DOI: 10.3901/JME.2020.11.037

垂直降落运载器着陆动力学建模与稳定性分析*

王英超 高海波 于海涛 刘 振 丁 亮 宋宝玉 邓宗全
(哈尔滨工业大学机器人技术与系统国家重点实验室 哈尔滨 150080)

摘要: 目前, 垂直起降运载器的可重复使用是大量节约空间进入成本的直接有效方式。如若运载器在整个着陆过程中维持未倾翻状态直至安全着陆, 则意味着实现了运载器的成功回收。在垂直起降可重复使用运载器着陆过程中, 利用着陆装置吸收冲击能量以协助运载器实现稳定是其最终环节, 此过程对运载器能否安全着陆有重要影响。针对支腿式运载器着陆装置, 在传统多体动力学分析基础上, 引入含摩擦单点碰撞模型以模拟足地碰撞引起的动力学不连续过程, 建立典型着陆模式下运载器各着陆状态动力学方程, 构建腿式着陆装置运载器完整着陆过程有限状态机。通过数值仿真计算, 对运载器着陆结果进行参数化区间划分, 获得稳定着陆的参数组合, 可为后续运载器着陆控制提供策略参考和技术支撑。

关键词: 运载器回收; 动力学建模; 碰撞; 稳定性

中图分类号: TP271

Landing Dynamics Modeling and Stability Analysis of Vertical-landing Carrier

WANG Yingchao GAO Haibo YU Haitao LIU Zhen
DING Liang SONG Baoyu DENG Zongquan

(State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080)

Abstract: At present, the reusability of vertical takeoff and landing vehicles is a direct and effective way to save a large amount of cost of space entry. If the carrier remains untilted throughout the landing until a safe landing, this means a successful recovery of the carrier. In the vertical landing and reusable carrier landing process, the use of landing devices to absorb impact energy to assist the carrier to achieve stability is the final step, which has a significant impact on the safe landing of the vehicle. Based on the traditional multi-body dynamics analysis, a friction-containing single-point collision model is introduced to simulate the dynamic discontinuity process caused by the foot-ground collision, and the landing state dynamics of the carrier in a typical landing mode is established. And constructed a finite state machine for the complete landing process of the leg landing gear carrier. Through numerical simulation calculation, the parameterization interval of the carrier landing results is divided to obtain a stable landing parameter combination, which can provide strategic reference and technical support for subsequent carrier landing control.

Key words: rocket recycling; dynamic modeling; collision; stability

0 前言

重复使用垂直起降运载器技术是目前降低空间进入成本的直接有效途径。成熟的运载器重复使用技术, 可将运载器的两次发射任务时间间隔缩短至几周, 经人工检查及填充燃料即可承接下次发射任务, 且理论上运载器可被重复使用 50 次以上。相较一次性运载器而言, 节省了 80% 以上的经济及人力成本, 空间运载器由一次性向可重复性的转变意义

巨大。

垂直起降运载器的回收技术相关研究工作在国外开展较早, 早在 1993 年, 美国宇航局研发的一种可重复使用的飞行器“三角快帆”(DC-X)被视为最早的可重复使用运载器原型试验。目前, 美国的 Space X 公司和 Blue Origin 公司自 2012 年与 2015 年分别首次成功回收自主研发运载器以来, 近年, 持续发射“蚱蜢”(Grasshopper)和 New Shepard 可重复运载器, 且在运载器尺寸、运载能力及回收方式等方面不断创新。现已将垂直起降运载器回收技术进行商业化的推广应用, 可见其垂直起降运载器回收技术已十分成熟。

国内对垂直起降运载器回收技术的相关研究处

* “111”创新引智计划(B07018)、国家自然科学基金创新研究群体项目(51521003)和中央高校基本科研业务费专项基金(HIT.NSRIF.201833)资助项目。20190315 收到初稿, 20190719 收到修改稿

于如火如荼的探索状态,目前掌握了运载器悬停技术等关键的运载器回收技术,有望近年完全掌握运载器的可重复使用技术并完成自主研发运载器的成功回收任务。

垂直降落运载器的成功回收,首先需用发动机的多次启动和推力可调节等技术实现运载器着陆前的制动和姿态调节,然后在制动过程中,展开运载器的着陆装置,以备触地后吸收冲击能量,同时协调一定的倾斜姿态和水平速度,以保证运载器稳定着陆。因而,运载器的着陆装置稳定性对运载器回收工作有着重要的影响,有较大的研究意义。

运载器的着陆过程中发生的碰撞,是不连续的动力学过程,为着陆过程的动力学仿真增加了难度,因此对碰撞过程的合理建模是较为必要的研究工作。碰撞相关理论的研究经过了一系列的探索^[7-11],目前已发展成为较全面的碰撞理论,能够较精确描述三维含摩擦单点碰撞问题。

