示了两组矢量, 一组是 $n_1 - n_2$ 、 $o_1 - o_2$ 、 $a_1 - a_2$, 设其垂直于轴 f_1 , 另一组是 $n_1 - n_3$ 、 $o_1 - o_3$ 、 $a_1 - a_3$, 设其垂直于轴 f_2 , 如图 4 所示。考虑极端情况, 假设轴 f_1 与轴 f_2 共线或平行, 则显然以上两组矢量线性相关。当轴 f_1 与轴 f_2 存在夹角, 则以上两组矢量线性无关。

图4 TCP 标定的几何模型

在线性方程组的求解过程中, 一个常见现象就是方程组出现病态。式(17)代表一个典型的线性方程组

$$Ax = b \quad (17)$$

所谓病态, 就是当系数矩阵 A 或 b 出现微小变化, 而导致求解结果出现巨大变化。在标定过程中最直接的体现就是在式(5)中的 Q_{tool} 每一次对点都出现误差的情况下, 导致式(11)的等式将不再严格成立。当方程组(11)病态程度较为严重时, 将严重影响 TCP 的求解精度, 甚至出现错误。

标定矩阵病态的本质因素是矩阵行或列呈现线性相关。当轴 f_1 与轴 f_2 存在夹角慢慢由零变大, 病态程度越低。在轴 f_1 与轴 f_2 垂直情况下, $n_1 - n_2$ 、 $o_1 - o_2$ 、 $a_1 - a_2$ 与 $n_1 - n_3$ 、 $o_1 - o_3$ 、 $a_1 - a_3$ 分别分布在两个垂直的正交等效平面空间中, 此时线性相关性最小, 病态程度最低。记与 f_1 轴垂直的平面为 Π_1 , 记与 f_2 轴垂直的平面为 Π_2 , 矢量 A_1A_2 、 B_1B_2 、 C_1C_2 平行于 Π_1 平面, A_1A_3 、 B_1B_3 、 C_1C_3 平行于 Π_2 平面。轴 f_1 与轴 f_2 的夹角记为 Ω , 当 Ω 等于零, 病态程度最为严重。当 Ω 慢慢变大, 病态程度依次降低, 当 Ω 等于 90° 的时候, 病态最小, 当 Ω 继续增大, 病态程度继续增加。且病态程度受等效旋转角度 θ_1 和 θ_2 影响较小。

下面通过数值仿真试验验证该论断。设 R_1 如式(18)所示, 且令 $f_1 = (1 \ 0 \ 0)^T$, $\theta_1 = 30^\circ$, f_2 初始

时刻与 f_1 重合, 方向一致, 慢慢增大 Ω 夹角, 一直变化到与 f_1 方向相反的共线状态, 且在该过程中 θ_2 保持不变, 进行 5 组试验, 这 5 组试验的 θ_2 分别为 10° 、 20° 、 30° 、 40° 、 50° 。如图 5 所示为 $\theta_2 = 30^\circ$ 的试验结果, θ_2 为另外几个值的试验曲线与 30° 试验曲线分布规律相似, 呈现出 $\Omega = 90^\circ$ 的时候标定模型的系数矩阵条件数最小, 且条件数大小随 Ω 夹角变化呈现关于 $\Omega = 90^\circ$ 对称的特点。在 Ω 接近 0° 或 180° 的时候, 条件数趋于无穷大。图 5 为了视图方便, 省略了部分角度, 取 $\Omega = 9^\circ \sim 172^\circ$ 的情况。

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

图 5 标定模型的系数矩阵随 f_1 与 f_2 夹角变换情况 ($\theta_2 = 30^\circ$)

为了更清楚地观察标定模型的系数矩阵条件数随等效转轴夹角与绕轴转角的变化情况, 表 1 列写了以上试验的部分数据。

表 1 标定模型系数矩阵 $A^T A$ 条件数变化情况

$\Omega / (^\circ)$	$\theta_2 / (^\circ)$				
	10	20	30	40	50
10	361.540 0	153.920 0	131.640 0	142.220 0	166.180 0
40	25.418 0	10.198 0	8.548 6	9.333 0	11.102 0
89	9.822 0	3.223 3	2.035 5	2.748 2	3.668 1
90	9.818 6	3.221 5	2.000 0	2.746 3	3.666 3
91	9.822 0	3.223 3	2.035 5	2.748 2	3.668 1
140	25.418 0	10.198 0	8.548 6	9.333 0	11.102 0
170	361.540 0	153.920 0	131.640 0	142.220 0	166.180 0

