DOI: 10.3901/JME.2020.09.252

基于解析方法的 TANH 材料本构模型研究*

郝小乐¹ 岳彩旭¹ 陈志涛¹ 刘献礼¹ LIANG S Y² WANG Lihui³ 严复钢¹

(1. 哈尔滨理工大学先进制造智能化技术教育部重点实验室 哈尔滨 150080;

2. 佐治亚理工学院乔治·W·伍德拉夫机械工程学院 亚特兰大 30332 美国;

3. 瑞典皇家理工学院 斯德哥尔摩 25175 瑞典)

摘要: TANH 材料本构模型在 Johnson-Cook(J-C)材料本构模型基础上考虑了应变软化, 可以进一步揭示切削过程中大变形高应变速率下材料的本质属性。为了验证 TANH 材料本构模型修正系数优化方法的精度, 针对典型难加工材料 Ti6Al4V 的车削过程, 在考虑热力耦合效应的基础上建立了基于 TANH 材料本构模型的正交切削力预测模型, 切削力试验结果与预测结果吻合良好。同时, 揭示了 TANH 材料本构模型修正系数与切削力之间的联系。基于 TANH 材料本构模型所建立的切削力预测模型输入参数仅包括切削用量、刀具几何参数和材料物理参数。提出了一种 TANH 材料本构模型修正系数选择区间的优化方法, 并分析了切削力受 TANH 材料本构模型修正系数变化的敏感度, 然后对修正系数进行了优化, 在保证精度的前提下提高了切削力仿真效率。修正系数优化后的 TANH 材料本构模型明显捕捉到了应变硬化率对应变速率的依赖特性。研究结果为 TANH 本构模型深入研究及应用提供了理论基础。

关键词: TANH 材料本构模型; 热力耦合; 切削力预测模型; 应变硬化率; 敏感度分析

中图分类号: TG146

Research on TANH Material Constitutive Model Based on Analytical Method

HAO Xiaole¹ YUE Caixu¹ CHEN Zhitao¹ LIU Xianli¹
LIANG S Y² WANG Lihui³ YAN Fugang¹

(1. Key Laboratory of Advanced Manufacturing and Intelligent Technology Ministry of Education,
Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080;

2. George W. Woodruff School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta 30332, USA;

3. KTH Royal Institute of Technology, Stockholm 25175, Sweden)

Abstract: The TANH material constitutive model accounts for strain softening effect based on the Johnson-Cook (J-C) material constitutive model, which can further reveal the essential properties of the material under the large deformation and high strain rate during the cutting process. In order to verify the accuracy of the method that optimizes the correction coefficient of the TANH material constitutive model, in view of the turning process of the typical difficult-to-machine material Ti6Al4V, based on the TANH material constitutive model, a model for predicting orthogonal cutting forces is established, which considers thermal coupling. The experimental results are in good agreement with the simulation result. In addition, the relationship between the correction coefficient of the TANH material constitutive model and the cutting force is revealed. The input of the force prediction model based on the TANH material constitutive model consist of only the cutting condition, tool geometry parameter and the material's physical parameters. A method for optimizing the selection interval of the correction coefficient of the TANH material constitutive model is proposed. The sensitivity of the cutting force to the correction coefficient in the TANH material constitutive model is analyzed. Then the correction coefficient is optimized and improves the simulation efficiency of cutting force under the premise of ensuring accuracy. The TANH material constitutive model whose correction coefficient is optimized clearly captures the dependence of the strain hardening rate on strain rate. The research results provide theoretical basis for the in-depth study and application of the TANH constitutive model.

Key words: TANH material constitutive model; thermal coupling; force prediction model; strain hardening rate; sensitivity analysis

* 国家自然科学基金国际合作重点(51720105009)和哈尔滨理工大学“理工英才”计划杰出青年(LGYC2018JQ015)资助项目。20190512 收到初稿, 20191015 收到修改稿

0 前言

具有 α 相和 β 相的双相钛合金Ti6Al4V是应用最广泛的钛合金^[1],主要用于喷气发动机和航空构架。在其切削过程中,因低导热性使得切削温度会上升到材料的相变温度,导致材料中 β 相钛合金的占比增加,进而使材料的延展性降低,在高温高压的剪切区域更易发生材料断裂^[2]。根据KOMANDURI等^[3]的研究结果,在切削过程中,剪切带上周期性的大应变及低热导性引起的局部高温,同时伴随着双相钛合金的塑性不稳定性导致Ti6Al4V产生锯齿状切屑。锯齿状切屑会使刀具工件之间产生振动,进而影响加工过程的切削力、温度和工件表面质量,因此揭示锯齿状切屑的形成机理对于准确预测切削力是重要的^[4]。目前工作中,针对Ti6Al4V的材料特性,基于材料本构模型建立了一种考虑热力耦合作用的切削力预测模型,并结合试验数据对材料本构模型进行分析,以此研究切削状态下Ti6Al4V的材料特性。

切削加工是一种伴随着高应变(大于1)、高应变速率($10^3 \sim 10^5 \text{ s}^{-1}$,甚至更高)和高温的材料变形、断裂过程^[5]。在金属切削过程的模拟中,材料本构模型可以描述材料的塑性行为,经典的J-C材料本构模型因其综合考虑了不同因素(硬化,应变硬化和热软化)对流动应力的影响,且模型中需要确定的系数最少(仅五个),易于通过分离式霍普金森压杆试验得到材料本构模型各系数具体值,因此广泛用于金属切削过程的模拟。NEMAT-NASSER等^[2]对高应变速率下Ti6Al4V的动态行为进行了研究,发现在相对较高的温度下,流动应力随着温度升高而降低,但会在某一温度下突然增加,之后随着温度的进一步升高而继续降低,这种现象即动态应变时效。NEMAT-NASSER^[2]指出,在原始材料本构模型,如J-C材料本构模型^[6]、ZERILLI-ARMSTRONG(ZA)材料本构模型^[7]、机械阈值应力(MTS)^[8]模型和BAMMANN-CHIESA-JOHNSON(BCJ)材料本构模型^[9]中未考虑动态应变时效的影响,难以在Ti6Al4V切削过程的模拟中得到准确的预测值。

为此KHAN等^[10]提出了一种改进的KHAN-HUANG-LIANG(KHL)材料本构模型,利用该模型捕获了随着应变速率和应变的增加而降低的加工硬化率。从Ti6Al4V的不同应变速率下的材料力学行为可观察到,随着应变速率增加,材料的加工硬化率降低,KHL材料本构模型克服J-C材料本构模型无法准确表达该特征的问题并表现出更好的相关

性。但是KHL材料本构模型的优越性仅体现在应变速率小于 1 s^{-1} 且应变小于0.6的条件下,对于加工过程中的高应变、高应变速率的情况下不太适用。

CALAMAZ等^[4]通过引入材料失效函数提出改进的J-C材料本构模型(以下称为TANH材料本构模型)以考虑应变软化效应,通过有限元仿真方法预测出钛合金加工过程中的锯齿状切屑,并在2010年^[11]对材料失效函数进行了改进,重新引入了三个修正系数,分别控制了发生应力软化现象时应力-应变曲线的斜率和应变软化现象发展的温度范围以及应变软化现象的起始温度。TANH材料本构模型及其改进模型精准的预测了Ti6Al4V的切屑尺寸及锯齿状切屑现象,但未阐述获得修正系数的具体过程,限制了对TANH材料本构模型的研究及应用。XU等学者^[12]指出,剪切带的产生不仅取决于临界应变,还取决于临界应变速率,当应变速率超过该临界应变速率同样会发生剪切带。而早在1987年,WRIGHT和WALTER^[13]就通过数值计算表明,形成剪切带的临界应变取决于应变速率,然而该现象并未在原始材料本构模型及TANH材料本构模型中得到体现。

