DOI: 10.3901/JME.2020.09.147

基于模态应变能的接触刚度识别方法*

赵 广¹ 金 鑫¹ 崔 颖² 冯志飞¹ 王亭月¹ 熊志亮¹

(1. 大连理工大学能源与动力学院 大连 116024;

2. 大连海事大学船舶与海洋工程学院 大连 116026)

摘要: 由于模态应变能对结构局部变形敏感,因而在以螺栓连接结构为代表装配结构中,预紧力变化对接触刚度和结构固有特性的影响可以采用模态应变能的方法进行分析,据此提出基于模态应变能的接触刚度识别方法,提高粗糙表面接触刚度识别的精度。以螺栓连接的 T 型块试验台为例,通过测试不同螺栓预紧力下结构前 3 阶固有频率,并采用薄层单元等效粗糙表面接触特性;考虑结构各阶模态应变能权重,进行了接触刚度识别和识别误差分析。研究表明,各阶模态应变能权重随着接触刚度或螺栓预紧力变化可能呈现不同的趋势,导致基于单阶模态的接触刚度识别结果之间存在较大差异;基于模态应变能的接触刚度识别方法由于综合考虑各阶模态的权重,反映了各阶固有频率的总体变化趋势;随着螺栓预紧力增大,接触刚度总体非线性增加,接触刚度识别误差总体下降。所提出的基于模态应变能的接触刚度识别方法,建立了螺栓连接结构中预紧力变量、粗糙表面接触刚度和模态固有频率耦合机制,为粗糙表面接触刚度建模提供了一种精确的识别方法。

关键词: 接触刚度;薄层单元法;刚度识别;接触力学;螺栓连接结构

中图分类号: TH162

Contact Stiffness Identification Method Based on Modal Strain Energy

ZHAO Guang¹ JIN Xin¹ CUI Ying² FENG Zhifei¹ WANG Tingyue¹ XIONG Zhiliang¹

(1. School of Energy and Power, Dalian University of Technology, Dalian 116024;

2. College of Naval Architecture and Ocean Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026)

Abstract: Because the modal strain energy is sensitive to structural local deformation, in the assembly structure which represented by bolt connection structure, the influence of load force change on contact stiffness and inherent characteristics can adopt the method of modal strain energy. Contact stiffness identification method is proposed based on this method which can improve the accuracy of rough surface contact stiffness identification. Taking the bolt-connected T-block experimental structure as an example, the first 3 natural frequencies under different load forces of bolt are tested, and then rough surface contact characteristics are equalized by using thin layer elements method. Considering the modal strain energy weights of the structure, the contact stiffness identified and identification error is discussed. The results show that the modal strain energy weights of each order may show different trends with the change of contact stiffness or bolt load force, which leads to great differences between the results of contact stiffness identification based on single mode. The results of contact stiffness identification based on modal strain energy which considers modal strain energy weights of each order reflect the overall change trend of natural frequencies. With the increase of the load force of the bolt, contact stiffness generally increase, but the identification error generally decrease. Based on the modal strain energy, the contract stiffness identification method is proposed, and the coupling mechanism of pre-tightening force variable, rough surface contact stiffness and modal natural frequency is established, which provides an accurate identification method for rough surface contact stiffness modeling.

Key words: contact stiffness; thin layer element method; stiffness identification; contact mechanics; bolted connection structure

0 前言

螺栓连接广泛应用于需要将两个或多个部件连

接在一起的装配结构中,螺栓连接的粗糙表面接触刚度是影响装配结构动力特性的重要因素。粗糙表面接触刚度由于受被连接表面加工参数、预紧力、装配工艺等因素影响而呈现复杂非线性特征,是接触力学的研究热点之一。粗糙表面接触刚度建模常采用 2 种方法,其一为对粗糙表面微观形貌进行统