表 1 反应出, 标定模型的系数矩阵的条件数在 $\Omega = 90^\circ$ 的时候最小, 在 θ_2 保持一定的前提下, 条件数大小随 Ω 夹角变化呈现关于 $\Omega = 90^\circ$ 对称的特点。另外从横向来考察表 1, 在保持 Ω 一定的前提下, θ_2 对条件数的影响较小。且在 $\theta_2 = \theta_1$ 的条件下条件数最小。为了能证实该论断, 在保持补充 $\Omega = 90^\circ$ 的前

提下, 分别让 $\theta_2 = \theta_1 - 1$, $\theta_2 = \theta_1 + 1$ 和 $\theta_2 = \theta_1$, 表 2 是数值试验的结果。

表 2 标定模型系数矩阵条件数变换规律 ($\Omega = 90^\circ$)

$\theta_2 / (^\circ)$	$\theta_1 / (^\circ)$			
	10	30	120	140
$\theta_1 - 1$	2.234 0	2.106 9	2.010 2	2.006 5
θ_1	2	2	2	2
$\theta_1 + 1$	2.209 4	2.101 4	2.010 0	2.006 3

综合表 1 和表 2, 可以看出, 对于标定模型的系数矩阵条件数, 当 θ_1 与 θ_2 固定不变, 随着 Ω 由 0° 变化到 90° 依次递减, 且在 $\Omega = 90^\circ$ 处取得最小值, 再随着 Ω 由 90° 变化到 180° 依次递增; 在 $\theta_2 = \theta_1$ 和 $\Omega = 90^\circ$ 的情况下, 系数矩阵条件数为 2。且 θ_1 最好能取大一点。无论 θ_1 还是 θ_2 都不能取零, 这是由等效转轴转角的物理性质决定的。以上结论可以对标定姿态的选择和算法的设计提供理论指导。

对于标定模型式(11)的处理, 有两种方式, 可以如式(19)所示

$$\begin{aligned} & ((m-1)R_1 - R_2 - \dots - R_m) \cdot P_{tcp} = \\ & (E_2 + \dots + E_m - (m-1)E_1) \end{aligned} \quad (19)$$

也可以写成式(20)这样的形式

$$A \cdot P_{tcp} = b \quad (20)$$

$$A = \begin{pmatrix} R_1 - R_2 \\ R_1 - R_3 \\ \vdots \\ R_1 - R_m \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} E_2 - E_1 \\ E_3 - E_1 \\ \vdots \\ E_m - E_1 \end{pmatrix}$$

对式(20)最小二乘求 TCP 坐标为

$$P_{tcp} = (A^T A)^{-1} (A^T b) \quad (21)$$

通过试验验证知道 $A^T A$ 的条件数比式(19)的系数矩阵条件数更小, 多数情况下差一个数量级。故以式(20)求解 TCP 为宜。式(17)的误差关系如式(22)所示

$$\frac{\|\delta x\|}{\|x\|} \leq \text{cond}(A) \left(\frac{\|\delta A\|}{\|A\|} + \frac{\|\delta b\|}{\|b\|} \right) \quad (22)$$

由式(22)可见, 系数矩阵的条件数 $\text{cond}(A)$ 相当于误差的放大倍数, 当 $\text{cond}(A)$ 较小, 误差的放大倍数就小, 在 $(\|\delta A\|/\|A\| + \|\delta b\|/\|b\|)$ 一定的情况下, 则 $\|\delta x\|/\|x\|$ 就小。当几次对点的法兰盘原点相距很近, 则在有对点误差的情况下, $\|\delta b\|/\|b\|$ 就相对会较大, 由式(22)知, 即便 $\text{cond}(A)$ 在不同标定下一样, 但较小的 $\|b\|$ 标定会在一定程度导致

$\|\delta \mathbf{x}\|/\|\mathbf{x}\|$ 增大。

式(17)中的矩阵 A 对应标定模型的姿态变化矩阵,列矢量 b 对应标定模型的法兰盘原点偏距,故可以在标定过程中,应当使得多次对点的法兰盘姿态矩阵变化较大,最好能控制各个等效转轴彼此正交,且法兰盘原点偏移应当较大,以使得标定精度较优,降低由于兑点误差造成 TCP 求解精度影响。