碰撞问题的主要建模方法^[6]之一是将多体系统的碰撞动力学过程看作是一个有限时间的接触碰撞力的作用过程。文献[10]针对三维含摩擦单点碰撞问题,运用离散化方法提出了以法向冲量为自变量的速度突变计算方式,简化了碰撞的计算过程,为运载器着陆过程碰撞模型的建立提供了思路。

由于可回收运载器的着陆装置动力学相关研究文献较少,而月面着陆装置与运载器着陆装置在结构及着陆动力学过程等方面类似,因此月面着陆装置的动力学相关文献亦有一定参考价值。国外针对运载器着陆装置和月面着陆装置的相关研究皆较为成熟,但是其最新研究成果的文献较难获取。美国的 ULYSSE 针对全尺登月着陆装置样机做了大量的试验,对不同着陆模式的着陆缓冲力学特性进行了总结整理,但并未探讨包含碰撞环节的完整着陆过程的动力学理论^[14]。JAMES 在二维条件下研究了空间着陆装置所受的冲击对着陆特性的影响,发现冲击对轴向的弹性变形有较大影响,揭示了在着陆过程中碰撞问题的不可忽略性^[15],但并未提出适用于着陆装置的碰撞模型及在着陆过程的动力学理论中考虑碰撞。

目前国内对运载器回收用着陆装置的相关研究仍处于起步状态,但对月面着陆装置的研究有一些初步成果。南京航空航天大学研究人员针对月面腿式着陆装置的着陆过程进行了详细的动力学理论建模、软件仿真及试验验证^[5]。但在理论建模中,并未考虑着陆过程中着陆腿与月面的碰撞所导致的速度的突变。哈尔滨工业大学罗昌杰等针对四腿式着

陆装置,提出了基于零力矩点法判断着陆装置稳定性的一般方法^[13],在已知着陆过程中着陆装置的位置和姿态的情况下,可以用此法来判断运载器是否稳定,但未进行其着陆过程的动力学分析。

对腿式着陆装置运载器的着陆动力学过程及其稳定性进行研究。在矢状面上,对运载器的着陆过程进行动力学建模,模型化着陆过程中着陆足与地面的碰撞接触,量化碰撞的影响,建立包含碰撞的运载器软着陆过程动力学模型,通过仿真计算,搜索典型着陆模式下着陆运动参数对运载器着陆稳定性的影响范围,以期对运载器反推力着陆的前期姿态及速度控制提供理论支持和操作策略参考。

1 着陆机构着陆过程动力学建模

1.1 着陆过程理论建模

运载器着陆机构的着陆模式与其余四腿式着陆装置类似,按照依次接触地面的着陆腿数量及着陆装置接触地面的次数可将着陆模式分为 1-2-1 模式(一条腿先着地→两条腿再同时着地→最后一条腿着地)、2-2 模式(先两条相邻腿同时着地→后两条腿再同时着地)、1-1-1-1 模式(一条腿先着地→与其相邻的第二条腿着地→邻近的第三条腿着地→最后一条腿着地)和四腿同时着陆方式。腿式着陆装置的着陆模式与着陆前姿态角或水平速度有关,当着陆姿态角为零时,着陆模式与水平速度方向的关系如图 1 所示。

图 1 着陆模式与水平速度关系示意图

在所有着陆模式中,2-2 着陆模式作为可重复使用运载器的典型着陆模式之一,其动力学过程具有较高的研究价值。故针对运载器腿式着陆装置的 2-2 模式着陆过程进行动力学建模研究,1-2-1 着陆模式的动力学过程与 2-2 模式类似。

图 2 所示为着陆装置的等效模型,给出了平行四边形式着陆装置的所有构型参数。可重复使用运载器着陆装置的构型参数符号与含义如表 1 所示。

图2 二维着陆动力学模型

表1 着陆机构动力学模型有关符号的含义表

符号	含义	单位
θ	运载器的姿态角	(°)
h	运载器质心到主支柱上部铰接点的轴向距离	m
L_{i0}	第 <i>i</i> 组着陆腿主支柱的初始长度(缓冲前的长度)	m
ΔL_i	第 <i>i</i> 组着陆腿主支柱的缓冲行程	m
L	运载器质心到着陆腿主支柱的垂直距离	m
L_i	第 <i>i</i> 组着陆腿主支柱实际长度	m
x_i	运载器第 <i>i</i> 个着陆足点的水平距离	m
y_i	着陆装置第 <i>i</i> 个着陆足点的垂直距离	m
F_{Ni}	地面对第 <i>i</i> 组着陆腿的支反力, 方向垂直向上	N
F_{fi}	地面对第 <i>i</i> 组着陆腿的摩擦力, 方向水平向右	N
F_{mi}	第 <i>i</i> 组着陆腿主支柱内的缓冲力	N
μ	地面的摩擦因数	—
m	运载器总质量	kg
J	基体转动惯量	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$