LIU等^[14]以CALAMAZ等学者^[4]和SIMA和ÖZEL^[15]的早期工作为基础,通过考虑在剪切带形成过程中材料破坏机制(如空隙和微裂纹)对流动应力的影响,开发了一种改进的ZERILLI-ARMSTRONG(Z-A)材料本构模型。改进的Z-A材料本构模型包含五个模型修正系数,在不同的应变速率下对流动应力曲线的影响显著不同,捕获了由于在高应变和应变速率下剪切带中的空隙和裂缝形成而导致的材料强度的额外损失。LIU等^[14]还提出了校准失效函数中参数的方法,该方法可依靠少数试验数据完成对参数的校核,缺点是校核过程是通过有限元仿真结果与试验结果对比来实现,以此来确定材料本构模型中五个修正系数的计算量很大,会耗费很长时间。

加工Ti合金过程中剪切带上的温度可以达到 β 转变温度以上或更高^[16]。为了准确预测切屑分段现象,需在材料本构模型中考虑 α 相和 β 相对流动应力的影响。ZHANG等^[17]在J-C材料本构模型的基础上,提出了一种基于自洽法的微观结构敏感流动应力模型,该模型考虑了双相钛合金微观结构状态及双相之间的转换,有效地预测了锯齿状切屑及在极高切削速度下加工钛合金时材料的微观结构梯度。PAN等^[18]通过考虑晶粒生长和材料软化的影响,提出改进的J-C材料本构模型,直接将材料的流动应力与Ti6Al4V的相变联系起来。

总之,用于描述材料塑性行为的材料本构模型,从多种角度考虑 Ti6Al4V 的材料特性而以多种形式呈现出来。J-C 材料本构模型被认为是基于试验数据回归的纯现象学模型,但由于试验条件达不到切削加工过程中的高应变和高应变速率,限制了 J-C 材料本构模型在高应变和高应变速率下对材料力学行为的描述。基于 J-C 材料本构模型改进的 TANH 材料本构模型则通过增加双曲正切函数来模拟应变软化效应并在预测切屑尺寸上取得了成功。因此,由试验结果反向校验材料本构模型是一个较为有效的手段。

基于此,本文的目的是研究流动应力受 TANH 材料本构模型的修正系数(a 、 b 、 c)变化的敏感度,并对修正系数进行优化。由于解析方法具有计算时间短且输入的试验数据少的优点,为修正系数的优化提供了高效获取仿真数据的保障,因此结合 TANH 材料本构模型与 Oxley 接触力学模型建立考虑热力耦合作用的切削力预测模型,将切削力预测模型仿真结果与有限元仿真结果同试验数据进行比较,以验证切削力预测模型的可行性。同时,提出了一种优化修正系数选择区间的方法,结合切削力预测模型分析切削力受 TANH 材料本构模型中修正系数变化的敏感度并完成 TANH 材料本构模型中修正系数的优化。本文旨在利用高效的优化方法确定 TANH 材料本构模型的修正系数,有助于对 TANH 材料本构模型的研究和更有效地利用 TANH 材料本构模型的有限元仿真研究中揭示切削加工变形区中复杂的应力场。

1 TANH 材料本构模型

材料的应力应变关系是非线性的、复杂的,在变形过程中会受到变形的快慢(应变速率)和材料温度的影响,尤其是在高应变速率及高温条件下,经典力学不能描述这种关系。材料本构模型通过数学方法表达了这种非线性的关系,精准地反映了材料力学行为,在切削加工仿真模拟中起着重要的作用。由于 J-C 材料本构模型考虑了材料应变和应变速率硬化以及热软化现象,表现出较好的材料行为,所以在金属切削有限元模拟中常用 J-C 材料本构模型定义材料的塑性行为,表达式为

$$\sigma = \left(A + B\varepsilon^n \right) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \left(1 - \left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right) \quad (1)$$

式中, σ 是等效流动应力; ε 是等效塑性应变; $\dot{\varepsilon}$ 是等效塑性应变速率; $\dot{\varepsilon}_0$ 是参考等效塑性应变速率; T 是

工件温度; T_m 是工件材料的熔点; T_r 是室温。它涉及五种材料常数: 屈服强度 A , 硬化模量 B , 应变硬化指数 n , 应变速率灵敏度 C 和热敏感度 m 。

对于 Ti6Al4V 材料, J-C 材料本构模型难以捕捉其塑性特征对于应变速率及温度的依赖性, 为此 Calamaz 等学者^[4]提出了 TANH 材料本构模型, 该模型在 J-C 材料本构模型基础上考虑了应变软化效应, 表达式如下

$$\sigma = \left(A + B\varepsilon^n \left(\frac{1}{\exp(\varepsilon^a)} \right) \right) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \left(1 - \left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right) \left(D + (1 - D) \tanh \left(\frac{1}{(\varepsilon + S)^c} \right) \right) \quad (2)$$

$$D = 1 - \left(\frac{T}{T_m} \right)^d \quad S = \left(\frac{T}{T_m} \right)^b \quad (3)$$

TANH 材料本构模型通过 4 个修正系数(a 、 b 、 c 、 d)对引入的应变软化效应进行调控, 并在应变硬化部分增加了一个乘法项, 使流动软化现象的不仅依赖于温度, 还依赖于应变。图 1 呈现了 TANH 材料本构模型与 J-C 材料本构模型在不同温度下的流动应力应变曲线, 没有试验曲线来佐证 TANH 材料本构模型的精度, 因为现如今的试验技术仍无法达到足够高的应变和应变速率。J-C 材料本构模型和 TANH 材料本构模型的系数由表 1 给出^[1,19], 选取三个温度值(100℃、300℃、500℃)观测应力应变关系的变化, 可以从图 1 中看到当温度增加, TANH 材料本构模型对应于应力峰值的应变减小, 即材料开始软化的临界应变值减小, 这一点成功的捕捉了 Ti6Al4V 的热软化特性。还可看出在低应变下, 流动应力与 J-C 材料本构模型类似的方式增加, 超过给定的应变, 流动应力开始减小, 成功的捕捉了应变软化对应力的影响。

图 1 J-C 材料本构模型和 TANH 材料本构模型在应变速率 1200 s^{-1} 下的应力应变曲线

表 1 TANH 材料本构模型和 J-C 材料本构模型的系数

参数	数值
屈服强度 A/MPa	968
硬化模量 B/MPa	380
应变硬化指数 n	0.421
应变速率灵敏度 C	0.019 7
热敏感度 m	0.577
参考等效塑性应变 $\dot{\epsilon}_0$	0.1
修正系数 a	1.6
修正系数 b	0.4
修正系数 c	6
修正系数 d	1

本文假设 TANH 材料本构模型的修正系数与应变速率是有关联的,但在高应变速率试验中,应力波效应随着应变速率增加逐渐增强,而变得难以将其从材料物理性能中解耦出来,典型的用于研究材料动态力学性能的分式霍普金森压杆试验能满足的最大加载应变速率为 10^4s^{-1} ,而切削加工过程中由于刀具或者工件的高速旋转,材料中变形区的应变速率一般为 $10^3 \sim 10^5 \text{s}^{-1}$,甚至更高。因此目前的试验条件不具备得到高应变速率下的应力应变曲线关系。

建立考虑热力耦合作用的切削力预测模型,并通过该预测模型分析不同切削用量下 TANH 材料本构模型的修正系数对切削力的影响,其中修正系数 d 在 CALAMAZ 等^[4]的研究中已经进行了详细的分析,其主要影响着应变软化效应的强弱,本文不再对修正系数 d 进行分析,并选取高应变软化水平 $d=1$,根据文献[1]属于合理取值范围。

2 考虑热力耦合的切削力预测模型

切削加工过程的有限元计算方法是将根据求解的模型离散化,把载荷与边界条件作为已知量,运用变分方法求取近似解的数值计算方法,为了得到足够精确的结果,对模型的离散化程度有很高的要求,即模型离散的越细,得到的解越精确,同样计算量也就随之增加,仿真时间也随之增加。相较于有限元方法,解析方法具有计算时间短且输入的试验数据很少的优点,因此在对材料本构模型进行数据分析时,选择计算效率更高且精准的解析方法成为了重要途经。

