DOI: 10.3901/JME.2020.12.073

精密极薄带轧制理论研究进展及展望*

任忠凯^{1,2,3} 郭雄伟^{1,2,3} 范婉婉^{1,2,3} 王涛^{1,2,3} 熊晓燕^{1,2}

- (1. 太原理工大学先进金属复合材料成形技术与装备教育部工程研究中心 太原 030024;
2. 太原理工大学机械与运载工程学院 太原 030024;
3. 太原理工大学中澳联合研究中心 太原 030024)

摘要: 精密极薄带具备优异的精度、耐蚀性、表面光洁度等性能。随着微制造、微电子等高新技术领域的快速发展,对极薄带的综合性能提出了更苛刻的要求,但是极薄带轧制生产中仍然存在成材率低、残余应力大、局部泡泡浪等问题。为了进一步推动人们对极薄带生产的深入研究,促进精密极薄带轧制理论的发展,主要综述极薄带轧制力理论、最小可轧厚度理论、极薄带塑性变形理论、辊系弹性变形理论的研究进展及存在的问题。针对上述综述进行分析,发现传统的最小可轧厚度理论存在明显的局限性,导致理论分析结果与试验结果误差比较大;极薄带轧制过程中经常会出现辊端压靠现象,但传统压扁计算理论在轧辊端部计算误差比较大。针对上述问题,建立适用于极薄带轧制的条件最小可轧厚度理论和考虑辊端压靠的板形控制模型。但是极薄带轧制过程中出现的一些特殊科学难题,无法利用传统理论进行解释,因此展望其未来的研究趋势——从微/介观尺度分析精密极薄带轧制过程中变形机理与微观结构特性。

关键词: 精密极薄带; 轧制力模型; 最小可轧厚度理论; 辊系弹性变形理论; 微/介观尺度

中图分类号: TG113

Research Progress and Prospects of Precision Ultra-thin Strip Rolling Theory

REN Zhongkai^{1,2,3} GUO Xiongwei^{1,2,3} FAN Wanwan^{1,2,3} WANG Tao^{1,2,3} XIONG Xiaoyan^{1,2}

- (1. Engineering Research Center of Advanced Metal Composites Forming Technology and Equipment of Ministry of Education, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024;
2. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024;
3. TYUT-UOW Joint Research Centre, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024)

Abstract: Precision ultra-thin strip has excellent precision, corrosion resistance, surface finish, and other properties. With the rapid development of micro-manufacturing, micro-electronics and other high technology fields, the comprehensive performance of precision ultra-thin strip has been put forward more stringent requirements, but there are still problems in the rolling production of the ultra-thin strip, such as low yield, large residual stress, local bubble wave and so on. In order to further promote the in-depth research on the production of ultra-thin strip and promote the development of ultra-thin strip rolling theory, the research progress and existing problems of the rolling force theory, the minimum rolling thickness theory, the plastic deformation theory of ultra-thin strip and the elastic deformation theory of roll system are mainly summarized. Based on the above analysis, it is found that the traditional theory of the minimum rolling thickness has obvious limitations, which results in a large error between theoretical analysis results and experimental results; phenomenon of the work roll edge contact often occurs in the ultra-thin strip rolling process, but the conventional flattening calculation theory has a large calculation error at the end of the roll. In view of the above problems, a new formula for the conditional limiting producible thickness considering the restriction of the rolling force and a plate profile control model considering the work roll edge contact is derived. However, the ultra-thin strip with some special scientific problems in the process of rolling cannot be explained by traditional theory. Therefore, the future research trend of ultra-thin strip rolling is prospected, which is to analyze the deformation mechanism and microstructure characteristics from micro/mesoscopic scale

Key words: precision ultra-thin strip; rolling force model; the limiting producible thickness theory; roll elastic deformation theory; micro/mesoscopic scale

* 国家自然科学基金(51974196)、中国博士后科学基金(2019M651074)、山西省科技重大专项(20181102015)、太原市科技重大专项(170203)和山西省高等学校科技创新(2019L0155)资助项目。20191018 收到初稿, 20200218 收到修改稿

0 前言

一般把厚度小于 0.1 mm 的高精度、高稳定性带钢称为精密极薄带^[1], 精密极薄带作为板带领域中的高端产品, 具备优异的精度、耐蚀性、表面光洁度等性能。随着现代科学技术的进步, 产品微型化趋势日益加快, 特别是随着高精尖微机电系统 (Micro-electromechanical system, MEMS) 领域的高速发展, 由精密极薄带成形制备的微型件的应用与需求与日俱增^[2-3]。微成形技术是 21 世纪最具发展潜力的高新技术之一, 其具有广阔的发展前景, 同时具备很高的理论与实践价值, 所制备的微型件是微机电系统的重要组成部分, 在航空航天、军事、国防、电子通信、医疗器械、仪器仪表等领域有着非常广泛的应用。如图 1 所示, 柔性显示屏采用高疲劳强度、高平整度的 304 不锈钢极薄带作为屏幕基底; 汽车安全气囊使用高性能、高稳定性的软态 304 极薄带; 飞行器上的蜂窝结构材料、弹性敏感元件、隔热件、波纹管、金属膜片、衬片、弹簧等均采用了密封性好、耐高温耐腐蚀性强的不锈钢极薄带; 电子元件的按键弹片 (锅仔片) 采用强度硬度高、疲劳性能好的 301 极薄带; 高端电子行业中使用的电池包覆材料采用平整度好、良好成形性的软态 304 极薄带; 血管支架采用易加工成形、耐腐蚀性高, 与人体完美融合的亲生物金属-钛合金极薄带; 微型机器人中的高精尖微型零部件采用近似于零残余应力的精密铜极薄带。

图1 精密极薄带的应用领域

微制造、微电子等高新技术领域的快速发展推动了人们对极薄带生产的深入研究, 进一步促进了极薄带轧制理论的发展。国内外学者从多方面对极薄带轧制进行了深入研究, 本文主要从极薄带轧机、极薄带轧制力计算理论、最小可轧厚度理论、金属塑性变形理论及辊系弹性变形理论展开分析。

1 极薄带轧制用多辊轧机研究进展

对于极薄带轧制, 由于受到最小可轧厚度的限制, 传统的二辊、四辊轧机已不能满足生产所需。为了解决这一问题, 便出现了既具有小的轧辊直径, 又具有良好刚度的多辊轧机。最初出现的多辊轧机是由 MATHCY 在 1910 年设计的六辊轧机^[4]。但是, 六辊轧机有一个明显的缺陷, 结构上受到两个支承辊间隙的限制。当工作辊直径减少到其公切线与支承辊水平切线重合时, 工作辊直径就不能继续减小。为了解决这一问题, 德国的工程师 ROHN 于 1930 年申请到了第一台十二辊轧机的专利许可证, 这台罗恩式十二辊轧机的工作辊、中间辊、支撑辊直径分别设计为 10 mm、20 mm、40 mm, 轧机能通过多道次的轧制将厚度 0.5 mm 的坯料轧制成 0.01 mm 的镍带^[5]。但是该种形式的轧机没有采用多支点梁支撑辊结构, 因此降低了轧机的整体刚度, 这种钳式结构的轧机也不能轧制较宽的带材。为了减小十二辊轧机工作辊直径, 同时提高轧机的刚度, 森德威 (SUNDWIG) 公司在罗恩的基础上又安装了 8 个支承辊, 设计了罗恩二十辊轧机。这种轧机的工作辊和第一层中间辊没有径向固定装置, 第二层支承辊用弹簧悬挂在机架上, 并用径向止推轴承支撑, 而且最外层支承辊没有多点支撑。因此, 这种轧机刚度比较差。