* 国家自然科学基金资助项目(11672053)。20190519 收到初稿,20191129 收到修改稿

计学描述, 基于 Hertz 接触理论建立具有统计学意义的接触刚度模型^[1-3]; 其二是对粗糙表面形貌进行测绘, 采用分形理论构建具有相同分形维数和特征尺度的形貌, 再基于有限元法开展接触特性仿真^[4-6]; 此外, 还可以采用试验测量接触力和变形获得接触刚度, 但由于接触刚度量级大, 因而位移测量可能存在较大误差, 导致试验效果不理想。

除了以上针对接触刚度开展的直接建模或测试工作, 很多学者还开展了接触系统中接触刚度及其他参数的识别工作。TACHUNG 等^[7]基于子结构综合法和频响函数推导了识别连接结构参数的方法, 包括扭转刚度、横向刚度和交叉耦合刚度; WANG 等^[8]通过检测响应频率和阻尼比提出识别优化线性连接结构刚度和阻尼的方法, 而 CUNHA 等^[9]则基于静态和动态试验, 采用模态调整技术获得连接结构刚度。SONG 等^[10]采用复合-薄层反馈神经网络(Multi-layer feed-forward neural network)研究了 Iwan 的模型参数, 用于识别连接结构参数和连接结构特性。CRAWLEY 等^[11]提出了力状态图谱的试验技术来描述包含强非线性行为的连接结构特征。OUYANG 等^[12]开展了螺栓连接结构在动态扭转载荷下的理论和试验研究, 采用其动力学响应来调整 Jenkins 的模型参数。AHMADIAN 等^[13]采用增量谐波平衡法(Incremental harmonic balance method, IHBM)研究连接结构的特征, REN 等^[14]采用试验频率响应数据提取线性连接结构参数, 基于复合谐波平衡法从动态测试数据中识别非线性连接属性。以上粗糙表面接触刚度的识别鲜有考虑模态阶次对接触刚度的影响, 导致接触刚度在描述系统高阶动力学特性时存在较大误差。

另一种实用的接触参数识别方法是基于螺栓连接几何长度尺度远大于微观形貌尺度、采用弹性薄层单元来等效粗糙表面的接触行为^[15]。当引入薄层单元来表征粗糙表面接触时, 常常采用节点-节点单元或节点-面单元描述表面连接、或采用厚度很小的薄层单元描述接触区域, 此外, 也可以采用所谓的零厚度薄层单元^[16]。ZHAO 等^[17]基于螺栓连接结构前 6 阶固有频率随预紧力变化试验测试结果, 采用薄层单元法识别粗糙表面接触刚度。基于薄层单元法的接触刚度识别可以有效模拟某单一阶次结构模态的影响, 当考虑多阶模态时, 模态阶次之间的权重分配显著影响识别精度。

模态应变能反映结构局部特性的变化, 且对局部结构变形的敏感性大大高于振型整体变形, 因此模态应变能以其对结构局部损伤的敏感性和较好的抗噪性能受到广泛关注。颜王吉等^[18]基于单元模态

应变能灵敏度, 采用概率统计提出一种同时考虑模型不确定性和测试噪声影响的损伤统计识别方法, 建立了基于单元模态应变能灵敏度分析的结构损伤方程组。刘晖等^[19]提出了基于模态应变能耗散率理论的一种新的结构损伤识别方法, 建立了模态应变能耗散率和相应的结构损伤前后的应变能变化的关系, 从而获得每一单元损伤变量的数值, 进而通过损伤变量的大小来定位结构的损伤及其程度。申彦利等^[20]对比分析了非比例阻尼体系动力分析的模态应变能方法和状态方程法, 并利用数值算例发现在一定条件下模态应变能方法具有较高的精确性。因此, 当螺栓连接结构中, 仅接触表面刚度发生变化影响整体结构某些特性时, 模态应变能方法具有很好的适用性和较高的精度。

本文在前期参考文献[17]粗糙表面接触刚度识别与建模的基础上, 考虑螺栓连接结构模态阶次之间的权重分配, 提出基于模态应变能的识别方法实现不同预紧力下的接触刚度的准确识别。以螺栓连接的 T 型块试验台为例, 通过测试获得不同螺栓预紧力下结构前 3 阶固有频率, 并采用薄层单元等效粗糙表面接触特性; 基于模态应变能权重和单阶模态进行了接触刚度识别和对比分析, 并讨论了接触刚度识别精度和误差。

