DOI: 10.3901/JME.2019.11.149

广义参数化同步压缩变换及其在旋转机械振动信号中的应用*

俞 昆¹ 罗志涛¹ 李鸿飞¹ 马 辉^{1,2}

(1. 东北大学机械工程与自动化学院 沈阳 110819;

2. 东北大学航空动力装备振动及控制教育部重点实验室 沈阳 110819)

摘要: 广义参数化时频分析通过构造匹配的参数化变换核,能够有效提高强调频信号的时频能量聚集性。然而,受短时傅里叶变换中窗函数结构的影响,利用该方法获得的时频能量分布在真实瞬时频率附近始终存在能量扩散现象。同步压缩变换利用同步压缩操作可将短时傅里叶变换处理后的时频能量压缩至真实瞬时频率位置,然而,同步压缩变换仅适用于分析频率成分恒定的纯谐波信号。以短时傅里叶变换为纽带,将两种时频分析方法相结合,提出了广义参数化同步压缩变换。考虑到旋转机械振动信号多为多分量信号,通过迭代处理的方式,依次获取各单分量信号的时频能量分布,对其进行叠加得到最终的时频能量分布。通过数值仿真以及变转速下转子不对中、滚动轴承外圈故障模拟试验验证了所提方法的有效性。

关键词: 广义参数化时频分析; 同步压缩变换; 广义参数化同步压缩变换; 旋转机械振动信号

中图分类号: TH17

General Parameterized Synchrosqueezing Transform and Its Application in Rotating Machinery Vibration Signal

YU Kun¹ LUO Zhitao¹ LI Hongfei¹ MA Hui^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819;

2. Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-propulsion Systems Ministry of Education of China, Northeastern University, Shenyang 110819)

Abstract: Though general parameterized time-frequency analysis is able to improve the energy concentration of time-frequency (TF) representation by the matched parameterized kernel, restricted by the structure of window function in short term Fourier transform, the energy diffusion phenomenon always occurred in the instantaneous frequency (IF). Synchrosqueezing transform can squeeze the diffused TF energy into the IF. However, it only works on the purely harmonic signal. To enhance the concentration of TF energy distribution, a general parameterized synchrosqueezing transform by combining the merits of both TF techniques is proposed. Considering the rotating vibration signal can be mostly viewed as a multi-component signal, an iterative technique is used to analyze the TF energy distribution of each mono-component and then a superposition of the TF energy distribution of each mono-component is viewed as the final TF representation of rotating machinery. The effectiveness of the proposed method is validated by numerical simulated signal, rotor misalignment and bearing outer race fault vibration signal under speed-varying condition.

Key words: general parameterized time-frequency transform; synchrosqueezing transform; general parameterized synchrosqueezing transform; rotating machinery vibration signal

0 前言

旋转机械实际运转多处于变转速工作模式,升降速过程转速变化规律复杂,整个系统所承载荷也

存在剧烈波动,旋转机械振动信号表现出较强的非平稳特征。利用传统的基于傅里叶变换的频谱分析方法处理该类信号时,将会出现频谱模糊现象^[1]。

时频分析将时域一维信号转化为沿时间、频率方向分布的二维时频能量分布,能够有效刻画非平稳信号的频率成分随时间的变化规律,是分析变转速下旋转机械振动信号的有效手段^[2]。时频分布的能量聚集程度是衡量时频分析方法有效性的重要指

* 国家自然科学基金(11772089)和中央高校基本科研业务费专项基金(N170308028, N160313004)资助项目。20180612 收到初稿,20181214 收到修改稿

标^[3]。时频重排通过对短时傅里叶变换或小波分析后的时频能量分布进行二次重排,将每个时频点的能量移动到能量重心位置^[4]。然而,时频重排在时间、频率两个方向上重排时频能量分布,计算效率较低,且重排后的时频能量分布不支持信号重构。为此,文献[5]提出了基于小波变换框架的同步压缩变换,仅在频率方向重排时频能量分布,计算效率明显提高且支持信号重构。作为这一方法的扩展,文献[6]依据同步压缩变换的原理,提出了基于短时傅里叶变换框架的同步压缩变换,使得时频能量分布在低频段、高频段具有相同的分辨率。然而,同步压缩变换仅适用于分析瞬时频率恒定的纯谐波信号,当瞬时频率变化较为剧烈时,同步压缩变换处理后的时频能量聚集性仍有待提高。

上述时频分析方法通过对短时傅里叶变换或小波变换后的时频能量分布进行二次重排,来提高时频能量分布的聚集性。针对瞬时频率波动较大的非平稳信号,在对其进行时频分析之前,有必要对其瞬时频率变化规律进行事先估计,构造匹配的参数化变换核,核函数与瞬时频率变化规律越接近,时频能量分布的聚集性越高^[7-14]。为了更好地刻画非平稳振动信号中的瞬时频率变化趋势,获得聚集性较高的时频能量分布,许多学者对参数化时频分析方法进行研究。文献[10]深入挖掘线性调频小波变换的工作原理,针对瞬时频率随时间任意变化的非线性调频信号,构造频率旋转算子、频率平移算子,提出了广义参数化时频分析方法。通过对瞬时频率变化规律进行归纳,文献[11-13]构造了多项式、样条和傅里叶级数等三种不同的核函数。相应地,将广义参数化时频分析方法具体表述为多项式调频小波变换、样条调频小波变换和泛谐波调频小波变换。