为了提高多辊轧机刚度, 被世人称之为二十辊轧机之父的波兰工程师森吉米尔博士 (SENDZIMIR) 1945 年成功研制出了世界上第一台二十辊轧机^[6]。森吉米尔轧机与其他多辊轧机的本质区别是具有整体铸造 (或锻造) 机架, 造成轧制力的传递方式不同。轧制力由工作辊通过中间辊传到支承辊, 最终传到整体机架上。塔形辊系具有高刚度与高稳定性的优点, 随着工业的发展, 这使得森吉米尔二十辊轧机的应用更加普遍。

2 轧制力计算理论的研究进展

轧制力模型的准确性对带钢厚度尺寸的控制起着决定性的作用。如图 2 所示, 最早的轧制力模型是由 KARMAN^[7]于 1925 年提出的, 在理论推导过程中轧件宽展忽略不计, 将三维变形简化为平面应变问题, 而且假设水平应力沿断面高度均匀分布。1943 年 OROWAN 等^[8]也在平面应变的前提下建立了轧制力模型, 但是与卡尔曼假设最重要的区别如下: 假设垂直横断面上存在切应力且水平应力沿厚

度分布不均匀。轧制过程中轧辊在变形区接触压力的作用下发生局部的弹性压扁, 而工作辊的弹性压扁对轧制压力的分布有很大影响, 但是卡尔曼与奥罗万假设轧辊为刚性体, 忽略了轧辊的弹性变形。

图2 传统轧制力模型

针对轧辊弹性压扁问题, HITCHCOCK^[9]假设轧辊变形后为直径增大的圆弧形轮廓, 从而建立了考虑轧辊弹性压扁的接触弧长公式。BLAND 和 FORD 等^[10]在卡尔曼理论的基础上考虑了轧辊弹性压扁得到冷轧轧制力模型。为了能应用于计算机在线控制, 大量的曲线回归成简单的幂函数, 这是 BLAND-FORD 轧制力公式的弊端所在。为了避免 BLAND-FORD 公式的弊端, STONE^[11]建立了考虑轧辊弹性压扁的冷轧平均单位压力的计算方法。由于冷轧时咬入角比较小, 而且轧辊直径与轧件厚度比值比较大, 斯通把轧制过程等同于两平板之间压缩块体的情形。但是, 在难变形的极薄带、箔材轧制及平整过程中, 由于变形区接触弧长远大于轧件的厚度, 导致轧辊在变形区为非圆弧形轮廓。因此传统的冷轧理论已经不适用于极薄带轧制过程。

为此一些学者做了大量的工作, 试图通过对变形区轮廓的深入认识构造新的合适的轧制力计算模型。JORTNER 等^[12]最早运用影响函数法研究了薄带冷轧过程的变形机理, 在考虑轧辊及轧件弹性变形的前提下分析了变形区接触弧的形状及长度, 但是假设整个变形区存在滑动摩擦。但是, JOHNSON 等^[13]认为薄带冷轧过程中轧件在哪个位置首先产生塑性屈服主要取决于轧辊与轧件间的摩擦条件。分析结果表明当轧件减小到某一厚度时, 变形区域内轧辊与轧件间会出现粘着区。为了在板形板厚控制过程中得到准确的轧制力, FLECK 等^[14-15]在 JOHNSON 的基础上提出了新的极薄带冷轧模型, FLECK 基于赫兹接触理论准确求解得到轧辊在变形区接触压扁作用下的轧辊轮廓, 避免了对变形区接触轮廓的假设。如图 3 所示 FLECK 理论认为极薄带轧制过程中塑性压下主要发生在变形区的入口和出口处, 两者之间存在一个中性区, 该区域没有明显的塑性压下, 且假设轧件与轧辊之间不发生相对滑动。但是 FLECK 提出的解析方法存在以下缺点: 为了简化计算忽略了变形区入、出口弹性区; 对于

不同的轧制工况, FLECK 给出了不同的计算程序, 每次求解前必须对不同的轧制工况进行预判, 大大降低了计算效率。

图3 FLECK 轧制力模型

- A. 入口弹性区 B. 入口塑性区
C. 中性区(包含塑性流动区、弹性卸载区)
D. 出口塑性区 E. 出口弹性区

目前基于 FLECK 理论, 提出了多种计算方法, 提高了极薄带轧制力的计算速度及精度。LANGLANDS 等^[16-17]分别基于微扰理论和希尔伯特反变换近似处理 FLECK 模型, 并且与原模型进行对比, 从而验证了近似处理模型的精度。LE 等^[18]和 LIU 等^[19]针对 FLECK 模型计算前需对不同工况进行预判与选择的缺点进行了改进, 在中性区运用极薄带厚度反过来求解压力分布, 从而简化了解析模型。REN 等^[20]针对 FLECK 提出的极薄带轧制理论进行了试验研究和有限元模拟分析, 通过分析发现极薄带轧制过程中可以忽略中性区内的弹性卸载区, 这样可以极大的简化极薄带轧制力的计算模型, 并且建立了轧制压力、摩擦剪应力与轧件厚度的显式表达式, 从而开发了计算速度快、精度高、适用于在线应用的极薄带轧制力模型。近年来, 一些学者^[21-23]在 FLECK 模型的基础上考虑了润滑摩擦模型, 开发了更加准确的轧制力模型。

3 最小可轧厚度理论的研究进展

在带材冷轧生产过程中, 人们发现带材轧到某一厚度后再继续轧薄会遇到困难, 即使设备达到最大许用轧制力, 轧件依然没有明显的减薄, 即板带轧制存在一个最小可轧厚度^[24]。最小可轧厚度公式逐步成为设计轧机时选定轧辊直径和为已有轧机确定产品规格范围的理论依据。

对最小可轧厚度的理论研究最具代表性的是 STONE 的工作^[25], STONE 认为极薄带轧制过程中轧辊被严重压扁, 只要轧件中心截面处不发生塑性变形, 轧件便达到极限厚度。STONE 公式(式(1))表明最小可轧厚度与轧辊直径、轧辊弹性模量、轧件屈服强度、张力和摩擦因数相关。在 STONE 工