1.3 TCP 标定误差分析

关于 TCP 标定误差,本文从以下四个角度阐述其来源,以便更好理解 TCP 标定方法和误差机理。

(1) 对点精度:多点自标定算法中,每一次对点的 $\mathbf{Q}$ 都有一定误差。在计算的时候,将方程组的每一个 $\mathbf{Q}$ 处理为一致的,将式(5)中的 $\mathbf{Q}_{tool}$ 联立消元,进而求解 TCP。目前有关 TCP 标定的文献中大部分采用了这样的处理方式。显然 $\mathbf{Q}$ 的误差会导致 TCP 计算误差。解决措施,是尽可能找到精度高的对点方式,但这并不是一件容易的事情。

(2) 机器人 DH 建模参数误差:机器人 DH 参数误差将导致理论正运动值和实际正运动存在误差。TCP 自标定的过程依赖于运动学方程,如果运动学方程中 DH 参数不准确,则求解出来的结果也会不准确,但 DH 模型误差对 TCP 误差的量化影响及其具体表现形式,还有待进一步研究。

(3) 机器人机构的非线性影响:存在如下情况,在标定好机器人本体 DH 参数和 TCP 后,机器人绕着自身 TCP 运动可以保证很高精度,但让机器人运动到其他位置, TCP 运动误差可能会增大。机器人在不同构型下,杆件的弹性变形程度不同,传动机构的弹性形变和关节减速机背隙不一样,且该误差通常表现为空间不确定性。

(4) 机器人控制器插补算法:控制 TCP 沿指定轨迹或绕 TCP 运动过程,都是笛卡儿空间的路径规划过程,而机器人控制系统是数字控制模式,存在插补周期,所以走空间轨迹时,实际轨迹不可能和理论参考轨迹一致。插补周期越长,绕 TCP 点转动过程的轮廓误差就越大,即便最终可以控制 TCP 落在原点。

以上四个方面以不同的形式影响着机器人 TCP 的标定精度,而情况(1)将直接影响到标定算法计算结果的精确度。

2 TCP 标定算法设计

工业机器人 TCP 自标定的多次对点精度,完全基于操作人员的细致和耐心程度,但这种人为因素

的存在,不可避免地会引入对点的随机误差。各次标定对点的 $\mathbf{Q}$ 误差,也就使得方程组式(11)的等式不能严格成立。针对以上对 TCP 标定模型及 TCP 误差来源的分析和总结,本文提出了一种改进的 TCP 标定算法“五点选优 TCP 标定算法”,是基于经典四点法基础上提出的改进算法。算法具体分为 3 个模块:对点过程位姿选择模块、标定对点数据筛选模块和 TCP 坐标求解模块。

2.1 对点过程位姿选择模块

在经典 TCP “四点”标定算法的基础上,增加了一个标定点,增强了标定模型求解的可靠性。标定模型式(5)实则为超定方程组,且方程组本身的 $\mathbf{Q}_{tool}$ 就存在对点误差,所以无论是基于式(19)还是式(20),求解 TCP 的本质过程变成了拟合过程,拟合出的 TCP 受标定对点精度的影响,但如果对点数量多,且在对点误差能够保障在一定容许误差的情况下,可以使得 TCP 的计算值更接近真值。这也是本文设计五点标定的根据,在四点法的基础上只增加一个对点过程,平衡了标定效率和标定精度。

关于姿态的选择,可以先标定一个姿态,其后四点的旋转矩阵都以相对第一点的旋转矩阵求其等效转轴和转角,然后各个等效转轴之间的夹角大于设定的等效转轴夹角阈值 Ω_{min} ,一般取 $30^\circ \sim 40^\circ$ 为宜,过大夹角在取点时就会遇到困难。同时每次标定的末点法兰盘原点移动距离不宜过小。对于某一特定型号的六关节机器人,例如末端三关节为球形腕关节配置的,即 4 轴、5 轴和 6 轴交于一点的机器人,可以在标定程序中设定好五个标准的参考姿态,且尽量选择等效转角也一致,那么关节角 4、5、6 就确定了,标定时,根据标定程序的引导,各次对点的姿态已经确定,只需要操作者控制关节 1、2 和 3 把末端 TCP 移动到空间所对的那个点即可。另外设计了法兰盘偏移量最小阈值 ΔE_{min} ,五次对点操作形成的 $C_5^2 = 10$ 组法兰盘偏移量 ΔE_i 需要大于或等于法兰盘偏移量最小阈值 ΔE_{min} 。图 6 是对点位姿选择模块设计流程图。