旋转机械在变转速工作模式下运转时,由于运转速度、承受负载等因素变化,其频率成分随时间波动较大。针对变转速下旋转机械振动信号的强调频特性,本文充分利用上述方法在刻画非平稳振动信号瞬时频率变化趋势时的优点,将作用于短时傅里叶变换之前的广义参数化时频分析方法与作用于短时傅里叶变换之后的同步压缩变换相结合,提出基于广义参数化同步压缩的非平稳振动信号处理方法。

由于旋转机械振动信号多为多分量信号,且各分量之间不存在交叉,本文通过迭代处理的方式,依次获取旋转机械振动信号中各单分量信号的时频能量分布,对其叠加得到变转速下旋转机械振动信号时频能量分布。数值仿真与变转速下转子不对中故障、滚动轴承外圈故障试验信号的分析结果表明

本文所提方法能显著提高非平稳信号的时频能量分布聚集性。

1 算法原理

由于机械设备升降速过程中的转速变化曲线大多可用高次多项式函数表示,本文以多项式调频小波变换为例,说明广义参数化时频分析的工作原理。并将其与作用于短时傅里叶变换后的同步压缩变换相结合,提出了广义参数化同步压缩变换。

1.1 广义参数化时频分析

假设待分析的非线性调频信号为多项式相位信号,其时域表达式 $s(t)$ 为^[14]

$$s(t) = A \cdot \cos \varphi(t) = A \cdot \cos \left(2\pi \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{i} \alpha_{i-1} t^i \right) \quad (1)$$

式中, A 为信号幅值; $\varphi(t)$ 为信号的相位; n 为多项式相位信号的次数; $\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ 为多项式相位信号的系数。

该多项式相位信号的瞬时频率 $IF(t)$ 为

$$IF(t) = \sum_{i=1}^{n+1} \alpha_{i-1} t^{i-1} \quad (2)$$

与此多项式相位信号对应的解析信号 $z(t)$ 为

$$z(t) = s(t) + j\mathbf{H}[s(t)] = A \cdot \exp \left(j2\pi \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{i} \alpha_{i-1} t^i \right) \quad (3)$$

式中, $\mathbf{H}[s(t)]$ 为 $s(t)$ 的 Hilbert 变换。

非线性核函数与信号模型越接近,广义参数化时频分析后的时频能量分布聚集性越高^[14]。为此,定义多项式相位信号的核函数 $\kappa_p(t)$ 为

$$\kappa_p(t) = \sum_{i=2}^{n+1} c_{i-1} t^{i-1} \quad (4)$$

式中, $\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 为核函数参数。理想状态下,式(4)中的核函数参数 $\{c_1, c_2, \dots, c_{n+1}\}$ 与式(1)中的多项式相位信号系数 $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n+1}\}$ 相等。

据此,给出多项式调频小波变换的表达式

$$PCT_s(t_0, \omega; c_1, c_2, \dots, c_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(\tau) \cdot \Phi_{c_1, c_2, \dots, c_n}^R(\tau) \cdot \Phi_{t_0, c_1, c_2, \dots, c_n}^S(\tau) \cdot g(\tau - t) \cdot \exp(-j\omega\tau) d\tau \quad (5)$$

式中, $\Phi_{c_1, c_2, \dots, c_n}^R(\tau)$ 为频率旋转算子,其展开形式为

$$\Phi_{c_1, c_2, \dots, c_n}^R(\tau) = \exp \left(-j \sum_{i=2}^{n+1} \frac{1}{i} c_{i-1} \tau^i \right) \quad (6)$$

$\Phi_{t_0, c_1, c_2, \dots, c_n}^S(\tau)$ 为频率平移算子,其展开形式为

$$\Phi_{t_0, c_1, c_2, \dots, c_n}^S(\tau) = \exp \left(j \sum_{i=2}^{n+1} c_{i-1} t_0^{i-1} \tau \right) \quad (7)$$

式中, 多项式调频小波在 t_0 时刻进行平移操作;

$g(t) = \exp(-\pi \cdot t^2 / \sigma^2)$ 为高斯窗函数, 本文 $\sigma=0.32$ 。

对式(1)所示信号进行短时傅里叶变换, 其表达式为

$$STFT_s(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(\tau) \cdot g(\tau - t) \cdot \exp(-j\omega\tau) d\tau \quad (8)$$