作的基础上, FORD 等^[26]也对最小可轧厚度进行了研究, 在求解变形区长度时修正了接触弧长公式, 然后给出了相应的计算公式。连家创^[27]在考虑轧件弹性变形的前提下, 阐述了入、出口弹性变形区单位压力和塑性区单位压力的计算公式, 在此基础上给出了最小可轧厚度公式。TANG 等^[28]通过试验得到同步轧制与异步轧制中轧件的最小可轧厚度, 并且考虑异步轧制条件下搓轧区比例的影响, 将 STONE 公式与 HITCHCOCK 公式联立推导出异步轧制最小可轧厚度公式。但他们的工作均假设在轧制压力作用下轧辊产生弹性压扁变形后轧辊仍保持圆弧状, 变形区由入口弹性区、塑性变形区和出口弹性区组成。

$$h_{\min}^s = 3.58 \frac{D\mu(1.15\sigma_s - \sigma_p)}{E} \quad (1)$$

式中 μ ——摩擦因数;
 σ_s ——轧件屈服强度;
 σ_p ——作用在轧件上的前张力;
 D ——工作辊直径;
 E ——轧辊弹性模量。

半个多世纪以来, 最小可轧厚度理论得到了广泛的应用, 对轧制理论的发展和轧制技术的进步起到了巨大的推动作用, 但是在生产实践中人们发现, 传统最小可轧厚度公式的计算结果与试验结果有差距。PAWELSKI 等^[29]在直径为 300 mm 的轧机上轧制脱氧铝带时得到如下结果, 当带材厚度远小于到 STONE 公式计算最小可轧厚度时, 仍可得到接近 10% 的压下变形。朱泉等^[30]通过试验与理论分析认为, 当轧件厚度小到一定程度时变形区中出现弹性核, 导致轧制压力迅速增大, 延伸变形困难, 但并不会出现最小可轧厚度。吴首民^[31]以 1220 冷连轧机组为研究对象, 通过大量的现场试验发现实际轧制最小厚度小于 STONE 公式及 BLAND 模型计算的结果, 从而回归了最小可轧厚度模型, 满足了现场生产使用。TATENO 等^[32]在不同轧制条件下对最小厚度进行了试验研究, 结果表明利用 STONE 公式计算得到的最小厚度要比试验结果几乎大两倍, 并且提出了考虑轧件边裂现象的最小可轧厚度公式。

针对上述问题, XIAO 等^[33]基于 FLECK 极薄带轧制理论, 进行了最小可轧厚度理论分析, 推导出新的考虑轧制力限制的条件最小可轧厚度公式(式(2))和不考虑轧制力限制的理论最小可轧厚度公式(式(3))。通过试验验证了新公式计算结果与实测结果非常吻合, 以及本文最小可轧厚度理论的正确性。研究表明, 对于极薄带轧制存在一个理论最小

可轧厚度, 理论最小可轧厚度与轧辊直径、弹性模量、轧件屈服强度、张力和摩擦系数相关, 理论最小可轧厚度公式与 STONE 公式形式一致, 但其值为 STONE 公式计算值的 22%。对于实际轧制过程, 由于轧机最大轧制力的限制, 存在一个条件最小可轧厚度, 条件最小可轧厚度除与轧辊直径、弹性模量、轧件屈服强度、张力和摩擦因数相关外还与轧机所能提供的最大轧制力有关。

$$h_{\min}^0 = 0.78 \frac{D\mu(1.15\sigma_s - \sigma_p)}{E} \quad (2)$$

$$h_0^p = h_{\min}^0 \left\{ \frac{h_{\min}^0}{\mu(CDp_w)^{1/2}} + \left[1 + \frac{(h_{\min}^0)^2}{CDp_w\mu^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (3)$$

式中 μ ——摩擦因数;
 σ_s ——轧件屈服强度;
 σ_p ——作用在轧件上的前张力;
 D ——工作辊直径;
 $C = \frac{8(1-\nu^2)}{\pi E}$;
 ν ——工作辊泊松比;
 p_w ——单位宽度的轧制力;
 E ——轧辊弹性模量。

4 极薄带轧制板形控制理论

板形控制理论是极薄带轧制的核心控制技术之一, 其主要研究轧后板带材横向各部位是否产生飘曲和波浪, 取决于延伸率沿横向方向是否相等。板形控制理论主要包括金属塑性变形理论和辊系弹性变形理论, 多年来国内外学者针对板形控制理论已经进行了深入研究。

4.1 轧辊弹性变形理论的研究进展

4.1.1 辊系及轧件间的接触变形计算理论

轧辊弹性变形理论是板形控制理论的主要组成部分。轧件在变形后的轧辊作用下通过辊缝, 轧辊的弹性变形直接影响轧件最终的断面形状。轧辊弹性变形主要包括轧辊与轧辊之间的压扁变形、轧辊与轧件间的压扁变形以及轧辊的挠曲变形。从 20 世纪 60 年代开始, 关于轧辊弹性变形的研究发展很快, 目前对轧辊弹性变形的研究主要采用影响函数法进行分析, 因为影响函数法是行业内公认的计算精度较高, 适用范围较广的解析方法, 具有良好的使用效果。

影响函数法是一种源于数学物理中的离散化方法, 其基本思想是沿辊身方向将轧辊划分为若干个单元, 将轧辊受到的载荷及其弹性变形也按照相同

的单元进行离散。利用影响函数法的概念分析任意位置在各单元施加单位载荷作用下引起的弹性变形, 然后将各单元在全部载荷作用下引起的弹性变形叠加起来。

SHOHET 等^[34]首次基于卡式定理给出了工作辊和支承辊挠曲变形的影响函数模型, 分析了轧辊的挠曲变形。但是 SHOHET 工作的最大不足之处是将辊间接触压扁变形与接触压力之间的关系和单位宽轧制力与相对压下量之间的关系都假设为线性关系。针对 SHOHET 理论的不足, EDWARDS 等^[35]将坐标原点取在轧辊中心处, 使上述问题的处理简单化。户澤康寿也采用影响函数法求解轧辊的变形, 将轧辊的弹性变形分为轧辊间的弹性压扁、轧辊与轧件间的弹性压扁及轧辊的弹性挠曲三部分, 分别求出它们在接触压力作用下产生的变形。但是目前计算辊系之间的弹性压扁和轧件对工作辊的弹性压扁时, 主要采用费普尔公式^[36]和半无限体模型^[37]。对于工作辊与轧件的压扁而言, 通常工作辊辊身长度比轧件宽度大, 并且轧辊直径远大于接触弧长, 所以将工作辊与带钢的接触压扁假设成半无限体受力具有合理性, 可以采用半无限体模型进行求解。但是对于辊间接触而言, 这两种压扁模型都有相应的缺陷(图 4)。费普尔公式是基于半平面假设推导而来, 其忽略了轧辊沿轴向的正应力和剪应力的影响, 所以在计算辊间接触压力时存在较大误差。半无限体模型是基于弹性力学中半无限体边界受到法向集中力作用问题的布希涅斯克解。利用该模型计算辊间接触时, 考虑了轧辊沿轴向的正应力和切应力的影响, 但扩大了轧辊边端以外部分对压扁变形的牵制作用。轧辊并非无限长度的半无限体, 由于半无限体模型没有考虑轧辊长度的有限性, 所以在轧辊的边部区域造成很大计算误差。