进行热力耦合计算是必要的,切削过程中应力场与温度场是相互影响的且时刻处于一种平衡的状态,温度场对应力场的影响在材料本构模型中很好的体现出来,再由温度预测模型诠释应力场对温度场的影响,即可实现热力耦合的运算。此处,将经

典的 Oxley 接触力学模型中的 J-C 材料本构模型替换为 TANH 材料本构模型,并改进了 HUANG 和 LIANG^[20]提出的切削温度预测模型,结合两个模型输出的切削力与切削温度,通过迭代算法进行热力耦合计算直至切削力满足迭代精度。

2.1 基于 Oxley 理论的切削力预测模型

经典的 Oxley 接触力学模型中认为剪切带上的应变速率几乎是恒定的,这一观点由 Stevenson 和 Oxley 证实^[21]。如图 2 所示,在所有考虑到的情况下,最大剪切应变速率的分布近似对称于剪切带 AB ,并且沿着剪切带 AB 的应变速率几乎是恒定的,因此通过 Oxley 接触力学模型对剪切带 AB 上的材料塑性行为进行分析在理论上是可行的。图 2 中刀具屑接触面摩擦力 F 与法向支撑力 N 的合力为 R ,剪切带 AB 上的剪切力 F_S 和法向力 F_N 的合力为 $-R$,切削方向力 F_c 和进给方向力 F_t 的合力为 $-R$,通过合力 R 及角度 θ 、 Φ 、 λ 和 α 将切削过程中不同的力以几何运算的方式进行求解。 V_s 、 V_c 、 V 分别是剪切带上流动速度、切屑速度和切削速度。 t_1 是切削厚度, t_2 是切屑厚度。图 2 中塑性变形区包含了第一变形区与第二变形区,在加工过程中这两个变形区是紧密相连的。

图 2 正交切削几何关系原理图^[22]

根据 Oxley 接触力学模型^[22],切削力 F_c 及进给力 F_t 由式(4)和(5)求得

$$F_c = \frac{\sigma_{AB} t_1 w \cos(\theta - \Phi)}{\sin \Phi \cos \theta} \quad (4)$$

$$F_t = F_c \tan(\theta - \Phi) \quad (5)$$

式中, σ_{AB} 为剪切带 AB 上的流动应力; t_1 为未变形切屑厚度; w 为切屑宽度; Φ 为剪切角; θ 为合力分量 R 和剪切带 AB 的夹角,季霞^[23]考虑了材料应变的影响重新定义了 θ 的计算,表达式为

$$\tan \theta = 1 + 2 \left(\frac{\pi}{4} - \Phi \right) - C_{\text{Oxley}} n \frac{B \epsilon_{AB}^n}{A + B \epsilon_{AB}^n} \quad (6)$$

切削力 F_c 及进给力 F_t 与剪切带 AB 上的流动应力 σ_{AB} 高度相关,由于在试验过程中难以测量剪切

带上的流动应力值, 因此通过对切削力的分析间接达到分析流动应力的目的是合理的。式(6)中 C_{Oxley} 及剪切角 Φ 的值通过由季霞^[23]提出的迭代算法进行捕捉。通过该迭代算法实现了切削力的预测过程不依赖于切削试验, 输入参数仅有切削用量、材料物理参数及刀具几何参数, 使得切削力预测模型的仿真效率得到很大的提高。

剪切带 AB 上的流动应力 σ_{AB} 由 TANH 材料本构模型求得, 模型中的应变和应变速率分别由式(7)和(8)^[23]得到

$$\varepsilon_{AB} = \frac{\cos \alpha}{2\sqrt{3} \sin \Phi \cos(\Phi - \alpha)} \quad (7)$$

$$\dot{\varepsilon}_{AB} = \frac{C_{\text{Oxley}} V \sin \Phi \cos \alpha}{\sqrt{3} t_1 \cos(\Phi - \alpha)} \quad (8)$$

式中, V 为切削速度; α 为刀具前角。切削力预测模型和切削温度预测模型都是需要借助其中一个模型的变量才能预测另外一个模型的变量, 因此在开始计算时需要根据输入参数有一个合理的初始温度值才能确保热力耦合的迭代过程能最终收敛, 该初始温度值由 Oxley 接触力学模型^[22]中提到的温度计算公式求得。

切削加工过程中的第二变形区是应力分布、温度分布复杂的区域, 该性质在刀屑接触面上尤其明显, Oxley 接触力学模型^[22]对该部分进行简化, 统一视作均匀分布来计算, 并仅针对刀屑接触面处的一薄层进行计算, 该薄层厚度为 δt_2 。 δ 通过由季霞^[23]提出的迭代算法进行捕捉。刀屑接触面上的流动应力 σ_{int} 由 TANH 材料本构模型求得, 刀屑接触面的应变和应变速率分别由式(9)和(10)^[23]得到

$$\varepsilon_{\text{int}} = 2\varepsilon_{AB} + \frac{h}{\sqrt{3}\delta t_2} \quad (9)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\text{int}} = \frac{V \sin \alpha}{\sqrt{3}\delta t_2 \cos(\Phi - \alpha)} \quad (10)$$

式中, t_2 为切屑厚度, h 为刀屑接触面的长度, 由式(11)^[23]求得

$$h = \frac{t_1 \sin \theta}{\cos(\theta + \alpha - \Phi) \sin \Phi} \left(1 + \frac{C_{\text{Oxley}} n}{3 \tan \theta} \frac{B \varepsilon_{AB}^n}{A + B \varepsilon_{AB}^n} \right) \quad (11)$$

在季霞^[23]提出的迭代算法中, 通过三个判断条件来捕捉 δ 、 C_{Oxley} 和 Φ 。

通过刀屑接触区的剪切应力值捕捉 Φ , 依据应力均匀分布在刀屑接触面上的假设, 可得到剪切应力

$$\tau_{\text{chip}} = \frac{F}{hw} \quad (12)$$

式中, F 为刀屑接触区的摩擦力, 通过如图 2 的几

何关系由式(13)求得

$$F = \frac{\sigma_{AB} t_1 w \sin(\theta + \alpha - \Phi)}{\sin \Phi \cos \theta} \quad (13)$$

通过比较 τ_{chip} 和由 TANH 材料本构模型得到的 σ_{int} , 在两者最接近时, 确定 Φ 值。依据 B 点处法向应力值捕捉 C_{Oxley} 。对于图 2 中点 B 处的法向应力, 季霞^[23]分别从两个角度对其进行了计算, 结合边界应力和 TANH 材料本构模型算得 B 点的法向应力为

$$\sigma'_N = \sigma_{AB} \left(1 + \frac{\pi}{2} - 2\alpha - 2C_{\text{Oxley}} n \frac{B \varepsilon_{AB}^n}{A + B \varepsilon_{AB}^n} \right) \quad (14)$$

由刀屑接触面的应力均匀分布的假设算得 B 点的法向应力为

$$\sigma_N = \frac{F_s \cos \lambda}{hw \cos \theta} \quad (15)$$

通过比较 σ'_N 和 σ_N , 在两者最接近时, 确定 C_{Oxley} 值, 并在 F_c 最小时捕捉 δ 。

切削力预测模型计算流程如图 3 所示, 其中 δ 、 C_{Oxley} 和 Φ 的循环范围及循环间隔来自季霞^[23]的研究, 循环间隔是通过不断调试综合考虑了运算精度及运算效率确定下来的数值。该切削力预测模型的输入参数仅包括切削用量及刀具几何参数, 较大提高了仿真效率。