对式(1)所示信号进行线性调频小波变换, 其表达式为

$$\begin{aligned} CT_s(t, \omega; c) &= \int_{-\infty}^{+\infty} z(\tau) \cdot g(\tau - t) \cdot \\ &\exp\left\{-j\left[\omega(\tau - t) + \frac{c}{2}(\tau - t)^2\right]\right\} d\tau = \\ &A(t) \int_{-\infty}^{+\infty} z(\tau) \cdot \exp(-jc\tau^2/2) \cdot \\ &\exp(jc\tau t) \cdot g(\tau - t) \cdot \exp(-j\omega\tau) d\tau \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $A(t) = \exp[-j(t^2 c/2 - \omega t)]$, 其模为 1, 对时频能量分布没有影响。因此, 上式可简化为

$$\begin{aligned} CT_s(t, \omega; c) &= \int_{-\infty}^{+\infty} z(\tau) \cdot \exp(-jc\tau^2/2) \cdot \\ &\exp(jc\tau t) \cdot g(\tau - t) \cdot \exp(-j\omega\tau) d\tau \end{aligned} \quad (10)$$

通过对比式(5)和式(8)可以发现, 多项式调频小波中当 $\{c_1, c_2, \dots, c_n\} \equiv (0, 0, \dots, 0)$ 时, 即去除频率旋转算子和频域平移算子时, 多项式调频小波退化为短时傅里叶变换。对比式(5)和式(10)可以发现, 多项式调频小波中当 $\{c_1, c_2, \dots, c_n\} \equiv (c, 0, \dots, 0)$ 时, 即仅保留频率旋转算子和频率平移算子中的第一项, 多项式调频小波退化为线性调频小波。

1.2 同步压缩变换

同步压缩变换将扩散的时频能量分布压缩至真实瞬时频率位置, 进而提高时频能量分布的聚集性。本文以频率为 f_0 的纯谐波信号 $x(t) = A \cdot \exp(j2\pi f_0 t)$ 为例, 说明基于短时傅里叶变换的同步压缩变换的工作原理^[5-6]。

对 $x(t)$ 进行短时傅里叶变换, 其表达式为

$$STFT_x(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot g(\tau - t) \cdot \exp(-j\omega\tau) d\tau \quad (11)$$

令窗函数 $g_\omega(\tau) = g(\tau - t) \cdot \exp(j\omega\tau)$, 根据帕塞瓦尔定理, 式(11)可以改写成如下形式

$$\begin{aligned} STFT_x(t, \omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) (g(\tau - t) \cdot \exp(j\omega\tau))^* d\tau = \\ &\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot (g_\omega(\tau))^* d\tau = \\ &\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{x}(\xi) \cdot (\bar{g}_\omega(\xi))^* d\xi \end{aligned} \quad (12)$$

式中, $(\cdot)^*$ 为复共轭符号, $\bar{g}_\omega(\xi)$ 为 $g_\omega(\tau)$ 的傅里叶变换, 其表达式为

$$\bar{g}_\omega(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau - t) \cdot \exp(j\omega\tau) \cdot \exp(-j\xi\tau) d\tau \quad (13)$$

令 $t' = \tau - t$, $\bar{g}_\omega(\xi)$ 可表示为如下形式

$$\begin{aligned} \bar{g}_\omega(\xi) &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(t') \cdot \exp(j\omega(t+t')) \cdot \exp(-j\xi(t+t')) dt' = \\ &\exp(j\omega t - j\xi t) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} g(t') \cdot \exp(j\omega t' - j\xi t') dt' = \\ &\exp(j\omega t - j\xi t) \cdot \bar{g}(\omega - \xi) \end{aligned} \quad (14)$$

式中, $\bar{g}(\omega - \xi)$ 为窗函数 $g(\tau - t)$ 的傅里叶变换。

将式(14)代入式(12)中, 得到

$$\begin{aligned} STFT_x(t, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{x}(\xi) \cdot (\exp(j\omega t - j\xi t) \cdot \bar{g}(\omega - \xi))^* d\xi = \\ &\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{x}(\xi) \cdot \exp(-j\omega t + j\xi t) \cdot \bar{g}(\omega - \xi) d\xi = \\ &\exp(-j\omega t) \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{s}(\xi) \cdot \bar{g}(\omega - \xi) \cdot \exp(j\xi t) d\xi \end{aligned} \quad (15)$$

据此, 在标准的短时傅里叶变换中加入相位移动算子 $\exp(j\omega t)$, 可得到改进的短时傅里叶变换表达式为

$$\begin{aligned} STFTE_x(t, \omega) &= \\ &\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot g(\tau - t) \cdot \exp(-j\omega(\tau - t)) d\tau \end{aligned} \quad (16)$$

与式(15)相对应地改进后的短时傅里叶变换表达式为

$$\begin{aligned} STFTE_x(t, \omega) &= \\ &\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{x}(\xi) \cdot \bar{g}(\omega - \xi) \cdot \exp(j\xi t) d\xi \end{aligned} \quad (17)$$