图 4 传统压扁模型计算误差示意图

针对以上问题, YUAN 等^[38-39]将轧辊视为有限长度的半无限体(图 5), 基于边界积分方程建立了

求解有限长度半无限体的力学模型, 从而给出更准确的计算辊间接触压扁的新模型。为了该模型的实际应用, 对模型进行了离散化处理, 并且将其成功应用于四、六辊轧机轧制过程^[40]。

图 5 有限长半无限体模型

4.1.2 工作辊端压靠计算理论

极薄带轧制过程中经常会出现工作辊端压靠现象(图 6), 辊端压靠是指轧制过程中上下工作辊在带钢宽度以外发生相互接触压扁的现象。当工作辊发生压靠现象时, 轧制力会迅速增大, 对轧制力横向分布、轧辊挠曲变形、带材断面轮廓等会造成一定的影响。如果板形控制模型中没有考虑辊端压靠现象, 结果会导致板形、板厚控制误差增大。

图 6 工作辊边缘接触示意图

近年来国内外学者对此进行了理论和试验研究。JIANG 等^[41-42]给出考虑辊端压靠的四辊轧机辊系变形影响函数模型和迭代方法, 分析了辊端压靠对轧制力、辊间接触压力和板凸度的影响。白振华等^[43]和戴杰涛等^[44]分别研究了辊端压靠对六辊轧机板厚和板形控制的影响, 提出了通过弯辊和辊形控制辊端压靠的方法。任忠凯等^[45]基于有限长半无限体压扁模型, 耦合了轧辊挠曲变形模型与板带塑性变形模型, 建立了更加精确的四辊轧机辊端压靠模型, 运用该压靠模型研究了不同板宽、弯辊力对轧制力、张力、出口厚度分布的影响规律。管健龙等^[46]借鉴弹性悬臂梁法和影响函数法研究了薄铝带轧制过程中发生辊端压靠现象对辊系受力和铝带断面形状的影响。YANG 等^[47-48]基于条元法给出了新的薄带边部板形控制模型, 并成功应用于实际生产中。

上述针对辊端压靠的治理主要应用于四、六辊轧机。但是,难变形的极薄带通常采用多辊轧机进行轧制,尤以二十辊轧机为主。二十辊轧机轧制过程中经常会发生严重的辊端压靠现象,导致极薄带边部产生严重的碎边浪,采用通常的板形调控方法已很难消除。针对上述问题,REN等^[49]建立了考虑辊端压靠的二十辊轧机板形解析模型,并进行了相关试验研究。结果表明当出现轻微的辊端压靠现象时,通过第一中间锥度辊横移可以消除辊端压靠;当出现严重的辊端压靠现象,此时利用传统的调控手段已经很难消除边浪,为了改善板形可以通过增大工作辊端部直径来增加端部辊端接触压力,从而调节承载辊缝形状,消除碎边浪。

4.2 金属塑性变形理论的研究进展

金属塑性变形模型同样是板形控制理论的主要组成部分,如图7所示,辊缝中金属横向流动问题是研究前后张力横向分布的基础^[50-53]。随着塑性力学、连续介质力学等基础理论的进步,以及电子计算机的快速发展,进一步推动了学者对轧制过程中金属三维塑性变形规律的研究。目前计算轧件三维变形的理论方法主要包括三维差分法、变分法、有限元法等。

图7 轧件在辊缝中的变形

4.2.1 三维差分法

三维差分法将变形区的应力平衡微分方程沿纵向和横向分别取差分形式,然后与本构方程、塑性屈服条件、体积不可压缩定律以及边界条件等联立,利用数值法和迭代法分别求出三向应力分布和板宽边缘形状曲线。但是,三维差分法在计算轧制压力的横向分布方面与窄带试验结果吻合较好,而宽展量与前张力横向分布的计算结果误差较大。

从20世纪60年代初到70年代中期,许多学者利用三维差分法对轧制过程中轧件三维变形问题进

行了研究。柳本左門等^[54]在引入轧辊和材料间的“相对平均滑动角”概念的基础上,增加了一个宽度方向的微分方程,得到了刚体轧辊作用下的刚塑性轧件的三维应力分布。TROOST^[55]首次提出了宽展系数的概念,解析过程中对问题进行了大量简化且没有考虑剪应力的影响,也没有详细分析入口和出口的边界条件。1976年户澤康寿等^[56]将初等理论扩展到三维,并且耦合轧辊变形给出了窄带三维变形的全理论式解。由于全理论式解不适用于宽带分析,1980年户澤康寿等^[57]将变形区简化为平板间压缩模型后给出了半理论式解。为了研究适用于宽带的三维全理论式解,1982年户澤康寿等^[58]降低了宽度方向平衡方程的要求,微分等式被积分等式代替,从而得到更符合实际情况的结果。1984年连家创^[59]在粘着区用预位移原理计算摩擦力,对户澤康寿的宽板全理论式解进行了改进,使其横向平衡微分方程的精确得到满足。2008年DIXON等^[60]利用三维差分法开发了在线板形控制模型,用来预测轧后轧件的出口厚度分布及板形缺陷。2014年WANG等^[61]通过有限元模拟得到轧件横向流动因子,修正了基于三维差分法得到的轧件塑性变形模型,从而得到了薄带冷轧过程中比较准确的前后张力模型。2017年HWANG等^[62]使用有限差分来计算工作辊和支承辊的挠度,将其作为箔材宽度方向上的力密度函数,从而建立了铝箔轧制用四辊轧机的数学模型,利用该模型分析了厚度0.05 mm,宽度40 mm铝箔轧制过程中工作辊材质对表面质量的影响。

4.2.2 变分法

变分法又称为能量法,其根据轧制过程的特点,构造满足位移边界条件的位移(速度)函数,然后根据最小能量理论,确定位移函数中的待定参数(函数),最后进行三维应力和变形计算。变分法具有较高的计算效率,目前在板带冷轧分析中得到了广泛的应用。

1965年,TARNOVSKII^[63]首先基于能量法建立了单参数速度场模型来分析金属的变形。1975年OH等^[64]基于极值原理分析了轧制过程中理想刚塑性材料的三维变形,得到了轧件的宽展、轧制力及轧制扭矩。JOHNSON^[65]利用上极值法分析了薄板轧制过程中金属的横向流动及板形。LEE等^[66]基于刚塑性材料的极值原理,提出了预测轧制过程中粗轧阶段板带宽展的新模型,并且应用在了狗骨形截面和矩形截面板带的轧制过程中。LIAN^[67]提出用变分法求解辊缝中金属的横向流动,进而确定前后张力的横向分布。针对出口张应力的计算结果和实际结果有一定误差,LIAN^[68]对原模型进行了一定改