图3 基于 Oxley 理论的切削力预测模型流程图

2.2 基于热分配系数法的切削温度预测模型

在材料本构模型中, 如图 1 所示, 切削温度的升高会使得流动应力值减小, 进而影响切削力值。为了提高切削力预测值的准确度, 获得准确的切削温度是重要的。

切削温度通过由文献[20]提出切削温度预测模型进行计算,该模型考虑了第一变形区热源和第二变形区热源的组合效应,并且基于沿着刀屑接触面的非均匀热分配比和非均匀热强度,得到了沿刀具-切屑界面的温度分布。“非均匀热强度”较好的贴合了实际加工中温度在刀-屑接触区的非均匀分布现象,但目前第二变形区粘结接触长度与滑移接触长度仍未有可行的解析算法,同时引入非均匀热强度(即将粘结区长度设定为一固定值)可能会影响切削温度模型的稳定性。因此本文考虑刀屑接触面上的热强度是均匀的,通过牺牲掉部分预测精度,以保证在不同的切削参数以及 TANH 材料本构模型的不同修正系数下对于切削力变化趋势预测的准确性。

文献[20]提出切削温度预测模型基于 Jaeger 热源法,通过匹配刀屑接触面两侧在该界面上的温度来找到热分配比的分布,本文在原切削温度模型基础上考虑了后刀面与已加工表面摩擦所产生的热量,这里引入 Waldorf 滑移线犁削力模型^[24],该模型用来预测由于刀尖圆角作用产生的犁削力, Waldorf 滑移线犁削力模型示意图及三处热源对刀具和切屑的影响如图 4 所示。

图 4 Waldorf 滑移线犁削力模型示意图及三处变形区热源的热传递示意图^[24]

图 4 中, r_e 是刀口半径, Φ 是剪切角, 图中扇形区的角 θ_{fan} , γ_{plow} , η_{plow} 和 R_{fan} 由式(16)~(19)^[24]给出

$$\theta_{fan} = \frac{\pi}{4} - \rho_{prow} - \Phi \quad (16)$$

$$\gamma_{plow} = \eta_{plow} + \Phi - \arcsin\left(\sqrt{2} \sin(\rho_{prow}) \sin(\eta_{plow})\right) \quad (17)$$

$$\eta_{plow} = 0.5 \arccos(\mu_{plow}) \quad (18)$$

$$R_{fan} = \sin(\eta_{plow}) \times$$

$$\left[\left(r_e \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right) + \frac{\sqrt{2} R_{fan} \sin(\rho_{prow})}{\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} \right)^2 + \right.$$

$$\left. 2 \left(R_{fan} \sin(\rho_{prow}) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

式中, μ_{plow} 为摩擦因子, 本文中取 0.99, 这是合理的, 因为在积屑瘤与工件接触的区域, 剪应力应该接近于切屑的流动应力。 ρ_{prow} 依照刀尖圆角半径的大小进行选择, 当刀尖圆角 r_e 小时, ρ_{prow} 比较偏向于取较大值, 本文试验刀具刀尖圆角 $r_e=8 \mu\text{m}$, 根据文献[24]取 10° 属于合理的范围。犁削力分为切削方向上的力 P_{cut} 和垂直于切削方向的力 P_{thrust} , 由式 (20)^[24]求得

$$P_{cut} = k_{AB} w \left[\mu_{plow} \cos(\Phi - \gamma_{plow} + \eta_{plow}) \sqrt{2} \psi_w (1 + 2\theta_{fan} + 2\gamma_{plow} + \sin(2\eta_{plow})) \times \sin(\rho_{prow}) \sin(\eta_{plow}) \right] CA \quad (20)$$

$$P_{thrust} = k_{AB} w CA \times \left[\psi_w \cos(\Phi - \gamma_{plow} + \eta_{plow}) - \sqrt{2} \mu_{plow} \sin(\rho_{prow}) \sin(\eta_{plow}) \right] \quad (21)$$

$$CA = R_{fan} / \sin \eta_{plow} \quad (22)$$

$$\psi_w = 1 + \sin(2\eta_{plow}) + 2\theta_{fan} + 2\gamma_{plow} \quad (23)$$

切削过程中, 第一变形区热强度 q_{shear} 、第二变形区热强度 q_f 、第三变形区热强度 q_{rub} 由式(24)~(26)给出

$$q_{shear} = \frac{(F_c \cos \Phi - F_t \sin \Phi)(V \cos \alpha / \cos(\Phi - \alpha))}{t_1 \cdot w \cdot \csc \Phi} \quad (24)$$

$$q_f = \frac{\sigma_{int} V \sin \alpha}{\cos(\Phi - \alpha)} \quad (25)$$

$$q_{rub} = \frac{P_{cut} V}{w \cdot CA} \quad (26)$$

剪切带 AB 长度 $L_{AB} = t_1 / \sin \Phi$, 图 4 中扩散到的切屑中的温度 ΔT_{c-s} 和 ΔT_{c-f} 分别由三个热源组合引起的, 如图 5 所示, 对于切屑来说, 这三种热源都可认为是移动热源。

图 5 刀屑的温升原理图

在 Jaeger 热源法中, 假设切屑上表面为绝缘边界, 刀屑接触面为绝热边界。剪切带热源 AB 分别基于这两条边界镜像得到两个虚拟热源 $A'B'$ 和 $A''B''$, 本文假设第一热源的虚拟热源的强度是第一热源强度的一半。其中 R_i 、 R'_i 、 R''_i 为坐标点 M 与热源上的一微分点的距离, 热源上的所有点对坐标

$$\Delta T_{c-s}(X^{ch}, Z^{ch}) = \frac{q_{shear}}{2\pi K_c} \times \int_{l_i=0}^{L_{AB}} \exp\left(\frac{-(X^{ch} - x_i)V_c}{2a_c}\right) \left[K_0\left(\frac{R_i V_c}{2a_c}\right) + \frac{1}{2} K_0\left(\frac{R'_i V_c}{2a_c}\right) + \frac{1}{2} K_0\left(\frac{R''_i V_c}{2a_c}\right) \right] dl_i \quad (27)$$

$$\Delta T_{c-f}(X^{ch}, Z^{ch}) = \frac{q_f}{\pi K_c} \int_{l_i=0}^h B(x) \exp\left(\frac{-(X^{ch} - x)V_c}{2a_c}\right) \left[K_0\left(\frac{R_i V_c}{2a_c}\right) + K_0\left(\frac{R'_i V_c}{2a_c}\right) + K_0\left(\frac{R''_i V_c}{2a_c}\right) \right] dx \quad (28)$$

扩散到刀具中的温度 ΔT_{t-f} 和 ΔT_{t-rub} 分别由两个热源组合引起的, 如图 6 所示, 对于刀具来说, 这两种热源都可认为是固定热源。

图6 刀具的升温原理图

ΔT_{t-f} 和 ΔT_{t-rub} 可由式(29)和(30)得到

$$\Delta T_{t-f}(X^t, Y^t, Z^t) = \frac{q_f}{2\pi K_t} \int_0^h (1-B(x)) \int_{-w/2}^{w/2} \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R'_i} \right) dy dx \quad (29)$$

$$\Delta T_{t-rub}(X^t, Y^t, Z^t) = \frac{q_{rub}}{2\pi K_t} \int_0^{CA} (1-\gamma) \int_{-w/2}^{w/2} \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R'_i} \right) dy dz \quad (30)$$

式中, $B(x)$ 表示刀具与切屑接触产生的摩擦热进入切屑中的百分比。1- γ 为刀尖与已加工表面摩擦热进入刀具的百分比。此处刀屑接触面的热强度虽然是均匀分布的, 但是温度分布被认为是非均匀的, 刀尖与已加工表面的温度是均匀分布。

假设在刀具与切屑在绝热边界上的温度一致, 那么在刀屑接触面上存在以下关系式

$$\Delta T_{c-s} + \Delta T_{c-f} + T_0 = \Delta T_{t-f} + \Delta T_{t-rub} + T_0 \quad (31)$$

上述等式中 ΔT_{t-f} 与 ΔT_{c-f} 含有热分配系数 $B(x)$, 通过积分运算求解 $B(x)$ 结果虽然精确但运算速度不快, 本文对刀具和切屑的接触长度离散化, 视其导致的误差对结果的影响可忽略不计, 则热分配系数可以由建