在2-2 着陆模式下, 运载器软着陆过程为: 运载器着陆腿触地后, 发生单组腿与地面的碰撞, 产生一个速度阶跃, 进入第一组腿与地面接触的动力学状态, 在此状态中, 运载器姿态将因受力改变而不断变化。

若运载器着陆结果为稳定, 运载器最终将由单组腿着陆状态转变为双组腿着陆状态, 进一步减小其动能直到稳定。如果运载器无法稳定着陆, 则运载器将在倾翻条件满足前在单、双组腿着陆状态甚至空中状态之间转变, 如图3所示。

图3 着陆过程有限状态机图

图3给出了运载器着陆过程的有限状态机。图中的 C_i 表示运载器着陆过程中相应状态的动力学转化条件, 具体含义见表2。

表2 着陆过程状态机转化条件表

符号	含义	条件
C_1	姿态角非零时一组足触地	$\theta \neq 0; y_1 = 0(\theta > 0)$ 或 $y_2 = 0(\theta < 0)$
C_2	触地支腿的支持力为零	$F_{N1} = 0(\theta > 0)$ 或 $F_{N2} = 0(\theta < 0)$
C_3	姿态角为零且双组足同时触地	$\theta = 0$ 且 $y_1 = y_2 = 0$
C_4	悬空的一组足触地	$y_2 = 0(\theta > 0)$ 或 $y_1 = 0(\theta < 0)$
C_5	有一组支腿的支持力为零	$F_{Ni} = 0$
C_6	质心位置在足点支撑范围之外且有相应倾翻趋势	$x - x_1 \leq 0$ 且 $\dot{\theta} \geq 0$ (向左倾翻) $x - x_2 \geq 0$ 且 $\dot{\theta} \leq 0$ (向右倾翻)
C_7	运载器动能趋于零	$\dot{\theta}^2 + \dot{x}^2 + \dot{y}^2 \approx 0$

1.2 自由落体状态动力学方程

此次仿真以自由落体状态模拟运载器着陆前和着陆过程中的空中状态。由于运载器在超低空状态(运载器姿态可控的最后阶段)的角速度值较小几乎为零, 又考虑到空中状态时间历程较短, 实际姿态角变化值较小, 因此假设: 运载器在空中状态的姿态角不变。此状态的动力学方程见下式

$$\begin{cases} m\ddot{x} = 0 \\ m\ddot{y} = -mg \\ J\ddot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中, 自由落体状态的结束条件由图2所示的四腿式着陆机构的理论模型得出

$$y = L_0 \cdot \cos \theta + L \cdot \sin \theta + h \cdot \cos \theta \quad (2)$$

1.3 单组腿着陆状态动力学方程

运载器姿态角非零时, 当自由落体状态结束后, 运载器将进入单组腿着陆状态。此状态可分为左组腿着陆情况与右组腿着陆情况, 着陆的足受到垂直向上的支持力和地面的摩擦力, 而另一组腿处于悬空的不受力状态, 直到其支腿端部竖直距离为零, 而进入双组腿着陆状态。

单组腿触地状态动力学方程如下

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_{fi} \\ m\ddot{y} = F_{Ni} - mg \\ J\ddot{\theta} = F_{fi} \cdot y - F_{Ni} \cdot (x - x_i) \end{cases} \quad (3)$$

以着陆腿为左腿为例, 以下为着陆的一组腿的缓冲行程及缓冲速度

$$\Delta L_1 = L_0 - \frac{y}{\cos \theta} + h + L \cdot \tan \theta$$

$$\Delta L_1' = -\frac{v_y + y \cdot v_\theta \cdot \tan \theta}{\cos \theta} + \frac{L \cdot v_\theta}{\cos^2 \theta}$$

同样地, 由理论模型得出单组腿着陆状态结束条件

$$y = h \cdot \cos \theta + L_0 \cdot \cos \theta - L \cdot \sin \theta \quad (4)$$

1.4 双组腿着陆状态动力学方程

相似地, 在此状态中, 两组着陆腿都会受到支持力和摩擦力, 随着两组腿中的缓冲机构缓冲行程及缓冲速度改变, 其支持力与摩擦力会有所不同。

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_{f1} + F_{f2} \\ m\ddot{y} = F_{N1} + F_{N2} - mg \\ J\ddot{\theta} = (F_{f1} + F_{f2}) \cdot y - F_{N1} \cdot (x - x_1) - F_{N2} \cdot (x - x_2) \end{cases} \quad (5)$$

$$x - x_1 = L \cdot \cos \theta - y \cdot \tan \theta + L \cdot \sin \theta \cdot \tan \theta$$

$$x_2 - x = \frac{2 \cdot L}{\cos \theta} - L \cdot \cos \theta + y \cdot \tan \theta - L \cdot \sin \theta \cdot \tan \theta$$