1 研究思路

螺栓连接的装配结构由于在预紧力变化过程中存在局部被连接表面区域的刚度变化从而导致整体结构模态固有频率发生变化的现象。因此, 局部接触区域单元模态应变能的变化能够反映整体结构模态固有频率的变化, 即预紧力变化-被连接表面刚度变化-模态应变能变化之间是相互关联的, 据此可以实现局部敏感参数即连接刚度或接触刚度的识别。基于模态应变能方法的螺栓连接结构接触刚度识别思路如图 1 所示。

针对螺栓连接结构, 施加不同的预紧力, 采用锤击法获得不同位置激励下结构前 n 阶固有频率, 通过测试结果数据处理获得各阶固有频率随预紧力变化关系。

采用线性薄层单元构建被连接的接触表面, 建立螺栓连接结构有限元模型; 当薄层单元面积 A 和厚度 h 保持不变时, 改变薄层单元材料弹性模量即等效改变有限元模型的连接刚度, 通过螺栓连接结构模态固有特性仿真, 获得不同薄层单元连接刚度状态下螺栓连接结构前 n 阶固有频率变化曲线, 并采用高阶多项式对各固有频率曲线进行拟合。第 j

阶仿真固有频率 随弹性模量 变量的函数关系

$$\begin{aligned} \{\omega_j^e(E_l)\} &= \mathbf{Q}_{ij} \{E_b\} \\ \{\omega_j^e\} &= \{\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \cdots \omega_n\}' \\ \{E_b\} &= \{E_l^m \ E_l^{m-1} \cdots E_l^2 \ E_l \ 1\}' \end{aligned} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{Q}_{ij}$ 为拟合系数矩阵。

图1 基于模态应变能方法的接触刚度识别思路

由于结构的模态应变能可通过各阶振型和刚度矩阵得到, 因此可以通过螺栓连接结构有限元模型计算不同预紧力下的各阶模态应变能及其占比, 获得各阶模态应变能权重。假设 $U_{0,j}$ 为整个螺栓连接结构第 j 阶 ($j=1 \sim n$) 模态下的模态应变能, 计算公式为

$$U_{0,j} = \sum_{i=1}^k u_{i,j} = \sum_{i=1}^k \left(\frac{\sigma_a^2}{2E} \right)_{i,j} \quad (2)$$

式中, k 为结构有限元模型单元总数; $u_{i,j}$ 为整个螺栓连接结构第 j 阶模态下的第 i 个单元的模态应变能; σ_a 为该单元应力幅值; E 为材料的弹性模量。计算螺栓连接结构第 j 阶模态下局部被连接表面(假设其单元编号 $i=1 \sim l$) 的模态应变能 $U_{1,j}$, 其在对应模态下占整个螺栓连接结构应变能比值 ε_j 为

$$\varepsilon_j = \frac{U_{1,j}}{U_{0,j}} = \frac{\sum_{i=1}^l u_{i,j}}{\sum_{i=1}^k u_{i,j}} \quad (3)$$

各阶模态应变能权重占比为

$$\eta_j = \frac{\varepsilon_j}{\sum_{j=1}^n \varepsilon_j} \quad (4)$$

对比各预紧力 F_b 下各阶固有频率试验结果 $\omega_j^t(F_b)$ 与各等效弹性模量 E_l 下的仿真结果 $\omega_j^e(E_l)$, 构建考虑各阶模态应变能权重 η_j 的误差模型

$$R = \sum_{j=1}^n \frac{\eta_j [\omega_j^t(F_b) - \omega_j^e(E_l)]^2}{[\omega_j^t(F_b)]^2} \quad j=1, 2, \dots, n \quad (5)$$