点 M 的共同作用即坐标点 M 由该热源引起的温度。刀屑接触面热源 AD 先对绝缘边界镜像得到虚拟热源 $A'D'$, 该虚拟热源再对绝热边界镜像得到虚拟热源 $A''D''$, 本文假设刀屑接触面的虚拟热源的强度与刀屑接触面热源的强度相同。因此 ΔT_{c-s} 和 ΔT_{c-f} 可由式(27)、(28)得到

立的 n 个方程求出, 通过矩阵运算的方法求解热分配系数 $B(x)$ 。则温度计算公式可进行以下简化

$$\begin{cases} \Delta T_{ch-s} = f_1(X^{ch}, Z^{ch}) \\ \Delta T_{ch-f} = \sum_{x_i=0}^h B(x_i) g_1(x_i, X^{ch}, Z^{ch}) \\ \quad = f_2(X^{ch}, Z^{ch}) \\ \Delta T_{t-f} = \sum_{x_i=0}^h (1-B(x_i)) g_2(x_i, X^t, Y^t, Z^t) \\ \quad = f_3(X^t, Y^t, Z^t) \\ \Delta T_{t-rub} = f_4(X^t, Y^t, Z^t) \end{cases} \quad (32)$$

本文在计算热分配系数时以刀具中间截面为主, 因此在切屑坐标系 $OX^{ch}Y^{ch}Z^{ch}$ 中该截面上 Y^{ch} 和 Z^{ch} 值为 0, f_1 和 f_2 的值仅与 X^{ch} 值的变化有关; 在刀具坐标系 $OX^tY^tZ^t$ 中该截面上 Y^t 值为 0, f_3 和 f_4 的值仅与 X^t 和 Z^t 的值的有关。然后再将上式代入方程式(31)中, 得

$$f_1(X^{ch}) + \begin{bmatrix} g_1(x_1, X^{ch}) \\ g_1(x_2, X^{ch}) \\ \vdots \\ g_1(x_n, X^{ch}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} B(x_1) \\ B(x_2) \\ \vdots \\ B(x_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_2(x_1, X^t, Z^t) \\ g_2(x_2, X^t, Z^t) \\ \vdots \\ g_2(x_n, X^t, Z^t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1-B(x_1) \\ 1-B(x_2) \\ \vdots \\ 1-B(x_n) \end{bmatrix} + f_4(X^t, Z^t) \quad (33)$$

将热分配系数 $B(x_i)$ 合并得到下式

$$\begin{bmatrix} g_1(x_1, X^{ch}) + g_2(x_1, X^t, Z^t) \\ g_1(x_2, X^{ch}) + g_2(x_2, X^t, Z^t) \\ \vdots \\ g_1(x_n, X^{ch}) + g_2(x_n, X^t, Z^t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} B(x_1) \\ B(x_2) \\ \vdots \\ B(x_n) \end{bmatrix} = \sum_{x_i=0}^h g_2(x_i, X^t, Z^t) + f_4(X^t, Z^t) - f_1(X^{ch}) \quad (34)$$

这是对应于一个坐标点(X, Y, Z)的计算, 结合 m 个坐标点同时运算后, 可得到矩阵运算

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C} \quad (35)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} g_1(x_1, X_1^{ch}) + & \dots & g_1(x_n, X_1^{ch}) + \\ g_2(x_1, X_1^t, Z_1^t) & & g_2(x_n, X_1^t, Z_1^t) \\ \vdots & & \vdots \\ g_1(x_1, X_m^{ch}) + & \dots & g_1(x_n, X_m^{ch}) + \\ g_2(x_1, X_m^t, Z_m^t) & & g_2(x_n, X_m^t, Z_m^t) \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B(x_1) \\ B(x_2) \\ \vdots \\ B(x_n) \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sum_{x_i=0}^h g_2(x_i, X_1^t, Z_1^t) + f_4(X_1^t, Z_1^t) - f_1(X_1^{ch}) \\ \sum_{x_i=0}^h g_2(x_i, X_2^t, Z_2^t) + f_4(X_2^t, Z_2^t) - f_1(X_2^{ch}) \\ \vdots \\ \sum_{x_i=0}^h g_2(x_i, X_m^t, Z_m^t) + f_4(X_m^t, Z_m^t) - f_1(X_m^{ch}) \end{bmatrix} \quad (38)$$

已知未知数为 n 的时候, 必须有 n 组线性无关

的方程才能得到唯一解, 即 $m=n$ 。但计算过程中发现矩阵 $\mathbf{A}$ 是病态数组, 因为行列之间的梯度并不大, 考虑到矩阵运算带来的数值误差扰动, 会被敏感性高的病态矩阵 $\mathbf{A}$ 放大。因此, 本文计算时取 $m>n$, 使矩阵 $\mathbf{A}$ 成为超定方程组, 并运用最小二乘法来弱化数值计算带来的误差影响。

然后是对剪切带 AB 和刀屑接触面的温升计算, 剪切带的温升来自第一变形区热源和第二变形区热源两部分。因对刀屑接触面做了绝热边界的假设^[20], 即边界两侧由热源在该边界上引起的温升相等, 本文对刀屑接触面切屑侧的温升进行计算, 该温升来自第一变形区热源和第二变形区热源两部分, 由于在 Oxley 接触力学模型中假设剪切带和刀屑接触面上的温度是均匀分布的, 因此由切削温度模型得到的 T_{AB} 和 T_{int} 分别为剪切带和刀屑接触面上的平均温度。

参照式(27)、(28), 剪切带 AB 的温升和刀屑接触面的温升可由式(39)求得

$$\begin{aligned} T_{AB} = & \frac{1}{L_{AB}} \times \left\{ \int_0^{L_{AB} \sin(\phi-\alpha)} dx_i \int_0^{L_{AB}} \frac{q_{shear}}{2\pi K_w} \exp\left(\frac{(l_i \sin(\phi-\alpha) - X_{AB}^{(i)}) V_c}{2a_{ch}}\right) \left[K_0 \left(\frac{V_c}{2a_{ch}} \sqrt{(l_i \sin(\phi-\alpha) - x_i)^2 + \left(-\frac{x_i}{\tan(\phi-\alpha)} + l_i \cos(\phi-\alpha) \right)^2} \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} K_0 \left(\frac{V_c}{2a_{ch}} \sqrt{(l_i \sin(\phi-\alpha) - x_i)^2 + \left(l_i \cos(\phi-\alpha) - 2t_2 + \frac{x_i}{\tan(\phi-\alpha)} \right)^2} \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} K_0 \left(\frac{V_c}{2a_{ch}} \sqrt{(l_i \sin(\phi-\alpha) - x_i)^2 + \left(-\frac{x_i}{\tan(\phi-\alpha)} - l_i \cos(\phi-\alpha) \right)^2} \right)^2 \right] dl_i + \right. \\ & \left. \frac{L_{AB} \sin(\phi-\alpha)}{m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{q_f B(j)}{2\pi K_w} \exp\left(\frac{(l_{int}^{(j)} - X_{AB}^{(i)}) V_c}{2a_{ch}}\right) \left\{ K_0 \left(\frac{V_c}{2a_{ch}} \sqrt{(X_{AB}^{(i)} - l_{int}^{(j)})^2 + (Z_{AB}^{(i)})^2} \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + K_0 \left(\frac{V_c}{2a_{ch}} \sqrt{(X_{AB}^{(i)} - l_{int}^{(j)})^2 + (2t_2 + Z_{AB}^{(i)})^2} \right)^2 \right\} \right. \\ & \left. + \frac{1}{h} \times \frac{h}{m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{q_f B(j)}{2\pi K_w} \exp\left(\frac{(l_{int}^{(j)} - X_{int}^{(i)}) V_c}{2a_{ch}}\right) \left\{ K_0 \left(\frac{V_c}{2a_{ch}} \sqrt{(X_{int}^{(i)} - l_{int}^{(j)})^2 + (Z_{int}^{(i)})^2} \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + K_0 \left(\frac{V_c}{2a_{ch}} \sqrt{(X_{int}^{(i)} - l_{int}^{(j)})^2 + (2t_2 + Z_{int}^{(i)})^2} \right)^2 \right\} \right. \\ & \left. + K_0 \left(\frac{V_c}{2a_{ch}} \sqrt{(X_{int}^{(i)} - l_{int}^{(j)})^2 + (2t_2 - Z_{int}^{(i)})^2} \right)^2 \right\} \\ & \left. + \int_0^h dx_i \int_0^{L_{AB}} \frac{q_{shear}}{2\pi K_w} \exp\left(\frac{(l_i \sin(\phi-\alpha) + x_i) V_c}{2a_{wk}}\right) \times \left\{ K_0 \left(\frac{V_c}{2a_{wk}} \sqrt{(h - l_i \sin(\phi-\alpha) - x_i)^2 + (l_i \cos(\phi-\alpha))^2} \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} K_0 \left(\frac{V_c}{2a_{wk}} \sqrt{(h - l_i \sin(\phi-\alpha) - x_i)^2 + (2t_2 - l_i \cos(\phi-\alpha))^2} \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} K_0 \left(\frac{V_c}{2a_{wk}} \sqrt{(h - l_i \sin(\phi-\alpha) - x_i)^2 + (-l_i \cos(\phi-\alpha))^2} \right)^2 \right\} dl_i \right\} \quad (39) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} X_{AB}^{(i)} = \frac{(i-0.5)L_{AB} \sin(\phi - \alpha)}{m} \\ Z_{AB}^{(i)} = -\frac{X_{AB}^{(i)}}{\tan(\phi - \alpha)} \\ l_{int}^{(j)} = \frac{(j-0.5)h}{n} \\ X_{int}^{(i)} = \frac{(i-0.5)h}{m} \\ Z_{int}^{(i)} = 0 \\ l_{int}^{(j)} = \frac{(j-0.5)h}{n} \end{cases} \quad (40)$$