进, 并且成功地应用于薄带冷轧生产中。但是对于极薄带轧制, 采用传统能量法分析时出现了计算误差较大的问题。这是因为传统能量法存在以下三方面不合理之处: 第一方面, 分析过程中都涉及变形区接触弧长度的计算, 通常采用 HITCHCOCK 公式假设接触弧为直径增大的圆弧; 第二方面, 整个变形区通常假设满足库仑摩擦, 导致接触压力及摩擦力计算误差大; 第三方面, 极薄带轧制过程中工作辊直径通常比较小, 当轧辊在变形区为非圆弧形轮廓时, 轧辊局部位置的曲率半径增大显著, 这将导致利用传统公式确定中性点位置及中性点位置处的轧件厚度时, 计算误差会很大。针对上述问题, REN 等^[69-70]基于 FLECK 极薄带轧制力模型, 利用最小势能原理建立了变形区金属横向位移分布的新模型, 并且通过试验和有限元模拟分析验证了模型的准确性。

4.2.3 有限单元法

弹塑性有限元法是 20 世纪 60 年代末由 MARCAL 和山田嘉昭利用 MISES 屈服条件和 PRANDTL-REUSS 弹塑性应力应变关系求解弹塑性问题的数值解并推导出弹塑性刚度矩阵的基础上发展而来^[71]。轧制时轧件经历弹塑性变形过程, 用弹塑性有限元法可以精确分析轧制变形过程, 此方法用于冷轧分析可得到更准确的计算结果。

1985 年 LIU 等^[72]应用二维弹塑性有限元法分析了铜极薄带稳态轧制和非稳态轧制过程中变形区接触压力、摩擦切应力的分布情况。1992 年 GRATACOS 等^[73]利用平面应变弹塑性有限元法分析了薄带冷轧过程中轧辊压扁现象及接触弧上的应力分布。随着计算机的快速发展, 弹塑性有限元法主要用来分析板带的三维变形。2002 年 FURUMOTO 等^[74]为了分析薄带三维轧制变形, 利用弹塑性有限元法准确预测考虑轧辊弹性压扁的接触弧长, 并且分析了接触区单元数量对接触弧长及变形区轮廓计算结果的影响。2015 年 NAKHOUL 等^[75]利用弹塑性有限元法分析了极薄带冷轧过程中入口出口应力应变分布, 从而判断极薄带冷轧过程中的屈曲行为。2018 年 REN 等^[76]通过试验研究和有限元模拟分析了极薄带轧制过程中张力大小、压下量、第一中间辊锥度、第一中间辊锥长对金属横向流动的规律, 结果表明考虑金属横向流动的板形计算结果更接近于实测结果。

虽然传统连续介质力学的塑性变形理论已经趋于完善, 但是随着极薄带厚度越来越小, 极薄带厚度方向仅有几层晶粒, 此时极薄带表面就会出现如图 8 所示的泡泡浪、与轧制方向成 45° 方向的交叉

浪、经过多道次轧制后出现了边裂现象等。采用传统的轧制理论、金属塑性变形理论已经无法解释上述现象。这是因为当极薄带的几何尺寸减小到微米尺度时, 试件的几何尺寸、材料的微观结构尺度对塑性变形行为的影响非常大, 此时宏观变形力学理论已经无法有效地描述微尺度变形行为。为了深入探究精密极薄带轧制过程中, 晶粒大小、形貌、取向等对轧制变形的作用机理, 应该利用晶体塑性理论进行分析解释。

图 8 不锈钢极薄带特殊缺陷

晶体塑性有限元法(Crystal plasticity finite element method, CPFEM)对离散分布的位错进行均匀化处理, 采用连续介质的场变量变形梯度张量来描述位错滑移的宏观效应, 能够反映材料的微观结构特性及变形的本质, 被广泛应用于单晶、多晶的组织演化分析^[77-78]、微观应力应变分布^[79]、变形条件对性能的影响、局部变形^[80]、尺寸效应^[81-82]等方面(图 9)。

图 9 晶体塑性有限元轧制模型

MA 等^[83]利用 CPFEM 研究了 430 铁素体不锈钢薄带轧制过程中组织和晶粒尺寸对表面起皱的影响, 结果表明具有 $\{001\} \langle 110 \rangle$ 取向的细小晶粒可以显著减少 430 铁素体不锈钢拉伸变形过程中的表面起皱现象, 从而提高表面质量。QU 等^[84-87]针对 304 不锈钢和 1060 铝合金通过试验和晶体塑性有限元分析了微柔性轧制过程中初始带钢厚度, 摩擦因数和轧制速度对厚度方向回弹率的影响规律, 以及优化了微柔性轧制工艺。结果表明, 当晶粒越粗大或轧件越薄时, 所获得的回弹值分布则越分散; 晶粒的异质性对轧制力构成较大影响, 粗大晶粒可有效降低轧制力, 但会增加轧制力的波动性从而影响微柔性轧制工艺的稳定性。HUO 等^[88-89]建立了铝极薄带轧制的晶体塑性力学模型, 结果表明, 轧辊的弹性变形以及变形区前滑、后滑对铝箔的几何精度及

表面质量有显著影响。ZHAO 等^[90]系统研究了晶粒尺寸对微轧制过程中铜箔的边缘开裂机理, 试验结果表明, 晶粒尺寸为 19 μm 和 23 μm 的试样在显微轧制后不会产生边缘开裂。但是, 当晶粒尺寸增加到 33 μm 或更大时, 在所有 30%、51% 和 70% 的压下率下, 都会出现明显的边缘开裂。CHEN 等^[91-95]采用 CPFEM 从细观尺度研究微米级极薄带轧制变形行为的影响因素(晶粒取向、晶粒结构、晶粒尺度上的非均匀塑性变形、滑移状态等), 探讨了尺寸微小化引起的极薄带轧制微尺度效应问题。结果表明, 对于单层晶铜箔, 相邻垂直晶界距离越大越易滑移。这种不同的尺度相关行为主要来源于变形区内晶界个数以及晶界和晶粒表层作用区域大小。对于多层晶铜箔, 表层晶粒取向的旋转角度和极点分散度大于内部晶粒; 随晶粒尺寸的减小, 滑移能扩展到表层晶粒整个晶粒范围的滑移系个数基本不变, 而扩展到内部晶粒整个晶粒范围的滑移系个数增多。这种尺度相关行为是由晶粒尺寸减小, 晶界作用区域增大造成的。

5 结论

(1) 基于赫兹接触理论建立了准确的极薄带轧制力模型, 该模型认为极薄带轧制过程中塑性压下主要发生在变形区的入口和出口处, 两者之间存在一个中性区, 该区域没有明显的塑性压下。解决了极薄带轧制过程中轧辊在变形区被压扁为非圆弧形轮廓引起的计算误差大的问题。

(2) 基于 FLECK 极薄带轧制理论, 建立了准确的理论最小可轧厚度公式和考虑轧制力限制的条件最小可轧厚度公式。

(3) 将轧辊视为有限长度的半无限体, 基于边界积分方程法建立了求解有限长度半无限体的力学模型, 从而给出更准确的计算辊间压扁的新模型, 解决了精密极薄带轧制过程中轧辊端部压靠产生计算误差大的问题。