对 $x(t)$ 进行傅里叶变换, 得到其频域表示式为

$$\bar{x}(\xi) = 2\pi A \cdot \delta(\xi - 2\pi f_0) \quad (18)$$

将式(18)代入到式(17)中, 得到信号 $x(t)$ 经短时傅里叶变换处理后的结果

$$STFTE_x(t, \omega) = A \cdot \bar{g}(\omega - 2\pi f_0) \cdot \exp(j2\pi f_0 t) \quad (19)$$

由式(19)可知, 对纯谐波信号 $x(t)$ 进行短时傅里叶变换后的时频能量分布以频率 $\omega = 2\pi f_0$ 为中心出现能量扩散。为了消除短时傅里叶变换造成的能量扩散, 同步压缩变换巧妙的利用短时傅里叶变换与短时傅里叶变换对时间求偏导数的关系估计二维瞬时频率。式(19)对时间 t 求偏导

$$\begin{aligned} \partial_t STFTE_x(t, \omega) &= \partial_t (A \cdot \bar{g}(\omega - 2\pi f_0) \cdot \exp(j2\pi f_0 t)) = \\ &A \cdot \bar{g}(\omega - 2\pi f_0) \cdot \exp(j2\pi f_0 t) \cdot j \cdot 2\pi f_0 = \\ &STFTE_x(t, \omega) \cdot j \cdot 2\pi f_0 \end{aligned} \quad (20)$$

对比式(19)和式(20)可知, 当 $STFTE_x \neq 0$ 时, 信号 $x(t)$ 的瞬时频率 $f_0(t, \omega)$ 在时频空间中可以表

示为

$$f_0(t, \omega) = -j \frac{\partial_t STFTe_x}{2\pi \cdot STFTe_x} \quad (21)$$

同步压缩变换通过同步压缩操作, 将发散的时频能量分布压缩至真实瞬时频率位置^[6]

$$SST_x(t, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} STFTe_x(t, \omega) \cdot \delta(\eta - f_0(t, \omega)) d\omega \quad (22)$$

同步压缩变换通过式(22)对短时傅里叶变换得到的时频能量分布进行二次重排, 提高时频能量分布的聚集性。理想状态下, 对同步压缩后的时频能量分布沿频率方向进行积分, 仍可重构原信号

$$x(t) = (2\pi g(0))^{-1} \cdot \int_{\{\omega, |\omega - \phi_k| < ds\}} SST_x(t, \omega) d\omega \quad (23)$$

式中, ϕ_k 为估计的瞬时频率曲线; ds 为积分区间。

1.3 瞬时频率脊线提取与核函数参数估计

变转速工作模式运转时, 轴承振动信号不仅具有强调频特性, 而且受噪声干扰较为严重, 导致其时频能量分布中, 同一时刻存在多个峰值, 噪声成分对应的峰值往往高于有效信号所对应的峰值。为了准确提取瞬时频率变化规律, 文献[15]提出了基于能量最小化的瞬时频率脊线提取方法

$$E(\phi) = \sum_{k=1}^K - \int_{-\infty}^{+\infty} |SST_x(t, \phi_k(t))|^2 dt + \int_{-\infty}^{+\infty} (\lambda \phi_k'(t) + \beta \phi_k''(t)) dt \quad (24)$$

式中, λ 和 β 为用于平衡瞬时频率脊线光滑度与能量最小化的折中参数。该脊线提取方法已得到广泛应用, 在强噪声背景下, 瞬时频率脊线提取结果仍比较稳定。本文在确定瞬时频率脊线时, 也采用上述方法。

对非平稳信号进行广义参数化时频分析之前, 需要根据所采用的核函数, 选择合适的曲线拟合方法处理瞬时频率脊线, 得到与之对应的核函数参数。由于文献[10-14]中给出的核函数参数估计方法简便快捷, 本文在估计核函数参数时, 也采用上述文献中的方法。

1.4 广义参数化同步压缩变换

广义参数化时频分析在对非平稳信号进行短时傅里叶变换之前加入频率旋转、频率平移操作, 提高时频能量分布的聚集性。同步压缩变换通过对短时傅里叶变换后的时频能量分布沿频率方向进行二次重排, 来提高时频能量分布的聚集性。本文提出的基于广义参数化同步压缩的时频分析方法, 以短时傅里叶变换为纽带, 将两种时频分析方法连接起来, 通过对频率旋转、频率平移操作后的信号进行

同步压缩变换, 进一步提高时频能量分布的聚集性。为了方便表述, 将频率旋转、频率平移后的信号代入式(16)中

$$STFTe_s(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(\tau) \cdot \Phi_{c_1, c_2, \dots, c_n}^R(\tau) \cdot \Phi_{l_0, c_1, c_2, \dots, c_n}^S(\tau) \cdot g(\tau - t) \cdot \exp(-j\omega(\tau - t)) d\tau \quad (25)$$