以先左组腿后右组腿触地为例, 以下分别为左、右两组着陆支腿的缓冲行程及缓冲速度

$$\Delta L_1 = L_0 - \frac{y}{\cos \theta} + h + L \cdot \tan \theta$$

$$\Delta L_1' = -\frac{v_y + y \cdot v_\theta \cdot \tan \theta}{\cos \theta} + \frac{L \cdot v_\theta}{\cos^2 \theta}$$

$$\Delta L_2 = L_0 - \frac{y}{\cos \theta} + h - L \cdot \tan \theta$$

$$\Delta L_2' = -\frac{v_y + y \cdot v_\theta \cdot \tan \theta}{\cos \theta} - \frac{L \cdot v_\theta}{\cos^2 \theta}$$

根据静态稳定性理论, 当运载器的质心在地面的投影在各足投影范围边界上或以外, 且有相应的倾翻趋势, 则视为运载器发生倾翻。在 2-2 着陆模式中, 将倾翻形式可分为以下两种: ① 向左倾翻 ($x - x_1 \leq 0$ 且 $\dot{\theta} \geq 0$); ② 向右倾翻 ($x - x_2 \geq 0$ 且 $\dot{\theta} \leq 0$), 如图 4 所示。

图 4 倾翻方式判断示意图

1.5 运载器着陆过程中力的描述

1.5.1 缓冲力建模与计算

假设着陆腿的缓冲机构模型为弹簧阻尼模型 (图 5), 则缓冲力可表示为

$$F_{mi} = K \cdot \delta + D \cdot \dot{\delta} \quad (6)$$

式中, K 、 D 为与缓冲器性能相关的比例系数 (刚度系数与阻尼系数), δ 表示着陆机构缓冲器的缓冲行程, $\dot{\delta}$ 表示缓冲行程变化速度, 即缓冲速度。

图 5 缓冲力模型示意图

软着陆装置支腿缓冲机构的刚度系数通过以下方式确定。

(1) 最大刚度系数。考虑极端单支腿触地情况, 假设运载器处于倾翻边缘, 此时着陆腿的变形量达到缓冲器的最大压缩行程, 缓冲速度为零, 此时则有

$$Nmg = Kl \cos \theta_e - mg \quad (7)$$

式中 K ——刚度系数 (N/m);

l ——最大缓冲行程 (m);

N ——回收运载器所要求的最大过载系数;

θ_e ——矢状面临界倾翻角度 ($^\circ$)。

得到最大刚度系数

$$K_{\max} = \frac{(N+1)mg}{l \cos \theta_e} \quad (8)$$

(2) 最小刚度系数。当运载器稳定着陆时, 着陆腿中的缓冲装置足够支撑运载器的质量即可

$$mg = 4Kl$$

因此, 最小刚度系数为

$$K_{\min} = \frac{mg}{4l}$$

由上述所获得的刚度系数范围, 由仿真优化分析, 获得唯一确定的刚度系数。

运载器着陆支腿的缓冲阻尼系数分析如下。在极端单支腿触地的情况下，运载器着陆过程中能量转换过程：假设缓冲吸能过程为均匀减速运动，则由能量守恒定律

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgl \cos \theta_e = \int_0^t Dv^2 dt + \frac{1}{2}Kl^2 \quad (9)$$

式中， v_0 为碰撞发生后缓冲装置开始吸收能量前的着陆足的速度。计算得到阻尼系数表达式为

$$D = \frac{3m}{2t_m} + \frac{3l(2mg \cos \theta_e - K)}{2v_0^2 t_m} \quad (10)$$

式中， t_m 为缓冲吸能时间。

由以上分析，缓冲装置的阻尼系数与刚度系数、缓冲参数及运动参数等有关，因此无法由公式确定唯一确定阻尼系数。

由于着陆过程中的缓冲装置的反弹会大大影响着陆的稳定性，因此，缓冲装置的弹簧阻尼系统处于过阻尼状态是对缓冲装置的重要要求，由此确定缓冲装置的阻尼系数。

1.5.2 切向力建模与计算

着陆过程中的切向力可分为动滑动摩擦力和静滑动摩擦力两种。此次仿真计算假设动静摩擦因数相等，当质心切向速度与触地足点切向速度方向相同时为动滑动摩擦力阶段，此时，动滑动摩擦力阻碍运载器在地面的滑动，可根据Columb 摩擦力理论描述；若质心切向速度与触地足点的切向速度方向相反或为零，则视为进入静滑动摩擦力阶段，静滑动摩擦力阻碍足端的运动趋势。