(4) 基于晶体塑性有限元法建立精密极薄带轧制变形模型, 从材料的微介观尺度出发, 分析材料轧制变形中出现的显微组织、亚结构、形变织构等的变化, 研究材料的内部微观结构特征与宏观力学性能的关系。

参 考 文 献

- [1] 刘相华, 宋孟, 孙祥坤, 等. 极薄带轧制研究与应用进展[J]. 机械工程学报, 2017, 53(10): 1-9.
- [2] LIU Xianghua, SONG Meng, SUN Xiangkun, et al. Advances in research and application of foil rolling[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(10): 1-9.
- [3] MISHRA M K, DUBEY V, MISHRA P M, et al. MEMS technology : A review[J]. Journal of Engineering Research and Reports, 2019, 4 (1): 1-24.
- [4] FU M, WANG J, KORSUNSKY A M. A review of geometrical and microstructural size effects in micro-scale deformation processing of metallic alloy components[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2016, 109: 94-125.
- [5] ROBERTS W L. Cold rolling of steel[M]. New York: Marcel Dekker Inc, 1978.
- [6] 潘纯久. 二十辊轧机及高精度冷轧钢带生产[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2003.
- [7] PAN Chunjiu. Twenty-high rolling mill and high-precision cold- rolled steel strip production[M]. Beijing : Metallurgical Industry Press, 2003.
- [8] SENDZIMIR M G. The Sendzimir cold strip mill[J]. Journal of Metals, 1956, 8(9): 1154-1158.
- [9] KARMAN T V. On the theory of rolling[J]. ZAMM-Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 1925, 5: 139-141.
- [10] OROWAN E, ING D. The Calculation of roll pressure in hot and cold flat rolling[J]. Proceedings Institute of Mechanical Engineering, 1943, 150(4): 140-167.
- [11] HITCHCOCK J H. Report of ASME special research committee roll neck bearings[R]. New York: ASME Research Publications, 1935.
- [12] FORD H, ELLIS F, BLAND D R. Cold rolling with strip tension[J]. Journal of the Iron and Steel Institute, 1951, 168(1): 57-72.
- [13] STONE M D. Rolling of thin strip part II [J]. Iron and Steel Engineer, 1956, 33 (12): 55-76.
- [14] JORTNER D, OSTERLE J F, ZOROWSKI C F. An analysis of cold strip rolling[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1960, 2(3): 179-194.
- [15] JOHNSON K L, BENTALL R H. The onset of yield in the cold rolling of thin strip[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1969, 17(4): 253-264.
- [16] FLECK N A, JOHNSON K L. Towards a new theory of cold rolling thin foil[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1987, 29(7): 507-524.
- [17] FLECK N A, JOHNSON K L, MEAR M E. Cold rolling of foil[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical

- Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 1992, 206(2): 119-131.
- [16] LANGLANDS T A M, MCELWAIN D L S. A modified Hertzian foil rolling model approximations based on perturbation methods[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2002, 44(8): 1715-1730.
- [17] LANGLANDS T A M, MCELWAIN D L S, DOMANTI S A. An approximate method for the solution of an influence function foil rolling model[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2004, 46(8): 1139-1156.
- [18] LE H R, SUTCLIFFE M P F. A robust model for rolling of thin strip and foil[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2001, 43(6): 1405-1419.
- [19] LIU Y, LEE W H. Mathematical model for the thin strip cold rolling and temper rolling process with the influence function method[J]. ISIJ International, 2005, 45(8): 1173-1178.
- [20] REN Z, XIAO H, LIU X, et al. Experimental and theoretical analysis of roll flattening in the deformation zone for ultra-thin strip rolling[J]. Ironmaking & Steelmaking, 2018, 45(9): 805-812.
- [21] DBOUK T, MONTMITONNET P, LEGRAND N. Two-dimensional roll bite model with lubrication for cold strip rolling[J]. Advanced Materials Research, 2014, 966-967: 48-62.
- [22] LEE S H, LEE K H, KO D C, et al. Development of three-dimensional strip profile model for thin-foil cold rolling[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2014, 6: 1-13.
- [23] YANG L, JIANG Z, ZHANG Y, et al. High precision recognition and adjustment of complicated shape details in fine cold rolling process of ultra-thin wide strip[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2018, 35: 508-516.
- [24] FENG Y, LIU W, YANG T, et al. Theoretical and experimental analysis of the deformation zone and minimum thickness in single-roll-driven asymmetric ultrathin strip rolling[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 104(5-8): 2925-2937.
- [25] STONE M D. Rolling of thin strip [J]. Iron and Steel Engineer, 1953, 30 (2): 61-74.
- [26] FORD H, ALEXANDER J M. Rolling hard materials in thin gauges basic consideration [J]. Journal of the Institute of Metals, 1960, 88(5): 193-199.
- [27] 连家创. 冷轧薄板轧制压力和极限最小厚度的计算(II)[J]. 重型机械, 1979 (2): 20-37.
- LIAN Jiachuang. Calculation of rolling pressure and ultimate minimum thickness of cold rolled sheet-(II)[J]. Heavy Machine, 1979(2): 20-37.
- [28] TANG D, LIU X, SONG M, et al. Experimental and theoretical study on minimum achievable foil thickness during asymmetric rolling[J]. Plos One, 2014, 9(9): 1-12.
- [29] PAWELSKI O, KADING G. Causes of the limiting degree of deformations in the cold rolling of thin strip[J]. Arch. Eisenhüttenwesen, 1970, 41(3): 249-254.
- [30] 朱泉, 于九明, 齐克敏. 冷轧薄板时的延伸困难问题与适轧厚度[J]. 东北工学院学报, 1988, 57(4): 27-33.
- ZHU Quan, YU Jiuming, QI Keming. Problem of reduceability in sheet cold rolling and gauge suitable to roll[J]. Journal of Northeastern Institute of Technology, 1988, 57(4): 27-33.
- [31] 吴首民. 极薄带钢轧制过程中最小可轧厚度的研究[J]. 中国冶金, 2007, 17(3): 10-12.
- WU Shoumin. Research of smallest permissive-rolling thickness during strip rolling[J]. China Metallurgy, 2007, 17(3): 10-12.
- [32] TATENO J, HIRUTA T, KATSURA S, et al. Experimental analysis of thickness reduction limits in ultra-thin stainless steel foil rolling[J]. ISIJ International, 2011, 51(5): 788-792.
- [33] XIAO H, REN Z, LIU X. New mechanism describing the limiting producible thickness in ultra-thin strip rolling[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 133: 788-793.
- [34] SHOHET K N, TOWNSEND N A. Roll bending methods of crown control in four-high plate mills[J]. Journal of the Iron and Steel Institute, 1968, 206(11): 1088-1098.
- [35] EDWARDS W J, SPOONER P D. Analysis of strip shape, automation of tandem mills[C]//Presented at the Metals Society, London, 1973: 176-212
- [36] ROARK R J. Formulas for stress and strain[J]. Journal of Applied Mechanics, 1989, 43(3): 624.
- [37] TOZAWA Y, UEDA M. Analysis to obtain the pressure and distribution from the contour of deformed roll[J]. Journal of the Japan Society for Technology of Plasticity. 1970, 11(108): 29-37.
- [38] YUAN Z, XIAO H, XIE H. Practice of improving roll deformation theory in strip rolling process based on boundary integral equation method[J]. Metallurgical and Materials Transactions A, 2014, 45(2): 1019-1026.
- [39] XIAO H, YUAN Z, WANG T. Roll flattening analytical