对误差模型 R 以弹性模量 E_l 为变量求导

$$\frac{\partial R}{\partial E_l} = \frac{\partial \left\{ \sum_{j=1}^n \eta_j [\omega_j^t(F_b) - \omega_j^e(E_l)]^2 \right\}}{\sum_{j=1}^n [\omega_j^t(F_b)]^2 \partial E_l}, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (6)$$

令 $\frac{\partial R}{\partial E_l} = 0$, 此时, 试验与仿真结果误差 R 取最

小值

$$R = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{[\omega_j^t(F_b) - \omega_j^e(E_l)]^2}{[\omega_j^t(F_b)]^2} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (7)$$

改变不同预紧力下 F_b 的值, 可以得到对应的等效弹性模量 E_l 和对应的残余误差 $R(F_b)$ 。根据等厚度 h 、等面积 A 薄层的弹性模量, 得到其连接刚度, 即接触刚度为

$$k = \frac{E_l A}{h} \quad (8)$$

2 算例分析

2.1 螺栓连接结构各阶固有频率试验测试

参考文献[17], 采用图2所示的螺栓连接结构固有频率测试试验台, 采用单螺栓连接两个T形块, 随着螺栓的预紧加载过程, 被连接件结构刚度通常不发生明显变化, 而接触处的法向接触刚度随着螺栓预紧力的增加会有较大的变化, 使得结构的各阶固有频率发生较大变化。因此, 如图3所示, 在试验台设计时, 中间放置特定粗糙形貌的环形试验垫片使得垫片两侧的接触区域接触刚度对于整体结构的固有特性影响最大, 由于垫片/螺栓直径比为2.5, 保证了螺栓预紧过程中垫片接触表面内的接触应力分布近似对称、均匀。采用数字显示力矩扳手和螺母压力传感器施加确定的、从小到大的预紧力, 采用锤击法获得前3阶固有频率, 如图4所示。

2.2 基于薄层单元的螺栓连接结构固有特性有限元仿真

在三维软件 SolidWorks 建立图2所示螺栓连接

图2 螺栓连接结构固有频率测量试验台

图3 试验台及测试系统实物图

图4 螺栓连接结构前3阶固有频率随预紧力变化曲线

结构的简化三维模型，并在环形垫片与T形块两个交界面处引入与环形垫片内、外径相同的两个薄层单元，根据结构特点选取薄层单元厚度 h 小于垫片厚度的 $1/10$ 的原则^[21]选取单元厚度 0.02 mm ；然后导入 ANSYS 软件中进行网格划分，其中实体单元采用 SOLID45，针对薄层结构采用面映射(Mapped face meshing)划分方法进行网格划分，并利用 sizing 设置调整薄层实体单元的大小，保证薄层可以被划分成3层以上以提高计算精度。螺栓连接结构及其局部环形垫片有限元模型如图5所示。

接触设置均采用绑定连接，即在接触面和接触边之间不存在切向相对滑动或者法向的相互分离，

同时接触算法选择增广拉格朗日方法。改变薄层单元的弹性模量来改变连接或接触刚度，获得前3阶固有频率变化规律如图6所示。

图5 螺栓连接结构及环形垫片有限元模型

图6 结构固有频率随薄层单元弹性模量变化规律

2.3 基于单阶模态的接触刚度识别

对有限元模拟得到的前3阶固有频率，采用8次多项式对固有频率数据进行拟合，参考上述式(1)，得到其拟合曲线。根据上述基于模态应变能方法的接触刚度识别思路，暂时忽略各阶模态应变能权重 η_j ，若单独以第1阶固有频率试验与仿真结果为对象，参考上述式(5)构建试验与仿真误差模型

$$R_1 = \frac{[\omega_1^t(F_b) - \omega_1^e(E_l)]^2}{[\omega_1^t(F_b)]^2} \quad (9)$$

对误差模型 R_1 以弹性模量 E_l 为变量求导, 并令 $\partial R_1 / \partial E_l = 0$, 此时, 试验与仿真结果误差 R_1 取最小值, 当改变预紧力 F_b 时, 可以得到对应的等效弹性模量 E_l 和对应的残余误差 $R(F_b)$; 再根据等厚度 h 、等面积 A 薄层的弹性模量, 得到其连接刚度, 即接触刚度 $k = E_l A / h$, 并换算为单位面积上的接触刚度。同样, 单独针对第 2 阶、3 阶固有频率识别单位面积接触刚度。基于单独某一阶固有频率识别的单位面积接触刚度随预紧力变化结果分别如图 7 所示。