采用式(11)^[12]描述静滑动摩擦力的大小

$$F_T = -\frac{\exp(\delta_T / (1.5K_T)) - \exp(-\delta_T / (1.5K_T))}{\exp(\delta_T / (1.5K_T)) + \exp(-\delta_T / (1.5K_T))} \mu_f F_N \quad (11)$$

式中 δ_T ——切向剪切位移(m)；

F_T ——切向接触力(N)；

K_T ——地面与足材料之间的剪切位移模量(N/m²)；

μ_f ——足与地面间的摩擦因数。

为便于计算，将式(11)进行线性化(运用最小二乘法进行线性拟合)处理，得到

$$F_T = \begin{cases} -\frac{0.5811\mu_f F_N \delta_T}{K_T} \operatorname{sgn}(\delta_T) & \delta_T < K_T / 0.5811 \\ -\mu_f F_N \cdot \operatorname{sgn}(\delta_T) & \delta_T \geq K_T / 0.5811 \end{cases} \quad (12)$$

式(12)即为运载器着陆动力学模型中的静摩擦力模型，图6给出了此切向力与位移的示意关系。

图6 切向力与切向位移关系示意图

2 碰撞模型的建立

碰撞是一个复杂的动力学过程，此瞬时过程通常产生巨大的碰撞冲量，对运载器着陆的动力学过程产生重大影响。其瞬时特性使得对碰撞现象的建模和分析更加困难。目前国内的运载器着陆装置相关文献中，通常用重力估算碰撞冲击力以避免碰撞过程建模^[4]，或者将着陆过程中的碰撞模型替代为足地间的弹塑性模型^[5]以计算碰撞力，以上对碰撞问题的简单建模不能为描述碰撞导致的速度跃变提供有效便捷的计算方法，引入力学研究中的碰撞理论以描述运载器着陆过程中的碰撞问题。将运载器支腿与地面碰撞时发生的塑性变形耗能考虑在内，可使得动力学仿真过程更贴近实际的物理过程。

假设运载器着陆足端部与地面的碰撞为含摩擦单点碰撞问题^[10]。假定着陆足和地面局部材料特性在着陆过程中不随碰撞次第改变，即恢复系数始终为常数。

碰撞系统为定常系统，假设运载器与地面分别在 O_1 与 O_2 点处进行碰撞。在 O_1 处建立惯性直角坐标系 (i_1, i_2, i_3) ，方向如图7所示。

图7 多体系统单点碰撞图

在碰撞过程中位型不变的前提下, 引入碰撞冲量, 由 Lagrange 方程, 即可得到以法向冲量为自变量的质心速度变化^[10]

$$\frac{d\dot{\mathbf{q}}}{dP_3} = \mathbf{M}^{-1} \left(\mathbf{K} \frac{d\mathbf{P}_1}{dP_3} + \mathbf{h} \right) \quad (13)$$

$$d\mathbf{P}_1 = [dP_1 \quad dP_2]^T$$

式中, $dP_j = \Delta P_j = \int_{\xi_1}^{\xi_2} F_j dt$ ($j=1,2,3$) 表示碰撞冲量, $\sum_{i=1}^3 F_i \mathbf{i}_i$ 表示体 2(地面)对体 1(运载器着陆足端)

的接触力, $-\left(\sum_{i=1}^3 F_i \mathbf{i}_i\right)$ 则表示体 1 对体 2 的接触力。

运用式(13)可以描述含摩擦单点碰撞的动力学过程。

由于碰撞的短暂过程中运载器位型不发生改变, 而矩阵 $\mathbf{K}$ 和 $\mathbf{h}$ 均为与碰撞瞬时构型相关的参数矩阵, 故它们为常数矩阵, 分别由

$$k_{ij} = \frac{\partial x_j}{\partial q_i} - \frac{\partial x'_j}{\partial q_i} \quad (i=1,2,3 \quad j=1,2) \quad (14)$$

$$h_i = \frac{\partial x_3}{\partial q_i} - \frac{\partial x'_3}{\partial q_i} \quad (i=1,2,3) \quad (15)$$

组成。

由于在碰撞过程中, 在切向平面上有滑移和粘滞两种运动模式。切向滑移与粘滞的发生条件如下, 切向滑移

$$\frac{dP_1}{dP_3} = -\mu \frac{v_1}{|v_1|} \quad |v_1| \neq 0$$

切向粘滞

$$\left| \frac{dP_1}{dP_3} \right| \leq \mu \quad v_1 = 0$$

式中, v_1 为碰撞点处的 i_1 方向的速度。特别地, 如果 $v_1 = 0$ 但 $\left| \frac{dP_1}{dP_3} \right| > \mu$ 时, 则碰撞支腿到达切向速度为零的粘滞点后将滑动^[10]。由此条件, 可以得到初始滑移、粘滞切向运动模式的速度突变式分别如下

$$\frac{d\dot{\mathbf{q}}}{dP_3} = \mathbf{M}^{-1} \left(-\mu \mathbf{K} \frac{v_1}{|v_1|} + \mathbf{h} \right) \quad (16)$$

$$\frac{d\dot{\mathbf{q}}}{dP_3} = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \left(\mathbf{K}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \right)^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h} + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h}$$