据此, 根据式(21)估计该信号的二维瞬时频率为

$$f_s(t, \omega) = -j \frac{\partial_t STFTe_s}{2\pi \cdot STFTe_s} \quad (26)$$

最后通过同步压缩操作, 得到广义参数化同步压缩处理后的时频能量分布为

$$PSST_s(t, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} STFTe_s(t, \omega) \cdot \delta(\eta - f_s(t, \omega)) d\omega \quad (27)$$

广义参数化同步压缩处理后的时频能量分布仍满足重构特性。对利用式(27)获得的时频能量分布沿频率方向进行积分, 可得到重构后的原始信号 $s(t)$ 为

$$s(t) = (2\pi g(0))^{-1} \cdot \int_{\{\omega, |\omega - \phi_k| < ds\}} PSST_s(t, \omega) d\omega \quad (28)$$

1.5 多分量信号迭代处理步骤

旋转机械振动信号多为多分量信号, 各单分量信号的瞬时频率变化规律不一致, 利用广义参数化同步压缩变换对各单分量信号进行相同的频率旋转、频率平移操作, 无法达到时频能量增强的目的。由于旋转机械振动信号各单分量信号间不存在交叉, 本文提出利用迭代处理的方式, 依次提取各单分量信号, 并对其进行叠加得到最终的变转速下旋转机械振动信号时频能量分布。具体步骤如下。

(1) 通过利用短时傅里叶变换变换、同步压缩变换变换等时频分析结果或先验经验确定待提取多分量信号中单分量信号个数 K 。

(2) 利用式(24)提取幅值最大的单分量信号 $s_1(t)$ 的瞬时频率曲线 $\tilde{IF}_{1,1}(t)$, 估计核函数参数, 构造与其对应的频率旋转算子 $\Phi_{c_1, c_2, \dots, c_n}^{R,1}(\tau)$ 、频率平移算子 $\Phi_{l_0, c_1, c_2, \dots, c_n}^{S,1}(\tau)$, 通过式(27)获得广义参数化同步压缩处理后的时频能量分布 $PSST_{s_1}^1$ 。上述过程重复 m 次, 直至第 m 次提取的瞬时频率曲线与第 $m-1$ 次提取的瞬时频率曲线之间满足下式所述关系

$$Error = \frac{\|\tilde{IF}_{1,m}(t) - \tilde{IF}_{1,m-1}(t)\|_2}{\|\tilde{IF}_{1,m}(t)\|_2} < \zeta \quad (29)$$

式中, 当 $m=1$ 时, $\tilde{IF}_{1,m-1}(t)=0$, ζ 为设定误差阈值。

此时, 利用式(28)恢复该频率分量对应的时域

信号 $\tilde{s}_1(t)$ ，并获得该信号对应的时频能量分布为 $PSST_{\tilde{s}_1}$ 。

(3) 利用步骤(2)所示单分量信号处理方法，依次处理旋转机械振动信号中的其他单分量信号 $s_2(t), s_3(t), \dots, s_K(t)$ ，得到估计的时域信号 $\tilde{s}_2(t), \tilde{s}_3(t), \dots, \tilde{s}_K(t)$ ，并获得相应的时频能量分布为 $PSST_{\tilde{s}_1}, PSST_{\tilde{s}_2}, \dots, PSST_{\tilde{s}_K}$ 。

(4) 利用下式，将各单分量信号的时频能量分布叠加，得到最终的时频能量分布 TFA 。

$$TFA = \sum_{k=1}^K PSST_{\tilde{s}_k} \quad (30)$$

2 仿真分析

变转速下旋转机械振动信号基频及其倍频随时间快速变化，根据变转速下旋转机械振动信号的这一特点，构造如下所示的多分量调频信号

$$S(t) = s_1(t) + s_2(t) + s_3(t) \quad (31)$$

式中，各单分量信号的时域表达式为

$$s_1(t) = 3 \cos\left(2\pi \int 20 + 40t - 20t^2 dt\right) \quad (32)$$

$$s_2(t) = 2 \cos\left(2\pi \int 40 + 80t - 40t^2 dt\right) \quad (33)$$

$$s_3(t) = 2 \cos\left(2\pi \int 60 + 120t - 60t^2 dt\right) \quad (34)$$

仿真信号采样频率为 300 Hz，采样时间为 2 s。该信号的时域、频域波形如图 1 所示。

图1 仿真信号时域、频域波形

由于该信号为非平稳信号，利用传统的频域分析无法判断频率成分的波动情况。为此，利用本文所提方法处理该多分量信号，时频分析中窗函数长度 $h=200$ ，误差阈值 $\zeta=5 \times 10^{-3}$ ，积分区间 $ds=5$ Hz。

按照幅值大小依次处理单分量信号 s_1 、 s_2 和 s_3 ，获得单分量信号时域波形及对应的时频能量分布，将各单分量信号的时频能量分布进行叠加，得到该多分量信号最终的时频能量分布如图 2 所示。