2.2 标定对点数据筛选模块

当所标定的 5 组数据若都满足位姿要求,则进入标定对点数据筛选模块。由于每次所对是空间同一个点,理论上五次所对点应该重合,但实际操作一定会存有偏差,从而会影响 TCP 的求解精度,过大的对点误差甚至会造成 TCP 求解错误。故应该对所对点进行判断,筛选出对点误差小的点组合求解 TCP。而如何甄别出标定对点的不良数据点,成了 TCP 标定对点数据筛选模块的关键。

图 6 对点位姿选择模块设计流程图

5 次标定对点最终确定了 5 组如式(4)所构成的方程组。在第 1.2 节中分析知道了能够求解出 TCP 的最少标定对点次数是 3, 也即至少需要 3 个式(4)所示的基本对点方程构成的方程组才可以求解出 TCP。由于无法直接得知对点 Q 的真实坐标, 故可以通过在求解出 TCP 后, 将 P_{tcp} 代回原方程组式(5)得到各次标定点的 Q 坐标。

当然直接将对点数据代入方程组式(20)求解 TCP 然后再判断各次对点 Q 的偏差是可行的。但是, 在 5 次对点数据中, 筛选出对点精度差的数据, 进而剔除, 将对点精度高的 4 点或者 3 点代入方程组式(20)进行 TCP 求解。这样就可以保证在存在对点误差的情况下, 仍然得到精度较高的 TCP, 而不是如上述描述过程, 单纯是利用求解得到的 TCP 判断对点 Q 的精度, 而不能在得知对点 Q 有误差后无法做任何有价值的工作。

设计的“五选优 TCP 标定算法”, 将 5 次标定每 4 个对点数据为一组, 一组当中的 4 个对点数据再次划分为“三点”, 每“三点”成为一个小组, 进而可以求得 4 个 Q_{tool} 值。如果对点精度较高, 则这 4 个 Q_{tool} 应该分布很集中, 即 4 个 Q_{tool} 的偏差矢量的模比较小。算法设计了一个误差阈值 ε_{max} , 当 4 个 Q_{tool} 的偏差矢量的模的最大值小于误差阈值

ε_{max} , 则判断该 4 次对点分布集中, 可以将这四点代入 TCP 求解模块; 当有 Q_{tool} 的偏差矢量的模大于误差阈值 ε_{max} , 则存在对点精度不高的点, 不再进行 TCP 计算, 否则会产生较大的求解误差。一共有 5 组对点 Q_{tool} 偏差值 $\Delta Q_{max}(i)$, 其中 $(i=1, \dots, 5)$ 。对于筛选的结果, 一共可以分为以下 4 种情况。

(1) 如果标定对点数据筛选模块中 5 组数据求得的 Q_{tool} 偏差都大于误差阈值 ε_{max} , 则表明此次标定数据都不合格, 应该重新标定。

(2) 如果 5 组对点数据都合格, 表明这 5 个 4 点组合判断的 $\Delta Q_{max}(i)$ 都不大于误差阈值 ε_{max} 。但如果存在 1 组对点数据的 $\Delta Q_{max}(i)$ 特别小, 小于误差阈值 ε_{min} , 该阈值 ε_{min} 小到几乎为 0, 则以这 4 个对点数据形成的组合进行 TCP 求解。

(3) 如果 5 组对点数据都合格, 但是这些误差值 $\Delta Q_{max}(i)$ 没有一组小于误差阈值 ε_{min} 的, 则利用这 5 点进行 TCP 求解。

(4) 如果 5 组对点数据部分合格, 即不是所有的 $\Delta Q_{max}(i)$ 小于或等于误差阈值 ε_{max} , 但这五组对点数据中, 一定存在合格的组合, 则选取最小的 $\Delta Q_{max}(i)$ 对应的四点组合进行 TCP 求解。