由于以上碰撞速度跳变模型以法向冲量为自变量, 因而需要获知整个碰撞过程法向冲量的变化区间, 即确定碰撞过程的终止条件, 而恢复系数是判定碰撞终止的重要参数。

碰撞分为压缩与恢复两个过程, 从两物体开始接触时碰撞进入压缩过程, 动能一部分被转变为弹性势能, 而有部分能量被塑性变形消耗, 当两物体的相对速度为零时, 压缩过程结束恢复过程开始, 弹性势能被释放且转化为动能。随着碰撞过程的进行, 法向冲量逐渐递增: 压缩阶段由动能提供, 恢复阶段由弹性势能提供。为了定量描述碰撞过程, 需对压缩和恢复两个过程建立联系, 因而引入了恢复系数的概念。

目前常见的恢复系数有三种: Newton 恢复系数、Strong 恢复系数和 Poisson 恢复系数。由于 Newton 恢复系数不能完全保证碰撞过程的能量协调性, 而 Strong 恢复系数为计算增加了难度, 故采用 Poisson 恢复系数, 其定义为碰撞过程中恢复状态中的冲量与压缩状态中冲量之比

$$e_p = \frac{P_R}{P_c} \quad (17)$$

则碰撞的总法向冲量可表示为 $P_3 = (1 + e_p) P_c$ 。恢复系数大小的确定与碰撞物体的材料有关, 由于运载器着陆支腿与地面的碰撞与钢材材料和钢材料的碰撞类似, 根据 ADAMS 软件所用的恢复系数表, 取碰撞恢复系数为 0.85。

计算碰撞速度跃变的过程如图 8 所示。

图 8 碰撞模块流程图

碰撞模型为 2-2 的着陆模式下矢状面上运载器 3 自由度模型, 将运载器软着陆机构的足地间碰撞

简化为平面杆与地面的碰撞，如图 9 所示，杆质量为 m 。系统的广义坐标为质心位置 x_0, y_0 与角度 θ' ， $d\dot{q} = [dx_0 \ dy_0 \ d\theta']^T$ 。

由图 9 可得出运载器着陆时质量阵为

$$M = \text{diag}[m \ m \ J]$$

碰撞位型参数

$$K = [1 \ 0 \ L \sin \theta + L_0 \sin \theta + h \sin \theta]^T$$

$$h = [0 \ 1 \ L_0 \sin \theta - L \cos \theta + h \sin \theta]^T$$

图 9 矢状面运载器碰撞示意图

碰撞过程是运载器着陆动力学过程中的不连续环节，含摩擦单点碰撞模型的引入，将运载器系统与地面间的碰撞过程模型化为与碰撞材料弹性相关的可数值计算过程。此模型考虑了碰撞后材料塑性变形耗能，模拟了系统与地面的整个碰撞过程，相较碰撞力的简单估计和完全弹性模型，更贴近实际的物理过程。通过图 8 计算流程获得的运载器与地面碰撞后的速度突变值形式，有利于连接空中状态与触地状态的动力学过程，从而构成包含动力学不连续碰撞的运载器着陆动力学计算过程。

3 仿真计算及算例

根据所建立的运载器着陆装置的理论模型，建立完整的包含碰撞的动力学方程后，将运载器全局着陆动力学过程进行软件实现，本节将用 Matlab 软件进行仿真计算，通过在 Simulink 环境中引用 Stateflow 模块的方式对含碰撞模块的运载器着陆动力学过程进行仿真模拟与数值求解。

在仿真计算中，规定运载器姿态角的方向以过质心的垂直轴为基准，顺时针区域为负，逆时针区域为正；规定水平速度沿全局坐标轴 X 轴正向为正，反之为负。

在应用 Matlab 软件进行运载器着陆过程动力学仿真之前，给出相关的参数数值如表 3 所示。

表 3 着陆机构动力学方程仿真参数表

含义	数值
基体转动惯量/(kg·m ²)	1000
运载器质心到主支柱腿的垂直距离/m	0.776
着陆腿主支柱原始长度/m	0.9
着陆腿与地面碰撞恢复系数	0.85
运载器质心到着陆腿主支柱水平距离/m	0.71
运载器总质量/kg	220
运载器下落高度/m	0.5