图2 广义参数化同步压缩变换处理仿真信号结果

为了说明本文所提方法通过迭代方式处理各单分量信号时的有效性，图 3~5 给出了利用本文方法

图3 单分量信号 s_1 与重构信号整体及细节对比图

图4 单分量信号 s_2 与重构信号整体及细节对比图

图 5 单分量信号 s_3 与重构信号整体及细节对比图

重构各单分量信号得到的时域波形。对比可知, 各单分量信号的重构信号与原始信号吻合较好, 仅在信号边缘处存在微小差别。

作为对比, 图 6 给出了广义参数化时频分析、同步压缩变换、短时傅里叶变换等三种时频分析方法处理后的时频能量分布。上述三种方法分析过程中参数设置与本文所提方法的参数设置相同。对比可知, 广义参数化时频分析通过频率旋转、频率平移操作获得的时频能量分布聚集性较短时傅里叶变换显著提高, 但在真实瞬时频率附近仍存在无关频率成分干扰; 由于同步压缩变换仅适用于处理瞬时

图 6 其他时频分析方法处理仿真信号结果

频率恒定的纯谐波信号, 观察图 6b 可知, $t=1\text{s}$ 时的时频能量聚集性明显增强, 但在瞬时频率变化较为剧烈的时间段内, 时频能量发散现象仍较为严重。

本文利用 Rényi 熵来定量评价各种方法获得的时频能量分布的聚集性。时频能量聚集性较高, 对应的 Rényi 熵值较小^[16]。四种时频分析方法对应的 Rényi 熵如表 1 所示。对比可知, 利用本文所提方法获得的时频能量分布聚集性最优。

表 1 不同时频分析方法处理仿真信号对应的 Rényi 熵

时频分析方法	Rényi 熵
广义参数同步压缩变换	10.762 5
广义参数化时频分析	14.226 5
同步压缩变换	12.623 6
短时傅里叶变换	14.921 7

为了验证本文所提方法在处理含噪声非平稳信号时的鲁棒性, 对式(31)所示多分量信号添加信噪比 0~30 dB 的高斯白噪声, 利用上述四种时频分析方法分别处理含噪声非平稳信号, 得到在不同输入信噪比下对应的 Rényi 熵以及重构信号信噪比如图 7 所示。

在重构信号时, 广义参数化同步压缩变换和同步压缩变换相对广义参数化时频分析、短时傅里叶变换还需额外确定频率积分区间。当噪声成分存在时, 较小的频率积分区间能减小噪声成分的干扰, 但频率积分区间内较少的时频能量系数也将导致较差的重构效果。由于频率积分区间往往凭经验选取, 本文选择的重构信号频率积分区间为 $\text{ds}=3\text{ Hz}$ 、 5 Hz 以及 10 Hz 。

观察图 7 可知, 利用本文所提方法获得的时频能量聚集性在不同输入信噪比下均为最优; 当输入信噪比小于 13 dB 时, 利用本文所提方法获得的重构信号信噪比仅略小于广义参数化时频分析得到的结果, 当输入信号比大于 13 dB 时, 利用本文所提

(a) 广义参数化时频分析结果

(b) 同步压缩变换结果

图7 不同输入信噪比下的 Rényi 熵及输出信噪比

方法获得的重构信号信噪比较其他方法的结果显著提高。综合考虑上述四种方法在提高时频能量聚集性、恢复重构信号有效性的能力,认为本文所提方法具有较好的时频能量聚集性及重构特性。

3 应用实例

本文在旋转机械故障诊断试验台轴系部分开展变转速下转子不对中、滚动轴承外圈故障模拟试验,利用本文所提方法处理上述两类变转速下的旋转机械振动信号,由此来验证本文所提方法在处理变转速下旋转机械振动信号方面的效果。

3.1 变转速下转子不对中故障试验信号分析

在模拟转子不对中故障时,试验台布置如图8所示。将 I_1 、 I_2 处螺丝拧至松动状态,拆除 I_3 、 I_4 处螺丝及 I_5 处定位销,沿箭头方向向上调节 I_6 处螺丝约 3 mm。在轴系左端,利用转轴上的凹槽作为键相标记获得参考转速信号。在轴系右端靠近右侧轴

图8 转子不对中故障试验台布置图

承座的位置,分别沿水平、垂直两个方向布置电涡流位置传感器采集变转速下转子系统位移信号,采样频率为 1 000 Hz,采样时间为 5 s。试验分析时仅利用水平方向电涡流传感器采集到的位移信号,其时域、频域波形及参考转速如图9所示。