因为用离散法计算的分配系数 $B(x)$, 所以用离散法计算第二热源引起的温升, 从而得到剪切带与刀屑接触面的温度。

2.3 考虑热耦合作用的切削力预测模型的迭代算法

切削力预测模型输出的切削力作为切削温度预测模型的输入, 得到剪切带以及刀屑接触面的温度, 再将其输入进切削力预测模型得到新的切削力, 这就构成了热力耦合的过程, 经过多次循环后, 输出的切削力收敛至某一数值, 本文设定切削力的收敛精度为 0.1, 这个设定是合理的, 因为这个数量级的误差对仿真预测值的准确性造不成影响, 考虑热耦合作用的切削力预测模型(在第三节简称为切削力预测模型)计算流程如图 7 所示。

图 7 热力耦合迭代算法流程图

在输入切削用量、刀具几何和材料物理参数后, 首先通过基于 Oxley 理论的切削力预测模型进行计算, 此时的切削温度来自于 Oxley 接触力学模型^[22]中提到的温度计算公式求得, 得到 F_{c1} 和 F_{t1} 等计算变形区热源所需的参数, 然后通过切削温度预测模型计算得到 T_{AB} 和 T_{int} , 再代入基于 Oxley 理论的切削力预测模型, 此时就开始了热力耦合的计算, 然

后通过对输出的 F_c 和 F_t 的收敛精度进行判断, 达到收敛精度时, 输出 F_c 和 F_t 。

最终切削过程中的切削力由两部分组成, 一个是 Oxley 接触力学模型^[22]得到的切削力, 一个是 Waldorf 滑移线犁削力模型^[24]得到的犁削力, 表示为

$$\begin{aligned} F_c &= F_c + P_{cut} \\ F_t &= F_t + P_{thrust} \end{aligned} \quad (41)$$

3 切削力预测模型的验证及 TANH 修正系数的分析

3.1 考虑热力耦合的切削力预测模型可行性分析

本节通过与 DUCOBU^[1]研究中的仿真结果及正交切削试验数据对比, 佐证考虑热耦合作用的切削力预测模型的仿真结果是可行的, 试验机床采用五轴高速铣床 Deckel-Maho DMU-80T 如图 8^[1]所示, 刀具是定制的无涂层硬质合金刀具, 前角 α 为 15° , 切削刃半径 r_e 为 $20 \mu\text{m}$ 。为了保证试验为正交切削, 刀具固定在机床工作台上, 工件随着主轴做进给运动。切削力使用 Kistler 9257B 测力计测得, 采样频率为 70 kHz, 数据采集由多通道电荷放大器 Kistler 5070A、Kistler 5697A2 和 DynoWare 软件组成, 加工方式为干式切削, 切削速度 v_c 为 30 m/min, 切削宽度 w 为 1 mm, 切削深度 t_1 采用四个值: $40 \mu\text{m}$ 、 $60 \mu\text{m}$ 、 $100 \mu\text{m}$ 、 $280 \mu\text{m}$ 。

图 8 直线实现式正交切削试验现场

工件材料 Ti6Al4V 和刀具材料硬质合金(WC)的物理参数参考文献[26]。Ti6Al4V 的密度 ρ_{wk} 为 4430 kg/m^3 , 熔点 T_{melt} 为 1650°C , 热导率 K_{wk} 和比热容 C_{p_wk} 都是与温度相关的量, 分别为 $7.039\exp(0.0011T)\text{W/m}\cdot^\circ\text{C}$ 和 $505.64(\exp(0.0007T))$ 。

J/kg·°C。WC 的密度 ρ_t 为 15 630 kg/m³, 热导率 K_t 为 55 W/m·°C, 比热容 $C_{p,t}$ 是与温度相关的量, 为 $0.32 \times T + 1.32 \times 10^{-4}$ J/kg·°C。

为了验证切削力预测模型的可行性, 将仿真预测结果与有限元预测结果进行对比, 并以试验值作为参考, 得到如图 9 所示的仿真结果对比, 可以发现, 从整体上看切削力预测模型的仿真结果相较于有限元的仿真结果要更准确一些, 切削方向的力 F_C 最大误差出现在切削深度 t_1 为 100 μm 时, 误差为 5.59%。而有限元预测最大误差为 -11.7%, 出现在切削深度 t_1 为 60 μm 时。进给力 F_T 的仿真结果同有限元的仿真结果^[1]呈现相同的趋势, 即随着切削深度 t_1 的增加, 进给力 F_T 呈下降的趋势, 这与试验结果是相反的。对于这一现象, CALAMAZ 等^[11]认为随着切削速度的增加, 刀具磨损的增加及磨损形式的变化会导致刀具几何形状的改变, 从而改变切屑流动, 在宏观尺度上会引起切屑轧制的改变, 若是仿真模型未考虑刀具磨损, 那么进给力的预测值与试验结果的这种高度不匹配情况是可以接受的。尽管如此, 从图 9 中可明显看出切削力预测模型的仿真结果的误差仍要比有限元仿真结果的误差要小, 预测的进给力误差 F_{T_error} 最大值为 63.8%, 有限元预测的误差 F_{T_error} 最大值为 -176%, 因此本文结合 TANH 材料本构模型与 Oxley 接触力学模型建立的考虑热力耦合作用的切削力预测模型是可行的。

图 9 切削力预测模型与有限元模型^[1]的仿真结果对比

3.2 TANH 材料本构模型中修正系数 a 、 b 、 c 的敏感度分析

通过式(29)~(36)对切削温度模型进行改进, 大大提高了运算速度及热分配系数的准确性, 进行一次切削力仿真运算耗时普遍小于 1 min, 因此可以通过该切削力预测模型, 在较短的时间内得到大量切削力仿真数据, 并依据这些仿真数据分析切削力受 TANH 材料本构模型修正系数变化的敏感度。在分析切削力受修正系数变化的敏感度之前, 确定修正系数的取值区间是必要的, 本文提出了一种优化