- model in flat rolling by boundary integral equation method[J]. Journal of Iron and Steel Research , International, 2013, 20(10): 39-45.
- [40] 员征文, 肖宏, 谢红飙. 基于边界积分方程法的六辊轧机辊系变形分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49 (18): 125-131.
- YUAN Zhengwen, XIAO Hong, XIE Hongbiao. 6-Hi mill deformation analysis based on boundary integral equation method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(18): 125-131.
- [41] JIANG Z, TIEU A K. Contact mechanics and work roll wear in cold rolling of thin strip[J]. Wear, 2007, 263(7-12): 1447-1453.
- [42] JIANG Z, ZHU H, TIEU A K. Modelling of work roll edge contact in thin strip rolling[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2004, 155-156(30): 1280-1285.
- [43] 白振华, 蒋岳峰, 等. 极薄带钢平整轧制过程辊端压靠问题[J]. 机械工程学报, 2006, 42(8): 224-228.
- BAI Zhenhua, JIANG Yuefeng, et al. Kiss between roller ends in skin rolling process of super thin strip[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(8): 224-228.
- [44] 戴杰涛, 张清东, 黄河. 薄带钢轧制过程中工作辊辊端压靠研究[J]. 钢铁, 2010, 45(7): 57-61.
- DAI Jiangtao, ZHANG Qindong, HUANG He. Study on roll end forced-contract in rolling process of thin strip[J]. Iron and Steel, 2010, 45(7): 57-61.
- [45] 任忠凯, 员征文, 肖宏, 等. 四辊轧机工作辊辊端压靠板形控制模型[J]. 燕山大学学报, 2016, 40(1): 39-44.
- REN Zhongkai, YUAN Zhengwen, XIAO Hong, et al. Plate shape control of work roll edge contact for 4 high mill[J]. Journal of Yanshan University, 2016, 40(1): 39-44.
- [46] 管健龙, 何安瑞, 孙文权. 薄铝带轧制工作辊边部接触的建模与仿真[J]. 东北大学学报, 2015, 36(7): 942-946.
- GUANG Jianlong, HE Anrui, SUN Wenquan. Modeling and simulation of thin aluminum cold rolling with work roll edge contact[J]. Journal of Northeastern University, 2015, 36(7): 942-946.
- [47] YANG L, YU H, LI R, et al. Detection and evaluation mechanism of cold rolling strip edge shape[J]. Ironmaking & Steelmaking, 2018, 45(5): 457-468.
- [48] YANG L, JIANG Z, ZHANG Y, et al. High precision recognition and adjustment of complicated shape details in fine cold rolling process of ultra-thin wide strip[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2018, 35: 508-516.
- [49] REN Z, XIAO H, WANG T. Plate profile control during ultra-thin strip rolling utilizing work roll edge contact[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2019, 41(1): 28-35.
- [50] WANG D, LIU H, LIU J. Research and development trend of shape control for cold rolling strip[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 30(5): 1248-1261.
- [51] WANG D, LIU H. A model coupling method for shape prediction[J]. Journal of Iron and Steel Research International, 2012, 19(2): 22-27.
- [52] SHIN J, HAN S, KIM J. Development and experimental evaluation of strip shape prediction model for Sendzimir rolling mills[J]. Journal of Iron and Steel Research International, 2013, 20(12): 25-32.
- [53] 员征文, 任忠凯, 肖宏, 等. 二十辊轧机轧制极薄带的板形控制[J]. 中南大学学报, 2017(4): 860-866.
- YUAN Zhengwen, REN Zhongkai, XIAO Hong, et al. Plate shape control of ultra thin strip rolling for 20-high mill[J]. Journal of Central South University, 2017(4): 860-866.
- [54] 柳本左門, 青木至. 圧延加工における平均圧延圧力と与元関係式について[J]. 日本機械学会論文集, 1967, 33(249): 826-831.
- YANAGIMOTO Samon, AOKI Itaru. For rolling, calculate the average rolling pressure according to the relational expression.[J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 1967, 33(249): 826-831.
- [55] TROOST A. Zur elementarn plastizitätstheorie räumlicher umformvor-gtmnge[J]. Archiv für das Eisenhüttenwesen, 1964, 35(9): 847.
- TROOST. To the elementary plasticity theory of spatial forming processes[J]. Archive for the ironwork, 1964, 35(9): 847.
- [56] 戸澤康寿, 中村雅勇, 石川孝司. 三次元解析の方法と計算例[J]. 塑性と加工, 1976, 17(180): 37-44.
- YASUTOSHI Serizawa, MASAYASU Nakamura, TAKASHI Ishikawa. 3D analysis methods and calculation examples[J]. Plasticity and Processing, 1976, 17 (180): 37-44.
- [57] 石川孝司, 中村雅勇, 戸澤康寿. ロールの変形を考慮した薄板圧延の 3 次元解析[J]. 塑性と加工, 1980, 21(237): 902-908.
- TAKASHI Ishikawa, MASAYASU Nakamura,