图 7 是对点位数据筛选模块的设计流程图。

图 7 对点数据筛选模块流程图

2.3 TCP 坐标求解模块

传统的 TCP 求解算法通常直接根据式(21)求解, 本文认为式(11)的等式是不严格成立的, 但是, 各次对点过程的 TCP 是一致的, 也即 P_{tcp} 在方程组(5)的各个方程中保持不变, 可以先将 P_{tcp} 从方程组(5)中消元, 然后根据式(23)先求出最小二乘对点 Q 坐标, 然后将 Q 代入方程组式(5), 进而求得 TCP 坐标, 求解算法如式(24)所示

$$Q = \frac{\begin{pmatrix} R_1^{-1} - R_2^{-1} \\ \vdots \\ R_1^{-1} - R_m^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1^{-1} E_1 - R_2^{-1} E_2 \\ \vdots \\ R_1^{-1} E_1 - R_m^{-1} E_m \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} R_1^{-1} - R_2^{-1} \\ \vdots \\ R_1^{-1} - R_m^{-1} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} R_1^{-1} - R_2^{-1} \\ \vdots \\ R_1^{-1} - R_m^{-1} \end{pmatrix}} \quad (23)$$

$$P_{tcp} = \frac{\begin{pmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_m \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} Q - E_1 \\ \vdots \\ Q - E_m \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_m \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_m \end{pmatrix}} \quad (24)$$

3 试验验证

由于实物验证缺乏对真实数据的获取, 所以试验验证分为两个环节, 先在机器人仿真软件上对以上算法和部分设计思想进行试验验证, 再将算法集成在机器人控制系统中。实物验证所选用的机器人本体为华数机器人 HSR_JR612B 六关节机器人, 控制系统采样华数 III 型 IPC 系统。

机器人仿真软件选用 RoboDK, 选用的机器人模型是 KUKA KR 210 R2700 六关节机器人, 在法兰盘末端安装的工具其理论 TCP 点是 (2,0,402), 空间所对点在机器人基坐标系下的理论值是 (1548,0,1167), 单位为 mm。为了体现标定过程对点的误差, 每次对点都特意进行了对点偏置操作, 下面进行了两组试验, 分别验证标定位姿选择模块、对点数据筛选模块和 TCP 坐标求解模块。

3.1 标定位姿选择模块验证

标定位姿选择模块以三点法为例进行试验, 验证对点位姿对 TCP 求解稳定性的影响情况, 设置了三组对比试验, 分别记为 A、B、C。组 A 姿态满足要求, 而法兰盘位置偏距不满足要求。组 B 姿态不满足要求, 位置偏距满足要求。组 C 位置和姿态都满足要求。A、B、C 三组试验的空间所对点空间距

离误差保持一致, 如图 8~10 和表 3~5 所示。

表 3 试验 A 记录

试验 A	X	Y	Z
标定点 1	1 548.4	-0.3	1 167.2
标定点 2	1 548.1	0.5	1 167.1
标定点 3	1 547.4	0.2	1 166.4
旋转轴夹角	55.293		
法兰盘原点偏距			
标定点 1、2 间	标定点 1、3 间	标定点 2、3 间	
38.350	24.399	62.457	
TCP 值	10.529	-13.332	407.304

图 8 试验 A 三次对点位姿

表 4 试验 B 记录

试验 B	X	Y	Z
标定点 1	1 548.4	-0.3	1 167.2
标定点 2	1 548.1	0.5	1 167.1
标定点 3	1 547.4	0.2	1 166.4
旋转轴夹角	0.650		
法兰盘原点偏距			
标定点 1、2 间	标定点 1、3 间	标定点 2、3 间	
340.169	44.579	379.645	
TCP 值	2.173	-259.478	402.196

图 9 试验 B 三次对点位姿

表 5 试验 C 记录

试验 C	X	Y	Z
标定点 1	1 548.4	0.3	1 167.2
标定点 2	1 548.1	0.5	1 167.1
标定点 3	1 547.4	0.2	1 166.4
旋转轴夹角	80.742		
法兰盘原点偏距			
标定点 1、2 间	标定点 1、3 间	标定点 2、3 间	
306.322	508.316	610.289	
TCP 值	2.057	0.613	402.705

图 10 试验 C 三次对点位姿

以上试验可见选择合适的标定位姿对于精确求

解 TCP 是至关重要的。

3.2 对点数据筛选模块及 TCP 求解模块验证

为了验证“对点数据筛选模块”的筛选效果和可靠性,进行 5 次标定对点操作,并将前 4 个标定点位导入 RoboDK,比较“五点选优标定算法”与 RoboDK 的求解精度。在试验中,特意设定了第 4 个标定点为大误差点。