修正系数选择区间的方法。考虑到切削力预测模型存在着绝对误差, 该绝对误差会导致仿真结果整体上与试验结果产生一定的偏差, 这是一种合理的假设, 因为切削力预测模型的建模过程中做了多种假设条件, 比如正交切削假设就是将三维切削过程通过二维切削理论解决。因此本文不以切削力的仿真预测值与试验值的误差为评价标准, 改为以切削力随着切削深度的变化趋势作为评价标准, 以此判断仿真预测值的准确度。评价切削力的变化趋势意味着要对其进行变换, 这里设定一个参照切削力 F_{ref} , 将不同切削深度下的切削力 F_C 比上该参照切削力 F_{ref} , 得到一个新的值。注意参照切削力 F_{ref} 一定是某一切削深度下的切削力 F_C , 且取极值最佳。本文借鉴文献[1]的试验数据, 该试验数据包括了四个不同切削深度(40 μm 、60 μm 、100 μm 、280 μm)的切削力值, 根据该试验数据选取切削力最大值为 F_{ref} , 此时的切削深度为 280 μm , 具体流程如图 10 所示。

图 10 优化修正系数选择区间的方法流程图

图 10 中在得到大量切削力 F_C 的仿真结果之后, 取四个切削深度误差总和最小的修正系数组合并判断是否超过取值区间, 经过反复更改取值区间, 最终确定修正系数选择区间。没有选取该过程中得到的 F_C 最小时的修正系数组合是因为此时的修正系数 a 、 b 、 c 变化形式复杂, 考虑到 a 、 b 、 c 三个修正系数之间存在相互影响的可能性, 本文仅对其

中一个修正系数进行分析。

基于文献[1]中 TANH 材料本构模型的修正系数,通过图 10 所示的方法流程确定了修正系数优化区间, a 取 1.0~2.2,取值间隔为 0.1, b 取 0.2~0.5,取值间隔为 0.03, c 取 2.0~9.0,取值间隔为 0.5。修正系数的取值间隔取决于修正系数的取值个数,正常来说取值间隔是越小精度越高,但综合考虑运算精度与运算效率,每个修正系数的取值个数应维持在 13 个左右。如表 2~4 所示为这三个修正系数对切削力 F_C 的影响,通过分析可发现,修正系数 b 、 c 对 a 几乎没有影响,同样的 a 对 b 、 c 也几乎没有影响。从表 3 中可发现,修正系数 b 会随着 c 的增加而提高对切削力 F_C 的影响,在切削深度为 40 μm 的时候,修正系数 c 从 2.0 增加到 7.0 提高了修正系数 b 对切削力 F_C 3.8 倍的影响,在切削深度为 280 μm 的时候,则提高了 3.7 倍的影响,因此切削深度的变化不干扰修正系数 c 对修正系数 b 的影响。从表 4 中则发现修正系数 c 会随着 b 的增加而降低对切削力 F_C 的影响,在切削深度为 40 μm 的时候,修正系数 b 从 0.2 增加到 0.5 提高了修正系数 b 对切削力 F_C 0.72 倍的影响,在切削深度为 280 μm 的时候,则提高了 0.38 倍的影响,因此切削深度的变化会干

表 2 修正系数 a (1.0~2.2)的变化对切削力 F_C 的影响

切削深度 $t_f/\mu\text{m}$	修正系数		切削力 F_C/N	极差/N
40	$b=0.2$	$c=2.0$	77.98~81.02	3.04
40	$b=0.5$	$c=2.0$	80.28~83.86	3.58
40	$b=0.5$	$c=9.0$	82.61~85.64	3.03
280	$b=0.2$	$c=2.0$	382.26~392.47	10.21
280	$b=0.5$	$c=2.0$	394.32~404.63	10.31
280	$b=0.5$	$c=9.0$	400.68~413.35	12.67

表 3 修正系数 b (0.2~0.5)的变化对切削力 F_C 的影响

切削深度 $t_f/\mu\text{m}$	修正系数		切削力 F_C/N	极差/N
40	$a=1.0$	$c=2.0$	77.98~80.45	2.47
40	$a=2.1$	$c=2.0$	80.78~84.59	3.81
40	$a=2.1$	$c=9.0$	76.28~85.64	9.36
280	$a=1.0$	$c=2.0$	382.33~394.32	11.99
280	$a=2.1$	$c=2.0$	392.47~405.19	12.72
280	$a=2.1$	$c=9.0$	368.82~413.35	44.53

表 4 修正系数 c (2.0~9.0)的变化对切削力 F_C 的影响

切削深度 $t_f/\mu\text{m}$	修正系数		切削力 F_C/N	极差/N
40	$a=1.0$	$b=0.2$	73.84~77.98	4.14
40	$a=2.1$	$b=0.2$	76.24~81.29	5.05
40	$a=2.1$	$b=0.5$	83.13~86.12	2.99
280	$a=1.0$	$b=0.2$	359.32~382.33	23.01
280	$a=2.1$	$b=0.2$	368.82~392.47	23.65
280	$a=2.1$	$b=0.5$	404.52~413.35	8.83

扰修正系数 c 对修正系数 b 的影响。结合修正系数对切削力 F_C 影响的极差值与修正系数的取值区间,得到切削力 F_C 受修正系数变化的敏感度由高到低为 b 、 a 、 c 。

考虑到修正系数 b 和 c 相互之间的影响,首先应该确定 b 值,因为切削力受其变化的敏感度最高且在不同切削深度下修正系数 a 和修正系数 c 对其的影响程度没有很大变化。其次因为修正系数 b 与 c 相互之间的影响,尽管切削力受其变化的敏感度最小,仍需要在确定 b 值后确定 c 值,最后确定 a 值。为了便于分析变化的修正系数与 TANH 材料本构模型之间的联系,本文针对修正系数 a 进行分析,即在确定修正系数 b 和 c 之后,对修正系数 a 进行优化,确定不同切削深度下修正系数 a 的值。

3.3 TANH 材料本构模型修正系数的优化

在目前研究中将修正系数 b 和 c 设定为一个固定值,仅对修正系数 a 进行分析。使用图 10 所示的方法,选取误差从低到高的三组修正系数,通过最小二乘法先确定了 b 值为 0.38,然后确定了 c 值为 5.0,最终结果如表 5 所示,为了检验修正系数的优化效果,得到仿真结果如图 11 所示。图 11 中百分比数值为切削力预测误差值,可看出 4 个切削深度下,优化后的修正系数得到的切削力预测值均比文献[1]中提供的修正系数更准确,预测精度分别提高了 0.2%、1.0%、1.2%、1.3%。

表 5 不同切削深度下的修正系数 a 值

切削深度 $t_f/\mu\text{m}$	40	60	100	280
修正系数 a	1.6	1.1	2.1	1.0

图 11 优化修正系数前后的切削力预测值对比

在优化的修正系数基础上,对修正系数 a 与应变速率的关系进行了研究,探究应变速率对 Ti6Al4V 材料行为的影响。本文针对剪切带上的应变速率与修正系数的关系进行分析,由文献[21]证实剪切带上应变速率值几乎是恒定的,相较于复杂的刀屑接触面,剪切带更易于分析。

优化修正系数后剪切带 AB 上的应变速率可以

从切削力预测模型中提取出来, 结合优化的修正系数 a 得到了如图 12 所示的不同应变速率下应力应变曲线, 应变速率由大到小分别对应切削深度 $40\ \mu\text{m}$ 、 $60\ \mu\text{m}$ 、 $100\ \mu\text{m}$ 和 $280\ \mu\text{m}$, 可以发现随着切削深度的增加, 剪切带上的应变速率是降低的。从图 12 中标出的应力应变曲线峰值点发现修正系数 a 的变化会影响应变软化的初始应变值, 即随着应变速率的增加, Ti6Al4V 发生应变软化的初始应变值减小。不仅如此, 从曲线的应变硬化阶段的斜率变化可发现, 对于优化修正系数 a 后的应变硬化率随着应变速率的增加而增加, 即 Ti6Al4V 的应变硬化率随着应变速率的增加而增加。从图 12 中发现在应变速率为 $4\ 188\ \text{s}^{-1}$ 时的应力应变曲线出现异常, 可能的原因是由另外两个修正系数的影响导致的, 因为在确定修正系数 b 和 c 的时候, 运用的是最小二乘法, 会存在一定的误差, 在后续的工作中将会通过对三个修正系数的优化进行分析并弱化掉该误差的影响。