图9 转子不对中故障信号时域、频域波形及参考转速

从图中看出,采用传统的频谱分析无法反应各频率成分随时间的变化规律。为此,利用本文所提方法处理该试验信号,设置待提取分量个数 $K=7$,窗函数长度 $h=1\ 000$,误差阈值 $\zeta=5\times 10^{-3}$,积分区间 $ds=5\ \text{Hz}$ 。依次获取转频及各倍频信号时域波形及对应的时频能量分布,将各单分量信号的时频能量分布进行叠加,得到该多分量信号最终的时频能量分布如图10所示。从图中可以清晰地看出转频及其二至六倍频频率成分随时间的变化趋势。

图10 广义参数化同步压缩变换处理转子不对中信号结果

为了说明本文所提方法的有效性,将转频及

各倍频信号的时域波形合并获得重构信号如图 11 所示。通过与原始信号对比发现, 本文所提取的 7 个单分量信号合成后的重构信号与原始信号差别非常小。对 7 个单分量信号的时频能量分布叠加后获得的时频能量分布结果能够反映转子不对中故障信号的真实时频能量分布。

图 11 转子不对中信号与重构信号整体及细节对比图

作为对比, 图 12 也给出了利用广义参数化时频分析、同步压缩变换、短时傅里叶变换等三种时频分析方法处理后的时频能量分布。上述三种方法分析过程中参数设置与本文所提方法的参数设置相同。对比可知, 利用广义参数时频分析得到的时频能量分布聚集性相对短时傅里叶变换变换的结果较好, 但是受到窗函数结构的影响, 利用广义参数化时频分析得到的时频能量分布在真实瞬时频率位置存在能量扩散现象; 利用同步压缩变换获得的时频能量分布可读性较差, 仅能大致观察到转频及其二至四倍频频率成分随时间的变化规律。

利用 Rényi 熵来定量评价各种时频分析方法处理转子不对中信号的时频能量分布的聚集性, 其结果如表 2 所示。对比可知, 利用本文所提方法获得的时频能量分布聚集性最优。

(a) 广义参数化时频分析结果

(b) 同步压缩变换结果

(c) 短时傅里叶变换结果

图 12 其他时频分析方法处理转子不对中信号结果

表 2 不同时频分析方法处理转子不对中信号的 Rényi 熵

时频分析方法	Rényi 熵
广义参数同步压缩变换	13.871 1
广义参数化时频分析	17.905 3
同步压缩变换	15.937 1
短时傅里叶变换	18.837 9

3.2 变转速下滚动轴承外圈故障试验信号分析

通过在 N205EM 圆柱滚子轴承外圈上加工宽度为 4 mm、深度为 2 mm 的正方形凹坑来模拟外圈局部剥落故障。外圈局部故障形貌及试验过程中加速度传感器布置如图 13 所示。

图 13 滚动轴承外圈故障及加速度传感器布置

根据该轴承的结构参数可知, 外圈故障时, 旋转一圈将会产生 5.4 次冲击。试验过程中, 采样频

率为 20 kHz, 采样时间为 5 s。试验分析时仅利用垂直方向加速度传感器采集到的加速度信号, 其时域、频域波形及参考转速如图 14 所示。

图 14 轴承外圈故障信号时域、频域波形及参考转速

对轴承故障信号进行包络解调获取幅值包络, 为了提高后续计算效率, 对幅值包络进行降采样处理。若故障频率及其二、三倍频处的幅值较为突出, 即可判断轴承出现故障^[17]。观察图 14c 中给出的参考转速信息, 试验过程中最大转速约为 2 000 r/min , 根据香农采样定理, 为了准确表示轴承故障频率及其二、三倍频变化曲线, 设置降采样过程采样频率为 2 000 Hz ($\gg 2 \times 3 \times 5.4 \times 2\,000/60 \text{ Hz}$)。原始信号幅值包络及降采样后的幅值包络如图 15 所示。

图 15 外圈故障信号原始幅值包络及降采样后的幅值包络

利用本文所提方法处理降采样后的幅值包络,

时频分析中窗函数长度 $h=600$, 误差阈值 $\zeta=5 \times 10^{-3}$, 积分区间 $\text{ds}=5 \text{ Hz}$ 。依次提取故障特征频率及其二、三倍频单分量信号对应的时频能量分布, 将各单分量信号的时频能量分布进行叠加, 得到时频能量分布如图 16 所示。

图 16 广义参数化同步压缩变换处理轴承外圈故障信号结果

为了说明本文所提方法的有效性, 图 17 给出了广义参数化时频分析、同步压缩变换、短时傅里叶变换等三种时频分析方法处理后的时频能量分布。上述三种方法分析过程中参数设置与本文所提方法的参数设置相同。对比可知, 通过迭代处理的方式, 能够完全消除各单分量信号之间的噪声成分。利用 Rényi 熵衡量四种时频分析方法所获得的时频能量

(a) 广义参数化时频分析结果

(b) 同步压缩变换结果

(c) 短时傅里叶变换结果

图 17 其他时频分析方法处理轴承外圈故障信号结果

分布的能量聚集性,其结果如表 3 所示。通过对比可知,利用广义参数化同步压缩变换获得的时频能量分布对应的 Rényi 熵值最小,时频能量分布聚集性最高,时频分析结果的可读性最好。