图 7 基于单阶固有频率的接触刚度识别结果

结果表明, 基于第 1 阶固有频率的接触刚度识别结果在整个螺栓预紧力范围内与基于第 2 阶的吻合良好, 这是由于试验曲线中, 第 1、2 阶固有频率曲线趋势一致、规律相近(图 4), 并且仿真结果中前 3 阶固有频率曲线规律一致(图 6)。而基于第 3 阶的曲线与第 1、2 阶不同, 总体提高约 40%, 源于第 3 阶固有频率比第 2 阶有明显增加, 且曲线变化规律不同, 尤其第 3 阶固有频率试验曲线在预紧力为 2 000~4 000 N 范围内增幅较大。

综上, 含有表面接触的结构如果接触表面较多或结构复杂, 其各阶模态固有频率随接触刚度或接触表面变量(例如螺栓预紧力)的变化规律可能不尽相同; 因此, 接触刚度的识别对于模态阶次具有不同的依赖性, 单独基于某一阶模态固有频率识别的接触刚度不能准确描述其他模态阶次, 当然也不能描述实际接触刚度的总体趋势。

为了实现对实际接触刚度的总体趋势识别, 需要综合考虑各阶模态的权重 η_i 。结合上述式(2)~(4), 利用商业 ANSYS 有限元分析针对螺栓连接结构开展模态分析, 并通过 APDL 语言提取结构前 3 阶固有频率对应的接触面区域薄层以及垫片的模态应变能, 之后计算对应的权重 η_i 。随着弹性模量增加即连接刚度增加, 第三阶模态应变能占主导地位,

使得其他阶次模态应变能占比出现下降趋势。绘制模态权重占比随着等效弹性模量(连接或接触刚度)变化规律如图 8 所示。结果表明, 第 1、2 阶模态权重占比随着弹性模量(连接或接触刚度)的增加逐渐减小, 而第 3 阶随之增大而增大; 换言之, 当 T 型块之间的连接或接触刚度较小时, 前 3 阶模态权重比较接近, 当连接刚度很大时, 第 3 阶模态权重增大, 第 1、2 阶模态权重降低, 且第 1 阶模态权重最小。诚然, 该算例在测试和仿真中, 只考虑了螺栓连接结构的前 3 阶模态, 存在一定的模态截断误差。

图 8 前 3 阶模态权重占比随弹性模量变化规律

2.4 基于模态应变能的接触刚度识别

利用公式(5)构建各阶模态应变能权重的试验与仿真误差模型, 并求导取极值, 得到不同预紧力下的单位面积接触刚度及其对应误差。基于模态应变能和基于单阶模态的接触刚度识别结果对比如图 9 所示。可以看出, 基于模态应变能的接触刚度识别结果反映了各阶固有频率的总体变化趋势, 位于基于第 1、2 阶和基于第 3 阶模态结果之间, 且略趋向于第 1、2 阶曲线, 这是由于基于模态应变能的识别方法考虑了各阶模态应变能权重, 且第 1、2 阶模态应变能权重之和大于第 3 阶权重。

图 9 不同方法识别的接触刚度结果对比

根据试验与仿真识别的误差即式(5),可以分别计算获得不同接触刚度识别方法误差,对比如图 10 所示。

图 10 各种接触刚度识别方法误差对比

结果表明,① 单独基于第 1、2、3 阶模态的接触刚度识别误差平均值分别为 7.79%、6.65%和 9.85%,而基于模态应变能的识别误差最小,为 5.85%;② 随着螺栓预紧力增大,接触刚度识别误差总体呈下降趋势,因此,高预紧力时接触刚度识别的误差最小,识别结果最为可靠;③ 在预紧力较小时各种识别方法的误差都较大,是由于在预紧力较小时,试验和仿真结果之间差别较大,尤其试验过程中接触区域存在较大的不确定性,例如由于预紧力小,两个 T 型块之间存在相互错位,锤击时存在相对滑移等;④ 在 2 500 N 附近误差曲线存在拐点,是因为试验结果中第 1、2 阶固有频率曲线在该点变缓,而第 3 阶固有频率曲线在该点变陡,从而导致前 3 阶固有频率在该点相差较小,使得试验与仿真识别误差在该点变得很小。