图 12 TANH 材料本构模型在不同应变速率下的应力应变曲线

4 结论

(1) 建立了考虑热耦合作用的切削力解析预测模型, 相较于有限元仿真结果, 解析方法更加准确。且通过对切削温度预测模型的改进, 在一个固定的参数下, 仿真计算时间普遍小于 $1\ \text{min}$, 仿真效率上优于有限元仿真。该模型的高效性及准确性为数据分析提供了一个较好的前提条件。

(2) 得到了优化修正系数选择区间的方法, 用于确定修正系数的取值区间, 并在该方法的基础上运用最小二乘法确定了修正系数 b 和 c 的取值。在修正系数的取值区间内, 切削力 F_c 受修正系数变化的敏感度由高到低为 b 、 a 、 c 。修正系数 b 和 c 对 a 几乎没有影响, a 对 b 和 c 也几乎没有影响。修正系数 c 会随着 b 的增加而降低对切削力 F_c 的影响, 修正系数 b 会随着 c 的增加而提高对切削力 F_c 的影响。切削深度的变化会干扰修正系数 c 对修正系数 b 的影响。

(3) 在剪切带 AB 上分析修正系数对 TANH 本构模型的应力应变关系的影响, 通过仿真得到的 TANH 材料本构模型的应力应变曲线变化成功捕捉到了应变速率对 Ti6Al4V 材料行为的影响。发现随着应变速率的增加, Ti6Al4V 发生应变软化的初始应变值减小且应变硬化率随着应变速率的增加而增加。

参 考 文 献

- [1] DUCOBU F, RIVIÈRE-LORPHEVRE E, FILIPPI E. Material constitutive model and chip separation criterion influence on the modeling of Ti6Al4V machining with experimental validation in strictly orthogonal cutting condition[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 107: 136-149.
- [2] NEMAT-NASER S, GUO W G, NESTERENKO V F, et al. Dynamic response of conventional and hot isostatically presses Ti-6Al-4V alloys: Experiments and modeling[J]. Mechanics of Materials, 2001, 33(8): 425-439.
- [3] KOMANDURI R, TURKOVICH B F. New observations on the mechanism of chip formation when machining titanium alloys[J]. Wear, 1981, 69: 179-188.
- [4] CALAMAZ M, COUPARD D, GIROT F. A new material model for 2D numerical simulation of serrated chip formation when machining titanium alloy Ti6Al4V[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2008, 48(3-4): 275-288.
- [5] CHEN G, REN C, YANG X, et al. Evidence of thermoplastic instability about segmented chip formation process for a Ti-6Al-4V alloy based on the finite-element method[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2011, 225(6): 1407-1417.
- [6] JOHNSON G R, COOK W H. A constitutive model and data for materials subjected to large strains, high strain rates, and high temperatures[J]. Proc. 7th Int. Sympo. Ballistics, 1983: 541-547.
- [7] ZERILLI F J, ARMSTRONG R W. Dislocation - mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations[J]. Journal of Applied Physics, 1987, 61(5): 1816-1825.
- [8] FOLLANSBEE P S, KOCKS U F. A constitutive description of the deformation of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an internal state variable[J]. Acta Metallurgica, 1988, 36(1): 81-93.
- [9] BAMMANN D J, CHIESA M L, JOHNSON G C. Modeling large deformation and failure in manufacturing processes[J]. Theoretical and Applied Mechanics, 1996: 359-376.

- [10] KHAN A S, SUNG SUH Y, et al. Quasi-static and dynamic loading responses and constitutive modeling of titanium alloys[J]. *International Journal of Plasticity*, 2004, 20(12): 2233-2248.
- [11] CALAMAZ M, COUPARD D, GIROT F. Numerical simulation of titanium alloy dry machining with a strain softening constitutive law[J]. *Machining Science and Technology*, 2010, 14(2): 244-257.
- [12] XU Y, ZHANG J, BAI Y, et al. Shear localization in dynamic deformation: Microstructural evolution[J]. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 2008, 39(4): 811-843.
- [13] WRIGHT T W, WALTER J W. On stress collapse in adiabatic shear bands[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1987, 35(6): 701-720.
- [14] LIU R, MELKOTE S, PUCHA R, et al. An enhanced constitutive material model for machining of Ti-6Al-4V alloy[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2013, 213(12): 2238-2246.
- [15] SIMA M, ÖZEL T. Modified material constitutive models for serrated chip formation simulations and experimental validation in machining of titanium alloy Ti-6Al-4V[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2010, 50(11): 943-960.
- [16] KITAGAWA T, KUBO A, MAEKAWA K. Temperature and wear of cutting tools in high-speed machining of Inconel 718 and Ti-6Al-6V-2Sn[J]. *Wear*, 1997, 202(2): 142-148.
- [17] ZHANG X P, SHIVPURI R, SRIVASTAVA A K. Role of phase transformation in chip segmentation during high speed machining of dual phase titanium alloys[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2014, 214(12): 3048-3066.
- [18] PAN Z, LIANG S Y, GARMESTANI H, et al. Prediction of machining-induced phase transformation and grain growth of Ti6Al4V alloy[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2016, 87(1-4): 859-866.
- [19] LI L, HE N. A FEA study on mechanisms of saw-tooth chip deformation in high speed cutting of Ti-6-Al-4V alloy[J]. *Proceedings of the Fifth International Conference on High Speed Machining (HSM)*, 2006: 759-767.
- [20] HUANG Y, LIANG S Y. Cutting temperature modeling based on non-uniform heat intensity and partition ratio[J]. *Machining Science and Technology*, 2005, 9(3): 301-323.
- [21] STEVENSON M G, OXLEY P L B. An experimental investigation of the influence of speed and scale on the strain-rate in a zone of intense plastic deformation[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1969, 184: 561-576.
- [22] OXLEY P L B, HASTINGS W F. Predicting the strain rate in the zone of intense shear in which the chip is formed in machining from the dynamic flow stress properties of the work material and the cutting conditions[J]. *Proceedings of the royal society A-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 1977, 356(1686): 395-410.
- [23] 季霞. 微量润滑切削表面残余应力预测建模[D]. 上海: 上海交通大学, 2014
- JI Xia. Predictive modeling of residual stress in minimum quantity lubrication[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2014.
- [24] WALDORF D J, DEVOR R E, KAPOOR S G. A slip-line field for ploughing during orthogonal cutting[J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 1998, 120(4): 693-698.
- [25] BOOTHROYD G. Temperatures in orthogonal metal cutting[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1963, 177(1): 789-810.
- [26] COTTERELL M, BYRNE G. Dynamics of chip formation during orthogonal cutting of titanium alloy Ti6Al4V[J]. *CIRP Annals*, 2008, 57(1): 93-96
-
- 作者简介: 郝小乐, 男, 1994 年出生。主要研究方向为切削机理及已加工表面完整性。
E-mail: 18348550143@163.com
- 岳彩旭(通信作者), 男, 1982 年出生, 博士, 副教授, 博士研究生导师。主要研究方向为硬态切削理论、切削过程建模仿真及切削过程稳定性。
E-mail: yuecaixu@hrbust.edu.cn
- 陈志涛, 男, 1982 年出生。主要研究方向为金属切削机理和工艺优化。
E-mail: zhitao19@163.com
- 刘献礼, 男, 1961 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为金属切削理论、刀具设计技术、数字化加工技术。
E-mail: xliu@hrbust.edu.cn
- LIANG S Y, 男, 1958 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为智能制造、超精密加工技术。
E-mail: steven.liang@me.gatech.edu
- WANG Lihui, 男, 1959 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为切削加工工艺规划, 分布式工艺系统规划。
E-mail: lihui.wang@iip.kth.se
- 严复钢, 男, 1960 年出生, 高级工程师, 硕士研究生导师。主要研究方向为重型铣削。
E-mail: yfg 2988@163.com