表 3 不同时频分析方法处理轴承外圈故障信号的 Rényi 熵

时频分析方法	Rényi 熵
广义参数同步压缩变换	16.908 7
广义参数化时频分析	20.845 5
同步压缩变换	21.738 8
短时傅里叶变换	24.683 0

4 结论

(1) 为了准确刻画强调频信号的时频能量分布,提出了基于广义参数化同步压缩的时频分析方法。结合广义参数化时频分析与同步压缩两种时频分析方法的优点,通过对频率旋转、频率平移后的强调频信号进行同步压缩变换,进一步提高时频能量分布的聚集性。

(2) 针对旋转机械振动信号多为多分量信号的特点,通过迭代处理的方法,依次获取各单分量信号的时频能量分布,对其进行叠加得到旋转机械振动信号的时频能量分布。利用本文所提方法,有效提取了变转速下转子不对中信号、滚动轴承外圈故障信号的时频能量分布。

参 考 文 献

- [1] 林京,赵明. 变转速下机械设备动态信号分析方法的回顾与展望[J]. 中国科学: 技术科学, 2015, 45(7): 669-686.
LIN Jing, ZHAO Ming. Dynamic signal analysis for speed-varying machinery: A review[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2015, 45(7): 669-686.
- [2] 陈小旺,冯志鹏,LIANG Ming. 基于迭代广义同步压

缩变换的时变工况行星齿轮箱故障诊断[J]. 机械工程学报, 2015, 51(1): 131-137.

CHEN Xiaowang, FENG Zhipeng, LIANG Ming. Planetary gearbox fault diagnosis under time-variant conditions based on iterative generalized synchrosqueezing transform[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(1): 131-137.

- [3] YU G, YU M, XU C. Synchroextracting transform[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(10): 8042-8054.
- [4] AUGER F, FLANDRIN F. Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the reassignment method[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(5): 1068-1089.
- [5] DAUBECHIES I, LU F J, WU H T. Synchrosqueezed wavelet transform: An empirical mode decomposition like tool[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 30(2): 243-261.
- [6] THAKUR G, WU H T. Synchrosqueezing-based recovery of instantaneous frequency from nonuniform samples[J]. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 2011, 43(5): 2078-2095.
- [7] WANG S, CHEN X, CAI C, et al. Matching demodulation transform and synchrosqueezing in time-frequency analysis[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(1): 69-84.
- [8] WANG S, CHEN X, LI G, et al. Matching demodulation transform with application to feature extraction of rotor rub-impact fault[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2014, 63(5): 1372-1383.
- [9] 赵明,林京,廖与禾,等.基于自适应短时 Chirp-Fourier 变换的瞬时转速估计及应用[J]. 机械工程学报, 2015, 51(14): 8-14.
ZHAO Ming, LIN Jing, LIAO Yuhe, et al. Instantaneous rotating speed estimation using adaptive short-time chirp-fourier transform and its application[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(14): 8-14.
- [10] YANG Y, PENG Z, DONG J, et al. General parameterized time-frequency transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(11): 2751-2764.
- [11] PENG Z, MENG G, CHU F, et al. Polynomial chirplet transform with application to instantaneous frequency estimation[J]. IEEE Transactions on Instrumentations and Measurement, 2011, 60(9): 3222-3229.
- [12] YANG Y, PENG Z, MENG G, et al. Spline-kernelled chirplet transform for the analysis of signals with time-varying frequency and its application[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59(3): 1612-1621.

- [13] YANG Y, PENG Z, MENG G, et al. Characterize highly oscillating frequency modulation using generalized warble transform[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 26(1): 128-140.
- [14] 杨扬. 参数化时频分析理论、方法及其在工程信号分析中的应用[D]. 上海: 上海交通大学, 2013.
- YANG Yang. Theory, methodology of parameterized time-frequency analysis and its application in engineering signal processing[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2013.
- [15] CARMONA R, HWANG W, TORRESANI B, et al. Characterization of signals by the ridges of their wavelet transforms[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(10): 2586-2590.
- [16] BARANIUK R.G, FLANDRIN P, JANSSEN A J E M, et al. Measuring time-frequency information content using the Rényi entropies[J], *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, 47(4): 1391-1409.
- [17] SHI J, LIANG M, NECSULESCU D, et al. Generalized stepwise demodulation transform and synchrosqueezing for time-frequency analysis and bearing fault diagnosis[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 368: 202-222.

作者简介: 俞昆, 男, 1991 年出生, 博士研究生。主要研究方向为变转速下滚动轴承-转子系统动力学建模及故障诊断。

E-mail: kunyu9198@126.com

马辉(通信作者), 男, 1978 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为转子系统动力学建模及故障诊断。

E-mail: mahui_2007@163.com