接触刚度识别的误差主要源于:① 试验过程中,在螺栓预紧力较小时存在表面滑移、甚至错位,导致测试误差。这也是导致 2 500 N 前的拟合误差较大的主要原因,另外由于第三阶试验数据曲线在 3 000~3 500 N 时,固有频率增加较快,导致仿真和试验拟合误差增大,因此,在误差最小的 2 500 N 附近出现波谷;② 试验过程中,螺栓预紧力施加工艺可能对固有频率结果有一定的影响,也带来一定误差。此外,传感器及信号采集仪精度、信号后处理过程中,也会引入一定误差;③ 试验和仿真只考虑结构前 3 阶模态,并采用前 3 阶模态应变能代表了各阶模态应变能,存在模态截断误差,当计算分析的模态阶次提高时,该误差可以进一步减小;④ 结构有限元建模精度、薄层单元厚度、局部网格精度等也会引入一定的误差。

3 结论

(1) 螺栓连接结构中,各阶模态应变能权重随着接触刚度或螺栓预紧力变化可能呈现不同的趋势,使得基于单阶模态的接触刚度识别结果之间存在较大差异。因此,接触刚度的识别对于模态阶次具有不同的依赖性,为了实现对接触刚度的总体趋势识别,需要综合考虑各阶模态的权重。

(2) 基于模态应变能的接触刚度识别结果反映了各阶固有频率的总体变化趋势,随着螺栓预紧力增大,接触刚度非线性增大,刚度识别误差总体呈下降趋势,因此,高预紧力时接触刚度识别的误差最小,结果最为可靠。在各种预紧力下,基于模态应变能的接触刚度识别方法误差均为最小,在本算例中,其平均误差约为 5.85%。

(3) 由于粗糙表面接触行为的复杂性,使得接触刚度的识别存在一定误差,主要源于试验中较小螺栓预紧力下的接触面滑移和错位、螺栓预紧工艺、信号采集与处理等,此外还包括模态截断误差、有限元建模精度、薄层单元厚度等。

(4) 所提出的基于模态应变能的接触刚度识别方法,能够考虑预紧力变量和结构模态阶次,实现了螺栓连接结构中预紧力变量、粗糙表面接触刚度和模态固有频率的有效耦合,为粗糙表面接触刚度建模提供了一种精确的识别方法。在工程应用中,可以将该方法得到的等效薄层单元方法以及接触刚度识别应用于连接件较多且不能忽略螺栓连接结构带来的接触非线性问题的简化,实现工程上大规模力学特性计算与分析。

参 考 文 献

- [1] GREENWOOD J A, WILLIAMSON J. Contact of nominally flat surfaces[J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 1966, 325: 300-319.
- [2] IZHAK E, LIOR K. A static friction model for elastic-plastic contacting rough surfaces[J]. Journal of Tribology, 2004, 126(1): 34-40.
- [3] JACKSON R L, GREEN I. A statistical model of elasto-plastic asperity contact between rough surfaces[J]. Tribology International, 2006, 39(9): 906-914.
- [4] JIANG Shuyun, ZHENG Yunjian, ZHU Hua. A contact stiffness model of machined plane joint based on fractal theory[J]. Journal of Tribology, Transactions of ASME, 2010, 132: 011401.