表 6 “五点选优 TCP 标定算法”对点数据及 TCP 求解

标定点点	X	Y	Z
标定点点 1	1 548.4	0.3	1 167.2
标定点点 2	1 548.1	0.5	1 167.1
标定点点 3	1 547.4	0.2	1 166.4
标定点点 4	1 550.1	0.5	1 167.1
标定点点 5	1 547.8	0.2	1 166.8
TCP 值	2.699	0.346	402.203

从表 6 可以看出,5 个标定点的分散程度较大,尤其是第 4 个标定点点,根据“五点选优 TCP 标定算法”原理,以上 5 个点有 5 种分组方式,如表 7 所示。

表 7 对点数据分析

标定点点分组	标定对点最大距离	TCP 坐标
1、2、3、4 组	1.548	[1.790, 0.661, 402.818]
1、2、3、5 组	0.383	[2.699, -0.346, 402.203]
1、2、4、5 组	1.928	[1.572, 0.581, 402.699]
1、3、4、5 组	5.836	[-467.3, 328.4, 290.2]
2、3、4、5 组	1.861	[1.368, 0.611, 402.747]

RoboDK 的计算结果如图 11 所示。

图 11 RoboDK 的 TCP 标定

从图 11 可以看出 RoboDK 的 TCP 标定误差是 1.187 mm,而“五点选优 TCP 标定算法”的 TCP 标定误差为 0.806 mm,可见“五点选优 TCP 标定算法”的标定结果相比 RoboDK 要精确。“五点选优 TCP 标定算法”能在一定程度上过滤掉标定误差大的点,如该组试验,从 5 个对点数据中,排除了第 4 个点,选取的是如表 7 中所示的 1、2、3、5 数据点进行 TCP 求解,从而使得最终代入 TCP 求解方程的数据精度有一定保障,避免数据误差而导致的 TCP 求解误差。

在试验验证环节,设计了一个带尖点的工具安

装于法兰盘末端,进行标定试验,如图 12 所示。

图 12 TCP 标定试验

为了更直观地对比改进后算法的标定精度,借助了 Dynacal 拉线式机器人 TCP 标定仪器对同样的工具 TCP 点进行标定对比验证。图 13 展示了该试验的硬件平台。

图 13 Dynacal 拉线式机器人 TCP 标定

控制机器人按照要求进行 5 次对点操作,试验过程的关节数据见表 8。控制系统按照“五点选优 TCP 标定算法”自动求解出该工具的 TCP 坐标值,为(105.142,-73.812,150.213),之后用 Dynacal 拉线式机器人本体标定仪器进行标定检验, Dynacal 试验结果是(105.212,-73.709,150.161)。

表 8 HSR_JR612B 机器人 TCP 标定对点关节坐标

关节	1	2	3	4	5
关节 1	8.481	13.033	5.979	11.595	0.038
关节 2	-78.419	-74.594	-86.249	-73.375	-38.623
关节 3	210.066	211.246	218.654	207.651	189.545
关节 4	0.001	-27.095	12.351	-13.949	-36.454
关节 5	48.355	49.052	40.996	67.103	75.599
关节 6	8.459	31.579	-24.189	0.337	-93.115

相比四点标定方式, 对上述 5 次标定的 5 组数据的每 4 组进行组合, 求解 TCP 坐标, 结果如表 9 所示。

表 9 传统 4 点标定 TCP 求解结果

TCP	组合 1	组合 2	组合 3	组合 4	组合 5
X	105.221	105.389	106.013	105.301	106.127
Y	-73.216	-73.559	-73.681	-72.982	-73.512
Z	151.120	151.229	149.052	151.221	150.011

将表 9 中的五组 4 点标定算法求解的 TCP 结果与 Dynacal 系统求解结果对比, 取偏差的 2 范数作为比较标准, 得到表 10, 并将 5 点选优标定算法的求解结果记录于表 10。

表 10 不同方法与 Dynacal 求解结果比较

不同方法与 Dynacal 偏差	偏差的 2 范数偏差值
组合 1	1.078 3
组合 2	1.092 9
组合 3	1.368 3
组合 4	1.288 4
组合 5	0.947 9
5 点选优	0.884 1

通过对 5 种组合的旋转轴夹角和对点数据进行分析, 并结合表 10 可以知道, 设计的“五点选优标定算法”是利用该次标定的 5 组数据共同进行 TCP 结果计算, 求解结果较传统四点标定精度有所提高。