本次仿真所用的运载器着陆装置结构参数数值根据本实验室前期做出的运载器缩比着陆装置模型测量所得，其余参数根据运载器着陆实际情况取近似数值。

另外，考虑到运载器着陆时地面情况的不同，故分别选取摩擦因数 0.2、0.35 和 0.5 进行本次稳定域的搜索计算。

含碰撞理论的运载器着陆动力学计算过程流程图如图 10 所示。

图 10 着陆过程动力学流程图

以对运载器着陆过程开始前的控制策略提供理论参考为目标,现将针对控制策略相关的初始运动参数,搜索运载器的稳定区域。由于运载器在超低空(运载器姿态可控的最后阶段)的角速度很小几乎为零,对运载器的着陆结果影响有限,因而在本次运载器稳定域搜索计算中,目前只考虑初始水平速度与初始姿态角两个运动参数,而将初始角速度设置为零,暂不考虑其对稳定域的影响。

Stateflow 对运载器着陆过程的仿真计算对初始水平速度范围(-7 m/s, 7 m/s)和运载器初始姿态角范围(-40°, 40°)进行了着陆稳定性搜索,得到如图 11~13 所示的搜索结果。

图 11 着陆初始控制条件搜索($\mu=0.2$)

图 12 着陆初始控制条件搜索($\mu=0.35$)

由图 11 稳定域的不规则形状可以看出,初始水平速度和初始姿态角对着陆稳定性都有一定影响作用。横向方向上着陆稳定区域有界,但竖直方向上着陆稳定区域在有限范围内无界,说明在摩擦因数 $\mu=0.2$ 前提下,只要保证运载器着陆时的姿态角足够小,则水平速度的影响作用很小,此时运载器都可以稳定着陆,反之则不然。

通过对比图 11~13,可以发现,摩擦因数对着陆稳定性影响较大:随着摩擦因数的增大,初始水

图 13 着陆初始控制条件搜索($\mu=0.5$)

平速度对稳定性的影响变大,首先稳定域在纵方向上也有了界限,即使初始姿态角足够小,运载器也会因初始水平速度而发生倾翻;若摩擦因数继续增大,稳定域将在纵方向上继续缩小,且边界趋于平缓,此时,若初始水平速度超过某一值(本例中为 4.0 m/s),无论初始姿态角多小,运载器都将发生倾翻。

为了说明不同初始运动参数下的不同着陆结果,对图 11 中 4 种典型的着陆方式进行动力学分析。

(1) 仿真算例 1. 设置运载器的着陆动力学过程初始降落条件为:初始水平速度 0.1 m/s,初始下落姿态角 2°。在此初始着陆条件下,运载器将稳定着陆,运载器着陆过程质心位姿图、质心位姿速度图及着陆支腿长度图分别如图 14~16 所示。

图 14 着陆动力学过程位姿变化图

图 15 着陆动力学过程位姿速度图

图 16 着陆支腿实际长度变化图

当运载器着陆时初始姿态角较小, 且初始水平速度值较小时, 此时着陆装置的缓冲装置能在短时间内有效吸收冲击能量, 减小运载器动能, 使得运载器短时间内稳定着陆。

(2) 仿真算例 2。设置运载器的着陆动力学过程初始降落条件为: 初始水平速度 -2 m/s , 初始下落姿态角 16° 。在此初始着陆条件下, 运载器触地后将向左倾翻, 运载器着陆过程质心位姿图、质心位姿速度图及着陆支腿长度图分别如图 17~19 所示。

图 17 着陆动力学过程位姿变化图

图 18 着陆动力学过程位姿速度图

图 19 着陆支腿实际长度变化图

若运载器触地前的倾斜方向与其初始水平速度方向相同, 则触地后将受到阻碍其姿态恢复的摩擦力作用。如果此摩擦力矩所产生的影响足够大, 运载器将无法进行姿态恢复, 而向此摩擦力方向翻转, 直至倾翻。

(3) 仿真算例 3。设置运载器的着陆动力学过程初始降落条件为: 初始水平速度 3 m/s , 初始下落姿态角 16° 。在此初始着陆条件下, 运载器最终向右倾翻, 运载器着陆过程质心位姿图、质心位姿速度图及着陆支腿长度图分别如图 20~22 所示。

图 20 着陆动力学过程位姿变化图

图 21 着陆动力学过程位姿速度图

图 22 着陆支腿实际长度变化图

着陆前, 当运载器的姿态倾斜方向与水平速度方向相反时, 在触地后运载器将受到有利于其姿态恢复的摩擦力作用, 因而促进姿态的恢复, 但摩擦力矩矫正姿态的作用过大易发生过矫正现象, 即姿态角恢复为零后依然有向摩擦力方向倾翻的趋势, 此时运载器姿态角将由正转变为负, 且其值不断增大直至发生倾翻。

当运载器着陆前有较大的初始水平速度时,触地后摩擦力的特征将对着陆稳定性有决定性影响。摩擦力方向即为姿态恢复方向,而摩擦力的大小对姿态恢复的力度和速度有重要影响。

(4) 仿真算例 4。设置运载器的着陆动力学过程初始降落条件为:初始水平速度 2 m/s,初始下落姿态角 16° 。在此初始着陆条件下,运载器将稳定着陆,运载器着陆过程质心位姿图、质心位姿速度图及着陆支腿长度图分别如图 23~25 所示。