- [5] 魏龙, 刘其和, 张鹏高. 基于分形理论的滑动摩擦表面接触力学模型[J]. 机械工程学报, 2012, 48(17): 106-113.
WEI Long, LIU Qihe, ZHANG Penggao. Contact mechanics model of sliding friction surface based on fractal theory [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(17): 106-113.
- [6] 原园, 成雨, 张静. 基于分形的三维粗糙表面弹塑性接触力学模型与试验验证[J]. 工程力学, 2018, 35(6): 209-221.
YUAN Yuan, CHENG Yu, ZHANG Jing. Three-dimensional elastic plastic contact mechanics model based on fractal and experimental verification [J]. Engineering Mechanics, 2008, 35(6): 209-221.
- [7] FAN Shuohao, LIN C S, YANG T. Joint stiffness identification using FRF measurements[J]. Computers & Structures, 2003, 81(28/29): 2549-2556.
- [8] WANG J, SAS P. A method for identifying parameters of mechanical joints[J]. American Society of Mechanical Engineers. Journal of Applied Mechanics, 1990, 57: 337-342.
- [9] CUNHA J, FOLTÊTE E, BOUHADDI N. Evaluation of stiffness of semi-rigid joints in pultruded profiles from dynamic and static data by using model updating technique[J]. Engineering Structures, 2008, 30(4): 1024-1036.
- [10] SONG Y, HARTWIGSEN C J, MCFARLAND D M, et al. Simulation of dynamics of beam structures with bolted joints using adjusted Iwan beam elements[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 273: 249-276.
- [11] CRAWLEY E F, AUBERT A C. Identification of nonlinear structural elements by force-state mapping[J]. American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 1986, 24: 155-162.
- [12] OUYANG H, OLDFIELD M J, MOTTERSHEAD J E. Experimental and theoretical studies of a bolted joint excited by a torsional dynamic load[J]. International Journal of Mechanical Science, 2006, 48: 1447-1455.
- [13] AHMADIAN H, JALALI H. Generic element formulation for modelling bolted joints[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(5): 2318-2334.
- [14] REN Y, LIM T M, LIM M K. Identification of properties of nonlinear joints using dynamic test data[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1998, 120: 324-330.
- [15] SHARMA K G, DESAI C S. Analysis and implementation of thin-layer element for interfaces and joints[J]. Journal of Engineering, 1992, 118: 2442-2433.
- [16] GAUL L, BOGRAD S, REUSS P, et al. Modeling the dynamics of mechanical joints[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2011, 25(8): 2801-2826.
- [17] ZHAO G, XIONG Z, JIN X, et al. Prediction of contact stiffness in bolted interface with natural frequency experiment and FE analysis[J]. Tribology International, 2018, 127: 157-164.
- [18] 颜王吉, 黄天立, 任伟新. 基于单元模态应变能灵敏度的结构损伤统计识别[J]. 中南大学学报, 2011, 42(1): 152-157.
YAN Wangji, HUANG Tianli, REN Weixin. Statistical identification of structural damage based on modal strain energy sensitivity of element [J]. Journal of Central South University, 2011, 42(1): 152-157.
- [19] 刘晖, 瞿伟廉, 袁润章. 基于模态应变能耗散率理论的结构损伤识别方法[J]. 振动与冲击, 2004, 23(2): 118-121.
LIU Hui, QU Weilian, YUAN Runzhang. Structural damage identification method based on modal strain energy dissipation rate theory [J]. Journal of Vibration and shock, 2004, 23(2): 118-121.
- [20] 申彦利, 杨庆山, 田玉基. 模态应变能方法精确性和适用性研究[J]. 工程力学, 2008, 25(6): 18-21
SHEN Yanli, YANG Qinshan, TIAN Yuji. Study on accuracy and applicability of modal strain energy method [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(6): 18-21.
- [21] DESAI C S, ZAMAN M M, LIGHTNER J G, et al. Thin-layer element for interfaces and joints[J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 2010, 8(1): 19-43.

作者简介: 赵广, 男, 1981年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为转子动力学与接触力学。

E-mail: zhaoguang@dlut.edu.cn

崔颖(通信作者), 女, 1977年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为转子动力学与接触力学。

E-mail: cuiying@dlmu.edu.cn