4 结论

本文重点阐述了 TCP 标定模型的对点数目和对点位姿对 TCP 求解精度的影响机理, 并在四点标定法的基础上, 改良了标定算法, 设计了“五点选优 TCP 标定算法”, 能在标定对点数据存在误差的情况下, 进行判别筛选, 从而提高 TCP 求解结果的可靠性和精确性。

参 考 文 献

- [1] DENAVIT J, HARTENBERG R S. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices[J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1955, 22: 215-221.
- [2] BRUNO S, LORENZO S, LUIGI V, et al. Robots modeling, planning and control[M]. London: Springer, 2010.
- [3] 周祥. 工业机器人工具及工件坐标系的标定研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2015.
ZHOU Xiang. Research on calibration of industrial robot tools and workpiece coordinate system[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2015.

- [4] BENNETT D J, GEIGER D, HOLLERBACH J M. Autonomous robot calibration for hand — eye coordination[J]. International Journal of Robotics Research, 1991, 10(5): 550-559.
- [5] 牛雪娟, 刘景泰. 基于奇异值分解的机器人工具坐标系标定[J]. 自动化与仪表, 2008, 23(3): 1-4.
NIU Xuejuan, LIU Jingtai. Calibration of robot tool coordinate system based on singular value decomposition[J]. Automation & Instrumentation, 2008, 23(3): 1-4.
- [6] JORGE A. Fundamentals of robotic mechanical[M]. London: Springer, 2010.
- [7] 李瑞峰, 候琳琪, 陶谦. 机器人末端工具参数自动标定方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1998, 30(3): 74-77.
LI Ruifeng, HOU Linqi, TAO Qian. Automatic calibration method of robot end tool parameters[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 1998, 30(3): 74-77.
- [8] 吴聊, 杨向东, 蓝善清, 等. 基于平面模板的机器人 TCF 标定[J]. 机器人, 2012(1): 98-103.
WU Liao, YANG Xiangdong, LAN Shanqing, et al. Robot TCF calibration based on planar template[J]. Robot, 2012(1): 98-103.
- [9] 韩奉林, 江晓磊, 严宏志. 基于可测距平板工具的机器人 TCP 标定方法[J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(8): 18-23.
HAN Fenglin, JIANG Xiaolei, YAN Hongzhi. Ranging flat tool robot TCP calibration method based on[J]. Computer Engineering and Applications, 2016, 52(8): 18-23.
- [10] 刘蕾. 一种弧焊机器人工具标定方法[J]. 自动化与仪器仪表, 2014(9): 76-77.
LIU Lei. A tool calibration method for arc welding robot[J]. Automation and Instrumentation, 2014(9): 76-77.
- [11] 张华君, 夏超, 叶永龙, 等. Staubli 激光切割机器人工具标定[J]. 轻工机械, 2013, 31(2): 7-11.
ZHANG Huajun, XIA Chao, YE Yonglong, et al. Tool calibration of Staubli laser cutting robot[J]. Light Industry Machinery, 2013, 31(2): 7-11.
- [12] CHRISTOF B, JÖRG W. Enhanced calibration of robot tool centre point using analytical algorithm[J]. International Journal of Materials Science and Engineering, 2015, 3(1): 12-18.
- [13] XUGUANG W, EDWARD R. Robotic TCF and rigid-body calibration methods[J]. Robotica, 1997, 15: 633-644.
- [14] HOLLERBACH J M. A survey of kinematic calibration[J]. Cambridge: MIT Press, 1989.
- [15] LU Zongxing, XU Chunguang, PAN Qinxue, et al. Automatic method for synchronizing workpiece frames in

twin-robot nondestructive testing system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(4): 860-868.

作者简介: 周星, 男, 1982 年出生。主要研究方向为工业机器人运动控制系统、多模态感知与交互技术、智能故障诊断技术等。
E-mail: zhouxing@hzncc.com

黄石峰(通信作者), 男, 1993 年出生, 博士研究生。主要研究方向为工业机器人运动规划、高精度插补算法、智能前瞻算法、奇异问题研究、动力学的建模、辨识与控制、顺应性控制研究等。

E-mail: d201677154@hust.edu.cn

朱志红, 男, 1964 年出生, 教授。主要研究方向为数控技术、交流伺服驱动技术、开放式运动控制平台技术研究与产品化。

E-mail: 13397157689@189.cn