图 23 着陆动力学过程位姿变化图

图 24 着陆动力学过程位姿速度图

图 25 着陆支腿实际长度变化图

与仿真算例 3 动力学分析类似,运载器水平速度方向与姿态倾斜方向相反的触地初始条件将产生有助于其姿态恢复的摩擦力矩,若其影响维持在稳定范围内时,即初始水平速度产生的摩擦力影响能大致与运载器初始姿态角产生的作用相抵消,运载

器将稳定着陆。

4 结论

(1) 支腿式着陆装置运载器着陆过程中的碰撞是全局着陆过程的不连续环节,建立其足地碰撞模型,给出法向冲量与速度跃变的关系,定量描述碰撞的动力学瞬变。

(2) 建立 2-2 着陆模式下,支腿式着陆装置运载器的全部着陆状态动力学方程,构建全局着陆过程有限状态机。

(3) 通过数值仿真计算,搜索不同摩擦因数下,以触地前初始姿态角和初始水平速度为参数组合的稳定区域,可为后期运载器的着陆控制工作提供理论支持和操作参考。

参 考 文 献

- [1] JIANG Mingjing, LI Liqing, SUN Yugang. Properties of TJ-1 lunar soil simulant[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2012, 25(3): 463-469.
- [2] CHERKASOVA L I. Use of material analogies for soil investigation[J]. Soil Mechanics and Foundation Engineering, 2013, 49(6): 237-242.
- [3] BALLA V K, REDDY R G. First demonstration on direct laser fabrication of lunar regolith parts[J]. Rapid Prototyping Journal, 2012, 18(6): 451-457.
- [4] 毕春莹. 平行四边形形式可回收火箭着陆支撑机构的方案设计及其着陆仿真分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016.
- [5] WEI Xiaohui, LIN Qing, NIE Hong, et al. Investigation on the soft-landing dynamics and semi-active control for lunar lander[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014.
- [6] 姚文莉. 多刚体系统接触碰撞动力学研究进展[J]. 力学与实践, 2007, 29(6): 9-12.
- [7] YAO Wenli. Progress in dynamics of impact and contact of multi-rigid-body system[J]. Mechanics in Engineering, 2007, 29(6): 9-12.
- [8] MARGHITU D B, STOENESCU E D. Rigid body impact with moment of rolling friction[J]. Nonlinear Dynamics, 2007, 50(3): 597-608.
- [9] JOHANSSON L. A linear complementarity algorithm for rigid body impact with friction[J]. European Journal of Mechanics A-solids, 1999, 18(4): 703-717.
- [10] PFEIFFER F. Impacts with friction: Structures, energy, measurements[J]. Archive of Applied Mechanics, 2016,

- 86(1-2): 281-301.
- [10] 赵振, 刘才山, 陈滨. 三维含摩擦多刚体碰撞问题的数值计算方法[J]. 中国科学 G 辑: 物理学、力学、天文学, 2006, 49(1): 102-118.
- ZHAO Zhen, LIU Caishan, CHEN Bin. The numerical method for three dimensional impact with friction of multi-rigid-body system[J]. Science China G: Physics, Mechanics&Astronomy, 2006, 49(1): 102-118.
- [11] ZABUGA A G. Modeling the collision with friction of rigid bodies[J]. International Applied Mechanics, 2016, 52(5): 557-562.
- [12] DING Liang. Foot-terrain interaction mechanics for legged robots: Modeling and experimental validation[J]. The International Journal of Robotics Research, 2013, 32(13): 1585-1606.
- [13] 罗昌杰, 邓宗全, 刘荣强, 等. 基于零力矩点理论的腿式着陆器着陆稳定性研究[J]. 机械工程学报, 2010, 46(9): 38-45.
- LUO Changjie, DENG Zongquan, LIU Rongqiang, et al. Landing stability investigation of legged-type spacecraft lander based on zero moment point theory[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(9): 38-45.
- [14] BLANCBARD U J. Full-scale dynamic landing-impact investigation of a prototype lunar module landing gear[R]. NASA TN D-5029, 1969.
- [15] HOWLETT J T. An analytical procedure for predicting the two-dimensional impact dynamics of spacecraft landing gear[R]. NASA TN D-4434, 1968.
-
- 作者简介: 王英超, 女, 1992 年出生, 博士研究生。主要研究方向为宇航空间机构动力学。
E-mail: knowreally@126.com
于海涛(通信作者), 男, 1984 年出生, 博士, 讲师, 硕士研究生导师。主要研究方向为机器人技术、宇航空间机构与控制。
E-mail: yht@hit.edu.cn