- YASUTOSHI Tozawa. Three-dimensional analysis of sheet rolling considering roll deformation[J]. *Plasticity and Processing*, 1980, 21 (237): 902-908.
- [58] 戸澤康寿, 石川孝司, 岩田德利. 薄板压延の 3 次元変形に対する改良した解析[J]. *塑性と加工*, 1982, 23(263): 1181-1187.
- TOSAWA Yasuhisa, ISHIKAWA Takashi, IWATA Yuri. Improved analysis for 3D deformation of sheet rolling[J]. *Plasticity and Processing*, 1982, 23 (263): 1181-1187.
- [59] 连家创, 段振勇, 叶星. 三维解析法求解辊缝中金属横向流动问题[J]. *东北重型机械学院学报*. 1984, 8(3): 1-9.
- LIAN Jiachuang, DUAN Zhenyong, YE Xin. Three-dimensional analytical method for solving lateral flow of metal in roll gap[J]. *Journal of Northeast Heavy Machinery Institute*, 1984, 8(3): 1-9.
- [60] DIXON A, YUEN W. A physical based method to predict spread and shape during flat rolling for real-time application[J]. *Steel Research International*, 2008, 79(4): 287-296.
- [61] WANG X, YANG Q, JIANG Z, et al. Research on the improvement effect of high tension on flatness deviation in cold strip rolling[J]. *Steel Research*. 2014, 85(11): 1560-1570.
- [62] HWANG Y M, KAN C C. Roll shape design for foil rolling of a four-high mill[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, 91(5-8): 1587-1597.
- [63] TARNOVSKII. *Deformation of metal during rolling*[M]. Berlin: Pergamon Press, 2013.
- [64] OH S, KOBAYASHI S. An approximate method for a three-dimensional analysis of rolling[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1975, 17(4): 293-305.
- [65] JOHNSON R. Shape forming and lateral spread in sheet rolling[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1991, 33(6): 449-469.
- [66] LEE D, LEE K, LEE J. A new model for the prediction of width spread in roughing mills[J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2014, 136(5): 0510141-0510149.
- [67] LIAN J. Analysis of profile and shape control in flat rolling[C]//*Proceeding of the First International Conference on Steel Rolling Tokyo, Japan*, 1980: 713-724.
- [68] 连家创. 变分法求解辊缝中金属横向流动问题[J]. *东北重型机械学院学报*, 1980, 4(1): 1-10.
- LIAN Jiachuang. Variational method for solving lateral flow of metal in roll gap[J]. *Journal of Northeast Heavy Machinery Institute*, 1980, 4(1): 1-10.
- [69] REN Z, XIAO H, LIU X, et al. An analysis of the metal transverse flow in the roll gap for ultra-thin strip rolling using the energy method[J]. *ISIJ International*. 2018, 58(2): 309-315.
- [70] REN Z, WANG T, FAN W. Establishment of the tension stress model considering metal lateral flow for foil rolling[J]. *Meccanica*, 2019, 54(1-2): 261-270.
- [71] 王国栋. 板形与板凸度控制[M]. 北京: 化学工业出版社, 2016.
- WANG Guodong. *Plate shape and plate crown control*[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2016.
- [72] LIU C, HARTLEY P, STURGEON C E N, et al. Elastic-plastic finite-element modelling of cold rolling of strip[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1985, 27(7-8): 531-541.
- [73] GRATACOS P, MONTMITONNET P, FROMHOLZ C, et al. A Plane-strain elastoplastic finite-element model for cold rolling of thin strip[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1992, 34(3): 195-210.
- [74] FURUMOTO H, YAMADA K, YANAGIMOTO J. Effect of the number of work-roll surface division on prediction of contact length in coupled analysis of roll and strip deformation during sheet rolling[J]. *ISIJ International*, 2002, 42(7): 736-743.
- [75] NAKHOUL R, MONTMITONNET P, LEGRAND N. Manifested flatness defect prediction in cold rolling of thin strips[J]. *International Journal of Material Forming*, 2015, 8(2): 283-292.
- [76] REN Z, XIAO H, XIE H, et al. Influence of lateral displacement on strip shape during cold rolling[J]. *Journal of Iron and Steel Research International*, 2018, 25(9): 892-900.
- [77] LIU M, NAMBU S, KOSEKI T, et al. Three-dimensional quantification of texture heterogeneity in single-crystal aluminium subjected to equal channel angular pressing[J]. *Philosophical Magazine*, 2017, 97(11): 799-819.
- [78] REN Z, FAN W, HOU J, et al. A numerical study of slip system evolution in ultra-thin stainless steel Foil[J]. *Materials*, 2019, 12(11): 1819.
- [79] JIGH B H G, FARSI M A, TOUDESCHKY H H. Prediction of the stress-strain behavior of open-cell aluminum foam under compressive loading and the effects of various RVE boundary conditions[J]. *Journal of*

- Materials Engineering and Performance, 2018, 27(5): 2576-2585.
- [80] YE W, EFTHYMIADIS P, PINNA C, et al. Experimental and modelling study of fatigue crack initiation in an aluminium beam with a hole under 4-point bending [J]. International Journal of Solids and Structures, 2018, 138: 87-96.
- [81] DAMING N, ZHEN L, KAIFENG Z. Grain size effect of commercial pure titanium foils on mechanical properties, fracture behaviors and constitutive models[J]. Journal of Materials Engineering and Performance, 2017, 26(3): 1283-1292.
- [82] CHEN Y, KRAFT O, WALTER M. Size effects in thin coarse-grained gold microwires under tensile and torsional loading [J]. Acta Materialia, 2015, 87: 78-85.
- [83] MA X, ZHAO J, DU W, et al. An analysis of ridging of ferritic stainless steel 430[J]. Materials Science and Engineering: A, 2017, 685: 358-366.
- [84] QU F, JIANG Z, LU H. Effect of mesh on springback in 3D finite element analysis of flexible microrolling[J]. Journal of Applied Mathematics, 2015, 2015: 1-8.
- [85] QU F, JIANG Z, LU H. Analysis of micro flexible rolling with consideration of material heterogeneity[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 105: 182-190.
- [86] QU F, JIANG Z, WEI D, et al. Study of micro flexible rolling based on grained inhomogeneity[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 123: 324-339.
- [87] QU F, JIANG Z, XIA W. Evaluation and optimisation of micro flexible rolling process parameters by orthogonal trial design[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 95(1-4): 143-156.
- [88] HUO M, ZHAO J, XIE H, et al. Microstructure and mechanical properties of thin varying thickness strips with different transition zones produced by micro flexible rolling[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2019, 233(9): 1954-1967.
- [89] HUO M, ZHAO J, XIE H, et al. Effects of micro flexible rolling and annealing on microstructure, microhardness and texture of aluminium alloy[J]. Materials Characterization, 2019, 148: 142-155.
- [90] ZHAO J, HUO M, MA X, et al. Study on edge cracking of copper foils in micro rolling[J]. Materials Science and Engineering: A, 2019, 747: 53-62.
- [91] CHEN S, LIU X, LIU L. Symmetric and asymmetric rolling pure copper foil: crystal plasticity finite element simulation and experiments[J]. Acta Metallurgica Sinica (English Letters), 2015, 25: 1024-1033.
- [92] 陈守东, 刘相华, 刘立忠, 等. Cu 极薄带轧制中滑移与变形的晶体塑性有限元模拟[J]. 金属学报, 2016, 52(1): 120-128.
- CHEN Shoudong, LIU Xianghua, LIU Lizhong, et al. Crystal plasticity finite element simulation of slip and deformation in ultrathin copper strip rolling[J]. Acta Metallurgica Sinica, 2016, 52(1): 120-128.
- [93] CHEN S, LIU X, LIU L. Effects of grain size and heterogeneity on the mechanical behavior of foil rolling[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2015, 100: 226-236.
- [94] CHEN S, LIU X, LIU L. Grain statistics effect on deformation behavior in asymmetric rolling of pure copper foil by crystal plasticity finite element model[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2015, 25(10): 3370-3380.
- [95] CHEN J, HU X, LIU X. Softening effect on fracture stress of pure copper processed by asynchronous foil Rolling[J]. Materials, 2019, 12(14): 2319.

作者简介: 任忠凯, 男, 1988 年出生, 博士, 讲师。主要研究方向为精密极薄带板形控制理论。

E-mail: zhongkai_0808@126.com

王涛(通信作者), 男, 1985 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为轧制工艺及设备、金属层状复合板轧制复合机理。

E-mail: tyutwt@163.com